Capítulo 9: POTENCIA

Introducción

En este capítulo estudiaremos el flujo de energía en los circuitos lineales de corriente alterna. En cualquier circuito, la potencia instantánea p(t) en un dipolo del mismo está dada por el producto de la tensión y la corriente que caracterizan al dipolo en cuestión. Analizando la evolución temporal de p(t), y mediante el uso de distintas identidades trigonométricas, hallaremos propiedades que serán de gran utilidad, tal como que si bien las redes de C.A. consumen una energía promedio, a la vez intercambian energía con las fuentes. Este y otros hechos son importantes en el diseño de prácticamente todos los circuitos y fuentes de C.A., ya sean electrónicos, equipos electromecánicos de conversión de energía o redes de transmisión (o transporte) de energía.

Comenzaremos con un análisis del flujo de energía entre red y fuente, lo cual nos conducirá a obtener las definiciones básicas de potencia activa **P**, reactiva **Q** y aparente **S**, para finalizar con la determinación de las condiciones de máxima transferencia de potencia, estudiar la posibilidad de corregir el factor de potencia y analizar el flujo de potencia en circuitos con elementos acoplados inductivamente.

9.1 Potencia instantánea y potencia activa.

Analizaremos el flujo de potencia entre una fuente de alimentación de evolución senoidal y una red pasiva lineal a parámetros concentrados N, caracterizada por su impedancia de punto motriz Z. El dipolo "fuente" puede ser una fuente de tensión senoidal, una fuente de corriente senoidal, o el equivalente de Thévenin de cualquier red con fuentes senoidales isofrecuenciales de frecuencia angular ω. En la fig. 1 se muestra el circuito completo, donde:

$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \phi_v) \qquad (1)$$

e

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \phi_i) \qquad (2)$$

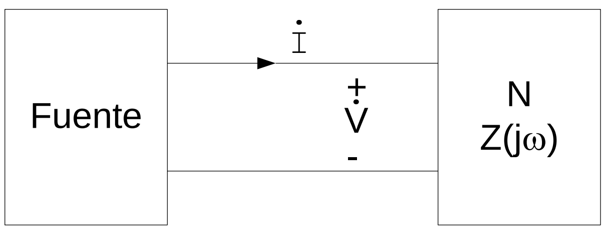


Fig. 1

La potencia instantánea en bornes es, por definición, el producto de v(t) por i(t):

$$p(t) = v(t)\, i(t) = V_m \cos(\omega t + \phi_v)\, I_m \cos(\omega t + \phi_i)$$

La unidad de p(t) es el watt. Por la identidad trigonométrica:

$$\cos A \cos B = \frac{1}{2}\cos(A - B) + \frac{1}{2}\cos(A + B) \qquad (4)$$

será:

$$p(t) = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\Phi_v - \Phi_i) + \frac{1}{2} V_m I_m \cos(2\omega t + \Phi_v + \Phi_i) \qquad (5)$$

ó:

$$p(t) = \frac{1}{2} V_m I_m \cos\varphi + \frac{1}{2} V_m I_m \cos(2\omega t + \Phi_v + \Phi_i) \qquad (6)$$

donde

$$\varphi = \phi_v - \phi_i \qquad (7)$$

es el ángulo de la impedancia de entrada o de punto motriz. El factor **cos φ** de la ecuación 6 se llama factor de potencia y se simboliza f.p.:

$$\text{f.p.} = \cos\varphi \qquad (8)$$

El ángulo φ se denomina ángulo del factor de potencia: si $\varphi > 0$, la corriente atrasa a la tensión (circuito inductivo), y si $\varphi<0$, la corriente adelanta a la tensión (circuito capacitivo). Ahora bien, como el coseno es una función par, no se puede determinar si la corriente adelanta o atrasa a la tensión a partir del f.p. solamente, o sea que se debe especificar el carácter del mismo indicando si el f.p. es inductivo o capacitivo.

Las evoluciones temporales de tensión, corriente y potencia instantánea se muestran en la figura 2(a), mientras que la evolución de p(t) descripta en la ecuación 6 se muestra en la figura 2(b):

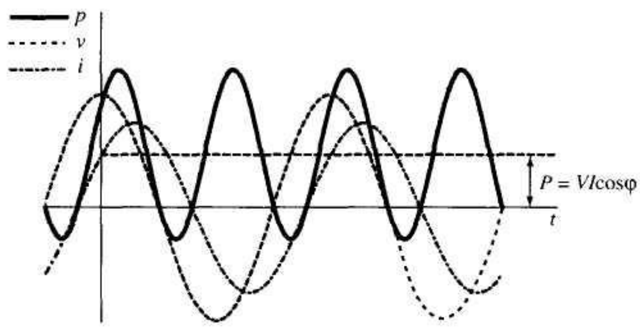


Fig.2 (a)

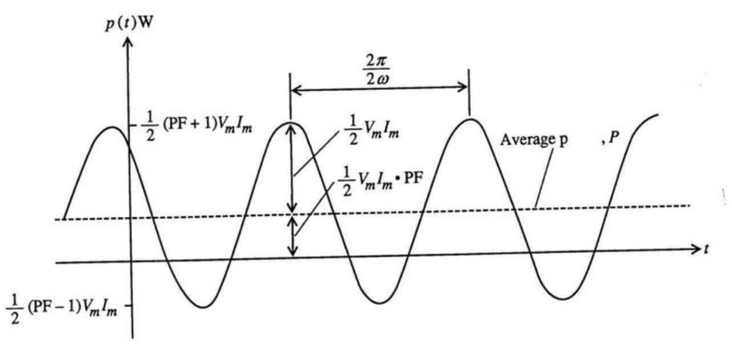


Fig. 2 (b)

Observamos que la potencia instantánea es una función periódica de frecuencia angular 2ω, y se caracteriza por poseer dos componentes: una constante $\frac{1}{2}V_mI_m \cos\varphi$ y una fluctuante de amplitud $\frac{1}{2}V_mI_m$ y frecuencia angular 2ω. Como el mayor valor de cos φ es 1, entonces p(t) tomará valores positivos y negativos. Un análisis del signo de la potencia instantánea nos permite decir que:

- Cuando p(t) > 0, la energía va de la fuente a la red.
- Cuando p(t) < 0, la energía vuelve desde la red a la fuente,

por lo que concluimos que la fuente no sólo entrega la energía que la red gasta, sino que "presta" energía que luego la red retorna.

Llamamos <u>potencia activa</u> al promedio de la potencia instantánea p(t) en un período ($T = 2\pi/\omega$):

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)\,dt \qquad (9)$$

y a partir de la ecuación (6) obtenemos que:

$$P = \frac{1}{2} V_m\ I_m\ \cos\varphi \qquad (10)$$

Vemos así que podemos hacer ciertas observaciones:

- La potencia activa depende no sólo de la amplitud de v(t) e i(t) sino de su diferencia de fase φ.

- Dado que $\dot{V} = Z\,\dot{I}$, donde Z = R + j X es la impedancia de punto motriz de N,

$$\varphi_V - \varphi_I = \varphi_Z = \varphi$$

consecuentemente, $P \geq 0 \Leftrightarrow |\varphi| \leq 90º$

lo cual significa que la componente resistiva de la impedancia de punto motriz de todas las redes pasivas es positiva o cero:

$$\mathrm{Re}\,\{Z(j\omega)\} \geq 0$$

- Si analizamos el término fluctuante en la ecuación (6), vemos que toda vez que $|\cos(\phi_V - \phi_I)| < 1$, la potencia instantánea p(t) cambia de signo, lo cual ocurre cuatro veces por período (ver fig. 2).

- En la ecuación 10, si en vez de V_m e I_m introducimos Z y Y, tendremos que:

$P = V\,I\cos\varphi = I^2\,\mathrm{Re}\,(Z)$ (expresión válida para modelo serie de impedancia)

y

$P = V\,I\cos\varphi = V^2\,\mathrm{Re}\,(Y)$ (expresión válida para modelo paralelo de impedancia)

9.2 Potencia aparente.

Hemos visto que la expresión de la potencia suministrada por una fuente depende de la amplitud de la tensión *v(t)*, de la corriente *i(t)* y del f.p. Si partimos de la ecuación (10), al producto:

$$S = V\,I = \tfrac{1}{2} V_m\,I_m \quad \text{o} \quad S = P\,/\,\text{f.p.} \qquad (11)$$

se denomina *potencia aparente* ***S***, y su unidad es el VA (volt-ampere), denominación que enfatiza el hecho de que es simplemente la mitad del producto de los valores máximos de v(t) e i(t), o el producto de sus valores eficaces, siempre bajo el supuesto de que se trate de magnitudes de evolución senoidal. La ecuación (11) muestra claramente que la potencia aparente no es igual a la potencia activa ($VI \neq P$).

La potencia aparente tiene un significado práctico para las compañías prestatarias del servicio eléctrico. En efecto, supongamos que una fábrica requiere un cierto valor de potencia activa P a una tensión dada V. La ecuación (11) muestra que la potencia aparente S será mayor si f.p. < 1 que si f.p. = 1, aún cuando la potencia P suministrada sea la misma. Si el valor de tensión está fijado en V voltios, esto implicará la demanda de una mayor corriente para obtener la misma potencia activa, lo cual significará un costo adicional para la compañía, debido a que la circulación de esta corriente mayor implica mayor disipación por calor en los componentes resistivos del sistema (por ejemplo, la resistencia de la línea). Esta es una de las razones por la que se multa a los grandes usuarios que operan con bajo factor de potencia, dado que una operación con bajo factor de potencia afecta el rendimiento en la transferencia de energía desde la fuente hacia la carga.

9.3 Potencia reactiva.

En esta parte del capítulo mostraremos la existencia de una potencia que hasta el momento no habíamos considerado, y que denominaremos *potencia reactiva*. Partiremos de la expresión de la potencia instantánea p(t) mostrada en la ecuación (6), y, aplicando distintas identidades trigonométricas mostraremos que la potencia instantánea asociada a una red pasiva puede descomponerse en dos partes: una que describe la energía que va desde la fuente a la red y se disipa en los elementos resistivos del circuito (potencia activa P), y otra que muestra la energía que va y viene entre la red y la fuente, asociada a la presencia de elementos reactivos.

Recordamos la siguiente identidad:

$$\cos(A + B) = \cos A \cos B - \operatorname{sen} A \operatorname{sen} B$$

Si expresamos el argumento de la tensión en función del argumento de la corriente:

$$\begin{aligned} v(t) &= V_m \cos(\omega t + \phi_v) = V_m \cos(\omega t + \phi_I + \varphi) = \\ &= V_m \cos\varphi \cos(\phi_I + \omega t) - V_m \operatorname{sen}\varphi \operatorname{sen}(\phi_I + \omega t) \end{aligned} \tag{12}$$

podemos observar que el primer sumando está en fase con i(t), mientras que el segundo esta en cuadratura con la misma, tal como se muestra en el siguiente diagrama fasorial:

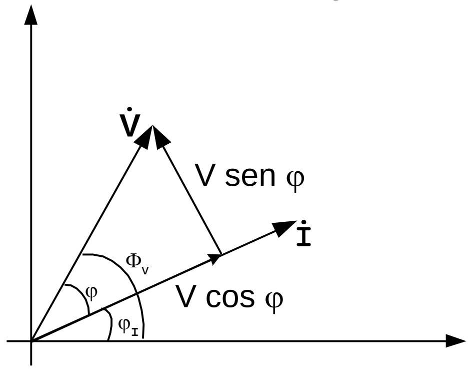


Fig. 3

Por lo tanto, podemos reescribir la expresión de la potencia instantánea p(t):

$$p(t) = v(t)\,i(t) = V\,I \cos\varphi \cos^2(\phi_I + \omega t) - V\,I \operatorname{sen}\varphi \operatorname{sen}(\omega t + \phi_I)\cos(\omega t + \phi_I) \tag{13}$$

Recordando las siguientes identidades trigonométricas:

$$\cos^2 A = ½(1 + \cos 2A)$$

$$\cos A \operatorname{sen} A = ½ \operatorname{sen} 2A = - ½ \cos(2A + \pi/2)$$

tendremos:

$$p(t) = \frac{V_m I_m}{2} \cos\varphi\, [1 + \cos 2(\Phi_I + \omega t)] + \frac{V_m I_m}{2}\, sen\,\varphi \cos [2(\omega t + \Phi_I) + \frac{\pi}{2})] \qquad (14)$$

Ahora bien, recordando que $P = ½\, V_m\, I_m \cos\varphi$ vemos que el coeficiente del primer sumando es la potencia activa, y que el coeficiente del segundo sumando muestra una forma similar, por lo que lo designamos con la letra ***Q*** y lo denominamos *potencia reactiva*

$$Q = \frac{1}{2} V_m\ I_m \operatorname{sen}\varphi \qquad (15)$$

La letra **Q** recuerda que el segundo término proviene de la componente de la tensión v(t) en cuadratura con la corriente i(t).
De esta manera, el valor instantáneo de la potencia queda expresado como:

$$p(t) = P[1 + \cos 2(\omega t + \phi_I)] + Q \cos[2(\omega t + \phi_I) + \frac{\pi}{2}] \qquad (16)$$

y, si recordamos que la potencia es la variación de la energía en la unidad de tiempo, vemos que *el primer sumando representa la energía que va desde la fuente a la red (potencia unidireccional)*, mientras que *el segundo sumando representa la energía que se intercambia entre la red y la fuente (potencia de intercambio).*

El primer término de la ecuación (16) en no negativo pues, tal como habíamos visto, $|\varphi| \leq 90^\circ$ y por lo tanto, $\cos\varphi \geq 0$, es decir que la componente de v(t) en fase con i(t) produce un flujo de energía periódicamente fluctuante pero continuo en la red, cuyo promedio es P. Entonces, podemos decir que:

"La componente de la tensión en fase con la corriente es responsable de la potencia que se consume en la red".

El segundo sumando de la ecuación (16) es senoidal y de valor medio cero, lo que representa un flujo permanente desde la fuente al circuito y viceversa. Dado que fue originado por la componente de v(t) en cuadratura con i(t) decimos que:

"La componente de tensión en cuadratura con la corriente es responsable del intercambio periódico de energía entre la red y la fuente".

En lo que concierne al segundo término, vemos que la red toma energía y la devuelve a la fuente, y la cantidad de energía depende de la amplitud Q de dicho término, que dijimos se denomina potencia reactiva y se expresa en volt-ampere reactivo (VAr).

De (15) y (16) vemos que Q = 0 si Z es real ($\operatorname{sen}\varphi = 0$, $\varphi = \arg Z$) y P = 0 si Z es imaginario puro ($\cos\varphi = 0$). De esta manera, podemos concluir que una resistencia no intercambia energía con la fuente, sino que la disipa, y una inductancia o una capacidad (ideales) no consumen energía sino que intercambian permanentemente energía con la fuente, debido a la fluctuación en ambos sentidos.

7. 4 Relación entre potencia reactiva y energía almacenada para inductancias y capacidades.

Existe una relación importante entre la potencia reactiva que entra a una inductancia y la energía promedio que se almacena en ella. Sabiendo que $\dot{V} = j\omega L \dot{I}$, se deduce que V = ω L I y el desfasaje φ = 90º. Reemplazando en la expresión de la potencia reactiva, tenemos que la potencia reactiva que entra a una inductancia es:

$$Q = V\,I\,\mathrm{sen}\,\varphi = I^2\,\omega\,L$$

La energía instantánea almacenada en L es, según sabemos:

$$\begin{aligned} w_l(t) &= \frac{1}{2} L\,i^2(t) = \frac{1}{2} L\,I_m^2 \cos^2(\omega t + \phi_I) \\ &= \frac{1}{2} L\,I_m^2 \left[\frac{1 + \cos 2(\omega t + \phi_I)}{2} \right] \\ &= \frac{1}{4} L\,I_m^2 + \frac{1}{4} L\,I_m^2 \cos 2(\omega t + \phi_I) \end{aligned} \qquad (17)$$

La energía promedio $\overline{W_L}$ será:

$$\overline{W_L} = \tfrac{1}{4}\,L\,I_m^2 = \tfrac{1}{2}\,L\,I^2$$

Si comparamos con la expresión de la potencia reactiva Q, vemos que:

$$Q = I^2\,\omega\,L \qquad \overline{W_L} = \frac{1}{2} L\,I^2 \qquad\qquad (18)$$

$$Q = 2\,\omega\,\overline{W_L}$$

Un resultado similar se aplica a los capacitores. De la expresión de la potencia reactiva Q, y sabiendo que $\dot{V} = -\,j1/\omega C\,\dot{I}$ resulta:

$$Q = V\,I\,\mathrm{sen}\,\varphi = -\,V^2\,\omega\,C$$

la energía instantánea es:

$$\begin{aligned} w_c(t) &= \frac{1}{2} C\,v^2(t) \\ &= \frac{1}{2} C\,V_m^2 \cos^2(\omega t + \phi_v) \\ &= \frac{1}{2} C\,V_m^2 \left[\frac{1 + \cos 2(\omega t + \phi_v)}{2} \right] \\ &= \frac{1}{4} C\,V_m^2 + \frac{1}{4} C\,V_m^2 \cos 2(\omega t + \phi_v) \end{aligned}$$

La energía promedio será $\bar{W}_C$

$$\bar{W}_C = \frac{1}{4} C V_m^2 = \frac{1}{2} C V^2$$

comparando con la expresión de Q, llegamos a que:

$$Q = -2\,\omega\,\bar{W}_C$$

Notemos que la potencia reactiva asociada a una capacidad es negativa, y la asociada a una inductancia es positiva. Por esta razón a los capacitores se los denomina "generadores de potencia reactiva", y a las bobinas "receptores de potencia reactiva". En forma más general, una red pasiva con reactancia total de carácter inductivo (Im(Z) >0) tendrá un $\varphi>0$ y por lo tanto una $Q > 0$, y podremos interpretar esto diciendo que la red "*consume potencia reactiva*". Una red pasiva con una reactancia negativa se corresponde a una $Q< 0$. Dicha red posee carácter capacitivo y diremos que *"genera potencia reactiva"*. Esto nos permite anticipar que, si una red tiene carácter inductivo, parte o la totalidad de su potencia reactiva podrá suministrarse desde componentes capacitivos en vez de desde la fuente, como se verá en un ejemplo próximo.

7.5 Potencia compleja

Para tratar P y Q en lo que se refiere a su aspecto formal, podemos usar una notación más directa a partir de la representación fasorial expresando:

$$\dot{V} = V\,e^{j\,\phi_V} \qquad \dot{I} = I\,e^{j\,\phi_I}$$

$$\dot{V} = Z\,\dot{I} \qquad \dot{I} = Y\,\dot{V}$$

$$V = z\,I \qquad I = y\,V$$

$$\Phi_v = arg\,Z + \phi_I \qquad \Phi_I = arg\,Y + \phi_V$$

donde Z y Y son, respectivamente, la impedancia y la admitancia de punto motriz de la red.

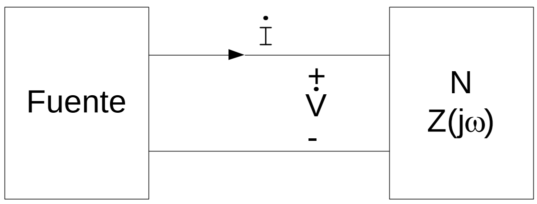


Fig. 4

Definimos <u>potencia compleja $\tilde{S}$</u> :

$$\tilde{S} = \dot{V}\dot{I}^* \qquad (20)$$

Su unidad es el VA, y si bien no tiene significado físico por sí misma, provee una forma conveniente de vincular cantidades físicamente significativas. Trabajando la expresión (20):

$$\tilde{S} = V\,I\,e^{j(\phi_v - \phi_I)}$$

$$= V\,I\,e^{j\varphi} = V\,I\,\angle\varphi = S\,\angle\varphi$$

Vemos que el módulo de la potencia compleja $\tilde{S}$ es la potencia aparente S, y su ángulo es φ, el ángulo de la impedancia de la red. Recordando Euler, podemos escribir que:

$$\tilde{S} = V\,I\,(\cos\varphi + j\,sen\,\varphi) = V\,I\cos\varphi + j\,V\,I\,sen\,\varphi$$
$$\tilde{S} = P + j\,Q$$

donde vemos que la parte real de la potencia compleja es la potencia activa y la parte imaginaria es la potencia reactiva. Esta expresión se ilustra en las figuras 5 y 6. En particular, la figura 6 se denomina *triángulo de potencia.*

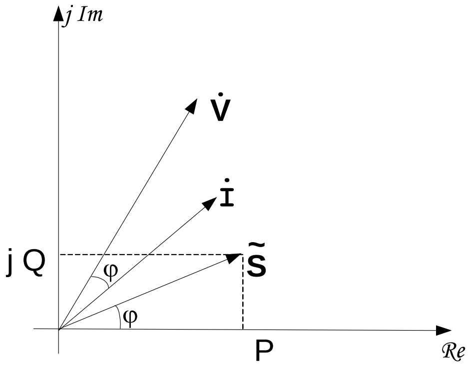


Fig. 5

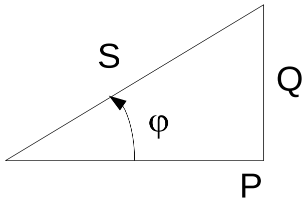


Fig.6

A partir del triángulo de potencia, aplicando el teorema de Pitágoras, podemos ver que:

$$\mathrm{S} = V\,I = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

y

$$f.p. = \cos\varphi = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}}$$

ambas expresiones útiles pues expresan la potencia aparente S y el factor de potencia (f.p.) en función de P y Q.

Utilizando la ley de Ohm: $\dot{\mathrm{V}} = \mathrm{Z}\,\dot{\mathrm{I}} = [\mathrm{Re}\,(\omega + \mathrm{j}\,\mathrm{X}(\omega)]\,\dot{\mathrm{I}}$ y reemplazando entonces en la expresión de la potencia compleja obtendremos:

$$\tilde{S} = \dot{V}\,\dot{I}^{*} = Z\,\dot{I}\,\dot{I}^{*} = Z\,I^2$$
$$= I^2\,R(\omega) + j\,I^2\,X(\omega)$$

El primer sumando de esta expresión corresponde a la potencia activa, y el segundo a la potencia reactiva, y podemos ver que, para una corriente dada, la potencia activa P depende de la resistencia de la red R(ω) y la potencia reactiva Q de la reactancia neta X(ω).

9. 6 Conservación de la potencia compleja en circuitos lineales en régimen permanente senoidal

En el capitulo 2 mostramos que el cumplimiento de las leyes de Kirchhoff de corriente y de tensión implican que la energía se conserva en cualquier circuito eléctrico, situación que expresábamos diciendo que $\sum p(t) = 0$. Podemos demostrar que algo similar ocurre en circuitos lineales invariantes en el tiempo que operan en régimen permanente senoidal.

<u>Teorema:</u> En todo sistema lineal invariante en el tiempo, que trabaja en régimen permanente senoidal e isofrecuencial, la potencia compleja se conserva.

Comentario: Esto no solo implica que se conserva P sino que se conserva Q. Luego, si algún elemento absorbe una cantidad Q de potencia reactiva, esta cantidad deberá ser suministrada al circuito por una o más fuentes independientes o por uno más elementos del mismo. Este hecho es de suma importancia en la ingeniería de sistemas de potencia.

<u>Demostración:</u> Supongamos que hay solo una fuente actuando en el circuito, como se muestra en la figura 6.

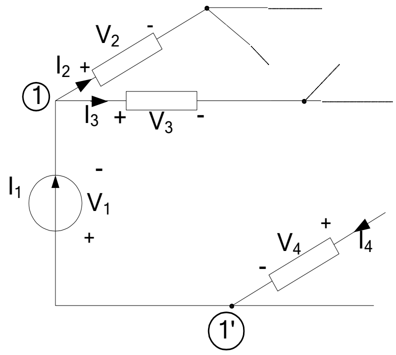


fig. 7

Asignaremos direcciones de referencia asociadas a todas las ramas de la red, y llamaremos $\dot{V}_1, \dot{V}_2 ..... \dot{V}_b$ los fasores tensión de rama, e $\dot{I}_1, \dot{I}_2 ..... \dot{I}_b$ los fasores corrientes de rama. Las tensiones de rama cumplen con la ley de Kirchhoff de tensiones, y las corrientes de rama con la ley de Kirchhoff de corrientes. En particular podemos expresar que $A\dot{I} = 0$.

Dado que la matriz incidencia reducida tiene elementos <u>reales</u>, si tomamos el conjugado de esta ecuación obtenemos:

$$A\dot{I}^* = 0$$

es decir, las corrientes conjugadas también satisfacen la LKC. Consecuentemente, por el teorema de Tellegen, podemos escribir que:

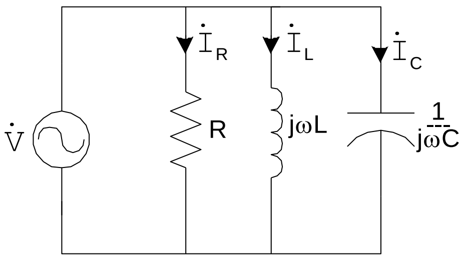
$$\sum_{k=1}^{b} \dot{V}_k \dot{I}_k^* = 0$$

de donde, discriminando la rama que contiene a la fuente:

$$\dot{V}_1 \dot{I}_1^* = \sum_{k=2}^{b} \dot{V}_k \dot{I}_k^*$$

Esta expresión la podemos interpretar diciendo que la <u>potencia compleja entregada por la fuente de corriente al circuito</u> (miembro de la izquierda), es igual a la <u>suma de las potencias complejas absorbidas por cada rama del circuito</u> (miembro de la derecha).

<u>Ejemplo</u>: En el circuito de la figura siguiente, analizar la distribución de potencia compleja.



$$\text{R} \qquad \tilde{S}_R = P_R = \frac{V^2}{R} \qquad Q_R = 0$$

$$\text{L} \qquad \tilde{S}_L = j\,Q_L = j\,\frac{V^2}{\omega\,L} \qquad P_L = 0$$

$$\text{C} \qquad \tilde{S}_C = j\,Q_c = j\,\omega\,C\,V^2 \qquad P_C = 0$$

Por el teorema de conservación de potencia, la suma de las potencias de cada rama debe igualar a la potencia compleja de la fuente:

$$\tilde{S}_f = \tilde{S}_R + \tilde{S}_L + \tilde{S}_C = P_R + j\,(\,Q_L - Q_C\,) =$$
$$= \frac{V^2}{R} + j\left(\frac{V^2}{\omega L} - \omega\,C\,V^2\right)$$

expresión que podemos representar en el siguiente triángulo de potencias:

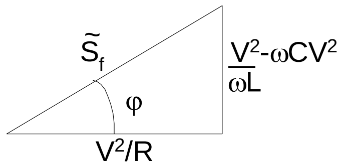


Fig. 8

La potencia activa entregada por la fuente (componente real de la potencia compleja) es V^2/R, que es igual a la potencia disipada por la resistencia. La potencia reactiva suministrada por la fuente es la suma de las potencias reactivas consumidas por la inductancia y por la capacidad (componente imaginaria de la potencia compleja). En vista del signo **(-)** de Q_c, el capacitor puede pensarse como una fuente de potencia reactiva. Con esta interpretación, la potencia reactiva neta suministrada por la fuente es la diferencia entre la potencia reactiva “consumida” por la inductancia y la potencia reactiva “suministrada” por la capacidad.

Como según vimos antes Q_L y Q_c pueden expresarse en función de las energías promedio almacenadas en la inductancia y el capacitor, llegamos a que:

$$\tilde{S} = \frac{V^2}{R} + j\,2\,\omega\,(\,\overline{W_L} - \overline{W_C}\,)$$

La potencia reactiva suministrada por la fuente es igual a 2ω veces el exceso de energía almacenada en el campo magnético respecto a la almacenada en el campo eléctrico.

$$\tilde{S} = P + j\,2\,\omega\,(\,\overline{W_L} - \overline{W_C}\,)$$

donde: P es la potencia activa total disipada en las resistencias.

$\bar{W}_L$: energía magnética promedio total almacenada en las L.

$\bar{W}_C$: energía magnética promedio total almacenada en los capacitores.

Esta última ecuación, a la cual corresponde el diagrama de la figura siguiente, representa un resultado teórico muy general, ya que se aplica a cualquier red compuesta por R, L y C. Vemos que cualquier red podrá aparecer resistiva para la fuente a una frecuencia particular ω si y solo si la energía de campo magnético promedio a esa frecuencia iguala a la energía de campo eléctrico promedio $\bar{W}_L$ - $\bar{W}_C$.

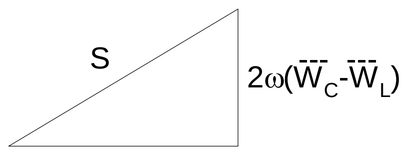
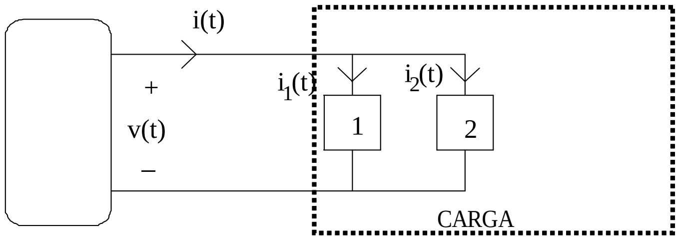


Fig. 9

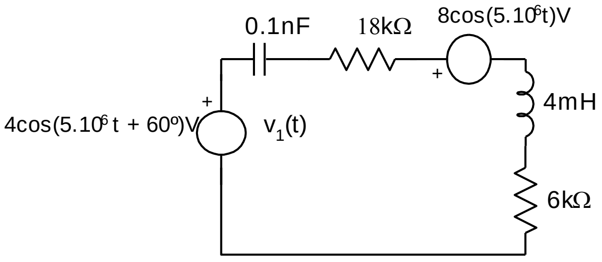
Ejemplos de aplicación:

1) *Las tensiones y corrientes del siguiente circuito son senoidales con una frecuencia de 60 Hz. La carga 1 consume 1W con f.p. 0,8 inductivo. La carga 2 consume 1W con un f.p. 0,9 inductivo. La corriente eficaz es I = 1A. Hallar:*
   a) *El valor eficaz de la tensión v(t).*
   b) *La potencia reactiva que toma la carga.*
   c) *La impedancia de punto motriz* $\boldsymbol{Z_{in}}$ *de la carga.*
   d) *La potencia aparente que toma la carga.*
   e) *El factor de potencia de la carga.*

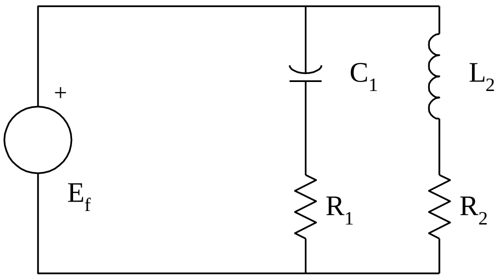


Rta: *a) V = 2,35v* *b)* Q_T *= 1,23 VAR* *c) Z = 2,35 ∠31,67° Ω*
d) S_T *= 2,35 VA* *e)* f_p *= 0,85 ind.*

2) Determine la potencia absorbida por la resistencia de 6 kΩ y la suministrada por la fuente $v_1(t)$ *en el circuito de la figura*



3) Sabiendo que P_{R1} = 30 W, R_1 = 3Ω, $S_{rama\ 1}$ = 50VA, $\tilde{S}_{fuente} = (50 - j20)VA$ *, f =50Hz, calcular los valores de E_f, R_2, L_2 y C_1.*



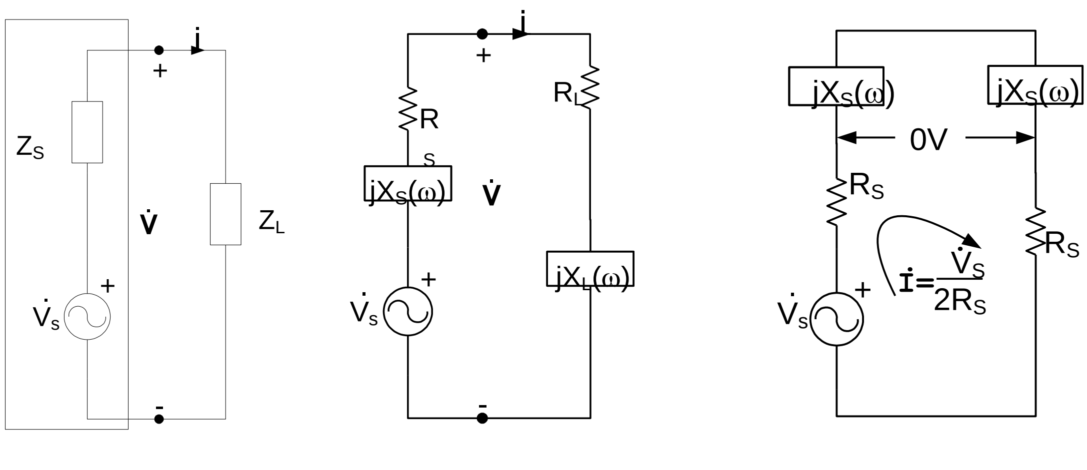
Rta.: $E_f = 15{,}82V$ $R_2 = 6{,}26\Omega$ $L_2 = 19{,}86mH$ $C_1 = 795\mu F$

9.7 Máxima transferencia de potencia en circuitos de corriente alterna.

Consideremos un dipolo que alimenta a una carga Z_L, y supongamos que el circuito está en régimen permanente senoidal a frecuencia ω. El problema consiste en determinar la impedancia de carga Z_L para que la potencia activa recibida por la carga sea máxima. Este tipo de problemas surge, por ejemplo, en el diseño de radares: la antena recoge una señal que debe ser amplificada, y se debe elegir la impedancia de entrada del amplificador (Z_L) para que reciba máxima potencia activa.

a) Análisis

Supongamos modelizar el dipolo fuente por su equivalente de Thévenin, siendo $\dot{V}_S$ el fasor representativo de la tensión de fuente, y $Z_s = R_s(\omega) + jX_s(\omega)$ la impedancia de la fuente.



(a) (b) (c)

Fig. 10

El teorema de conservación de la potencia compleja implica la conservación de P y de Q. Esto nos permite decir que la potencia activa recibida por al carga $Z_L$es igual a la potencia activa generada por la fuente menos la potencia activa disipada por Z_S. Por tanto, si la corriente es $\dot{I} = I\angle\Phi_I$ será:

$$P_L = Re\,[\dot{V}_s\,\dot{I}^{*}] - R\,I_L^2$$

Nuestra pregunta ahora es: ¿cuál es la máxima potencia que la fuente es capaz de entregar, y bajo qué condiciones lo hace?. O, planteado de otra forma, para V_s y Z_s fijos, ¿qué impedancia de carga Z_L recibirá la máxima potencia desde la fuente, suponiendo que las partes real e imaginaria de $Z_L(j\omega)$ pueden ajustarse independientemente?.

Para responder a esta pregunta nos referiremos a la figura 10 (b) y calcularemos la potencia activa entregada a la carga:

$$P_L = I^2 R_L(\omega)$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{V}}{R_s(\omega) + j X_s(\omega) + R_L + j X_L(\omega)}$$

$$I = \frac{V}{\sqrt{[R_s(\omega) + R_L(\omega)]^2 + [X_s(\omega) + X_L(\omega)]^2}}$$

de donde:

$$P_L = I^2 R_L(\omega) = \frac{V^2}{[R_s(\omega) + R_L(\omega)]^2 + [X_s(\omega) + X_L(\omega)]^2} \cdot R_L(\omega)$$

Vemos que P_L será máxima cuando sea máxima I, y por inspección de la expresión de I vemos que esto ocurre cuando $X_L(\omega) = -X_s(\omega)$, lo cual implica que:

$$P_L = \frac{V^2}{[R_s(\omega) + R_L(\omega)]^2} R_L(\omega)$$

La representación gráfica de esta expresión es:

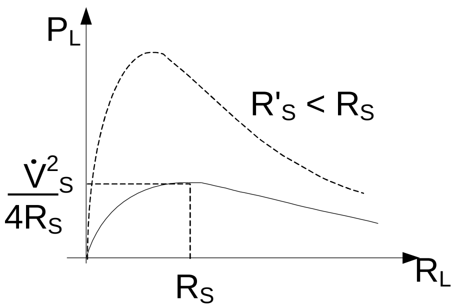


Fig. 11

Derivando respecto de R podemos obtener el valor de resistencia que maximiza la potencia, y que, según vimos en el capítulo 6, resulta ser:

$$R_s = R_L$$

Uniendo las dos condiciones vemos que la Z_L óptima es:

$$Z_L = R_L + jX_L = R_s - jX_s = Z_s^*$$

y la potencia máxima transferida es:

$$P = \frac{V^2}{4R_S^2} R_S = \frac{V^2}{4R_S}$$

b) Conclusión:

Teorema de máxima transferencia de potencia:

Dado un dipolo que opera a frecuencia angular ω en régimen permanente senoidal, el cual podemos representar por su equivalente de Thévenin (E_s, Z_s) con $R_s > 0$, la impedancia de carga Z_L recibirá la máxima potencia si y solo sí:

$$\mathbf{Z_L = Z_s^*}$$

y dicha potencia máxima será $P_L = V^2 / 4 R_s$

c) Comentarios:

1. Cuando $Z_L = Z_s^*$ decimos que hay **adaptación de impedancias.**

2. Cuando $Z_L = Z_s^*$, dado que $R_s = R_L$, solo hay un rendimiento del 50 %. Aún así, $Z_L = Z_s^*$ es la mejor opción, si Z está dada y no la podemos modificar.

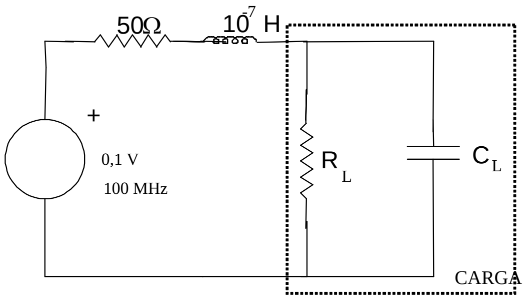
3. El ingeniero que diseña alternadores nunca hace adaptación de impedancias, dado que si el alternador recibe potencia de la turbina ($P_{mec} = T.\omega$), él desea que la mayor parte de esa potencia salga del alternador como energía eléctrica, es decir, busca el máximo rendimiento. Luego, intentará conseguir que la resistencia de la fuente R_S sea lo más pequeña posible. Para él, Z_S no está dada, sino que la diseña para obtener el máximo rendimiento de la máquina. Los grandes alternadores de las compañías tienen rendimientos del orden del 95 %.

4. Por el contrario, si se trata de transmitir una señal, el interés va a estar centrado en que la potencia transferida sea máxima. En esas condiciones se realizará la correspondiente "adaptación de impedancias" para lograr este objetivo.

Ejercicios de aplicación:

1) La fuente de tensión de la figura siguiente es senoidal y de valor 0,1V eficaz, con f = 100 MHz. Hallar los valores necesarios de C_L y R_L para aumentar al máximo la potencia disipada en R_L. ¿Cuál es el valor de dicha potencia máxima?

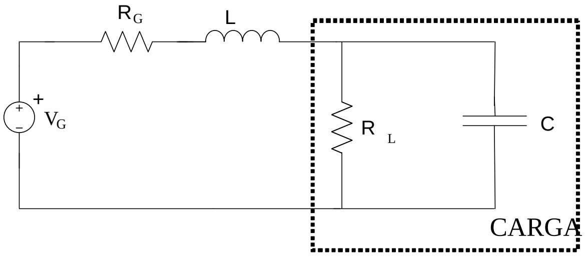
Si C_L = 0F, ¿qué valor de R_L aumentará al máximo la potencia entregada a R_L? ¿Cuál es el valor de dicha máxima potencia en este caso?



Rta.: $R_L = 129{,}38\Omega$ $C_L = 15{,}49\ pF$ $P_L = 50\ \mu W$

Para $C_L = 0\ F$ $R_L = 80{,}27\Omega$ $P_L = 38{,}37\mu W$

2) *El generador de señal de la figura tiene una resistencia interna $R_G = 5\ \Omega$. Hallar los valores de L y C que proveen máxima transferencia de potencia en $\omega = 10.000$ rad/s a una carga $R_L = 500\ \Omega$.*

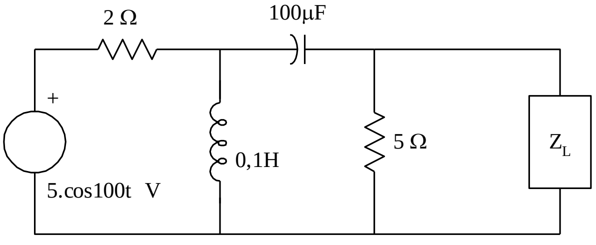


Rta: $L = 5\ mH$ $C = 1{,}98\ \mu F$

3) *En el siguiente circuito hallar:*

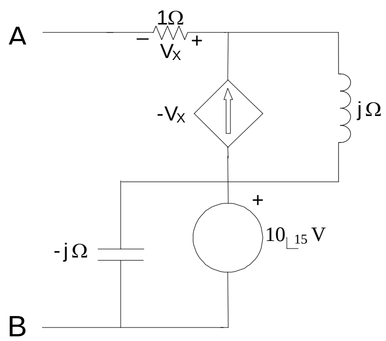
a) *El valor de Z_L para que la potencia transferida sea máxima.*

b) P_L, Q_L, S_L



Rta.: $Z_L = (4{,}98 + 0{,}249\ j)\ \Omega$ $P_L = 3\ mW$ $Q_L = 155{,}6\ \mu VAr$ $S_L = 3\ mVA$

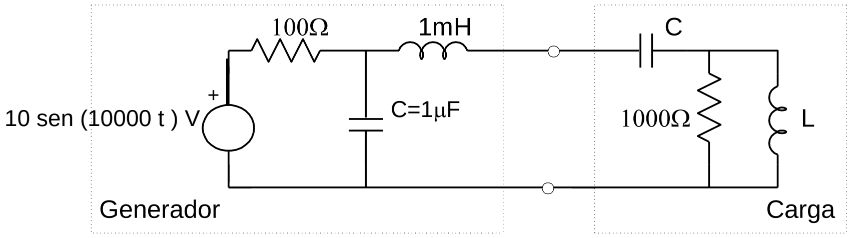
4) *Considerar la red activa mostrada en la figura siguiente:*



a) ¿Qué impedancia debería conectarse como carga de la red para consumir la máxima potencia activa?
b) ¿Cuánto vale la máxima potencia activa que puede obtenerse de la red?

<u>Rta</u>: *a)* $Z_L = (1 - j\,2)\ \Omega$ *b)* $P_a = 25\ W$

5) En el siguiente circuito se pide calcular los valores de L y C para que se produzca máxima transferencia de potencia activa del generador a la carga.



<u>Rta.:</u> *L = 22,9 mH* *C = 563 nF*

9.8 Medición de potencia en los circuitos de corriente alterna.

La potencia en los circuitos de C.A. se mide usualmente con instrumentos denominados watímetros, los cuales pueden ser analógicos, digitales o electrónicos. Corrientemente, y hasta la generalización del uso de instrumentos digitales, la medición de potencia se realizaba con instrumentos analógicos, los cuales, de acuerdo a su <u>principio</u> de funcionamiento podían se electrodinámicos, electrostáticos, de inducción, electrodinámicos con núcleo ferromagnético o térmicos.

De las distintas alternativas, la más utilizada, en caso de hablar de instrumentos analógicos y siempre que la frecuencia de las magnitudes energizantes no exceda los 1000 Hz, es la de instrumentos electrodinámicos, que, bajo características constructivas particulares, brindan información con error relativo mejor que 0,1 %, pudiéndose llegar, con frecuencias de 50 o 60 Hz y materiales con ciclo de histéresis muy particular (mu-metal), a mediciones con error relativo mejor que 0,01 %.

Este tipo de watímetro electrodinámico consiste usualmente en una bobina fija y una móvil. La móvil rota dentro de la fija y está acoplada a una aguja que se desplaza sobre una escala. La bobina fija esta realizada con alambre grueso, por lo que su resistencia es baja, y se conecta en serie con el circuito a medir, tal como la bobina de un amperímetro, por lo cual se la denomina **bobina serie o amperométrica**. La bobina móvil esta devanada con un alambre muy fino, representa prácticamente una resistencia pura de alto valor (como la de un voltímetro), y se la conecta en paralelo con el circuito a medir, por lo que se la denomina **bobina shunt o voltimétrica**.

La cupla instantánea desarrollada en el sistema es la descripta por la siguiente ecuación:

$$C = k\, i_v\, i_i\, \frac{d\,M}{d\,\theta}$$

donde i_i e i_v son las corrientes por cada una de las bobinas descriptas, M es la inductancia mutua entre ambas bobinas (o sistemas), y θ es el ángulo de rotación de un sistema respecto del otro.

Dado que la corriente i_v es proporcional a la tensión en bornes v_{ab}, de esta expresión se desprende que la lectura de un watímetro es proporcional al producto de la tensión V_{ab} y la corriente I, sensadas por la bobina de tensión y de corriente respectivamente. Si v e i son constantes, la lectura del watímetro nos dará el valor de la potencia. Si en cambio son magnitudes de variación senoidal, recordamos que la potencia instantánea tenía una componente constante y una de frecuencia doble. Sin embargo, esta vibración de frecuencia doble, para frecuencias superiores a 10 Hz, es despreciable por la inercia mecánica de la bobina móvil, por lo que la deflexión del watímetro dependerá solo de

$$V_{ab}\ I \cos \varphi$$

la cual nos permite decir que la cupla desarrollada es proporcional a la potencia media o activa P.

El esquema de un watímetro es:

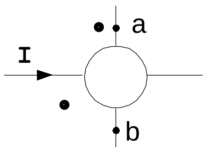


Fig. 12

Los bornes indicados con un punto se denominan “bornes homólogos”, e indican que la tensión es la d.d.p. entre el terminal a marcado con un asterisco (•) y el otro, sin marcar y que, respetando la concordancia entre sentidos convencionalmente positivos de tensión y corriente, la corriente ingresa al instrumento por el terminal de la bobina marcado con (•) .

Si pensamos la expresión de P como representativa de la cupla en el instrumento, vemos que, a iguales valores de V_{ab} e I, si el cos φ es bajo, la cupla es reducida, llegando, para $\varphi = \pi/2$ a valor nulo, con lo cual es instrumento no estaría midiendo nada. Es por esto que, debido a que en sistemas eléctricos pueden hallarse valores de φ lo suficientemente elevados (o sea, cos φ bajo) que comprometan el valor de la cupla, y consecuentemente, el valor de la medición, se construyen watímetros denominados "de bajo cos φ " aptos para mediciones en circuitos con bajo factor de potencia (por ejemplo, circuitos altamente inductivos, situación que se da cuando se quiere medir la potencia de vacío de un transformador)

9.9 Determinación del carácter de una impedancia a través de una medición de potencia.

Sea el siguiente circuito:

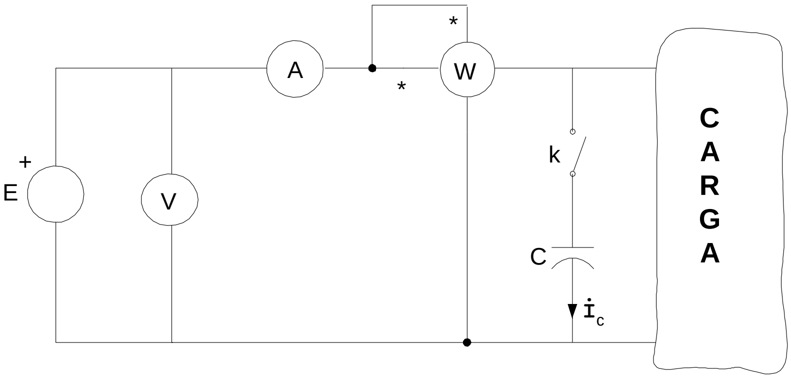


Fig. 13

El watímetro nos indica el valor de potencia activa P = V I cos φ. El módulo de la impedancia de carga está dado por z = V/I y el cos φ por

$$\cos\varphi = \frac{P}{V\,I}$$

Dado que la función coseno es una función par, la simple correspondencia de los sistemas de tensión y corriente señalizada en bornes del instrumento no permite determinar por observación el signo de la diferencia de fase.

Para lograr tal información, y suponiendo que no se disponga de un instrumento que mide el factor de potencia (cosfímetro), se recurre a una disposición como la mostrada en la figura 13, donde se ha previsto un interruptor K que, al cerrarse, introduce en el circuito un capacitor C.

Si la carga fuera inductiva, luego de cerrado K el diagrama fasorial sería el de la figura 14 (a):

(a): circuito con carga inductiva (b): circuito con carga capacitiva

Fig. 14

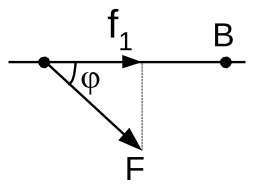
En efecto, una vez cerrado el interruptor comienza a circular corriente por el capacitor. Esta corriente adelanta 90º a la tensión en bornes, y se suma vectorialmente a la corriente que demanda la carga, la cual por ser de carácter inductivo tiene un desfasaje φ < 0 respecto a la tensión, lo cual da como resultado una reducción de corriente por la línea (I’ < I), observándose una lectura menor en el amperímetro.

Si, por el contrario, la carga fuera capacitiva (φ >0), el diagrama fasorial seria el de la figura 14 b, y la corriente medida por el amperímetro con K cerrado sería mayor que I.

9.10 Análisis del factor de potencia.

Recordemos primeramente la expresión del trabajo realizado por una fuerza aplicada a una masa **m**, cuando la recta de acción de la misma forma respecto a la trayectoria un cierto ángulo φ. El trabajo realizado al desplazar la masa m desde A hasta B (supuestamente en una trayectoria rectilínea) es numéricamente igual al que realiza la componente de la fuerza sobre la trayectoria y está dado por:

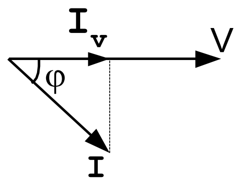
$$W = F_{AB} . \overline{AB}$$



donde $F_{AB} = F \cos \varphi$

En forma análoga, si consideramos un receptor lineal, energizado por una tensión de evolución armónica, cuya corriente se halla desfasada un cierto ángulo φ respecto a la tensión, la potencia activa se expresa por

$$P = V\, I_v = V\, I \cos \varphi$$



la cual es una expresión formalmente igual a la anterior.

Según podemos observar en este esquema, el factor de potencia del sistema es la relación entre la <u>componente de la corriente que está en fase con la tensión y la corriente total absorbida por el receptor</u>. Surge así en forma inmediata la conveniencia de desfasar la corriente respecto de la tensión de manera tal que, a igualdad de potencia transferida y manteniendo constante la tensión, la corriente demandada sea la menor posible. Es decir, lograr un cos φ lo más próximo a 1 posible.

En la mayoría de los sistemas en los cuales la carga es inductiva, el ángulo φ es tal que la diferencia entre la corriente absorbida por la instalación y la que contribuye a la potencia activa es mínima.

Ahora bien, como consecuencia del bajo factor de potencia de las cargas, se demandará mayor corriente por la línea para mantener, <u>a igualdad de tensión en el receptor</u>, un valor de P dado. Se hace necesario entonces, reducir la corriente en los sistemas de transporte eléctrico (líneas de transmisión), tratando en lo posible de introducir en dichos sistemas componentes (estáticos o dinámicos) que originen corrientes con un ángulo de fase de signo opuesto al comentado. En síntesis, lograr lo que en la figura 14 originaba el cierre del interruptor K.
Esto es lo que se denomina *"necesidad de corrección del factor de potencia del sistema".*

Examinaremos el problema de corrección del factor de potencia para cargas inductivas. El planteo es el siguiente: a una carga de carácter inductivo $Z_2 = R + j\, X_2$ se le suministra una potencia P a un valor dado de tensión de línea V_2. Se desea minimizar la corriente por la línea de manera de minimizar las pérdidas de potencia en la línea de transmisión, $I^2\, R_1$, siendo R_1 la resistencia de la línea de transmisión.

Las compañías proveedoras de energía objetan los valores innecesariamente altos de corriente por las líneas debido a la excesiva pérdida de potencia que originan. Para una tensión de generación dada, el factor de potencia determinará los requisitos de potencia aparente del sistema. El tamaño y el costo de todo el equipamiento de transmisión depende de esto, o, en forma equivalente, del máximo valor de corriente que puede circular por los arrollamientos y los costos de refrigeración del generador requeridos. Si bien para los usuarios que consumen poca potencia con un factor de potencia elevado el principal costo es el de la energía suministrada, los usuarios con bajo factor de potencia y/o altos picos de consumo de energía incrementan los requisitos de potencia aparente del sistema de distribución.

La corrección del factor de potencia no es de interés para el usuario domiciliario, cuyo factor de potencia es en general alto y requiere una potencia baja. Pero los usuarios industriales deben minimizar el valor de la corriente manteniendo inalterado el valor de potencia suministrado a la carga. Dado que $P = V\, I \cos \varphi$, vemos que

$$I = \frac{P}{V \cos\varphi}$$

de forma que para minimizar I manteniendo constante P, la única opción es incrementar el factor de potencia $\cos \varphi$. Esto implica disminuir la reactancia neta que hace que aumente el desfasaje entre tensión y corriente. Suponiendo que la carga es inductiva, el triángulo de potencia correspondiente se muestra en la figura 15(a).

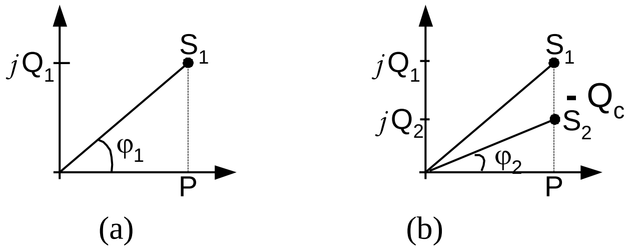


Fig. 15

Notemos que no podemos simplemente agregar una reactancia capacitiva X_c a la carga inductiva X_1 para hacer la carga total puramente resistiva porque debemos mantener inalterada la tensión en bornes de la carga. Por ello, los capacitores deben conectarse en paralelo con la carga, con lo que la potencia en la misma no se ve afectada.

Ubicando una reactancia capacitiva jX_c en paralelo con la carga $Z = R + j\, X_1$, se agrega una potencia reactiva negativa al triángulo de potencias original, como se muestra en la figura 15(b). De esta manera, la potencia aparente total se reduce, pasando a un valor S_2, así como el ángulo φ, con lo cual el factor de potencia del conjunto aumenta.

El beneficio obtenido es notable, ya que la potencia útil no ha disminuido, si bien la corriente de línea se redujo por haberse incrementado el factor de potencia $\cos \varphi$, con lo cual se redujeran las pérdidas en la línea. Físicamente, la potencia reactiva requerida por la carga inductiva es suministrada cíclicamente por el capacitor y retornada al mismo en vez de demandarla de los generadores de la compañía proveedora del servicio. Un mejoramiento del factor de potencia también reduce los kVA necesarios por el sistema de transmisión, y de esta manera su tamaño y su costo, redundando, en definitiva, en un incremento de la capacidad disponible del mismo.

Lógicamente existe un costo, que es el de instalación de los capacitores, dado que el precio de los capacitores usados para mejorar el factor de potencia es proporcional al valor de Q que deben suministrar, y cuanto mayor el valor de Q, mayor número de capacitores deben ubicarse en paralelo para manejar la potencia reactiva.

Analizaremos ahora qué relación hay entre la energía puesta en juego por los capacitores y la corrección del factor de potencia.

Sea e (t) = E_{max} sen ωt la d.d.p. en bornes del capacitor. Si la capacidad del mismo es C, la carga instantánea será:

$$q(t) = C\ E_{max}\ \text{sen}\ \omega t$$

y la corriente será:

$$i(t) = dq(t) / dt = d\ (C\ \ e)/\ dt = C\ \ E_{max} \cos\ \ \omega t =$$
$$= C\omega\ E_{max}\ \text{sen}\ (\omega t + \pi/2)$$

de donde vemos que el valor eficaz de la corriente será:

$$I = C\ \ \omega E = 2\ \pi\ f\ C\ E$$

De esta forma vemos que la potencia aparente del condensador, que es totalmente reactiva, será:

$$S = Q = V\ I = E\ C\ \ \omega E = C\ \omega\ \ E^2$$

o sea que el valor de capacidad necesario, a una potencia reactiva fija, varía con el cuadrado de la tensión y con la frecuencia:

$$C = \frac{Q}{\omega\ E^2}$$

La potencia reactiva provista por el condensador compensará una parte de la potencia reactiva de carácter inductivo de la red:

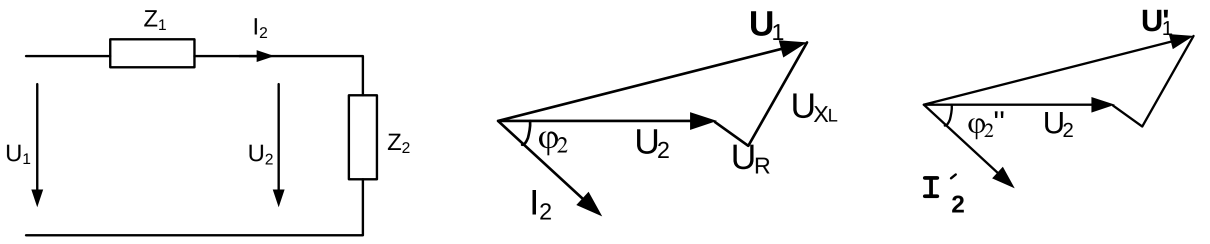
$$Q = V^2 /\ \ \omega L$$

Idealmente se obtendrá un cos φ = 1 cuando sea

$$V^2/\ \ \omega\ L = C\ \omega\ \ V^2 \ \ \Rightarrow\ \ LC\ \omega^2 = 1$$

es decir, cuando la potencia reactiva de carácter inductivo sea totalmente compensada por la potencia reactiva de carácter capacitivo, y, consecuentemente, el circuito se comporte como resistivo puro.

Para fijar estos conceptos, veremos como ejemplo el esquema de la figura siguiente.



Caso 1: ***cos φ_2 = 0,9 i***

P_2 = 1 kW	U_2 = 220 V	Z_l = 1 + j 1 Ω
Resultando: **I_2 = 5, 05 A**	U_{Z1} = I Z_l = 7,14 V	**U_1 = 226,76 V**

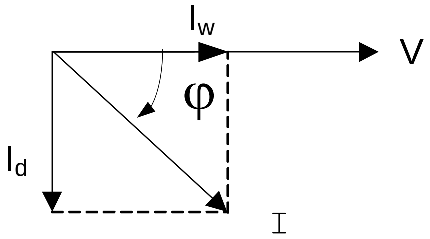
Caso 2: ***cos φ_2= 0,7 i***

P_2 = 1 kW	U_2 = 220 V	Z_l = 1 + j 1 Ω

Ahora será: **$I_2' = 6{,}5$ A** $U_{Z1} = 9{,}2$ V > U_l **$U_1' = 229{,}2$ V**

Surge así la necesidad de mantener φ en un valor lo más bajo posible, de forma de reducir la corriente por la línea y consecuentemente las pérdidas en la misma, llevando los generadores a un punto de trabajo menos exigido.

A la corriente en el diagrama fasorial se la puede considerar descompuesta en dos componentes, una en fase con la tensión y otra en cuadratura con la misma:



Donde: I_w = corriente "wattada" (componente en fase con V)
I_d = corriente "dewattada" (componente en cuadratura con V)

Tal como habíamos visto antes, la componente de corriente en fase con la tensión (corriente "wattada") es la que hace el trabajo útil. La componente de corriente en cuadratura con la tensión (corriente dewattada) no realiza trabajo útil, pero se necesita una mayor sección en los conductores para transportarla, y origina pérdidas de distinta índole que, en definitiva, demandan una mayor componente activa.

9.11 Ubicación de la capacidad para corrección del f.p.

La utilización de capacitores es, a primera vista, el modo mas natural de mejorar el factor de potencia en cuanto al suministro de potencia reactiva, ya que la misma es constante.
Dado que:

$$C = \frac{Q}{\omega E^2}$$

vemos que, a un valor C dado de capacidad, la elección de la tensión que la energiza determina la cantidad de energía de intercambio disponible. Dado que la introducción de un capacitor produce una disminución de corriente por la línea, y éste es nuestro objetivo, vemos que la ubicación ideal del capacitor utilizado para corrección del f.p. será en el lugar más próximo a la carga posible. Lo vemos en los siguientes diagramas, donde planteamos dos situaciones diferentes:

Caso 1: Ubicación del capacitor en bornes del generador

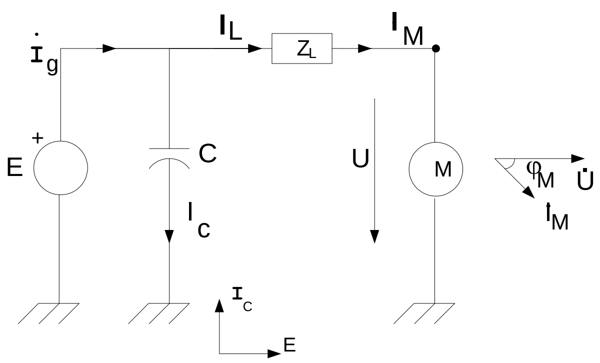


Fig. 16 (a)

En estas condiciones, la corriente que circula por línea es la corriente que toma la carga, con un factor de potencia bajo. La potencia disipada en la línea será función del valor de corriente que circula por ella, el cual depende del factor de potencia de la carga. Cuando se conecta el capacitor, el mismo aporta una corriente tal como la mostrada en el diagrama fasorial, la cual se suma a la de la línea para dar la corriente que entrega el alternador.
En este caso, no se produce el efecto deseado, dado que el mayor valor de corriente es el que circula por la línea.

***Caso 2: Ubicación del capacitor en bornes de la carga**.*

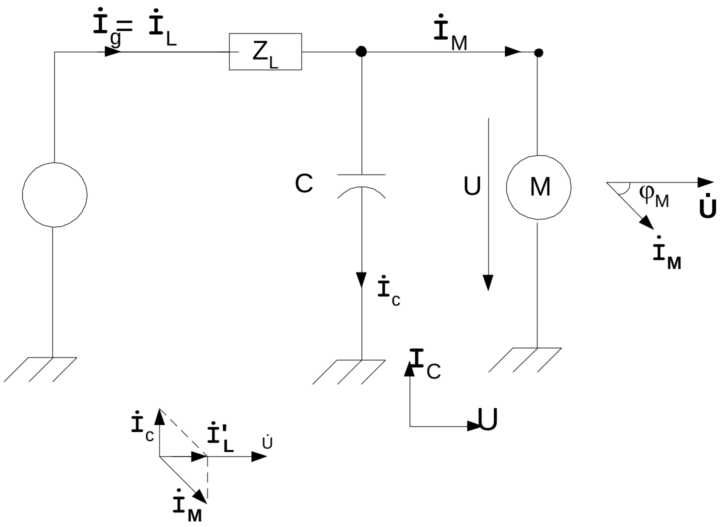


Fig. 16 (b)

En este caso se ubicó la capacidad en bornes de la carga. De esta manera, la corriente por el capacitor $\dot{I}_c$ se suma a la que demanda la carga $\dot{I}_M$, dando una corriente resultante menor que la que circulaba originalmente por la línea. De esta manera se reducen las pérdidas de potencia en la línea respecto del caso anterior.

Ejercicios de aplicación:

1) Una fuente de tensión senoidal de 120V eficaces, 60 Hz, alimenta una carga constituida por un motor y una capacidad conectados en paralelo. El motor consume 50 KW con un f.p. = 0,8 inductivo, y la capacidad tiene un valor C.

a) Qué valor de C se requiere para hacer que el factor de potencia del paralelo sea unitario?

b) Suponiendo que la capacidad tiene el valor calculado en a), ¿cuál es el valor de corriente de pico suministrada por la fuente?. Comparar con el valor que se obtendría si la capacidad no estuviera conectada.

***Rta**.:* *a) C = 6,91mF* *b) I_{pico} = 589,3 A* *$I_{pico\ sin\ C}$ = 736,57 A*

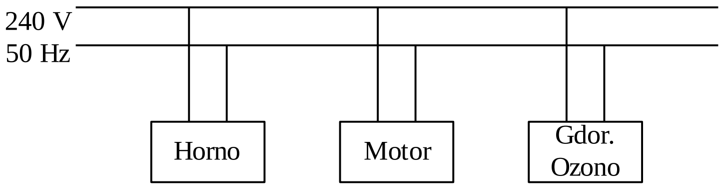
2) Una fábrica posee tres cargas principales: un motor que entrega 10 HP con un rendimiento del 70 % y un factor de potencia inductivo de 0,7 (1 HP = 746 W), un horno a resistencia que requiere 1KW, y un generador de ozono que requiere 6 KVA con un factor de potencia capacitivo de 0,6. La tensión de la línea *de alimentación tiene un valor eficaz de 240 V, f = 50Hz. Determinar los valores totales de:*

a) Potencia activa y aparente de la instalación

b) Corriente de línea.

c) Factor de potencia.

Si se desea que la corriente de línea disminuya a 65 A, hallar el elemento reactivo que conectado a la entrada de la fábrica asegure esta condición, teniendo en cuenta que la tensión de alimentación es constante.



***Rta**: a) S = 16421,6 VA P = 15257 W   b) I = 68,4 A   c) f.p. = 0,93 ind.   C = 155,8 μF*

9.12 Transferencia de energía entre elementos de un circuito acoplados inductivamente.

Analizaremos el siguiente circuito, donde A es un cuadripolo activo.

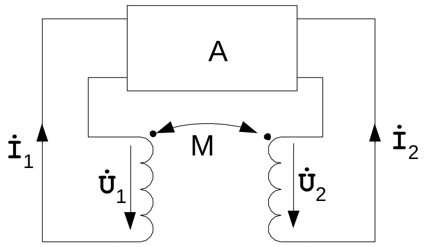


Fig. 17

Sean:

$\dot{I}_1 = I_1 e^{j\Psi_1}$ $\dot{I}_2 = I_2 e^{j\Psi_2}$

Las potencias complejas para los elementos acoplados inductivamente, debidas a la inducción mutua son:

$$S_{1M} = \dot{U}_{1M} \dot{I}_1^* = j\omega M \dot{I}_2 \dot{I}_1^* = j\omega M I_2 I_1 e^{j(\psi_2 - \psi_1)} =$$

$$= -\omega M I_2 I_1 \operatorname{sen}(\psi_2 - \psi_1) + j\omega M I_2 I_1 \cos(\psi_2 - \psi_1)$$

$$S_{2M} = \dot{U}_{2M} \dot{I}^*_2 = j\omega M I_1 I^*_2 = -S_{1M}$$

De donde concluimos que:

$$P_{1M} = -P_{2M} = \omega M I_1 I_2 \operatorname{sen}(\psi_1 - \psi_2)$$

$$Q_{1M} = Q_{2M} = \omega M I_1 I_2 \cos(\psi_1 - \psi_2)$$

Para los sentidos positivos de las corrientes y de las tensiones, indicados en el esquema, los valores positivos de las potencias corresponden al flujo de energía desde el resto del circuito hacia los elementos examinados, mientras que los valores negativos de las potencias corresponden al paso de la energía desde dichos elementos al circuito.

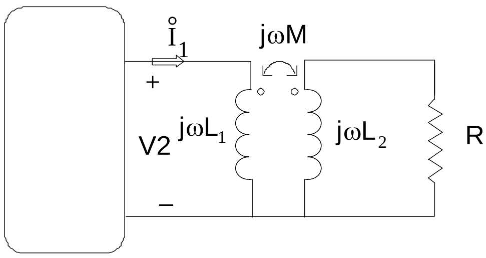
La potencia activa total condicionada por la inducción mutua y que llega a ambos elementos, es igual a cero, $P_{1M} + P_{2M} = 0$; la potencia reactiva debida a la inducción mutua es por lo general distinta de cero, y puede tener tanto un valor positivo como uno negativo.

- Si $\pi > \psi_1 - \psi_2 > 0$, entonces $P_{1M} > 0$ y $P_{2M} < 0$. En tal caso, se produce la transferencia de energía desde el circuito al campo magnético a través del primer elemento y su regreso al circuito a través del segundo elemento.

- Si $\psi_2 - \psi_1 > 0$, entonces $P_{2M} > 0$ y $P_{1M} < 0$. En tal caso, la energía se transfiere desde el circuito al campo magnético a través del segundo elemento, y vuelve al circuito a través del primero.

Ejercicios de aplicación:

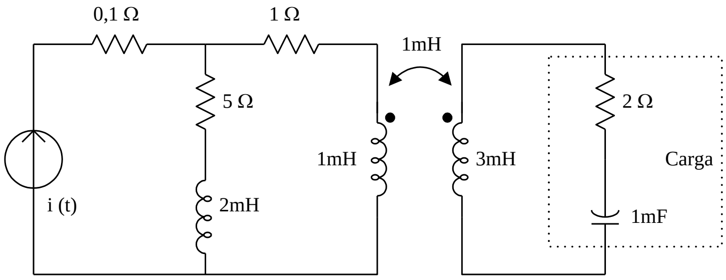
1) *Analizar la distribución de potencia compleja en el circuito acoplado mostrado en la siguiente figura.*



Rta.: $P_M = I_1^2 \cdot \dfrac{\omega^2 \cdot R \cdot M^2}{(R^2 + \omega^2 \cdot L_2^2)}$ $\qquad Q = I_1^2 \cdot \dfrac{\omega \cdot \left[L_1 \cdot R^2 - \omega^2 \cdot L_2 \cdot (M^2 - L_1 \cdot L_2)\right]}{(R^2 + \omega^2 \cdot L_2^2)}$

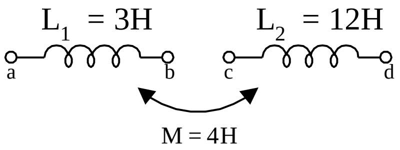
2) *En el siguiente circuito:*
   a) *Determinar la potencia compleja tomada por la carga.*
   b) *Calcular qué porcentaje de la potencia activa, entregada por la fuente, es efectivamente consumida por la carga.*

   Dato: $i(t) = \sqrt{2}.100.\cos 1000t \quad A$



Rta.: $\tilde{S}_C = (1554{,}15 - j777)VA \qquad \eta = 14{,}1\%$

3) Dos inductancias acopladas tienen sus bornes marcados como se muestra en la figura. Los bornes homólogos son "a" y "d". Se unen los bornes "b" y "c", siendo $i_{ad}(t)$ = 2 . cos(10t)A, hallar $v_{ab}(t)$ y $v_{cd}(t)$, la potencia instantánea de entrada a la combinación serie y la energía instantánea que se almacena en dicha combinación.



Rta.: $v_{ab}(t) = 20 \cdot \cos(10t - 90°)$

$v_{cd}(t) = 160 \cdot \cos(10t + 90°)$

$p(t) = -280 \cdot \cos(10t) \cdot \text{sen}(10t) = -140 \cdot \text{sen}(20t)$

$w(t) = 39 + 7 \cdot \text{sen}(20t + 90°)$

Ejercicios adicionales:

1) Dos cargas se conectan en paralelo a una alimentación de 240V eficaces. La potencia compleja absorbida por la carga 1 es $\mathbf{S_1} = 10\angle 36{,}8^o$ KVA. Si la carga 2 es puramente reactiva, hallar la potencia compleja S_2 para que la carga total tenga un factor de potencia inductivo de 0,9 ind.. ¿Qué valor tiene la impedancia de la carga 2?

Rta: $\tilde{S}_2 = Q_2 = -j\,2112{,}1$ VAR $Z_2 = 27{,}27\ \angle\text{-}90^O$ W

2) Una fuente entrega a plena carga 250 kVA con un factor de potencia 0,8 inductivo. Se desea corregir el factor de potencia a 0,9 inductivo, conectando capacitores en paralelo. Determinar:

a) ¿Cuántos KVAr deben poseer los capacitores para corregir el factor de potencia?

b) Con los capacitores conectados, cuántos KW en forma de carga resistiva pueden agregarse en paralelo sin exceder la potencia aparente de la fuente (250KVA)?

Rta.: Q_{cap} = 53,14 KVAR ΔP = 30,47 KW

3) Una instalación eléctrica domiciliaria está hecha previendo un consumo máximo de 15 A eficaces. La tensión de alimentación es de 120V, a una frecuencia de 60 Hz. Una televisor consume 3A eficaces y se comporta como una carga resistiva, y un acondicionador consume 15A eficaces con un factor de potencia 0,8 inductivo. Se desea utilizar los dos simultáneamente. Si se desprecian los transitorios de conexión:

a) ¿Qué potencia compleja consume la carga?

b) ¿Qué potencia aparente?

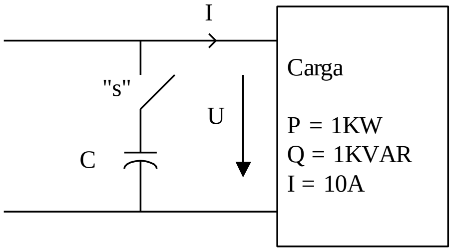
c) ¿Qué corriente consume la carga combinada?

d) Inadvertidamente se instala un fusible de 20 A. ¿Cuál es el incremento porcentual de corriente y el calentamiento resistivo en el cableado respecto al de los 15A nominales? ¿Constituye un factor de riesgo?

e) Hallar el valor de capacidad requerido para reducir el valor de corriente de la carga total a 15 A.

Rta.: a) $\tilde{S} = (1800 + j1080)$VA b) S = 2099,1 VA c) I_{carga} = 17,49 A e) C = 198,9 μF

4) Sea el siguiente circuito:



Determinar:

a) S y U en la carga.

b) El valor de la impedancia serie equivalente de la carga conectada.

c) El valor de X_C necesario para que el factor de potencia del conjunto sea 0,82 ind., suponiendo U = cte.

Rta.: $S = \sqrt{2} kVA$ $\quad$ $U = 100.\sqrt{2}\ V$ $\quad$ $Z_{CARGA} = (10 + j10)\Omega$ $\quad$ $X_C = 66{,}23\Omega$

5) En el siguiente circuito se sabe que con "s" abierto se tiene:

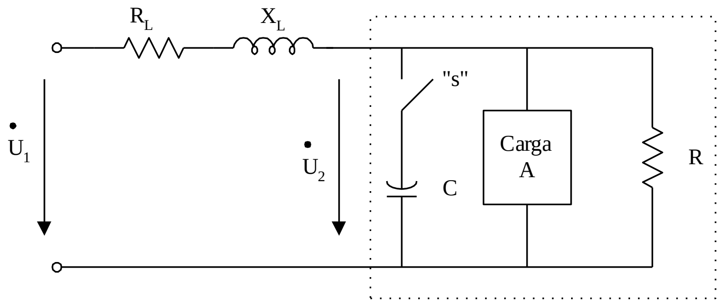
Q_A = 2KVAR $\quad$ φ_A = 63,435° $\quad$ P_R = 1KW $\quad$ P_L = 200 W $\quad$ Q_L = 400 VAR

U_2 = 100 V $\quad$ f = 50 Hz

Con "s" cerrado: $\quad$ U_2 = 100V $\quad$ $f_{p\ CARGA\ TOTAL}$ = 0,95 ind

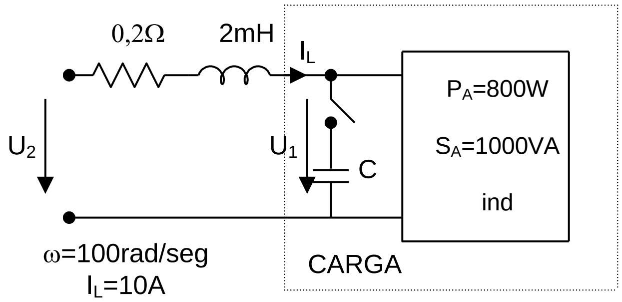
Calcular: a) El valor de la capacidad C

b) La tensión de entrada $\dot{U}_1$ con "s" cerrado y $\dot{U}_2$ como referencia



Rta.: C = 427,6 μF $\quad$ $\dot{U}_1 = 108{,}6\angle 4{,}41^\circ\ V$

6) En el circuito mostrado:



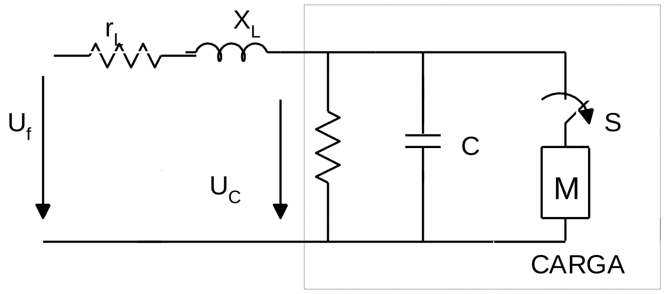
a) Con el interruptor abierto, calcular U_1, U_2, y S al principio de la línea

b) Hallar el valor del capacitor a conectar para llevar el factor de potencia de la carga a 0,95 ind, manteniendo el valor de U_1

c) Con el interruptor cerrado recalcular el valor de U_2.

7) Con el interruptor S cerrado determinar el valor del capacitor tal que el f.p. en bornes de la carga sea de 0,9 inductivo.

Con el interruptor S abierto determinar U_f manteniendo U_c constante.



con S cerrado

U_C=110V R=30Ω

S_{linea}=(60+j120) VA f = 50Hz

Motor: P=3000 W fp=0,5 ind.