CIRCUITOS ANALÓGICOS Y AMPLIFICACIÓN

María Isabel Schiavon

Introducción

El término **señal** se utiliza para representar variaciones, en nuestro caso de tensión o corriente, que conllevan una información a trasmitir. Las señales analógicas varían en un rango continuo de valores y sus cambios, aún el más pequeño, trasmite información.

Un circuito analógico es aquel que acepta una tensión o corriente analógica en su entrada y reproduce a la salida una señal analógica relacionada. Si la salida es reproducción fiel y proporcional de la entrada, el circuito es lineal.

El contenido de **potencia de una señal** de entrada o de salida de un circuito queda definido como el promedio en el tiempo del producto de sus componentes de señal de tensión o corriente, sin tener en cuenta la componente de continua que pudiera acompañar a esas señales.

Los **amplificadores** son circuitos que reproducen los cambios de las señales de entrada como cambios proporcionalmente más grandes en sus señales de salida provocando una ganancia de potencia en la señal. Los **circuitos activos** son los únicos que pueden reproducir una señal de entrada con **ganancia de potencia de señal**.

La amplificación puede ser **lineal** o **no lineal**. Los **amplificadores son lineales** cuando su salida es una reproducción fiel y proporcional de la entrada, o sea que reproducen la señal de entrada aumentando su magnitud, sin modificar ninguna otra de sus características que pudiera producir una **distorsión** de la forma de la misma. Si la amplificación es **no lineal**, la salida estará correlacionada con la entrada pero no será una réplica exacta y proporcional de la misma.

El efecto de amplificación se basa en utilizar la señal de entrada para convertir la potencia proveniente de una fuente de continua en una potencia de señal que se entrega a la carga, o sea que la potencia disponible en la salida es mayor que la que se extrae de la fuente de señal de entrada.

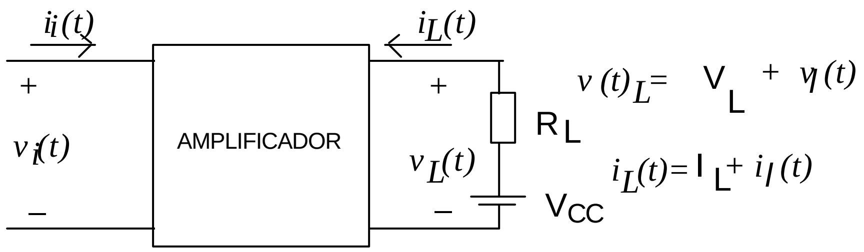

FIGURA 1: ENTRADA Y SALIDA DE UN AMPLIFICADOR

Las relaciones de tensión y corriente de salida con las respectivas entradas son parámetros característicos los amplificadores:

$$v_o(t) = A_v\, v_i(t) \qquad\qquad i_o(t) = A_i\, i_i(t)$$

Si los amplificadores son lineales la **ganancia en tensión** (A_v) y la ganancia de **corriente** (Ai) del amplificador.deben ser **constantes**

La potencia de señal absorvida en la entrada resulta mucho menor que la potencia de señal disponible en la salida

$$p_i = v_{i(t)}\, i_{i(t)} \ll p_o = v_{o(t)} i_{o(t)} = A_v\, v_{i\,(t)} A_i\, i_{i\,(t)} \quad \Rightarrow \quad p_o / p_i = A_v A_i$$

En general, los únicos circuitos que pueden producir este efecto de amplificación, o sea reproducir una señal de entrada con ganancia de potencia, son los circuitos activos construidos a partir de elementos activos de tres/cuatro terminales (transistores).

Los amplificadores son circuitos activos que contienen dispositivos semiconductores de tres/cuatro terminales explotando sus propiedades de fuentes de corriente controladas para cumplir su función de amplificación.

Si bien las características tensión-corriente de estos dispositivos son no lineales, muchos presentan comportamiento lineal en ciertas regiones de operación. En particular, el transistor bipolar trabajando en la zona de corriente constante presenta una característica lineal entre corriente de colector y de base $(i_C = \beta\ i_B)$, y los transistores de efecto de campo (JFET y MOSFET) presentan una característica en esa zona, que si bien es no lineal presenta subzonas donde el comportamiento puede considerarse lineal.

Si el punto de operación de un transistor está confinado a una región donde su comportamiento es aproximadamente lineal, el dispositivo puede ser utilizado para producir una amplificación lineal.

La operación correcta de estos dispositivos requiere que se agreguen componentes de continua a las tensiones y corrientes de entrada y de salida. Estas componentes de continua que existen independientemente de la señal y no forman parte de la información a transmitir se identifican como componentes de **polarización.** En definitiva, son componentes de polarización todas las componentes de continua sobre las que pueden estar superpuestas las señales que transmiten información.

Polarizar es la técnica que utiliza el diseñador para confinar el punto de operación del dispositivo a una región donde su comportamiento es lineal (por lo menos aproximadamente lineal) y al mismo tiempo evitar las grandes faltas de linealidad del mismo. Básicamente consiste en confinar el punto de operación del dispositivo a regiones donde pueda desarrollar las tareas requeridas.

Características externas de los amplificadores

Un amplificador produce una señal de salida que tiene la misma forma que la onda de entrada pero distinta amplitud. Todos los amplificadores producen amplificación de potencia, la potencia proporcionada a la carga es mucho mayor que la potencia extraída de la fuente de señal, la potencia adicional se obtiene de la fuente de alimentación. La potencia que entra al amplificador proveniente de la fuente de señal sumada a la potencia extraída de la fuente de alimentación es igual a suma de la potencia de salida y la potencia disipada.

La eficiencia o **rendimiento** de un amplificador es el porcentaje de potencia entregada que el amplificador convierte en potencia de salida:

$$? = \frac{p_o}{p_{total}} 100\%$$

Cuando una tensión aplicada en los terminales de entrada del amplificador resulta amplificada sobre una carga conectada en los terminales de salida del circuito, estamos en presencia de un **amplificador de tensión.**

Un amplificador de tensión puede ser modelado utilizando una fuente de tensión controlada por la tensión de entrada a traves de la constante (Av) que representa la **ganancia de tension de circuito abierto**. . La señal de salida puede estar en contrafase con la entrada, **amplificador inversor** (A_v<0), o en fase con la misma, **amplificador no inversor** (Av>0). Los amplificadores reales extraen algo de potencia de la fuente de señal, en consecuencia el modelo incluye una resistencia entre los terminales de entrada (r_i) , e incluye además una resistencia en serie con los terminales de salida (r_o) para tener en cuenta que la tensión de salida del amplificador real se reduce cuando fluye corriente por la carga.

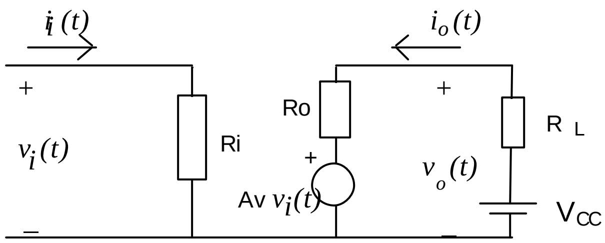

FIGURA 2: MODELO DE UN AMPLIFICADOR DE TENSIÓN

La relación entre la potencia de salida y la de entrada es la **ganancia de potencia:**

$$G_P = \frac{p_o}{p_i} = \frac{v_o i_o}{v_i i_i} = A_V A_i$$

Las ganancias se suelen expresar en decibeles:

$GP[dB]=10 \log GP$ $AV[dB]=20 \log AV$ $Ai[dB]=20 \log Ai$

En las figuras siguientes se muestran otros posibles modelos de amplificadores, en los cuáles se ha omitido la fuente de potencia, sin desmedro que debe tenerse presente que es quien proporciona la potencia involucrada en la amlificación.

Modelo de amplificador de corriente

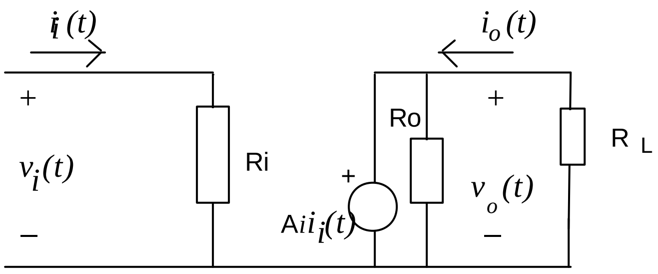

FIGURA 3: MODELO DE UN AMPLIFICADOR DE CORRIENTE

Amplificador de transconductancia

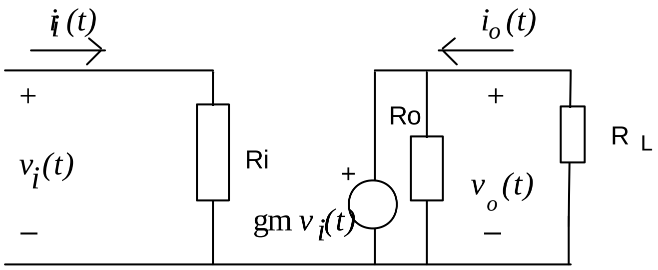

FIGURA 4: MODELO DE UN AMPLIFICADOR DE TRANSCONDUCTANCIA

Amplificador de transresistencia.

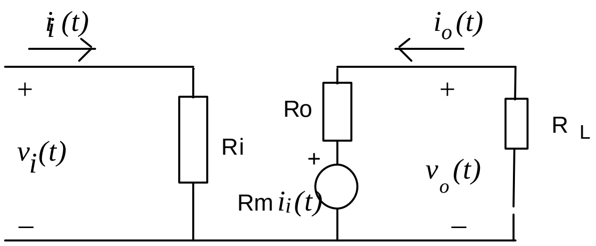

FIGURA 5: MODELO DE UN AMPLIFICADOR DE TRANRESISTENCIA

Los requerimientos de impedancia de entrada y salida dependen de las características de la aplicación. Cuando la impedancia de entrada es mucho más alta que la impedancia interna de la fuente de señal, la tensión producida en los terminales de entrada del amplificador es casi la misma que la tensión interna de la fuente de señal; en cambio, si la impedancia de entrada del amplificador es muy baja, la corriente de entrada será casi igual a la corriente en cortocircuito de la fuente de señal.

Cuando el amplificador presenta una impedancia de salida mucho menor que la menor impedancia de la carga, es posible forzar que una determinada onda de tensión aparezca en bornes de una carga variable. Cuando el amplificador presenta una impedancia de salida más alta que la máxima impedancia de carga, es posible forzar que determinada onda de corriente atraviese una carga.

Respuesta en frecuencia de los amplificadores.

La ganancia de los amplificadores es función de la frecuencia. Los amplificadores se diseñan para tener ganancia constante dentro del rango de frecuencia en que van a ser utilizados para una aplicación determinada. Por ej. las señales de audio tienen su rango de frecuencia entre 20Hz y 15 KHz, las señales AM entre 540 y 1600 KHz, las de FM entre 470 y 806 MHz, las de video entre 0 y 4,5 MHz.

Los amplificadores pueden estar acoplados en continua, o sea trabajar con ganancia constante aún para frecuencia nula (amplificadores de video, por ej.). Un circuito amplificador acoplado en continua responde como un pasabajo. Tiene un rango de frecuencias por debajo de una frecuencia superior de corte donde la ganancia se mantiene constante independientemente de modificaciones de la frecuencia de excitación. Este es el rango de frecuencia de utilización del amplificador. Debido a la presencia de las capacidades intrínsecas de los transistores, por encima de esa frecuencia superior de corte la ganancia disminuye a medida que aumenta la frecuencia.

En otras aplicaciones, cuando solamente es necesario amplificar señales de alterna y/o la presencia de continua resulta indeseable en la carga, se utilizan amplificadores acoplados en alterna. La presencia en el circuito de capacitores de acoplamiento especialmente puestos para aislar las componentes de continua define una frecuencia inferior de corte por debajo de la cual la ganancia varía en función de la frecuencia. En estos amplificadores la ganancia se mantiene constante en el rango de frecuencias medias, zona delimitada por la frecuencia inferior de corte y la frecuencia superior de corte. Responden como un pasa-alto en la zona de bajas frecuencias, y como un pasa-bajo en la zona de altas frecuencias.

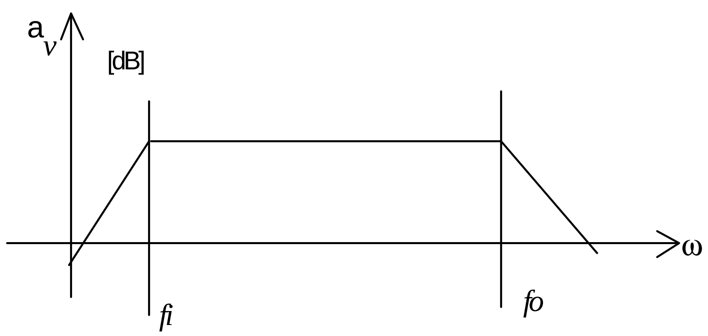

FIGURA 6: DIAGRAMA DE BODE APROXIMADO DE UN AMPLIFICADOR ACOPLADO EN ALTERNA

RESPUESTA EN FRECUENCIA DE REDES LINEALES.

Al excitar una red lineal con una onda senoidal, las tensiones y corrientes del circuito en régimen permanente serán también senoidales, y en particular, la señal de salida de la red será una onda senoidal que reproduce la forma de la onda de entrada, difiriendo solamente en amplitud y fase.

Las ondas senoidales son las únicas que conservan su forma al pasar por una red lineal, por esta razón la influencia del circuito sobre una señal senoidal puede ser totalmente especificada por su función transferencia (relación entre salida y entrada). Cuando la excitación del circuito lineal no es senoidal (por ej. pulso, escalón, onda cuadrada, etc.) la forma no necesariamente será conservada.

Toda onda no senoidal puede descomponerse en una suma algebraica de ondas senoidales de distinta frecuencia y fase (serie o integral de Fourier, según sea periódica o no). Como cada uno de esos términos (armónicos) será alterado de distinta manera en su magnitud y fase según su frecuencia, conociendo como responde el circuito para cada armónico se puede tener idea de como será la señal de salida para distintos tipos de señales de entrada.

El espectro de una señal proporciona las amplitudes y las fases en función de la frecuencia de esas componentes. En consecuencia, conocida la función transferencia de un sistema y el espectro una señal es posible conocer las características de la salida del sistema cuando en su entrada se aplica esa señal.

Determinación de la función transferencia por simple inspección de la red

La función transferencia (relación entre salida y entrada) de una red lineal queda en forma general expresada de la siguiente forma:

$$H(s) = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \ldots\ldots + b_1 s + b_o}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \ldots\ldots + a_1 s + a_o}$$

El orden del sistema está determinado por el número de almacenadores de energía presentes en el mismo, y coincide con el orden del denominador.

Si el orden del denominador (n) es mayor o igual que el orden del numerador (m), todos los coeficientes de ese denominador son distintos de cero y las raíces de su función tienen parte real negativa, el sistema converge a un estado estable. Si alguno de los coeficientes a_j fuese igual a cero el sistema oscilaría por la presencia de raíces complejas conjugadas con parte real nula.

Si la función toma valor infinito para frecuencias infinitas, se esta en presencia de una red inestable, y en una red con elementos activos estos dejarían de comportarse linealmente .

El orden del numerador queda determinado por el comportamiento del sistema para frecuencia infinita, y para que el sistema sea estable debe ser menor o igual que el orden del denominador.

Si la función tiene valor finito distinto de cero para frecuencia infinita los órdenes del denominador y del numerador deben ser iguales. En esas condiciones la ganancia de una red con n capacitores es de la forma:

$$H(s) = \frac{b_n s^n + b_{n-1}s^{n-1} + \ldots\ldots + b_1 s + b_o}{a_n s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \ldots\ldots + a_1 s + a_o} = K\frac{(s - z_n)(s - z_{n-1})\cdot\cdots\cdot(s - z_1)}{(s - p_n)(s - p_{n-1})\cdot\cdots\cdot(s - p_1)}$$

Cuando la función toma valor cero para frecuencia nula los correspondientes z_i serán nulos y aparece un factor s^k en el numerador, donde k está determinado por el número de almacenadores de energía que producen salida nula para frecuencia nula.

$$H(s) = K\frac{s^k(s - z_j)\cdot\cdots\cdot(s - z_1)}{(s - p_n)(s - p_{n-1})\cdot\cdots\cdot(s - p_1)} \qquad donde \qquad k + j = n$$

Si la función tiene valor nulo para frecuencia infinita el denominador debe tener mayor orden que el numerador en un orden de magnitud igual al número de almacenadores de energía que producen valor nulo para frecuencia infinita.

En consecuencia, conocido el número de almacenadores de energía presentes en una red queda determinado el orden de la ecuación propia de la misma y analizando su comportamiento para frecuencia infinita y frecuencia nula se puede establecer la forma de la expresión de la ganancia de la misma.

Análisis de la ecuación característica de una red lineal

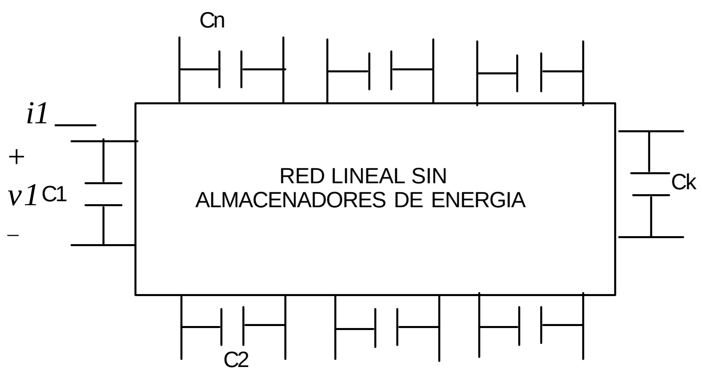

FIGURA 8: ESQUEMA DE UNA RED LINEAL QUE POSEE N ALMACENADORES DE ENERGÍA

El análisis de una red lineal que contiene n almacenadores de energía se simplifica si una vez identificados los almacenadores de energía se observan las tensiones y corrientes en cada uno de ellos.

En la figura 1 se muestra una red lineal con n almacenadores de energía, en este caso condensadores. Los almacenadores de energía se evidencian externamente a la red.

Si se pasivan todas las fuentes independientes de energía de la red es posible establecer el siguiente sistema de ecuaciones que a través de los elementos del circuito relaciona las corrientes en los capacitores con las tensiones en sus bornes:

$$
\begin{gathered}
i_1 = (g_{11} + sC_1)v_1 + g_{12}v_2 + \ldots\ldots + g_{1n}v_n \\
i_2 = g_{21}v_1 + (g_{22} + sC_2)v_2 + \ldots\ldots + g_{2n}v_n \\
\vdots \\
\vdots \\
i_n = g_{n1}v_1 + g_{n2}v_2 + \ldots\ldots + (g_{nn} + sC_n)v_n \ .
\end{gathered}
$$

Cada g_{ii} representa la conductancia vista en bornes de cada capacitor con los otros en cortocircuito.

Las frecuencias propias de la red son aquellas en las cuales puede existir una tensión distinta de cero en los capacitores cuando la corriente por ellos es nula, o sea las soluciones de la ecuación propia del sistema, que a su vez es el denominador de la función transferencia, y que responde a una expresión como la siguiente,

$$a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \ldots\ldots + a_1 s + a_o = a_n (s - p_n)(s - p_{n-1})\ldots\ldots(s - p_2)(s - p_1) = 0$$

En esta ecuación los coeficientes a_i están determinados por los restantes elementos de la red según las relaciones que se indican a continuación:

El valor del término independiente (a_o) está dado por el determinante de la matriz característica del sistema cuando s=0

$$a_o = \Delta g\big|_{s=0} = \begin{vmatrix} g_{11} & g_{12} & \cdots\cdots\cdots & g_{1n-1} & g_{1n} \\ g_{21} & g_{22} & & g_{2n-1} & g_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \\ g_{n-11} & g_{n-12} & \cdots\cdots & g_{n-1n-1} & g_{nn} \\ g_{n1} & g_{n2} & & g_{nn-1} & g_{nn} \end{vmatrix} =$$

$$a_o = \Delta g\big|_{s=0} = g_{11}g_{22}\cdots\cdots g_{nn} + g_{21}g_{32}\cdots\cdots g_{1n} + \cdots\cdots\cdots - g_{1n}g_{2n-1}\cdots\cdots g_{n1} - \cdots\cdots$$

El coeficiente de primer orden (a_1) es la suma de los productos de cada capacitor (C_i) por el adjunto del elemento en la matriz característica que se obtiene haciendo el determinante de la matriz que queda al eliminar la fila y la columna de orden i

$a_1 = C_1G_{11} + C_2G_{22} + \cdots + C_nG_{nn}$ donde G_{ii} es el adjunto del elemento $g_{ii} + sC_i$

$$a_2 = C_{n-1}C_n \prod_{1}^{n-2} g_{ii} + \cdots\cdots + C_1C_2 \prod_{3}^{n} g_{ii}$$

$$a_3 = C_{n-2}C_{n-1}C_n \prod_1^{n-3} g_{ii} + \cdots\cdots + C_1C_2C_3 \prod_4^{n} g_{ii}$$

$$\vdots$$

$$\vdots$$

$$a_{n-1} = \sum_1^n g_{jj} \prod_{i \neq j}^{n} C_i$$

$$a_n = \prod_1^n C_i = C_1C_2C_3 \cdots\cdots C_{n-1}C_n$$

Es interesante analizar las relaciones entre algunos de estos coeficientes, en particular entre el del término de menor orden (a_1) y el término independiente (a_o) y entre los coeficientes de los términos de mayor orden (a_n y a_{n-1}).

$$\frac{a_1}{a_o} = \frac{C_1G_{11} + C_2G_{22} + \cdots + C_nG_{nn}}{\Delta g\big|_{s¿0}} = C_1\frac{G_{11}}{\Delta g} + C_2\frac{G_{22}}{\Delta g} + \ldots\ldots\ldots + C_n\frac{G_{nn}}{\Delta g} = C_1R_{io} + C_2R_{20} + \ldots\ldots\ldots + C_nR_{no}$$

$$\frac{a_1}{a_o} = C_1R_{io} + C_2R_{20} + \ldots\ldots\ldots + C_nR_{no} = \sum_1^n t_{io}$$

donde R_{io} representa a la resistencia vista en bornes del capacitor C_i con los otros capacitores en circuito abierto.

Además se cumple que:

$$\frac{a_1}{a_o} = -\frac{\sum_1^n {}_k \prod_{i \neq k} p_i}{p_1p_2 \cdots\cdots p_{n-1}p_n} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{a_1}{a_o} = -\sum_1^n \frac{1}{p_k}$$

O sea que la relación entre los dos coeficientes de menor orden resulta igual a la suma de las constantes de tiempo de cada uno de los capacitores con los otros en circuito abierto y a la sumatoria de las inversas de los polos (frecuencias propias del sistema) con signo cambiado, siendo evidente que serán las frecuencias propias del sistema de menor valor las determinantes de esta suma.

$$\boxed{\frac{a_1}{a_o} = \sum_1^n t_{io} = -\sum_1^n \frac{1}{p_k}}$$

La suma de las inversas de las frecuencias propias del sistema resulta igual a la suma de las constantes de tiempo de circuito abierto con signo contrario.

Haciendo ahora la relación entre los dos coeficientes de mayor orden (a_{n-1} y a_n)., resulta igual a la suma de las inversas de las constantes de tiempo de cada capacitor con los otros en cortocircuito, y a su vez a la sumatoria de los polos de la ecuación característica con signo cambiado.

$$\frac{a_{n-1}}{a_n} = \frac{g_{11}}{C_1} + \frac{g_{22}}{C_2} + \dots\dots + \frac{g_{nn}}{C_n} = \sum_1^n \frac{1}{t_{is}} \qquad y \qquad \frac{a_{n-1}}{a_n} = -\left(p_n + p_{n-1} + \dots\dots\dots + p_2 + p_1\right)$$

$$\boxed{\frac{a_{n-1}}{a_n} = \sum_1^n \frac{1}{t_{is}} = -\sum_1^n p_k}$$

La suma de las inversas de las constantes de tiempo de corto circuito resulta igual a la suma de las frecuencias propias del sistema (polos de la función característica) con signo contrario, siendo los polos de mayor valor los determinantes de esta suma.

Determinación de la frecuencia de corte de la red

Cuando todos los coeficientes de la ecuación característica de la red son distintos de cero y las raíces de su función tienen parte real negativa el sistema es estable, se cumplen las siguientes relaciones:

$$\frac{a_o}{a_1} < \frac{a_1}{a_2} < \frac{a_2}{a_3} < \cdots\cdots\cdots < \frac{a_{n-2}}{a_{n-1}} < \frac{a_{n-1}}{a_n}$$

Si se supone una frecuencia lo suficientemente grande como para que se cumpla que $w \gg \frac{a_{n-2}}{a_{n-1}}$ es posible despreciar los términos de menor orden de la ecuación característica frente a los de mayor orden y resulta la siguiente aproximación:

$$a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots\cdots\cdots + a_1 s + a_o \approx a_n s + a_{n-1} = 0$$

La aproximación de la ecuación característica a una ecuación de primer orden cuyos coeficientes son los de los términos de mayor orden de la original, es válida para el rango de frecuencias definido por la relación $w \gg \frac{a_{n-2}}{a_{n-1}}$, rango en el cuál es posible calcular la máxima frecuencia donde la respuesta de una red se separa tres decibeles de la asíntota en el diagrama de Bode a través de la relación entre los coeficientes de los términos de mayor orden.

$$\boxed{?_{\text{MÁXIMA DE TRES DECIBELES}} = -\frac{a_{n-1}}{a_n} = -\sum_1^n \frac{1}{t_{is}}}$$

Suponiendo una frecuencia lo suficientemente chica como para que se cumpla que $w \ll \frac{a_1}{a_2}$ es posible despreciar los términos de mayor orden de la ecuación característica frente a los de menor orden resultando la siguiente aproximación:

$$a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots\cdots\cdots + a_1 s + a_o \approx a_1 s + a_0 = 0$$

La aproximación de la ecuación característica a una ecuación de primer orden cuyos coeficientes son los del término de menor orden y el término independiente de la original, es válida para el rango de frecuencias definido por la relación $\omega << \frac{a_1}{a_2}$, rango en el cuál es posible calcular la mínima frecuencia donde la respuesta de una red se separa tres decibeles de la asíntota en el diagrama de Bode a través de la relación entre el término independiente y el coeficiente del término de menor orden.

$$\omega_{\text{MÍNIMA DE TRES DECIBELES}} = -\frac{a_O}{a_1} = -\frac{1}{\sum_{1}^{n} \tau_{io}}$$

Generalmente, es mucho más simple y rápido determinar las constantes de tiempo a circuito abierto (τ_{io}) y en cortocircuito (τ_{is}) que resolver la ecuación característica para conocer los polos del sistema, y estas dos expresiones son particularmente útiles pues permiten aproximar el valor de la frecuencia de corte de circuitos lineales, y en particular las frecuencias superior e inferior de corte de circuitos amplificadores.

La frecuencia superior de corte de un amplificador queda determinada por la frecuencia mínima de tres decibeles que corresponde al modelo de alta frecuencia del circuito que pone en evidencia el efecto de las capacidades intrínsecas de los dispositivos semiconductores.

La frecuencia inferior de corte del amplificador es equivalente a la frecuencia máxima de tres decibeles del modelo de baja frecuencia del circuito, modelo en el cual se pone de manifiesto el efecto de las capacidades de acoplamiento.

En consecuencia, se pueden extraer las siguientes conclusiones:

Es posible realizar una aproximación del valor de la frecuencia inferior de corte de un amplificador determinando la frecuencia máxima de tres decibeles que corresponde al modelo de bajas frecuencias del circuito.

$$f_i \approx \frac{1}{2\pi}\omega_{\text{MÁXIMA DE TRES DECIBELES}} \approx -\frac{a_{n-1}}{2\pi\, a_n} = -\frac{1}{2\pi}\sum_{1}^{n}\frac{1}{\tau_{is}}$$

Es posible realizar una aproximación del valor de la frecuencia superior de corte de un amplificador determinando la frecuencia mínima de tres decibeles que corresponde al modelo de alta frecuencia del circuito.

$$f_s \approx \frac{1}{2\pi}\omega_{\text{MÍNIMA DE TRES DECIBELES}} \approx -\frac{a_O}{2\pi\, a_1} = -\frac{1}{2\pi}\frac{1}{\sum_{1}^{n}\tau_{io}}$$