Física II

Guía de Problemas Nº3: Sustancias puras

Pablo Turner, Ignacio Hamad, Carlos Silva

1. *a*) Deducir la ecuación: $\frac{dv}{v} = \beta dT - \kappa dP$

   b) Una sustancia hipotética tiene los siguientes coeficientes de dilatación cúbica y de compresibilidad isotérmico: $\beta = 3aT^3/v$, $\kappa = b/v$, siendo a y b constantes. Hallar su ecuación de estado.

2. Un bloque metálico a presión de 1 atm y temperatura de 20ºC se mantiene a volumen constante.

   a) Si se eleva la temperatura hasta 32ºC, ¿cuál será la presión final?

   b) Si el recipiente que lo contiene tiene un coeficiente de dilatación térmica despreciable y puede resistir una presión máxima de 1200 atm, ¿cuál es la máxima temperatura que puede alcanzar el sistema?

   Datos: Suponer que el coeficiente de dilatación cúbica β y el coeficiente de compresibilidad isotérmico κ permanecen prácticamente en los valores de $5{,}0 \times 10^{-5}$ ºC^{-1} y $1{,}2 \times 10^{-6}$ atm^{-1} respectivamente).

3. Un bloque del mismo material que el del problema anterior, a presión de 1 atm, con un volumen de 500 cm^3 y una temperatura de 20ºC, experimenta un aumento de temperatura de 12ºC y un aumento de volumen de 0,05 cm^3. Calcular la presión final.

4. La ecuación de estado para un gas ideal es $PV = nRT$. Calcular el coeficiente de dilatación cúbica β y el módulo de compresibilidad isotérmico κ para este gas ideal.

5. Un gas hipotético tiene un coeficiente de compresibilidad isotérmica $\kappa = a/v$ y un coeficiente de dilatación $\beta = 2bT/v$, en donde a y b son constantes.

   a) Encontrar la ecuación de estado del gas suponiendo que a una presión p_0 y temperatura T_0 el volumen específico es v_0.

   b) Graficar la evolución en un diagrama $V - T$.

6. *a*) Demostrar que el coeficiente de dilatación cúbica puede expresarse en la forma:

   $$\beta = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_P$$

   en donde ρ es la densidad.

   b) Demostrar que el coeficiente de compresibilidad isotérmica puede expresarse en la forma:

   $$\kappa = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial P}\right)_T$$

7. La ecuación de estado de Van der Waals es: $(P + a/v^2)(v - b) = RT$ donde a y b son constantes para un dado gas.

   a) Demostrar que $\beta = \dfrac{Rv^2(v-b)}{RTv^3 - 2a(v-b)^2}$;

   b) Demostrar que $\kappa = \dfrac{v^2(v-b)^2}{RTv^3 - 2a(v-b)^2}$.

8. La ecuación de estado de una sustancia es: $P(v-b)=RT$.

   a) Calcular los coeficientes de dilatación y compresibilidad para dicha sustancia.
   b) Demostrar que las ecuaciones correspondientes para un gas de Van der Waals (ver problema 7) se reducen a las expresiones deducidas en el apartado 8a) para $a=0$.

9. Las medidas del coeficiente de dilatación y de la compresibilidad isotérmica de un gas conducen a las ecuaciones:

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = \frac{R}{p} + \frac{a}{T^2}; \quad \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T = -Tf(P) \qquad a = cte$$

   Demostrar que:

   a) $f(P) = \frac{R}{P^2}$
   b) una posible ecuación de estado es: $PV = RT - \frac{aP}{T}$

10. Teniendo en cuenta que dv es una diferencial exacta y recordando las definiciones de β y κ, mostrar que:

$$\left(\frac{\partial \beta}{\partial P}\right)_T = -\left(\frac{\partial \kappa}{\partial T}\right)_P$$

11. Si un hilo metálico experimenta una variación infinitesimal desde un estado de equilibrio inicial a otro final, demostrar que la tensión del mismo es:

$$dF = -\alpha AY\ dT + \frac{AY}{L}\ dL$$

12. Para asegurar un ajuste perfecto, los remaches de aluminio utilizados en la construcción de aeroplanos se hacen más gruesos que los orificios y se enfrían con hielo seco antes de ser introducidos. Si el diámetro del orificio es de 20 mm, ¿cuál debe ser el diámetro del remache a 20ºC, si éste es igual al del orificio cuando el remache se enfría a −78ºC, temperatura del hielo seco?
    Dato: $\alpha = 24 \times 10^{-6}$ ºC^{-1}.

13. a) Un hilo metálico de sección igual a 0,0085 cm^2 está sometido a una tensión de 2×10^6 dinas, a una temperatura de 20ºC, entre dos soportes rígidos fijos separados 1,2 m. Si se reduce la temperatura a 8ºC, ¿Cuál es la tensión final? (Suponer que α e Y conservan los valores constantes de $1{,}5 \times 10^{-5}$ ºC^{-1} y 2×10^{12} dinas/cm^2, respectivamente).
    b) Calcular la longitud final de dos varillas de 60 cm de longitud, una de acero ($\alpha = 12\times10^{-6}$ K^{-1}) y la otra de latón ($\alpha = 18 \times 10^{-6}$ K^{-1}), cuando se eleva la temperatura de 20ºC a 60ºC.

14. La ecuación de estado de una sustancia elástica ideal es:

$$F = kT\left(\frac{L}{L_0} - \frac{L_0^2}{L^2}\right)$$

    donde k es una constante y L_0 (valor de L para una tensión nula) función únicamente de la temperatura.

    a) Demostrar que el módulo de Young isotérmico está dado por: $Y = \dfrac{F}{A} + \dfrac{3kTL_0^2}{AL^2}$.
    b) Comprobar que el módulo de Young isotérmico para una tensión nula es: $Y_0 = \dfrac{3kT}{A}$.

15. Dos reglas de acero tienen aproximadamente un metro de longitud. Una es exacta a 273 K y la otra lo es a 298 K. ¿Cuál es la diferencia entre sus longitudes a 293K? El coeficiente de dilatación del acero es $\alpha = 12 \times 10^{-6}$ K^{-1}.

16. Una vía de ferrocarril sin juntas de dilatación está situada en un desierto donde las temperaturas del día y de la noche difieren en $\Delta T = 50$ K. El área de la sección transversal del carril es $A = 3{,}6 \times 10^{-3}$ m^2, el módulo de Young es $2{,}0 \times 10^{11}$ N/m^2 y el coeficiente de dilatación lineal es $\alpha = 8 \times 10^{-6}$ K^{-1}.

    a) ¿Cuál es la ecuación de estado de la vía?

    b) Si la longitud de la vía se mantiene constante, ¿cuál es la diferencia de tensión en las vías entre el día y la noche?

    c) Si la vía tiene 15000 m de longitud y se dilata libremente, ¿cuál será la variación de longitud entre el día y la noche?

17. *a*) Un frasco de vidrio cuyo volumen es exactamente 1000 cm^3 a 0ºC se llena completamente de mercurio a esta temperatura. Cuando frasco y mercurio se calientan a 100ºC se derraman 15,2 cm^3 de mercurio. Si el coeficiente de dilatación cúbica del mercurio es 0,000182 ºC^{-1}, calcular el coeficiente de dilatación lineal del vidrio.

    b) El volumen del depósito de un termómetro de mercurio es V_0 y la sección transversal del capilar es A_0 a 0ºC. El coeficiente de dilatación lineal del vidrio es α_V y el del mercurio α_L. Si el mercurio llena exactamente el depósito a 0ºC, ¿cuál es la longitud de la columna de mercurio en el capilar a la temperatura t (ºC)?

18. Una varilla metálica de 30 cm de longitud se dilata 0,075 cm al elevar su temperatura de 0ºC a 100ºC. Una varilla de un metal distinto, e igual longitud, se dilata 0,045 cm para el mismo incremento de temperatura. Con un trozo de cada uno de estos metales, uno a continuación del otro, se construye una tercera varilla de igual longitud que las anteriores, que se dilata 0,065 cm entre 0ºC y 100ºC. Hallar la longitud del trozo.

19. *a*) Dibujar en el plano $P - V$ los procesos 1 y 2 representados en el plano $P - T$.

    b) Dibujar en el plano $P - T$ los procesos 3 y 4 representados en el plano $P - V$.