

# Identificación de **SI**Stemas

**Dr. Juan Carlos Gómez**

**Laboratorio de Sistemas Dinámicos y Procesamiento de la Información**

**FCEIA, Universidad Nacional de Rosario**

`jcgomez@fceia.unr.edu.ar`

`www.fceia.unr.edu.ar/isis`

# Objetivos del Curso

Entre los objetivos del Curso se pueden mencionar:

- Que el alumno adquiriera conocimientos generales de los métodos de identificación clásicos y avanzados más importantes y difundidos en la práctica.
- Transmitir al alumno la fundamentación matemática rigurosa de los métodos mencionados que permitirá un análisis comparativo de las distintas técnicas.
- Introducir al alumno a la programación de algoritmos de identificación de sistemas en lenguaje de alto nivel (Matlab).
- Introducir al alumno en el manejo de software interactivo para identificación de sistemas dinámicos (en particular, el System Identification Toolbox de Matlab).

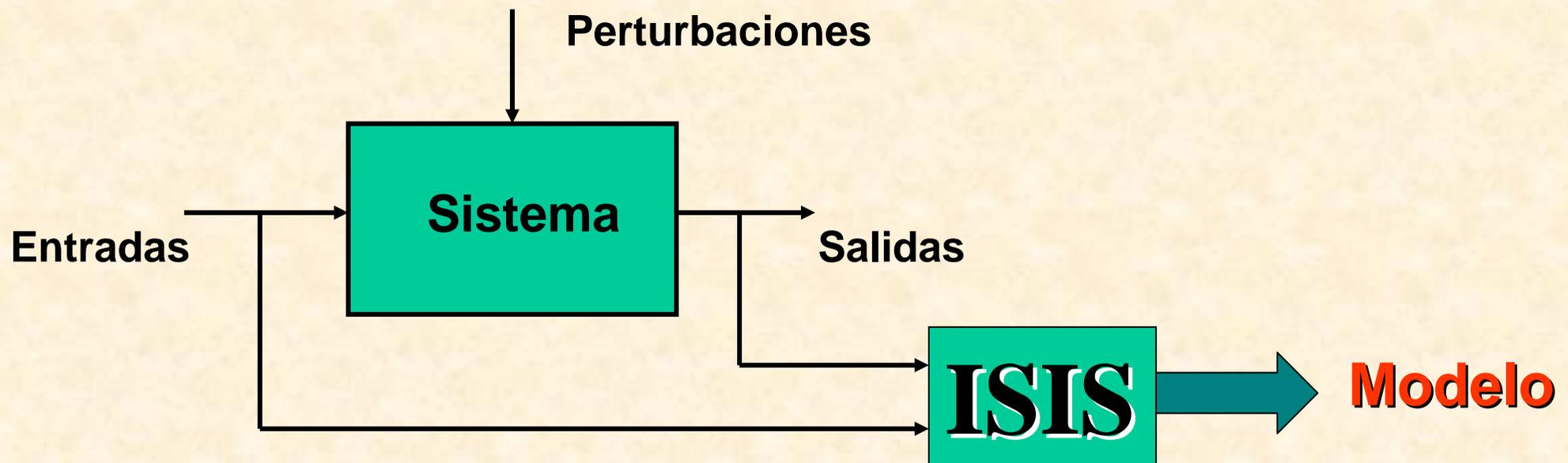
# Foco del Curso

**Identificación de Sistemas** es un área muy amplia. El curso se centrará en:

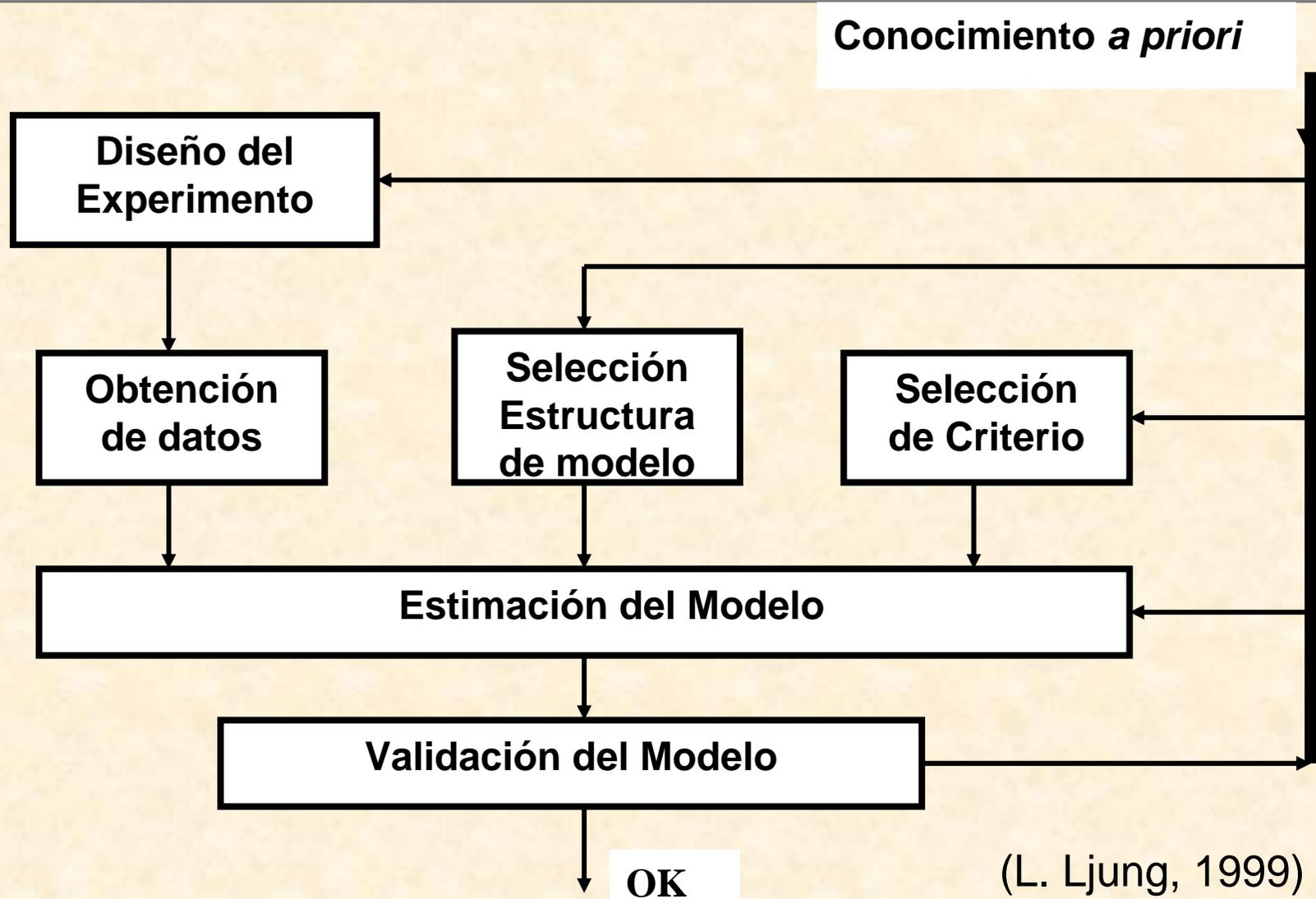
- Lineal o No Lineal ? (mayorm.) Lineal
- Tiempo Continuo o Tiempo Discreto? Tiempo Discreto
- Met. Paramétricos o No Paramétricos? Ambos
- Datos Dominio Temporal o Frecuencial ? Ambos
- Mod. Determinísticos o Estocásticos ? (mayorm.) Estocásticos

# Qué es Identificación de Sistemas ?

**Identificación de Sistemas** puede definirse como el área de Teoría de Sistemas que estudia metodologías para la obtención de modelos matemáticos de sistemas dinámicos a partir de mediciones sobre el sistema.



# Etapas de un proceso de Identificación



(L. Ljung, 1999)

## □ Planificación de Experimentos y Obtención de datos

Selección del tipo de entradas con las cuales se excitará al sistema. Deben ser lo **suficientemente ricas** (**Persistencia de Excitación**) como para excitar todos los modos (dinámicos) del sistema.

Sólo pueden identificarse los modos que son **observables** desde las salidas y son suficientemente excitados desde las entradas (*i.e.*, la parte controlable y observable del sistema).

**Tipos de Entradas:** Random Binary, Pseudo-Random Binary (PRBS), Escalones/Pulsos Múltiples, Senoidales, etc.

**Parámetros de las Señales:** e.g., número de registros en una PRBS, tiempo de conmutación, magnitud, duración, frecuencia de la señal, etc.

## □ **Recolección de Datos y Pre-procesamiento**

Selección de las variables a medir, eliminar **outliers**, y tendencias (**detrending**), prefiltrado, por ejemplo para **blanquear** la señal (**whitening filter**), o para limitar en banda (**antialiasing**), selección de la frecuencia de muestreo (Teorema de Muestreo de Shannon), etc.

## □ **Selección de la estructura de modelo**

Seleccionar un conjunto de modelos candidatos (**estructura de modelo**) dentro del cual se seleccionará un modelo **apropiado** basándose en los datos disponibles de entrada salida. Es decir, se seleccionará el modelo que **mejor** (en algún sentido) se ajusta a los datos.

Pueden distinguirse tres enfoques diferentes para la selección de la estructura de modelo

- **Black-box:** los parámetros del modelo no tienen una interpretación física. Un modelo basado en leyes fundamentales es muy complicado o se desconoce.
- **Gray-box:** algunas partes del sistema son modeladas basándose en principios fundamentales y otras como una caja negra. Algunos de los parámetros del modelo pueden tener una interpretación física.
- **White-box:** la estructura de modelo se obtiene a partir de leyes fundamentales. Los parámetros tienen una interpretación física.

## Modelos

- Modelos lineales o Modelos No Lineales
- Modelos en TD: ecuaciones en diferencia, funciones transferencia en el dominio  $Z$ , modelos en espacio de estados, modelos autoregresivos.
- Modelos en TC: ecuaciones diferenciales, funciones transferencia en el dominio de  $S$ , modelos en espacio de estados.

## □ Selección del Modelo “óptimo”

Determinación de un modelo particular perteneciente a la estructura de modelos, que es el que **mejor** se ajusta a los datos. Esto implica normalmente:

- Selección de un **criterio** o **función de costo** a minimizar: típicamente una función definida positiva de los errores de predicción del modelo.
- Determinación del vector de parámetros que minimiza el criterio, es decir: **estimación de parámetros**
  - Solución analítica (sólo posible en algunos casos).
  - Métodos numéricos iterativos (**optimización**) puede ser no lineal y no convexa → problemas de inicialización, convergencia y existencia de mínimos locales.

## □ Validación del Modelo

Obtención de una medida de **confiabilidad** del modelo. Esto usualmente implica:

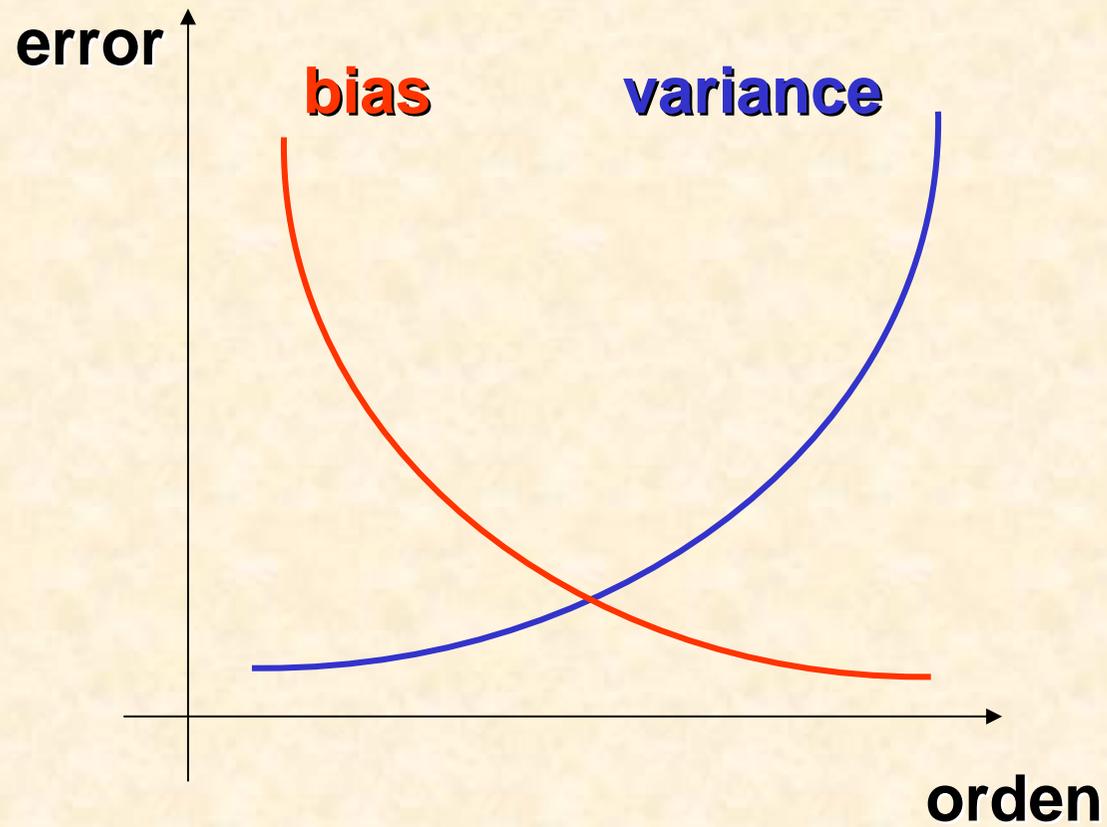
- Decidir si el modelo es lo suficientemente **bueno** para la aplicación para la cual fue derivado (**capacidad de predicción**).
- Determinar cuan **lejos** del **sistema real** está el modelo (medida de la **incertidumbre** del modelo).
- Determinar si el modelo y los datos son consistentes con las hipótesis sobre la estructura de modelo.

La validación requiere normalmente la realización de nuevos experimentos, modificando posiblemente la estructura de modelo, o las señales de excitación, o el criterio, etc.

# Fuentes de Error en un Proceso de Identificación

$$\text{ERROR} = \text{BIAS} + \text{VARIANCE}$$

- **BIAS (Desvio): errores sistemáticos** causados por
  - características de la señal de entrada (PE)
  - elección de estructura de modelo (complejidad de representación)
  - modo de operación (lazo cerrado vs. lazo abierto).
  
- **VARIANCE (Varianza): errores aleatorios** introducidos por la presencia de ruido en los datos que impiden que el modelo reproduzca exactamente la salida de la planta. Está afectado por los siguientes factores:
  - número de parámetros del modelo
  - duración del experimento de identificación
  - relación señal-ruido



## Bias-Variance Tradeoff

$$\text{ERROR} = \text{BIAS} + \text{VARIANCE}$$

## □ Como disminuir el error por varianza

$$\text{Var} \propto \frac{p}{N} \frac{\Phi_v(\omega)}{\Phi_u(\omega)}$$

$p$  : número de parámetros del modelo

$N$  : número de datos

$\Phi_v(\omega)$  : espectro de densidad de energía de la perturbación

$\Phi_u(\omega)$  : espectro de densidad de energía de la entrada

Para **disminuir** el error por varianza se puede reducir el número de parámetros a estimar, aumentar el número de datos, o aumentar la relación señal-ruido.