ProDiVoz

Estructuras de Realización de Filtros Digitales

Dr. Juan Carlos Gómez

Estructuras de Filtros FIR

Un filtro FIR de orden M-1 está caracterizado por la ecuación en diferencias

$$y(n) = \sum_{k=0}^{M-1} h(k)u(n-k) \qquad (1)$$

donde $\{h(k)\}_{k=0}^{M-1}$ son los coeficientes de la respuesta al impulso del filtro. Equivalentemente, el filtro puede caracterizarse por su función transferencia *Z*

$$H(z) = \sum_{k=0}^{M-1} h(k)z^{-k} \qquad (2)$$

▪ Estructuras en forma directa

Asociada a la ecuación (2) puede construirse la realización en Forma Directa de Figura 1.

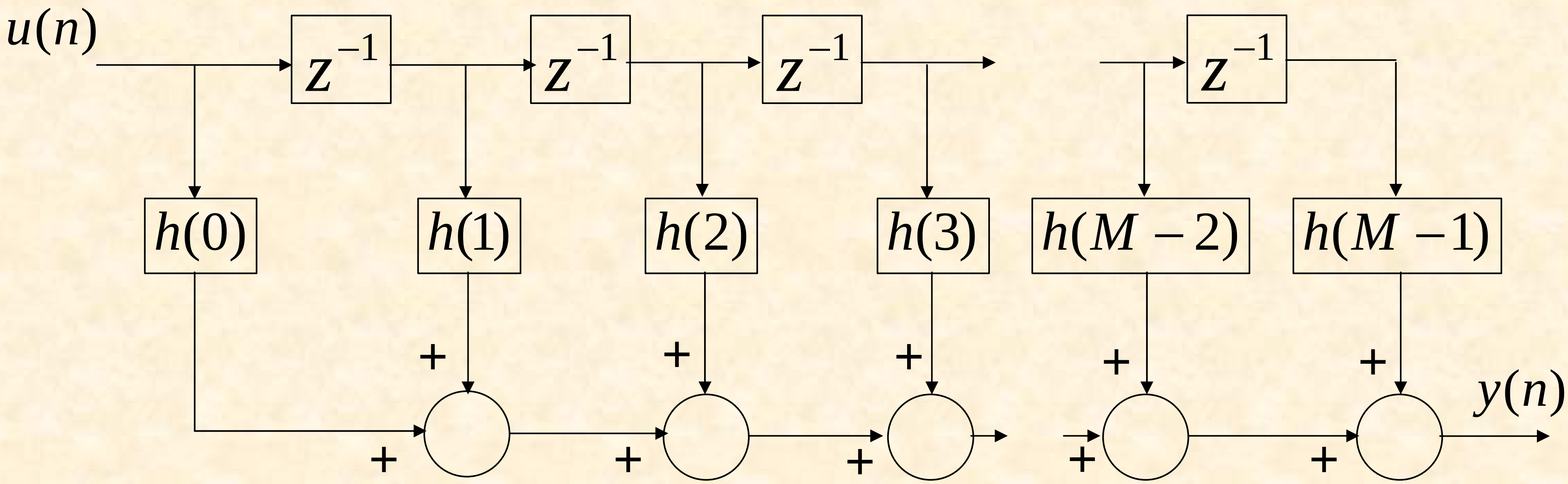

Figura 1. Realización en Forma Directa de un Filtro FIR.

Esta estructura requiere (M – 1) posiciones de memoria (retardos unitarios) y tiene una complejidad de M multiplicaciones y (M – 1) sumas.

Cuando el filtro FIR es de fase lineal, su respuesta al impulso verifica alguna de las condiciones de simetría

$$h(n) = \pm h(M - 1 - n) \quad , \tag{3}$$

y en este caso el número de multiplicaciones se reduce a $M/2$ para M par y a $(M-1)/2$ para M impar. La estructura que aprovecha esta simetría se representa en Figura 2, para el caso de M impar.

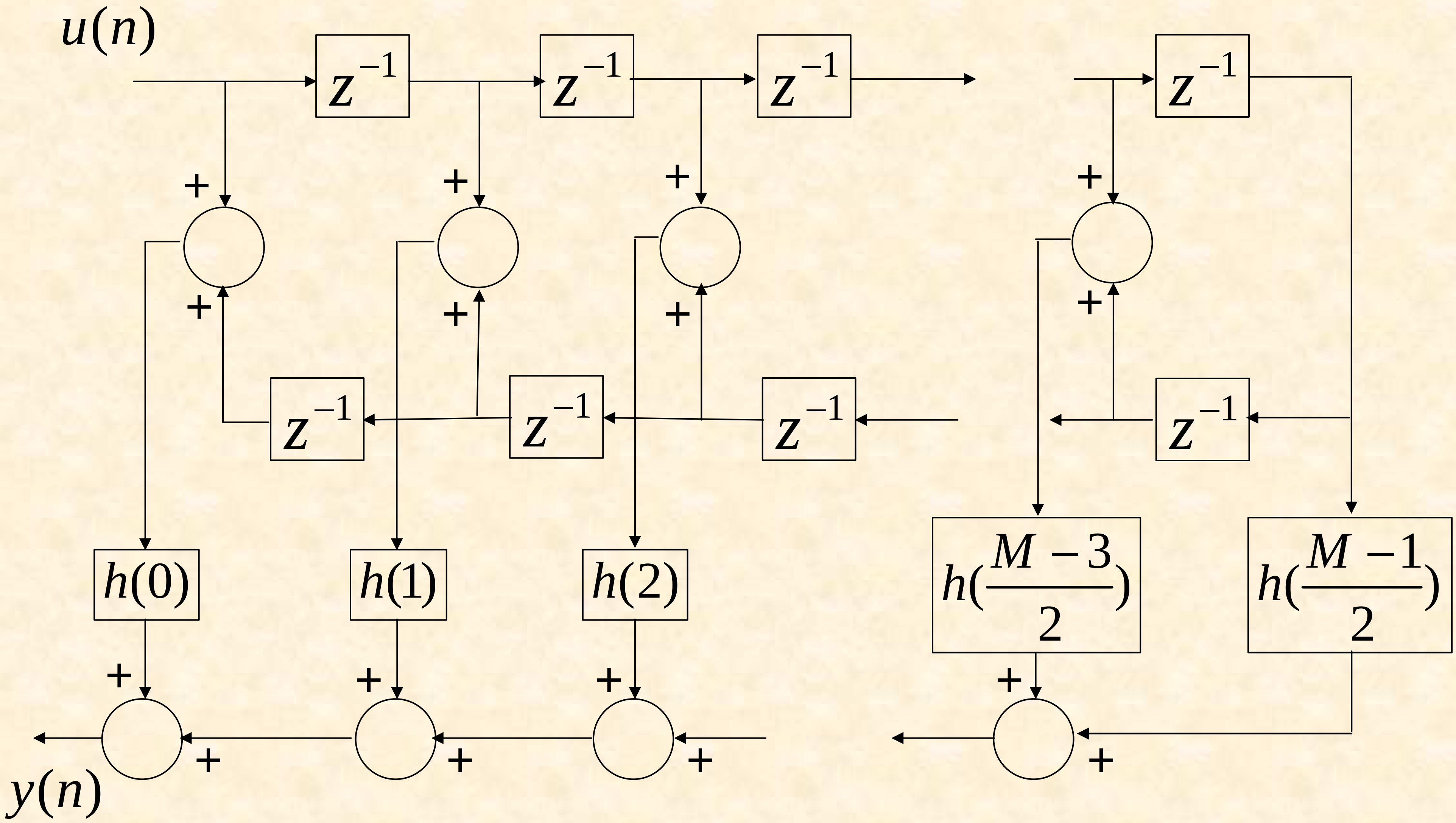

Figura 2. Realización en Forma Directa de un Filtro FIR de fase lineal (M impar).

▪ Estructuras en cascada

La realización en cascada se obtiene al factorizar la función transferencia *Z* en (2), como producto de funciones transferencia de segundo orden, de la forma

$$H(z) = \prod_{k=1}^{K} H_k(z) \qquad (4)$$

donde

$$H_k(z) = b_{k0} + b_{k1} z^{-1} + b_{k2} z^{-2} \ , \quad k = 1, 2, \cdots, K \qquad (5)$$

siendo *K* la parte entera de (*M*+*1*)/2 . El parámetro b_0 del filtro puede ser distribuido entre las *K* secciones, de manera que

$$b_0 = b_{10} b_{20} \cdots b_{K0}$$

o puede ser asignado a una sola sección del filtro.

Los ceros de *H(z)* están agrupados de a pares, y es deseable que se formen pares con raíces complejas conjugadas de manera que los coeficientes $\{b_{ki}\}$ en (5) sean reales.

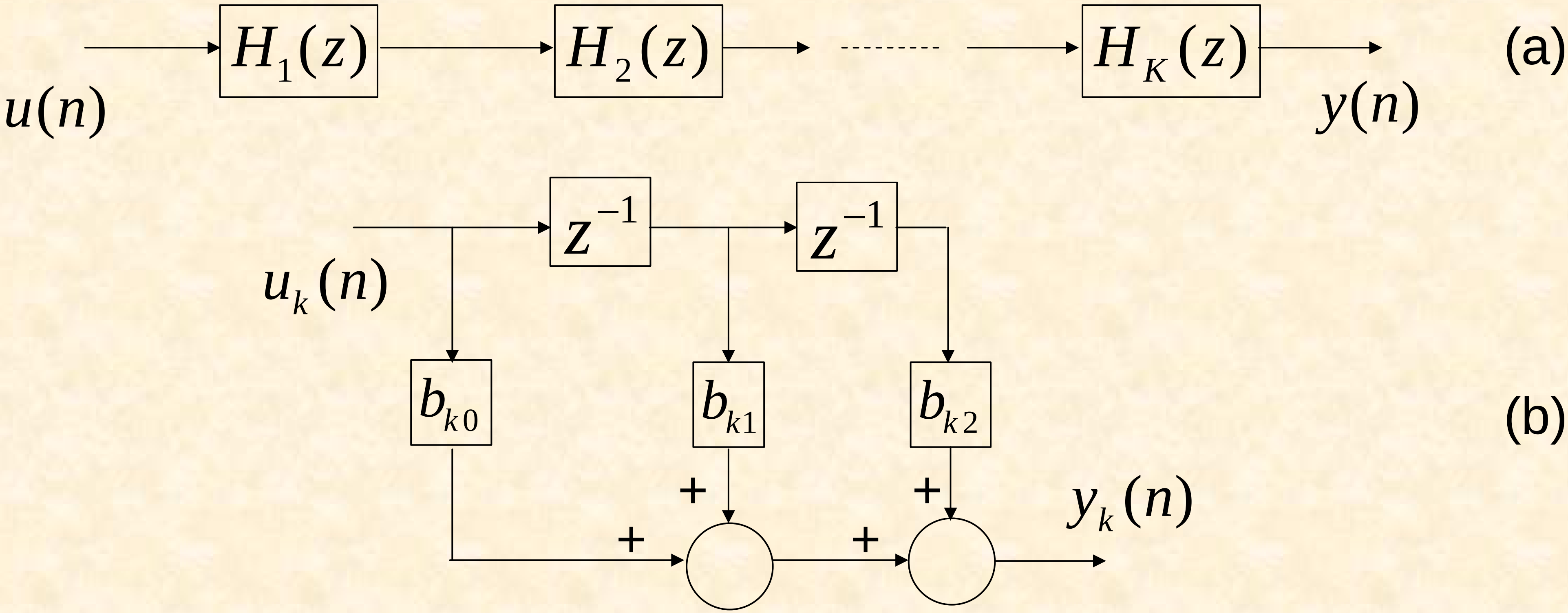

Figura 3. (a) Realización en cascada de un Filtro FIR. (b) Sección de segundo orden.

Estructuras de Filtros IIR

Un filtro IIR de orden *N* está caracterizado por una ecuación en diferencias de la forma

$$y(n) = -\sum_{k=1}^{N} a_k y(n-k) + \sum_{k=0}^{M} b_k u(n-k) \qquad (6)$$

o equivalentemente por una función transferencia *Z* racional de la forma

$$H(z) = \frac{\sum_{k=0}^{M} b_k z^{-k}}{1 + \sum_{k=1}^{N} a_k z^{-k}} \qquad (7)$$

▪ Estructuras en forma directa

La función transferencia en (7), puede expresarse como

$$H(z) = H_1(z)H_2(z) \quad (8)$$

donde

Sistema todo-cero

$$H_1(z) = \sum_{k=0}^{M} b_k z^{-k} \quad (9)$$

Sistema todo-polo

$$H_2(z) = \frac{1}{1 + \sum_{k=1}^{N} a_k z^{-k}} \quad (10)$$

Esta representación da lugar a la realización en Forma Directa I de la Figura 4, que requiere (*M* + *N* + *1)* multiplicaciones, (*M*+*N*) sumas y (*M*+*N*+*1*) posiciones de memoria.

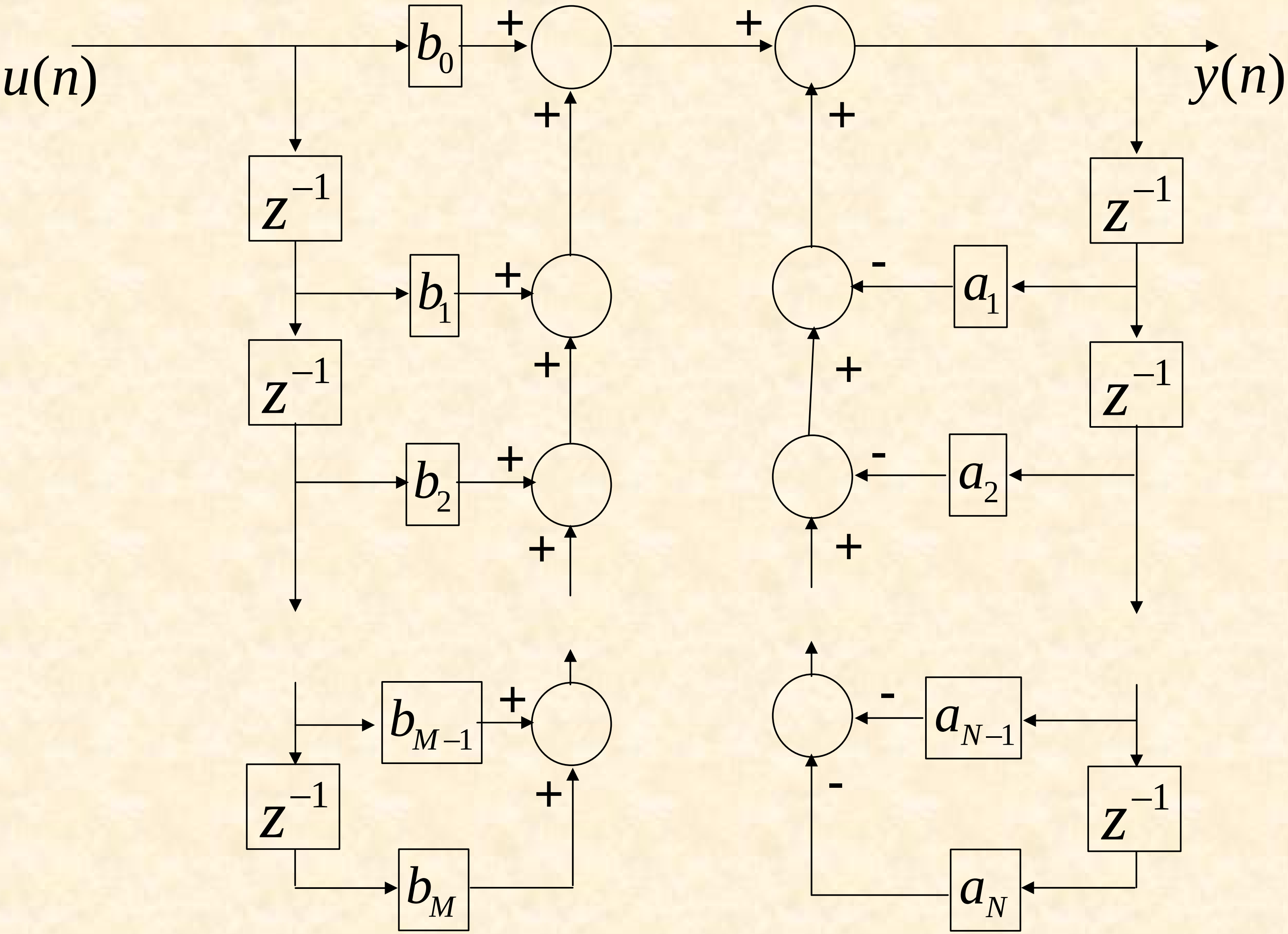

Figura 4. Realización en Forma Directa I de un Filtro IIR.

Si se invierte el orden del producto en (8), es decir el filtro todo-polo precediendo al filtro todo-cero, se obtiene una estructura más compacta que es la denominada Forma Directa II, que se representa en Figura 5. Esta estructura requiere ($M+N+1$) multiplicaciones, ($M+N$) sumas, y el máximo entre N y M posiciones de memoria.

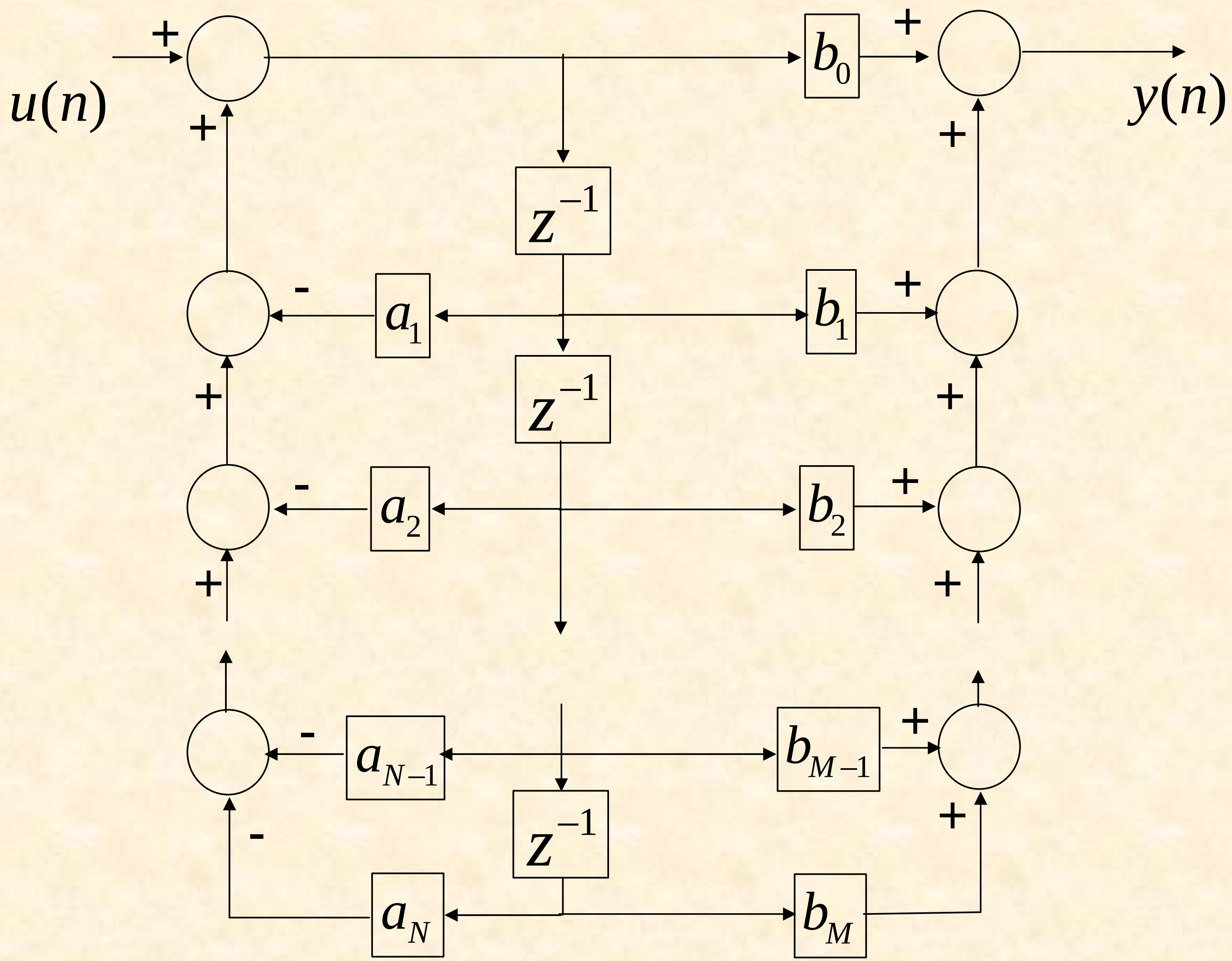

Figura 5. Realización en Forma Directa II de un Filtro IIR (*M* = *N*).

▪ Estructuras transpuestas

Invirtiendo el sentido de flujo de señal e intercambiando las entradas por las salidas en los diagramas de bloques de las Figuras 4 y 5, correspondientes a las Formas Directas I y II respectivamente, se obtienen estructuras equivalentes que se denominan Formas Transpuestas.

La Forma Transpuesta correspondiente a la Forma Directa II de Figura 5, se representa en la Figura 6.

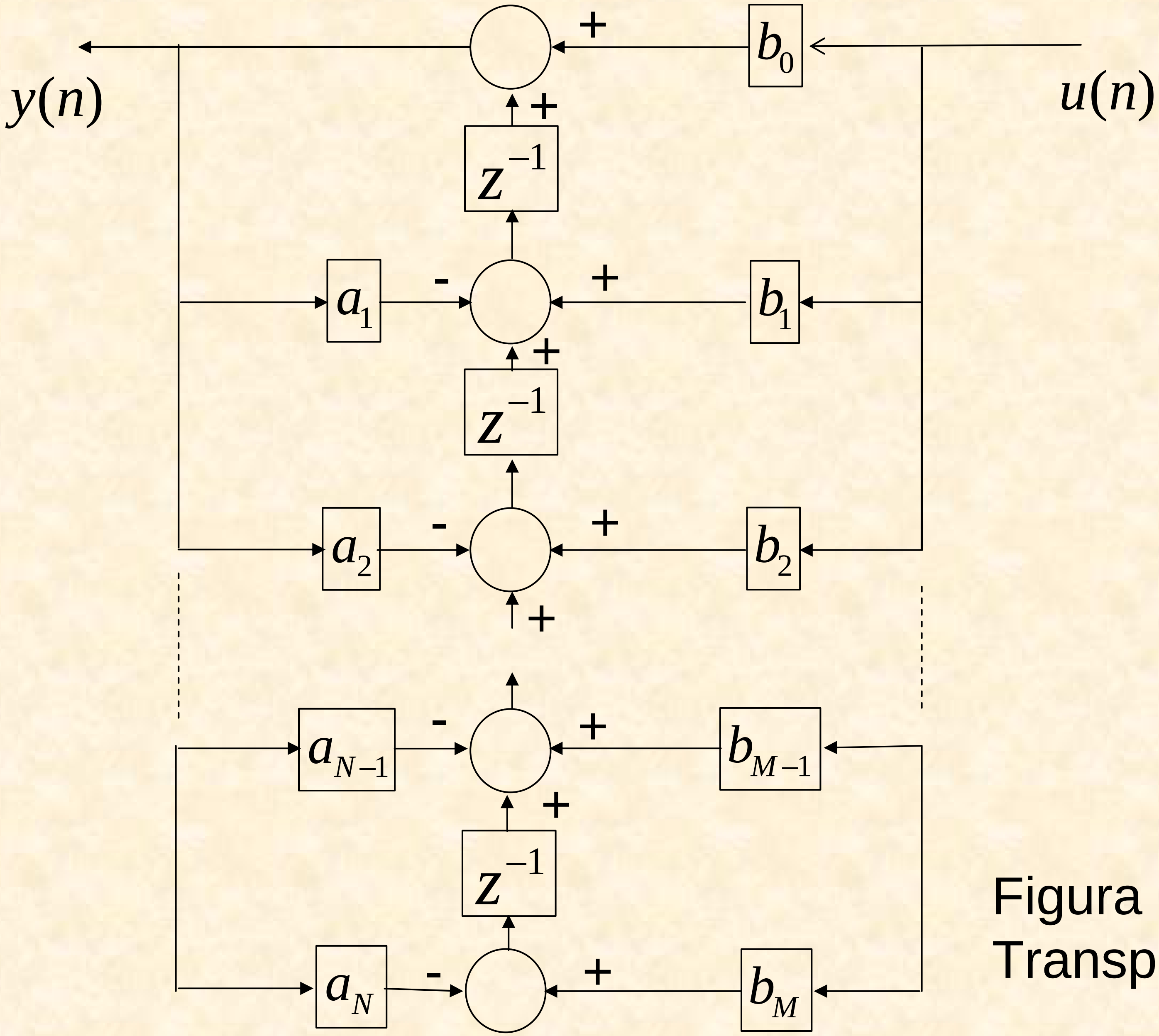

Figura 6. Forma Directa II Transpuesta.

▪ Estructuras en cascada

La función transferencia (7) de un filtro IIR se puede factorizar como la cascada de sistemas de segundo orden de la forma:

$$H(z) = \prod_{k=1}^{K} H_k(z)$$

donde *K* es la parte entera de $(N+1)/2$, con $N \geq M$ sin pérdida de generalidad, y donde

$$H_k(z) = \frac{b_{k0} + b_{k1}z^{-1} + b_{k2}z^{-2}}{1 + a_{k1}z^{-1} + a_{k2}z^{-2}} \qquad (11)$$

Para que los coeficientes en (11) sean reales se deben agrupar pares de ceros complejos conjugados o pares de ceros reales en el numerador, y pares de polos complejos conjugados o pares de polos reales en el denominador.

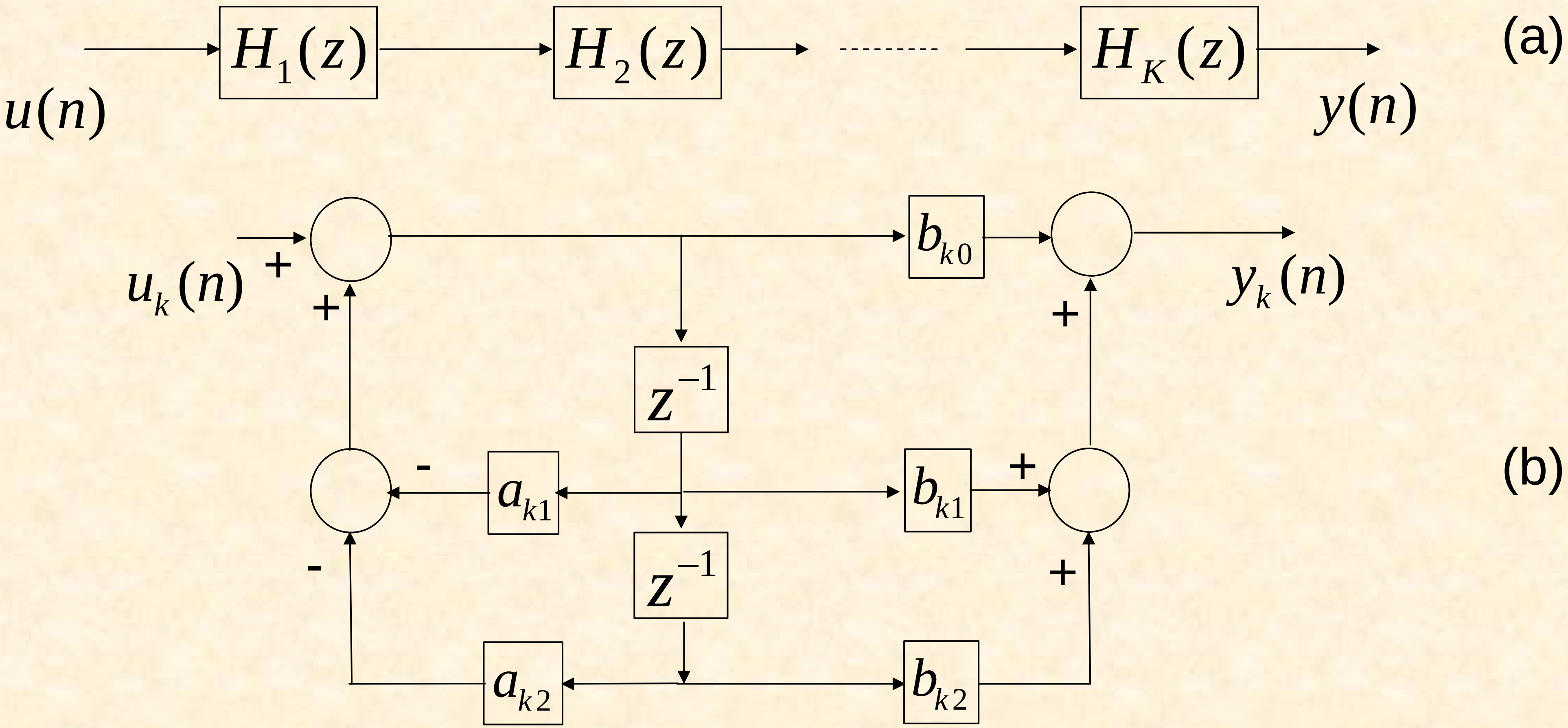

Figura 7. (a) Realización en cascada de un Filtro IIR. (b) Sección de segundo orden.