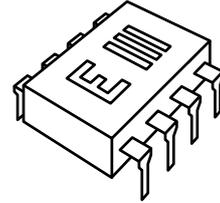




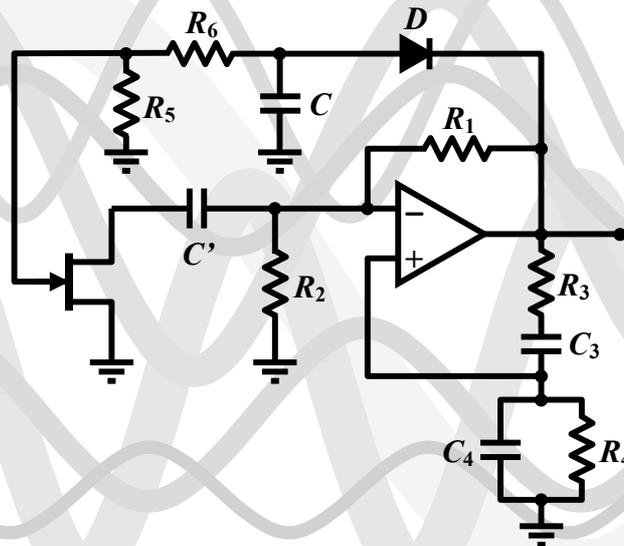
Universidad Nacional de Rosario  
Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura  
Escuela de Ingeniería Electrónica  
Departamento de Electrónica



## ELECTRÓNICA III

# OSCILADORES SENOIDALES

Federico Miyara



Segunda Edición - Año 2004

B03.01

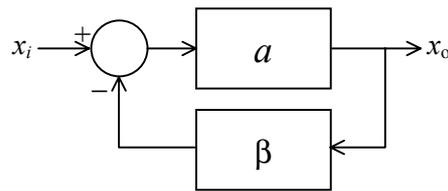
Código interno de publicación: B03.01  
Primera edición: 2000  
Digitalización: Juan Sebastián Petrocelli  
Segunda edición corregida y ampliada: 2004  
Publicado en Internet  
Rosario, Argentina  
Año 2004  
<http://www.fceia.unr.edu.ar/enica3/oscilad.pdf>

# OSCILADORES SENOIDALES

## 1. Introducción

Un oscilador es un circuito que produce una oscilación propia de frecuencia, forma de onda y amplitud determinadas. Aquí se estudiarán los osciladores senoidales.

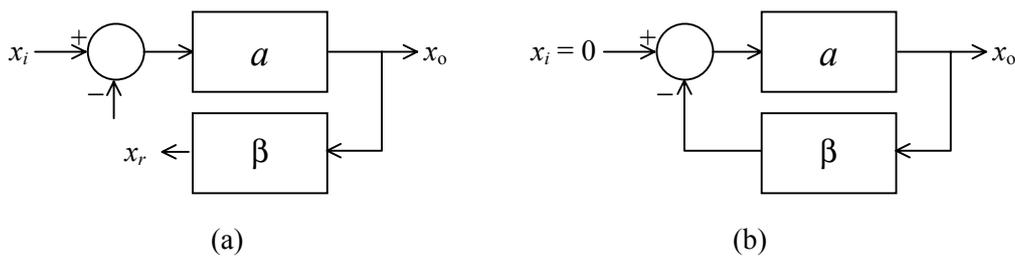
Según habíamos visto, un sistema realimentado puede ser oscilante a causa de una inestabilidad. Aprovecharemos esta particularidad, que en otro contexto se consideraba desventajosa, y consideraremos primeramente una estructura como la de la figura siguiente.



**Figura 1.** Estructura básica de realimentación para lograr un oscilador

### 1.1. Enfoque intuitivo

Supongamos que hemos encontrado una frecuencia para la cual, al abrir el lazo e inyectar a la entrada una señal  $x_i$  de dicha frecuencia, resulta que a su salida obtendremos  $x_r = -x_i$  (figura 2a). Entonces puede reemplazarse  $x_r$  por  $-x_i$  sin que modifique el funcionamiento (figura 2b). Por lo tanto el circuito sigue oscilando sin entrada.



**Figura 2.** (a) El sistema realimentado con entrada no nula y el lazo abierto. (b) Se elimina la entrada y al mismo tiempo se cierra el lazo

La condición anterior se da si

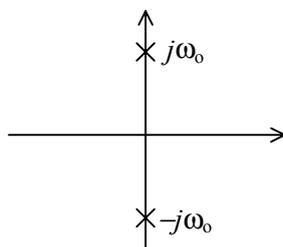
$$x_i \cdot a \cdot \beta = -x_i,$$

es decir, si

$$a \cdot \beta = -1. \tag{1}$$

### 1.2. Enfoque por consideraciones sobre estabilidad

Buscamos tener una salida senoidal pura, sin entrada. Ello significa que el sistema tiene una respuesta libre senoidal. Entonces los polos deben estar en el eje imaginario



**Figura 3.** Posición de los polos en un oscilador ideal.

(figura 3). En otras palabras,  $1 + a \cdot \beta$  tiene ceros imaginarios  $\pm j\omega_0$  es decir que

$$a(j\omega_0) \cdot \beta(j\omega_0) = -1. \tag{2}$$

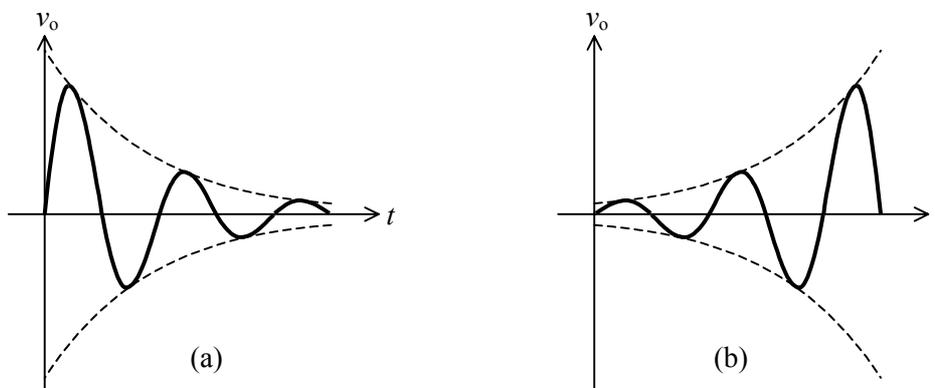
Esta igualdad se denomina *criterio de Barkhausen*, el cual se puede expresar como

$$\arg(a(j\omega_0) \cdot \beta(j\omega_0)) = 180^\circ, \tag{3a}$$

$$|a(j\omega_0) \cdot \beta(j\omega_0)| = 1. \tag{3b}$$

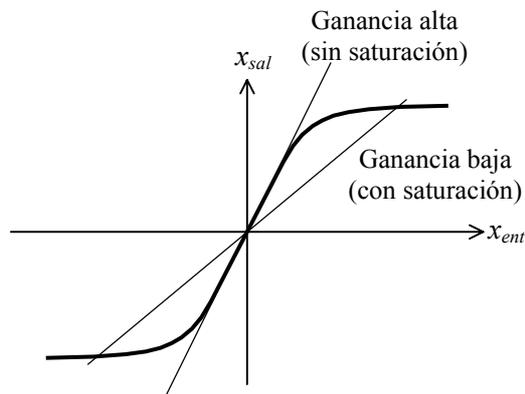
### 1.3. Consideración de orden práctico

Podría ocurrir que uno logre que en principio se cumpla el criterio de Barkhausen, pero por derivas térmicas, envejecimiento o dispersión de parámetros los polos se desplacen hacia el semiplano real positivo o negativo. En este último caso, las oscilaciones desaparecen (figura 4a) Si los polos se desplazan al eje real positivo, tienden a aumentar de amplitud (figura 4b). La amplitud aumenta hasta que comienza la saturación.



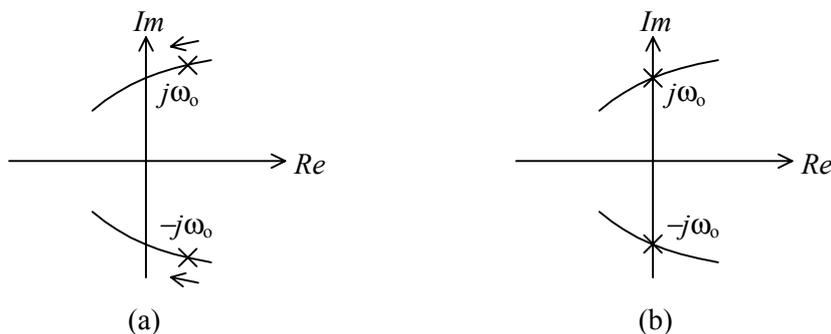
**Figura 4.** (a) Sistema estable: las oscilaciones tienden a desaparecer. (b) Sistema inestable: las oscilaciones son crecientes.

Esto puede explicarse mejor teniendo en cuenta que la saturación puede interpretarse como una variación de ganancia (figura 5). Al variar la ganancia varía la posición



**Figura 5.** Cuando la señal de entrada es pequeña, la ganancia es alta. Cuando la señal crece acercándose a la saturación, la ganancia aparente se reduce

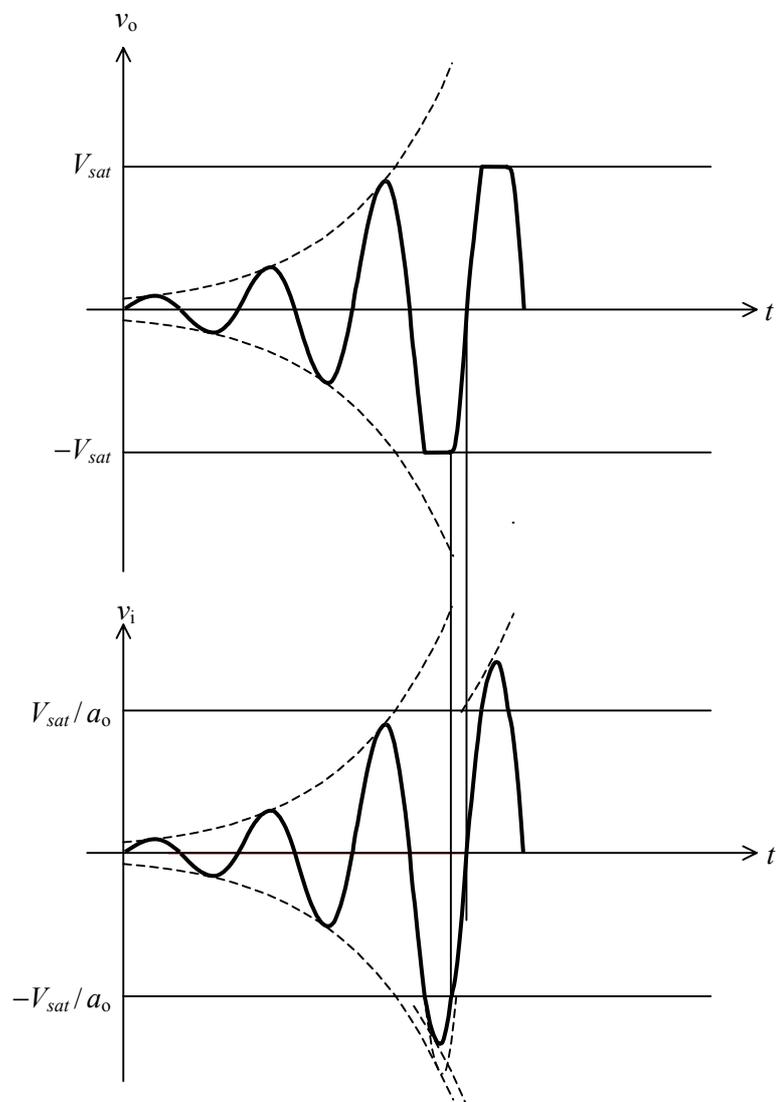
de los polos, es decir se tiene un lugar de las raíces como el de la figura 6a. Si la amplitud aumenta mucho, la ganancia del sistema empieza a bajar, por lo cual los polos se desplazan retornando al eje imaginario, como se muestra en la figura 6b.



**Figura 6.** (a) Al reducirse la ganancia los polos se desplazan hacia el eje imaginario. (b) Cuando la salida alcanza la saturación, los polos se ubican sobre el eje imaginario.

Esta discusión muestra que, desde el punto de vista práctico, es preferible que los polos estén en la parte real positiva pues a través de un proceso de “realimentación negativa” amplitud-ganancia, dicha amplitud no crece indefinidamente. En resumen, al aumentar la amplitud, baja la ganancia, con lo cual baja la amplitud, volviendo a la situación anterior.

Lo que ocurre se muestra con mayor detalle en la figura 7



**Figura 7 [PROVISORIA].** Forma de onda del oscilador indicando lo que sucede cerca de la saturación. En la parte inferior se observa la señal en la entrada del amplificador y en la superior, la señal a su salida, suponiendo una realimentación de tipo LC.

Durante  $\Delta t$  se pierde la linealidad. En ese lapso los elementos de almacenamiento (L y C) evolucionan libremente reacomodando su energía y cuando entra de nuevo en la zona lineal empieza una nueva senoide modulada por una exponencial creciente. No debe confundirse esto con un recorte. De ser así, la onda sería cada vez más cuadrada, conforme aumentara la pendiente de cruce por cero.

De lo anterior resulta que la condición de Barkhausen de diseño es:

$$\arg (a(j\omega_0) \cdot \beta(j\omega_0)) = 180^\circ \tag{4a}$$

$$| a(j\omega_0) \cdot \beta(j\omega_0) | \gtrsim 1 \tag{4b}$$

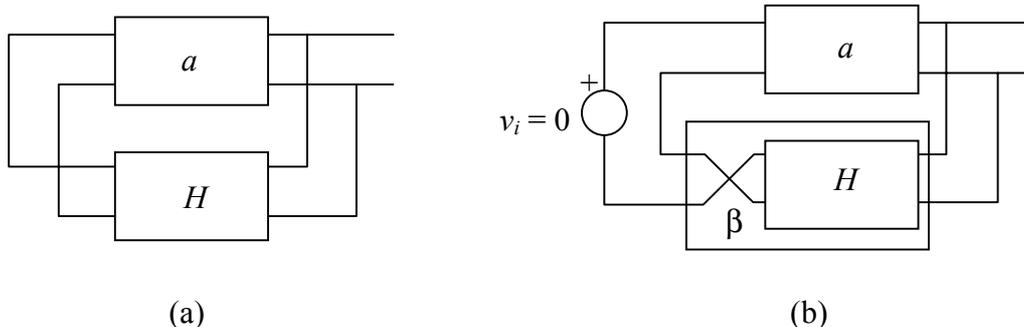
## 2. Método de apertura del bucle

Consideremos una configuración típica de osciladores como la de la figura 8a. Hemos llamado a y H a las ganancias de tensión de los bloques básicos y de realimentación. Para llevarlo a una de las configuraciones de realimentación cuadripolar invertimos los terminales de H, y llamamos  $\beta$  a la ganancia  $-H$  del bloque resultante. El criterio de oscilación para un sistema realimentado era que

$$a \cdot \beta = -1,$$

es decir,

$$a \cdot (-H) = -1,$$



**Figura 8.** (a) Estructura de un oscilador. (b) Su análisis como circuito realimentado donde  $\beta = -H$ .

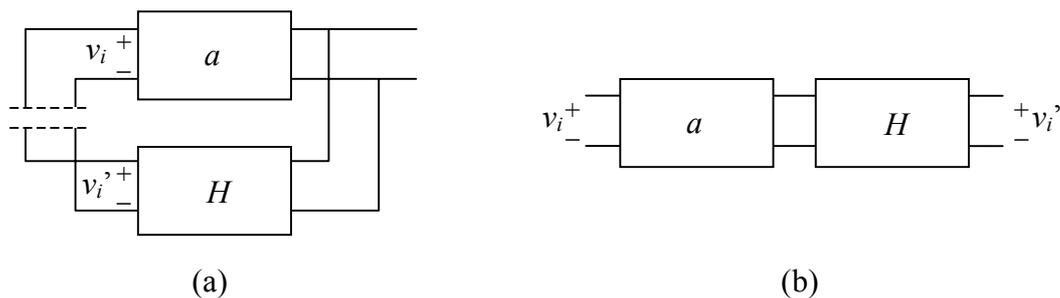
de donde resulta que

$$a \cdot H = 1. \tag{5}$$

Esto equivale a abrir el lazo, excitar con  $v_i$  y obtener  $v_i'$  de modo que

$$v_i = v_i'. \tag{6}$$

Este proceso se ilustra en la figura 9.



**Figura 9.** Método de apertura de bucle para el análisis de osciladores. En el primer paso se interrumpe la realimentación, y en el segundo se obtiene la respuesta del lazo abierto

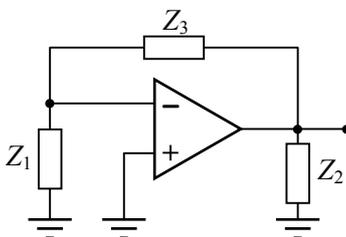
Esta metodología para analizar osciladores se denomina *método de apertura de bucle*, y resulta a la vez intuitivo y sencillo de aplicar.

### 3. Osciladores LC

Todos los osciladores involucran uno o más elementos almacenadores de energía. En forma general se pueden clasificar según el tipo de almacenadores. Tenemos, así, los osciladores LC, que utilizan capacitores e inductores, y los osciladores RC, que utilizan capacitores y resistores. En esta sección trataremos los LC.

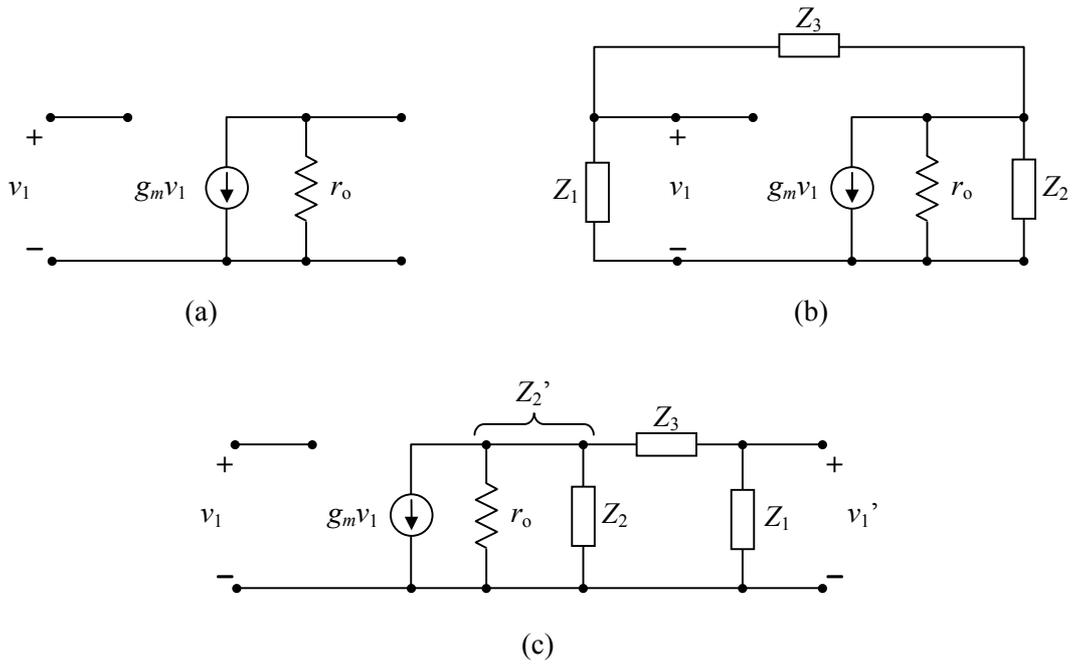
#### 3.1. Esquema general de osciladores LC

Muchos osciladores LC responden a un diagrama circuital como el indicado en la figura 10, formado por dos impedancias en paralelo con la entrada y salida de un dispositivo amplificador (por ejemplo un FET o un transistor bipolar, un amplificador operacional, una compuerta lógica, etc.) y una tercera impedancia en la cadena de realimentación.



**Figura 10.** Estructura básica de diversos osciladores senoidales.

Representando al amplificador por el modelo circuital de la figura 11a, el oscilador completo tiene el modelo en pequeña señal de la figura 11b.



**Figura 11.** (a) Modelo en pequeña señal del amplificador del circuito de la figura 10. (b) Modelo en pequeña señal del oscilador. (c) Modelo en señal una vez abierto el bucle.

La resistencia de salida  $r_o$  y la impedancia  $Z_2$  se han agrupado como  $Z_2'$ . El análisis procede observando que las impedancias  $Z_1$ ,  $Z_2'$  y  $Z_3$  forman un divisor de corriente y de tensión

$$v_1' = -g_m v_1 \frac{Z_2'}{Z_1 + Z_2' + Z_3} Z_1, \tag{7}$$

$$\frac{v_1'}{v_1} = \frac{-g_m Z_1 \frac{r_o Z_2}{r_o + Z_2}}{Z_1 + Z_3 + \frac{r_o Z_2}{r_o + Z_2}} = \frac{-g_m r_o Z_1 Z_2}{r_o(Z_1 + Z_2 + Z_3) + Z_2(Z_1 + Z_3)}. \tag{8}$$

Sí las impedancias son reactancias puras, es decir,  $Z_k = jX_k$ , entonces

$$\frac{v_1'}{v_1} = \frac{g_m r_o X_1 X_2}{-X_2 (X_1 + X_3) + j r_o (X_1 + X_2 + X_3)}. \tag{9}$$

Para que este cociente sea real la frecuencia debe ser tal que

$$X_1 + X_2 + X_3 = 0, \tag{10}$$

$$X_1 + X_3 = -X_2. \tag{11}$$

A esa frecuencia resulta

$$\frac{v_1'}{v_1} = \frac{-g_m r_o X_1 X_2}{X_2 (-X_2)} = \frac{g_m r_o X_1}{X_2} \tag{12}$$

Para la oscilación debe cumplirse que

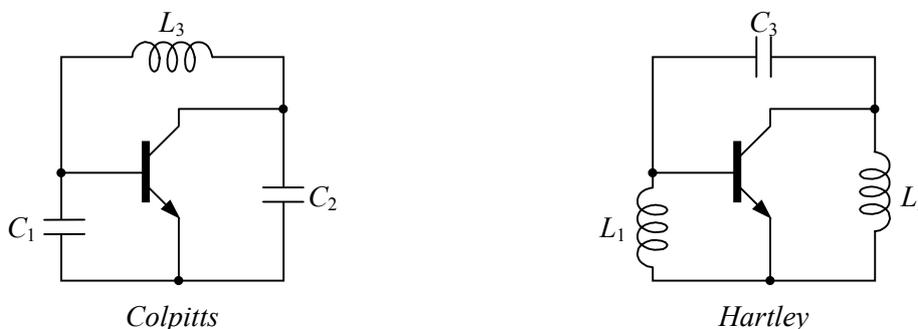
$$\frac{g_m r_o X_1}{X_2} > 1. \tag{13}$$

Por lo tanto si  $g_m > 0$  (conexión en emisor común), entonces  $X_1$  y  $X_2$  deben ser del mismo signo y por lo tanto  $X_3$  de signo diferente. Si  $g_m < 0$  (conexiones en base común y colector común) entonces  $X_1$  y  $X_2$  deben ser de distinto signo y, por lo tanto,  $X_3$  puede ser de cualquier signo. Debido a que hay tres reactancias, siempre hay dos capacitivas y una inductiva o viceversa. Obtenemos, entonces, dos familias de osciladores, designadas en honor de quienes los introdujeron. Los osciladores con dos capacitores y un inductor se denominan *osciladores de Colpitts* y los que tienen dos inductores y un capacitor, *osciladores de Hartley*. En la tabla siguiente se resumen los seis casos posibles.

**Tabla 1.** Tipos de osciladores según la ubicación de las reactancias capacitivas e inductivas

Ganancia	Reactancias	Oscilador
$g_m > 0$	$L_1, L_2, C_3$	Hartley
	$C_1, C_2, L_3$	Colpitts
$g_m < 0$	$L_1, C_2, C_3$	Colpitts
	$C_1, L_2, C_3$	
	$L_1, C_2, L_3$	Hartley
	$C_1, L_2, L_3$	

En la figura 12 se muestran estas disposiciones para la configuración de emisor común ( $g_m > 0$ ) en forma simplificada (es decir, omitiendo las polarizaciones). Para las otras configuraciones puede verse que



**Figura 12.** Estructuras de osciladores Colpitts y Hartley con transistor bipolar. Se han omitido las polarizaciones.

### 3.2. Polarización. Chokes

Los circuitos reales requieren, además de los elementos estructurales, una red de polarización. Un ejemplo conceptual se muestra en la figura 13 para el caso de un oscilador Colpitts a transistor bipolar. Si bien el circuito en principio puede funcionar, presenta dos serios inconvenientes: el inductor  $L_3$  cortocircuita en polarización al colector y la base, y  $R_c$  queda en paralelo con  $r_o$ , reduciendo mucho la resistencia de salida, lo cual exige un valor grande de  $g_m$ .

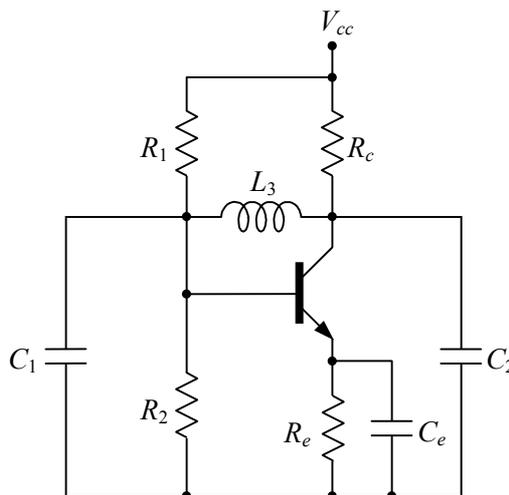


Figura 13. Polarización conceptual de un oscilador Colpitts.

Estos inconvenientes pueden resolverse como se muestra en el circuito de la figura 14a. En primer lugar, se ha desacoplado en continua el colector y la base, por medio del capacitor  $C'$  (representado como electrolítico sólo para indicar que se trata de un capacitor mayor que los otros). En segundo lugar, se ha sustituido la resistencia de colector

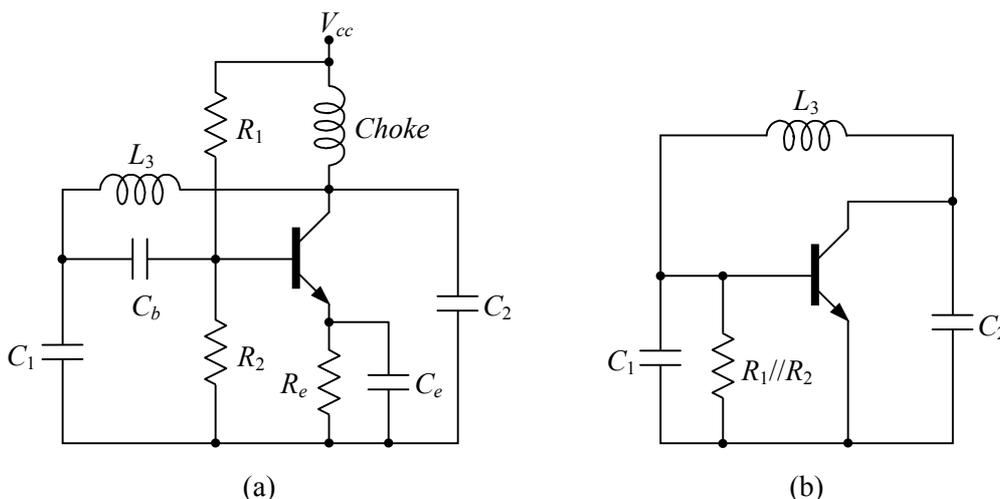


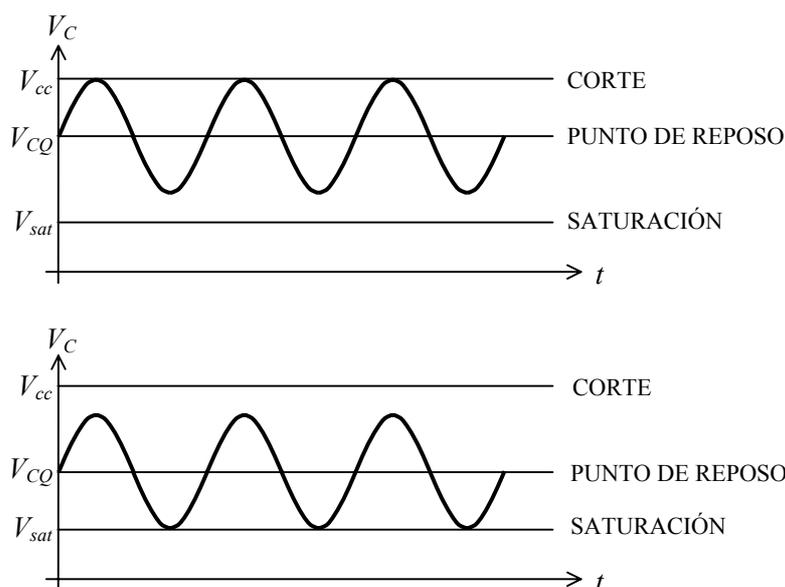
Figura 14. (a) Polarización de un oscilador Colpitts desacoplando la continua entre la base y el colector mediante  $C'$ , y la alterna de la fuente mediante el choke. (b) Circuito en alterna correspondiente.

por un inductor denominado *choke*, cuya finalidad es desconectar en alterna el circuito de la baja impedancia de la fuente, debido a la alta impedancia de la bobina en alta frecuencia. El circuito en alterna se comporta como se muestra en la figura 14b.

Esto tiene varias ventajas. La primera es que la ganancia del transistor es mayor, al tener una carga más débil en continua, y además no se desperdicia potencia en el circuito de polarización. Esto es importante en los circuitos de radiofrecuencia, donde se busca aumentar al máximo el rendimiento energético.

La segunda ventaja es que se evita la circulación de una corriente fuertemente oscilante por la fuente. Es sabido que la impedancia de una fuente de alimentación en alta frecuencia no es tan baja como en continua, por lo que esta corriente oscilante produciría caídas de tensión oscilantes en la línea de alimentación, lo cual ocasionaría radiación electromagnética (la línea de alimentación se comporta como antena) a la vez que afectaría a todos los restantes circuitos y componentes conectados a la misma fuente.

Por último, el uso de un *choke* permite ampliar la excursión de la tensión de salida, es decir su amplitud. Para verlo, supongamos que la polarización fuera con una resistencia de colector. Vimos anteriormente que la amplitud de oscilación queda limitada por las no linealidades del circuito. Concretamente, la no linealidad más próxima al punto de trabajo es la que determina la amplitud. Entonces, según cómo se haya elegido el punto de trabajo la amplitud quedará determinada por el corte o la saturación, como se aprecia en la figura 15.

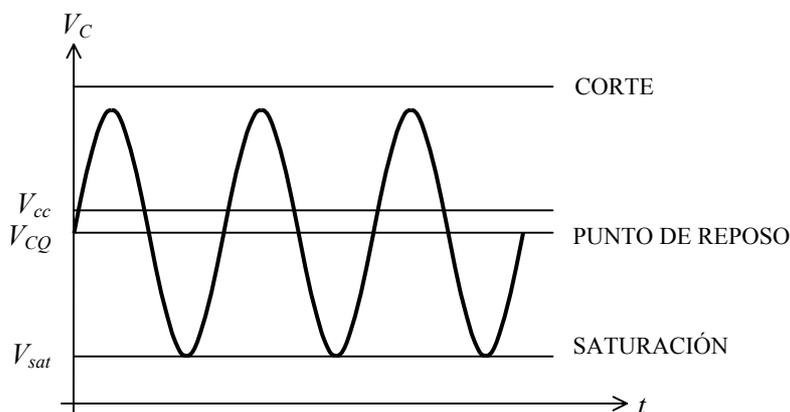


**Figura 15.** La amplitud de oscilación queda limitada por la primera no linealidad importante. Arriba, la primera no linealidad es la saturación. Abajo, el corte (ambos en el caso de un oscilador con polarización de colector resistiva).

Si en lugar de la resistencia  $R_c$  hay un *choke*, debido a que una inductancia puede tener tensión opuesta a la corriente, es perfectamente posible que la tensión de colector esté por encima de  $V_{cc}$  y sin embargo fluya corriente *hacia* el colector. La razón es que la tensión de una inductancia es proporcional a la derivada de la corriente:

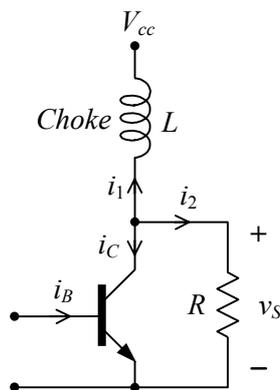
$$v = L \frac{di}{dt}, \tag{14}$$

por lo que si la corriente es positiva pero decreciente (es decir,  $di/dt < 0$ ), la tensión será negativa, y por lo tanto  $V_{cc}$  será más negativa que el colector del transistor. Si está el choke, por lo tanto, la limitación será siempre la saturación del transistor, pues ya no hay restricciones para el colector.



**Figura 16.** La amplitud de oscilación queda limitada por la primera no linealidad importante. En el caso de un *choke* elegido apropiadamente, el corte se produce para tensiones de colector muy altas, por lo cual la primera no linealidad es la saturación. La amplitud es entonces muy grande. *Nota: el punto de reposo es ligeramente menor que  $V_{cc}$  debido a la resistencia parásita del choke.*

Analicemos la situación anterior cuantitativamente. Para ello tengamos en cuenta que como nos interesa evaluar la posibilidad de que el transistor pueda cortarse, deberemos trabajar con la corriente total de colector,  $i_C$ . De la figura 17, se tiene



**Figura 17.** Circuito de salida simplificado de un oscilador con *choke* y una resistencia de carga.

$$i_C = -(i_1 + i_2). \quad (15)$$

Además, dicha corriente puede considerarse como la superposición de la corriente de reposo,  $I_{CQ}$  (la cual supondremos un dato de diseño) y la corriente de señal,  $i_c$ ,<sup>1</sup>

$$i_C = I_{CQ} + i_c. \quad (16)$$

Supondremos que la componente de señal es senoidal, es decir,

$$i_c = I \text{ sen } \omega t. \quad (17)$$

Por otra parte, la tensión de salida es también la superposición de una tensión de reposo,  $V_{SQ}$ , y una tensión de señal,  $v_s$ ,

$$v_S = V_{SQ} + v_s. \quad (18)$$

Despreciando la resistencia residual del *choke*, tenemos que

$$V_{SQ} \cong V_{cc}. \quad (19)$$

La componente de señal, a su vez, puede calcularse pasivando  $V_{cc}$  y haciendo circular  $i_c$  por el paralelo entre el *choke* y la resistencia de carga:

$$v_s = -I \frac{R L \omega}{\sqrt{R^2 + L^2 \omega^2}} \text{sen}(\omega t + \phi), \quad (20)$$

donde

$$\phi = \text{arctg} \frac{R}{L \omega}. \quad (21)$$

Resulta, entonces, que:

$$v_S = V_{cc} - I \frac{R L \omega}{\sqrt{R^2 + L^2 \omega^2}} \text{sen}(\omega t + \phi) \quad (22)$$

La condición para que el transistor no se corte es que la mínima corriente total por el colector sea mayor que 0:

$$i_{C \text{ min}} = I_{CQ} - I > 0 \quad (23)$$

Si  $I = I_{CQ}$  el transistor está comenzando a cortarse. En ese caso,

$$v_S = V_{cc} - I_{CQ} \frac{R L \omega}{\sqrt{R^2 + L^2 \omega^2}} \text{sen}(\omega t + \phi). \quad (24)$$

<sup>1</sup> Estamos usando sistemáticamente la convención de notación habitual, según la cual los valores de reposo se escriben con mayúscula y subíndice en mayúscula, los valores totales con minúscula y subíndice en mayúscula, y los valores de señal con minúscula y subíndice también en minúscula.

Según la figura 16, para maximizar la amplitud de salida conviene que el transistor limite por saturación y no por corte, por lo cual la tensión mínima alcanzada por  $v_s$  debe ser menor que la saturación, es decir:

$$v_{S\min} < V_{ce\text{ sat}}, \quad (25)$$

es decir,

$$v_{S\min} = V_{cc} - \frac{I_{CQ} R L \omega}{\sqrt{R^2 + L^2 \omega^2}} < V_{ce\text{ sat}}, \quad (26)$$

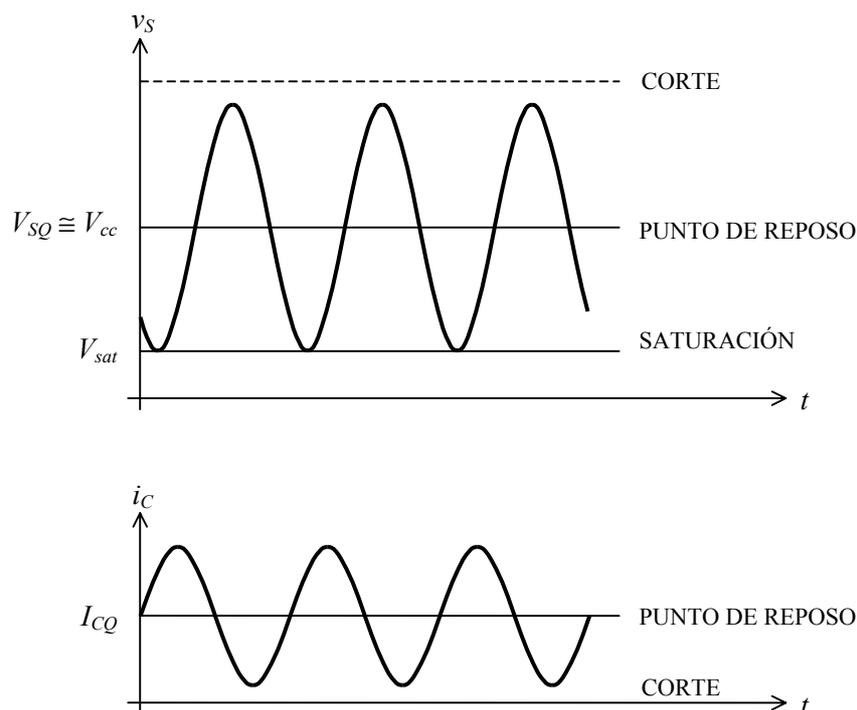
o bien

$$I_{CQ} > \frac{V_{cc} - V_{ce\text{ sat}}}{|R // j\omega L|}. \quad (27)$$

La amplitud de  $v_s$  es

$$V_{S\max} = I_{CQ} |R // j\omega L|. \quad (28)$$

En la figura 18 se muestran las formas de onda de la corriente de colector y la tensión de salida, suponiendo que la saturación se alcanza antes que el corte.



**Figura 18.** Formas de onda de la corriente de colector  $i_c$  y la tensión de salida  $v_s$  para una etapa de salida con *choke* y resistencia de carga. En este caso se ha dimensionado la corriente de reposo  $I_{CQ}$  de modo que la saturación se produzca antes que el corte, de modo de aprovechar toda la excursión posible.

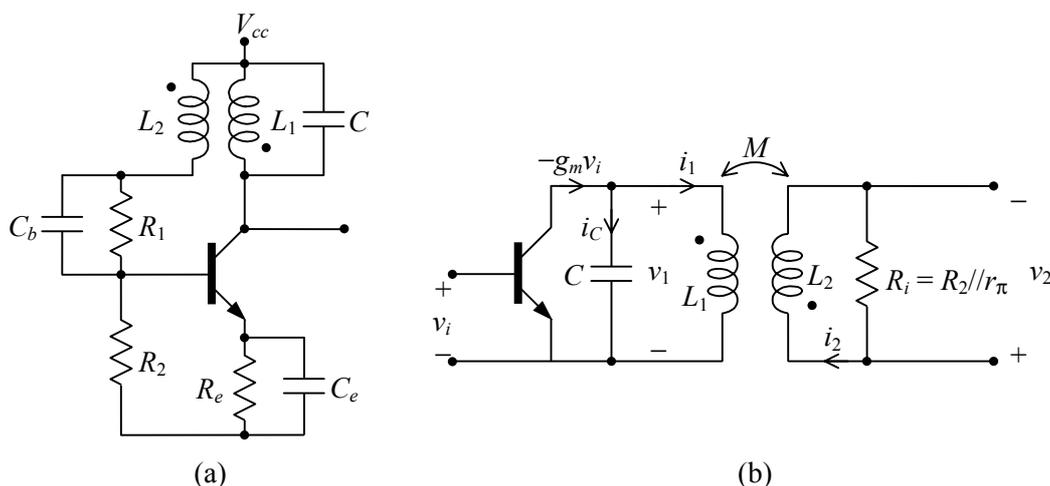
En las formas de tensión anteriores vemos que la salida de tensión del oscilador queda limitada por la tensión en la saturación, ya que el transistor no llega a cortarse.

Vemos que los mejores puntos de polarización del transistor son:

- a) Tensión de reposo igual o muy próxima a la tensión de alimentación (*choke* en el colector con muy baja resistencia).
- b) Corriente de reposo lo más elevada posible. Un inconveniente es el consumo de potencia estática.

### 3.3. Oscilador sintonizado por colector

El oscilador sintonizado por colector (figura 19a) tiene un circuito tanque  $LC$  entre el colector de un transistor bipolar y un potencial fijo. Esto hace que a la frecuencia de resonancia del tanque la ganancia sea máxima y además real. Dado que el transistor está en emisor común, invierte la señal. Para lograr una realimentación en fase es preciso invertir nuevamente la señal de salida, lo cual se logra con un transformador. Los capacitores  $C_e$  y  $C_b$  se comportan como cortocircuitos a la frecuencia de oscilación.



**Figura 19.** (a) Oscilador sintonizado por colector. (b) Circuito en alterna correspondiente tras abrir el lazo en la base.

Dado que para la frecuencia de los armónicos el tanque tiende a comportarse como un cortocircuito, este oscilador tiene como ventaja el tener su punto de mínima distorsión a la salida.

Para analizar este oscilador pasamos al modelo de señal en alterna (cortocircuitando  $C_b$  y  $C_e$  y pasivando  $V_{cc}$ ) y abrimos el lazo, tal como se muestra en la figura 19b. Obsérvese que la resistencia de entrada del transistor,  $r_{\pi}$ , se ha incluido como carga a la salida del transformador, ya que su presencia provoca un desfase y una atenuación que pueden influir en las condiciones de oscilación.

En este caso la condición de oscilación surgirá de plantear

$$\frac{-v_2}{v_i} \geq 1. \tag{29}$$

Para el análisis tengamos en cuenta que el transistor hace circular por su colector una corriente proporcional a  $v_i$ ,

$$I_c = g_m V_i. \quad (30)$$

Esta corriente (cambiada de signo) sale del colector y se divide entre el capacitor  $C$  y el primario del transformador. La corriente que llega al primario será

$$I_1 = -g_m V_i \frac{I_1/V_1}{C_s + I_1/V_1} = -g_m V_i \frac{1}{C_s V_1/I_1 + 1}. \quad (31)$$

donde  $I_1/V_1$  es la admitancia vista hacia el primario del transformador. Para calcularla, consideremos las ecuaciones del transformador ideal, según la homología de terminales y las referencias de tensión y corriente indicadas en la figura 19b:

$$v_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt},$$

$$v_2 = M \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt}.$$

Transformando Laplace pasan a ser

$$V_1 = L_1 s I_1 + M s I_2, \quad (32a)$$

$$V_2 = M s I_1 + L_2 s I_2. \quad (32b)$$

Buscamos una relación entre  $V_1$  e  $I_1$ , para lo cual debemos eliminar de este sistema  $V_2$  e  $I_2$ . Dado que hay sólo dos ecuaciones podemos eliminar una sola incógnita. Pero  $V_2$  e  $I_2$  están ligadas por la carga resistiva conectada como carga del secundario:

$$I_2 = -\frac{V_2}{R_i}, \quad (33)$$

lo que nos permite eliminar  $I_2$  de las ecuaciones (32). Sustituyendo en (32b),

$$V_2 = M s I_1 - L_2 s \frac{V_2}{R_i}.$$

De aquí puede despejarse  $V_2$ , resultando

$$V_2 = \frac{M s}{1 + \frac{L_2 s}{R_i}} I_1. \quad (34)$$

Si volvemos a reemplazar en ésta la relación (33) obtenemos

$$I_2 = \frac{-Ms}{R_i + L_2s} I_1. \quad (35)$$

Por último reemplazamos en (32a). Resulta:

$$V_1 = \left( L_1s - \frac{M^2s^2}{R_i + L_2s} \right) I_1. \quad (36)$$

Sustituyendo en (31)

$$I_1 = -g_m V_i \frac{1}{Cs \left( L_1s - \frac{M^2s^2}{R_i + L_2s} \right) + 1}. \quad (37)$$

Para obtener la relación entre  $V_2$  y  $V_i$  sólo nos resta reemplazar ésta en (34). Luego de simplificar resulta

$$\frac{V_2}{V_i} = - \frac{g_m R_i M s}{Cs \left( L_1s(R_i + L_2s) - M^2s^2 \right) + R_i + L_2s}. \quad (38)$$

Reemplazando  $s = j\omega$  y simplificando,

$$\frac{V_2}{V_i} = - \frac{g_m R_i M \omega}{L_2\omega + (M^2 - L_1L_2)C\omega^3 + jR_i(L_1C\omega^2 - 1)}. \quad (39)$$

En la frecuencia de oscilación este cociente debe ser real, para lo cual

$$L_1C\omega_0^2 - 1 = 0, \quad (40)$$

es decir,

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_1C}}. \quad (41)$$

Antes de obtener la condición sobre la ganancia conviene hacer una simplificación. Si el arrollamiento primario tiene  $n_1$  espiras, el secundario,  $n_2$  espiras y el acoplamiento magnético es total

$$L_1 = K n_1^2 \quad (42a)$$

$$L_2 = K n_2^2 \quad (42b)$$

$$M = K n_1 n_2 \quad (42c)$$

de donde resulta que

$$M^2 - L_1L_2 = 0, \quad (43)$$

por lo que, de (39), resulta la siguiente condición sobre la ganancia:

$$-\frac{V_2}{V_i} = g_m R_i \frac{L_1}{M} \geq 1. \tag{44}$$

Esta condición también se puede plantear en términos de la cantidad de espiras de los arrollamientos primario y secundario. Resulta

$$g_m R_i \frac{n_1}{n_2} \geq 1. \tag{45}$$

### 3.4. Aplicaciones

Los osciladores LC se aplican en general para frecuencias mayores de 100 kHz, ya que a frecuencias menores, el factor de mérito  $Q$  de las bobinas es bajo y por lo tanto, según veremos, la estabilidad de frecuencia será pobre. Por otra parte, las bobinas resultan de elevado tamaño y peso, por lo que se vuelven poco prácticas.

Entre las aplicaciones se encuentran la generación de frecuencia intermedia y de portadoras para transmisión de radiofrecuencia.

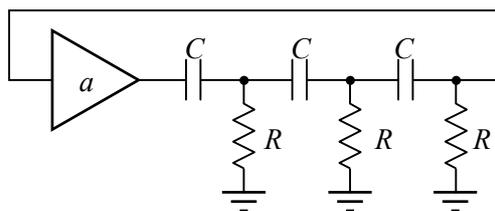
## 4. Osciladores RC

Como ya se indicó, para frecuencias menores que 100 kHz, se trata de evitar el uso de bobinas, surgiendo así los osciladores RC. Entre ellos están:

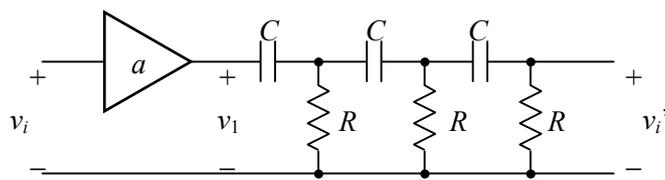
- a) Osciladores por rotación de fase
- b) Osciladores con puente de Wien

### 4.1. Oscilador por rotación de fase

Consiste en utilizar un elemento activo inversor y una cascada de células RC que producen rotaciones de fase que sumadas proporcionan los 180° requeridos por el *criterio de Barkhausen*. Dado que una célula RC produce un máximo defasaje de 90°, se requieren al menos tres células para que en alguna frecuencia se alcancen los 180°. En la figura 20 se presenta la estructura genérica de un oscilador por rotación de fase, cuyo bucle abierto se muestra en la figura 21. La salida se obtiene de la salida del elemento activo.



**Figura 20.** Estructura de un oscilador por rotación de fase.



**Figura 21.** Apertura de lazo del oscilador por rotación de fase.

Puede verificarse por cálculo directo que:

$$\frac{V'_i}{V_i} = \frac{(\omega RC)^3}{(\omega RC)^3 - 5(\omega RC) - j(6(\omega RC)^2 - 1)}, \tag{46}$$

de donde

$$\frac{V'_i}{V_i} = \frac{a(\omega RC)^3}{(\omega RC)^3 - 5(\omega RC) - j(6(\omega RC)^2 - 1)}. \tag{47}$$

Para que el circuito oscile debe ser

$$\text{Im}\left(\frac{V'_i}{V_i}\right) = 0, \tag{48}$$

lo cual ocurre cuando

$$6(\omega RC)^2 - 1 = 0,$$

es decir

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{6} RC} \tag{49}$$

A esa frecuencia, la ganancia es

$$\frac{V'_i}{V_i} = \frac{a \frac{1}{6}}{\frac{1}{6} - 5} = -\frac{a}{29} \tag{50}$$

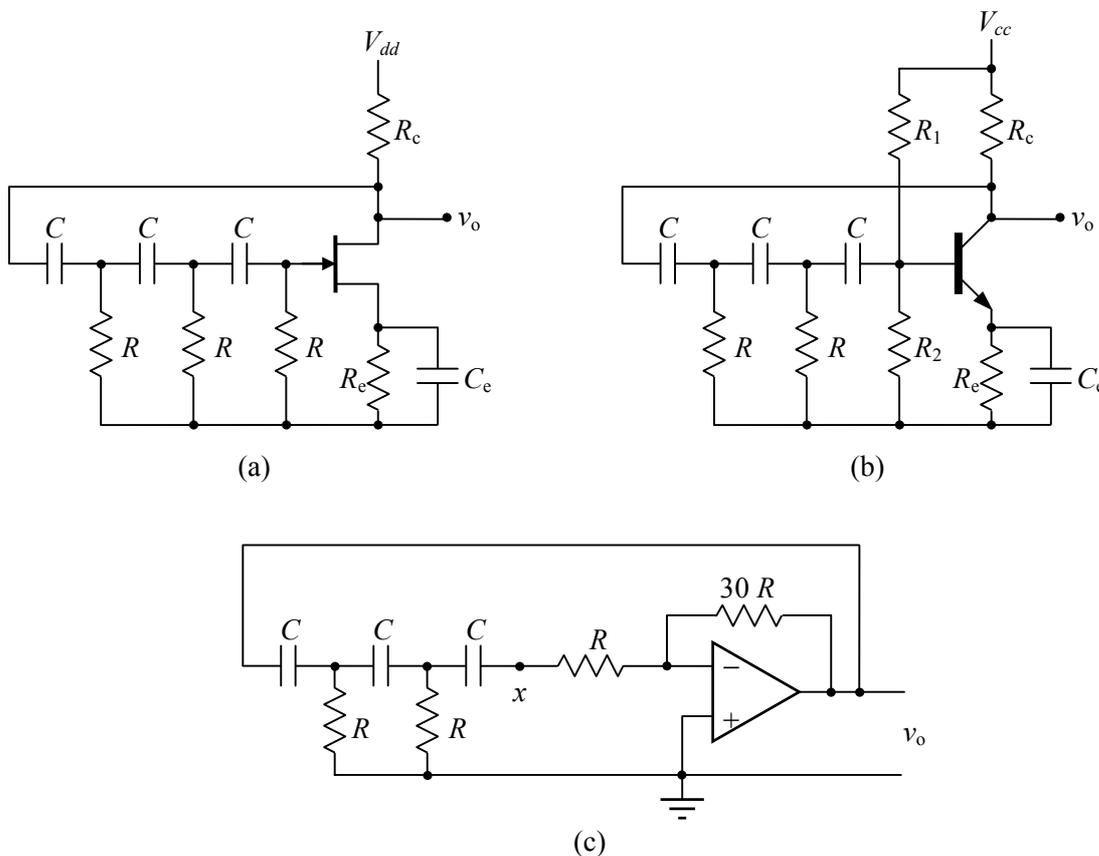
El circuito oscilará si esta ganancia es mayor que 1, es decir, si la ganancia del amplificador satisface

$$-a > 29. \tag{51}$$

Por lo tanto debe ser un amplificador inversor con ganancia mayor que 29. En la figura 22 se muestran ejemplos con FET, con transistor bipolar (BJT) y con amplificador operacional. En el ejemplo con BJT debe ser  $R_1//R_2//r_\pi = R$  de lo contrario, si bien oscilará, la frecuencia será distinta de la calculada.

En el ejemplo con amplificador operacional, la resistencia  $R$  conectada al terminal inversor cumple una doble función: es la resistencia de terminación de la red  $RC$  (ya que el terminal inversor está a masa virtual) y como resistencia de entrada para el amplifica-

dor inversor. Obsérvese que se la ha dado una ganancia  $-30$ , apenas superior en valor absoluto a la requerida (aunque por problemas de tolerancia puede convenir un valor un poco mayor).



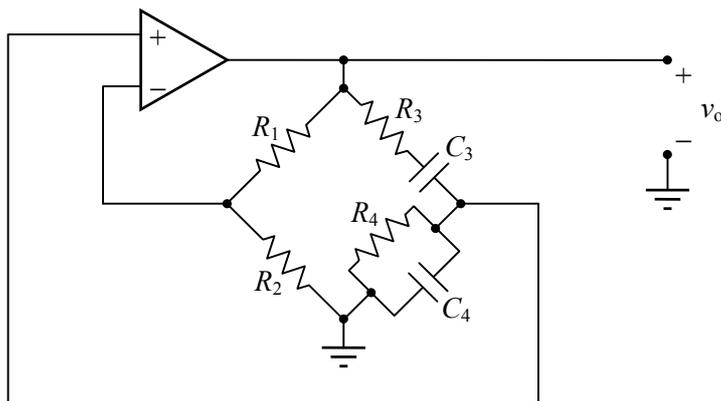
**Figura 22.** Tres versiones de oscilador por rotación de fase. (a) Con FET. (b) Con transistor bipolar. (c) Con amplificador operacional

Sería posible, en principio, usar una red pasabajos  $RC$  en lugar de la pasaaltos utilizada. Sin embargo, la distorsión es menor en la que se ha adoptado, ya que el punto de menor contenido armónico es su entrada (es decir, la salida del oscilador). En el caso de la red  $RC$  pasabajos, el menor contenido armónico se da a la salida de la red, es decir, a la entrada del amplificador, lo cual no es conveniente.

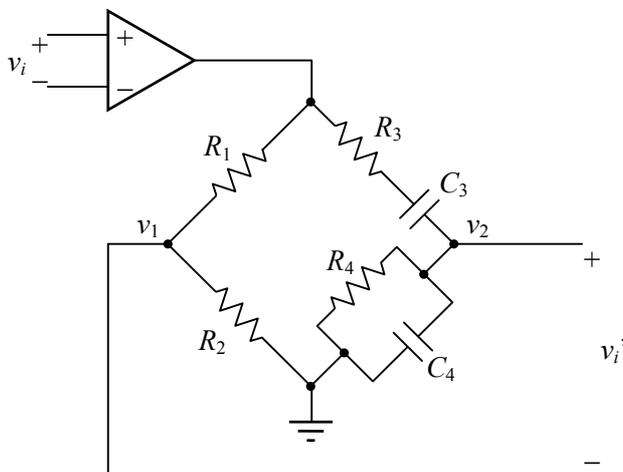
### 4.2. Oscilador con puente de Wien

El oscilador por rotación de fase estudiado es muy sencillo y funciona con facilidad. Sin embargo, según veremos, su estabilidad en frecuencia es más bien pobre, haciéndolo inviable para aplicaciones de precisión.

Se puede sustituir la red de rotación de fase por un circuito conocido como *puente de Wien* cuya aplicación más conocida es la medición de impedancias. En la figura 23 se muestra un diagrama esquemático del oscilador resultante. En la figura 24 se ha abierto el lazo para el análisis de las condiciones de oscilación.



**Figura 23.** El oscilador con puente de Wien implementado mediante un amplificador operacional.



**Figura 24.** El oscilador con puente de Wien con el bucle abierto a la entrada del amplificador operacional.

De la observación de la figura 24 se concluye que la tensión de salida del bucle abierto es la diferencia entre dos divisores de tensión aplicados a la salida del amplificador; uno dependiente de la frecuencia y el otro, independiente. El primer divisor es

$$V_2 = a V_i \frac{\frac{R_4 \frac{1}{C_4 s}}{R_4 + \frac{1}{C_4 s}}}{R_3 + \frac{1}{C_3 s} + \frac{R_4 \frac{1}{C_4 s}}{R_4 + \frac{1}{C_4 s}}} \tag{52}$$

Operando algebraicamente se obtiene

$$V_2 = a V_i \frac{R_4 C_3 s}{R_3 C_3 R_4 C_4 s^2 + (R_3 C_3 + R_4 C_4 + R_4 C_3) s + 1}. \quad (53)$$

El segundo divisor está dado por

$$V_1 = a V_i \frac{R_2}{R_1 + R_2}. \quad (54)$$

Restando ambos divisores y dividiendo por la tensión de entrada, es decir,

$$\frac{V_i'}{V_i} = \frac{V_2 - V_1}{V_i}. \quad (55)$$

se obtiene

$$\frac{V_i'}{V_i} = a \left( -\frac{R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_4 C_3 s}{R_3 C_3 R_4 C_4 s^2 + (R_3 C_3 + R_4 C_4 + R_4 C_3) s + 1} \right). \quad (56)$$

Pretendemos que en  $s = j\omega_0$  la ganancia de bucle abierto sea  $V_i'/V_i$  real. Bastará para ello con que el segundo término lo sea; y, como su numerador es imaginario puro, basta con que el denominador también sea imaginario. Ello sucede cuando

$$-R_3 C_3 R_4 C_4 \omega_0^2 + 1 = 0, \quad (57)$$

por lo tanto,

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_3 C_3 R_4 C_4}}. \quad (58)$$

Si se elige

$$R_3 C_3 = R_4 C_4 = \tau. \quad (59)$$

resulta

$$\omega_0 = \frac{1}{\tau}, \quad (60)$$

lo que simplifica el cálculo de la frecuencia de oscilación.

Veamos ahora la condición de oscilación relativa a la ganancia del bucle. Reemplazando la frecuencia de oscilación en (56), se cumple

$$\frac{V_i'(j\omega_0)}{V_i(j\omega_0)} = a \left( -\frac{R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_4}{2R_3 + R_4} \right) > 1, \quad (61)$$

o bien, dado que  $a > 0$ ,

$$\frac{R_4}{2R_3 + R_4} - \frac{R_2}{R_1 + R_2} > \frac{1}{a}. \quad (62)$$

Obsérvese que la oscilación se da cuando la realimentación positiva es mayor que la negativa. La máxima realimentación positiva ocurre para  $\omega = \omega_0$ .

#### 4.2.1. Diagrama de polos y ceros del puente de Wien

Algunas veces se toma  $R_3 = R_4$  con lo que  $C_3 = C_4$ . En ese caso, haciendo los cálculos, tenemos:

$$\frac{V_i'}{V_i} = -\frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{\tau^2 s^2 + \left(2 - \frac{R_1}{R_2}\right)\tau s + 1}{\tau^2 s^2 + 3\tau s + 1} a. \quad (63)$$

Se observa que tiene dos polos y dos ceros. Los polos son

$$p_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2} \cdot \frac{1}{\tau}, \quad (64a)$$

y los ceros,

$$z_{1,2} = \frac{\frac{R_1}{R_2} - 2 \pm \sqrt{\left(\frac{R_1}{R_2} - 2\right)^2 - 4}}{2} \frac{1}{\tau}. \quad (64b)$$

Normalmente la relación entre  $R_1$  y  $R_2$  es aproximadamente 2 (es decir,  $R_1/R_2 \cong 2$ ), pues de lo contrario resulta que la relación entre  $V_i'$  y  $V_i$  es mucho mayor que 1 (es decir,  $V_i'/V_i \gg 1$ ). Entonces los ceros son, aproximadamente:

$$z_{1,2} \cong \left(\frac{R_1}{2R_2} - 1 \pm j\right) \frac{1}{\tau}. \quad (65)$$

Por lo tanto para que el circuito oscile debe ser:

$$\frac{R_1}{2R_2} - 1 > 0$$

de donde

$$R_1 > 2R_2. \quad (66)$$

El lugar de las raíces será el indicado en la figura 25.

La ganancia  $a$  debe ser suficientemente alta como para que los polos estén en el semiplano real positivo.

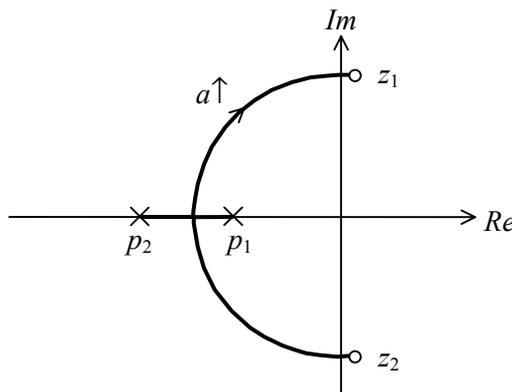


Figura 25. Lugar de las raíces de un puente de Wien

## 5. Estabilidad de los osciladores

Hay cuatro tipos de inestabilidad en osciladores:

- i) La inestabilidad inherente al oscilador
- ii) La inestabilidad secundaria que puede aparecer a causa de la presencia de otros polos en el amplificador, que al realimentarse se vuelve inestable generalmente en alta frecuencia
- iii) La inestabilidad de frecuencia
- iv) La inestabilidad de amplitud

### 5.1. Inestabilidad debido a polos del amplificador

Supongamos que, como sucede en la práctica, además de los polos de la red de realimentación el amplificador aporta otros polos. En el ejemplo de la figura 26 se muestran los lugares de las raíces de un oscilador con puente de Wien ideal y otro cuyo amplificador tiene tres polos.

Si la ganancia en continua del amplificador es suficientemente alta, de modo que *dos* pares de polos (en lugar de *uno*) pasen al semiplano real positivo, se tendrán dos modos naturales de la forma  $e^{at} \sin \omega t$ , con  $a > 0$ , por lo cual, mientras funcione linealmente, la salida será:

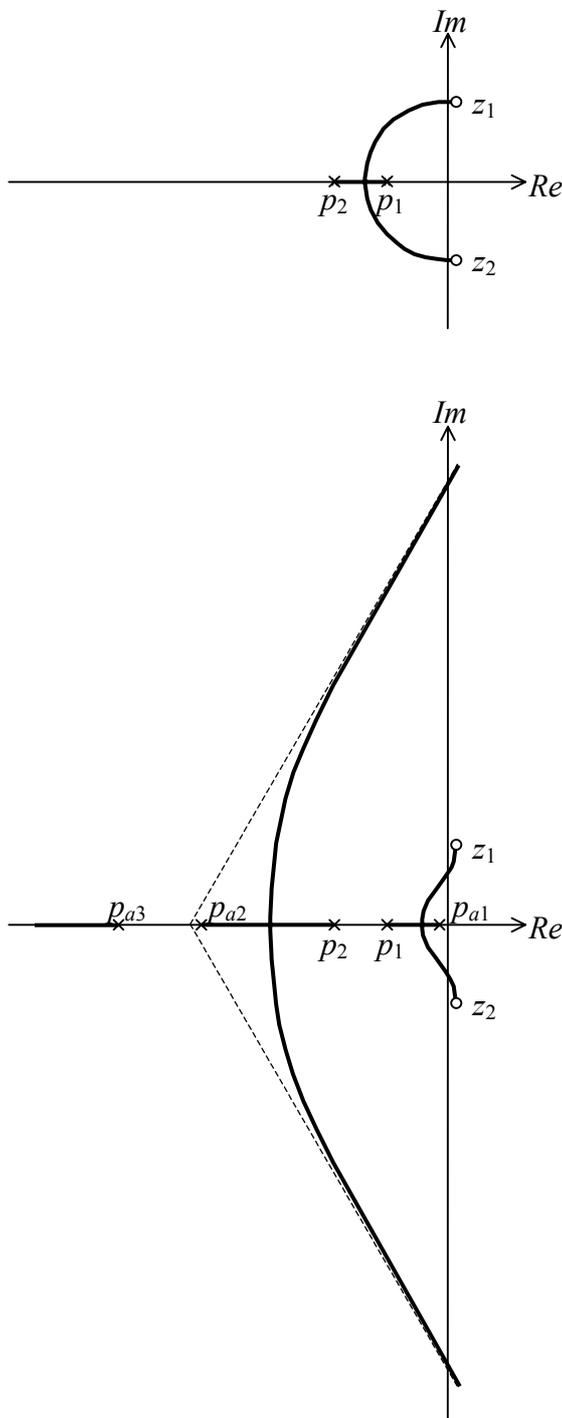
$$v_o = A_1 e^{a_1 t} \sin \omega_1 t + A_2 e^{a_2 t} \sin \omega_2 t. \tag{67}$$

Cuando el amplificador alcance la saturación, las amplitudes se acomodarán de modo tal que se tenga:

$$v_o \cong A_1 \sin \omega_1 t + A_2 \sin \omega_2 t. \tag{68}$$

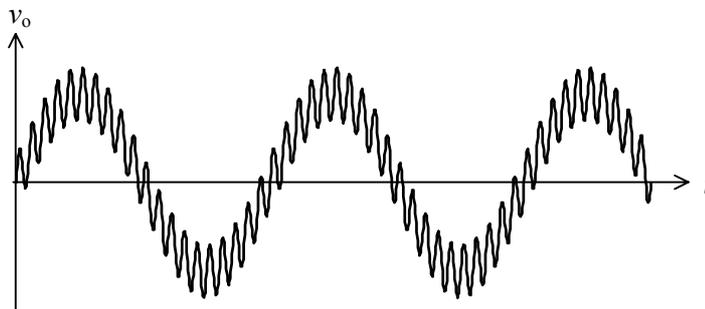
Esta salida se muestra en la figura 27. Debido a que la amplitud de la oscilación de alta frecuencia suele ser pequeña, la componente de baja frecuencia puede interpretarse como una componente de polarización variable. Por consiguiente, a los efectos de la alta frecuencia, la ganancia que interesa es la ganancia incremental, que disminuye a medida

que el amplificador se va acercando a la saturación. Esta reducción es inclusive mayor que la que experimenta la ganancia estática. Esto implica que las ramas del lugar de las raíces correspondientes a la alta frecuencia se retraerán hacia el semiplano real negativo, haciendo que dichas oscilaciones tiendan a disminuir de amplitud.



**Figura 26.** Arriba, lugar de las raíces del oscilador con puente de Wien ideal. Abajo, lugar de las raíces del mismo oscilador cuando se incorporan tres polos al amplificador, uno de ellos dominante y los otros dos de alta frecuencia.

El resultado de esto es una modulación de amplitud de la oscilación parásita. Su amplitud es mayor cuando la componente principal pasa por cero y se hace menor cuando se interna en la zona de saturación.



**Figura 27.** Oscilación simultánea a dos frecuencias diferentes, suponiendo que el amplificador es perfectamente lineal hasta la saturación.

Aun si no se llegara a producir esta inestabilidad secundaria, obsérvese que dado que el primer polo de un amplificador operacional compensado internamente (polo dominante) está ubicado por lo general en muy baja frecuencia (entre 10 Hz y 100 Hz), las ramas del lugar de las raíces que conducen a la oscilación principal comienzan en el par de polos formado por el polo inferior del puente de Wien y el polo dominante del amplificador, en lugar de empezar en los dos polos del puente de Wien. Ello hace que las ramas crucen el eje imaginario con mayor pendiente, por lo que la frecuencia de oscilación cambia con respecto a la que predice la ecuación del oscilador con puente de Wien ideal.

## 5.2. Estabilidad en frecuencia

Hasta ahora supusimos que salvo el eventual cambio de fase de 180° debido a la inversión de signo, la red amplificadora no producía otro defasaje. En realidad, debido a los polos propios ya analizados (debidos, por ejemplo a las capacidades parásitas), el amplificador introduce defasajes adicionales.

La condición de Barkhausen era:

$$a(j\omega) \beta(j\omega) = -1. \tag{69}$$

La condición sobre la frecuencia de oscilación es:

$$\arg(a(j\omega) \beta(j\omega)) = 180^\circ, \tag{70}$$

y, teniendo en cuenta que el argumento de un producto es la suma de los argumentos de los factores,

$$\arg(a(j\omega)) + \arg(\beta(j\omega)) = 180^\circ, \tag{71}$$

por lo que si se produce una variación  $\Delta \arg(a(j\omega))$  debido a variaciones de cualquier índole en las capacidades parásitas (derivadas térmicas o por envejecimiento, dispersión, etc.) para que se mantenga la oscilación la frecuencia deberá variar de modo que  $\Delta \arg(\beta(j\omega))$  compense la fase de la ganancia, es decir:

$$\Delta \arg(\beta) = -\Delta \arg(a) \tag{72}$$

Más generalmente, si la variación es  $\Delta\phi$  (ya que podría involucrar también parte del circuito externo, como las capacidades parásitas entre conductores):

$$\Delta \arg(\beta) = -\Delta\phi. \tag{73}$$

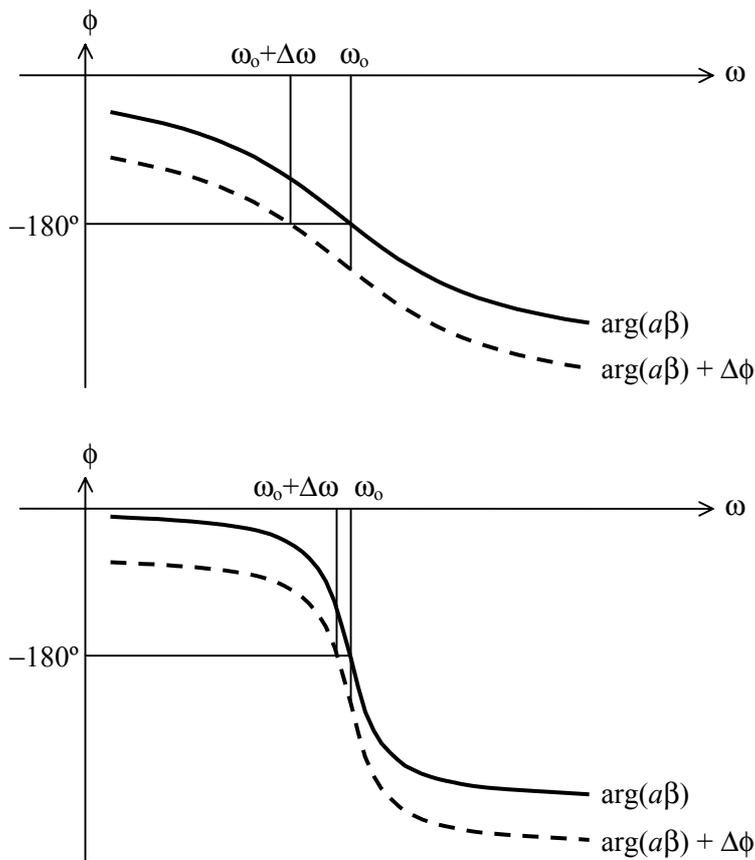
Pero si  $\Delta \arg(\beta)$  se produce a través de una variación de frecuencia  $\Delta\omega$ , entonces:

$$\Delta \arg(\beta) = \left. \frac{\partial \arg(\beta)}{\partial \omega} \right|_{\omega_0} \Delta\omega, \tag{74}$$

de donde

$$\Delta\omega = \frac{-\Delta\phi}{\left. \frac{\partial \arg(\beta)}{\partial \omega} \right|_{\omega_0}}. \tag{75}$$

Cuanto más alto sea  $\left. \frac{\partial \arg(\beta)}{\partial \omega} \right|_{\omega_0}$ , menos variará la frecuencia a la que oscila el circuito, como se muestra en la figura 28.



**Figura 28.** Variación de la frecuencia de oscilación para dos diferentes pendientes de la fase. A mayor pendiente, menor variación de la frecuencia.

Por esta razón dicha derivada recibe la denominación de *factor de estabilidad en frecuencia*  $S_f$ :

$$S_f = \left. \frac{\partial \arg(\beta)}{\partial \omega} \right|_{\omega_0}. \quad (76)$$

Este factor de estabilidad es absoluto. En muchos casos es más útil Pero más importante que  $\Delta\omega$  es:

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{-\Delta\phi}{\omega_0 \left. \frac{\partial \arg(\beta)}{\partial \omega} \right|_{\omega_0}} \quad (77)$$

Por lo que se define el *factor de estabilidad de frecuencia relativo*,  $S_{fr}$ , como:

$$S_{fr} = \omega_0 \left. \frac{\partial \arg(\beta)}{\partial \omega} \right|_{\omega_0} \quad (78)$$

**Nota:** El signo de  $S_{fr}$  tiene poca importancia, ya que no se sabe a priori si la desviación de fase  $\Delta\phi$  será positiva o negativa.

### 5.2.1. Cálculo simplificado de $S_{fr}$

Si  $\beta = A + jB$ , donde  $A$  y  $B$  dependen de  $\omega$ , entonces:

$$\arg(\beta) = \arctg \frac{B}{A}. \quad (79)$$

Por lo tanto:

$$\frac{\partial \arg(\beta)}{\partial \omega} = \frac{1}{1 + \left(\frac{B}{A}\right)^2} \frac{B' A - A' B}{A^2} = \frac{B' A - A' B}{A^2 + B^2}. \quad (80)$$

Pero para la frecuencia de oscilación  $B$  debe ser nulo, por lo que:

$$\frac{\partial \arg(\beta)}{\partial \omega} = \frac{B' A}{A^2} = \frac{B'}{A}, \quad (81)$$

de donde

$$S_{fr} = \omega_0 \frac{B'}{A}. \quad (82)$$

### 5.2.2. Ejemplos

#### a) Oscilador por rotación de fase

El argumento puede obtenerse como

$$\arg(\beta) = \operatorname{arctg} \frac{6(\omega RC)^2 - 1}{(\omega RC)^3 - 5(\omega RC)}. \quad (83)$$

Con lo cual, aplicando la ecuación 82:

$$S_{fr} = \frac{1}{\sqrt{6} RC} \frac{12 RC \cdot (\omega RC)}{(\omega RC)^3 - 5\omega RC} = \frac{12}{\sqrt{6} [(\omega RC)^2 - 5]} = \frac{12}{\sqrt{6} \left(\frac{1}{6} - 5\right)}, \quad (84)$$

$$S_{fr} = -1,0135 \cong -1. \quad (85)$$

Esto significa que una variación de fase de 1 rad produce una variación relativa de -100% en la frecuencia, o equivalentemente, una variación de 1° produce cerca del 2% de variación de frecuencia.

#### b) Oscilador con puente de Wien

En el caso en que  $R_3 = R_4$ ,  $C_3 = C_4$ ,

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \omega} \arg \left( \frac{1 - \tau^2 \omega^2 + j \left( 2 - \frac{R_1}{R_2} \right) \tau \omega}{1 - \tau^2 \omega^2 + j 3 \tau \omega} \right) &= \frac{\partial}{\partial \omega} \arg \left( \frac{A + j B}{A + j D} \right) = \\ &= \frac{\partial [\arg(A + j B) - \arg(A + j D)]}{\partial \omega} = \frac{B' A - B A'}{A^2 + B^2} - \frac{D' A - D A'}{A^2 + D^2}. \end{aligned} \quad (86)$$

Dado que en la condición de oscilación  $A = 0$ ,

$$\left. \frac{\partial \arg(\beta)}{\partial \omega} \right|_{\omega_0} = -\frac{A'}{B} + \frac{A'}{D} = -\frac{-2\tau^2 \omega_0}{\left( 2 - \frac{R_1}{R_2} \right) \tau \omega_0} + \frac{-2\tau^2 \omega_0}{3\tau \omega_0}, \quad (87)$$

es decir,

$$\left. \frac{\partial \arg(\beta)}{\partial \omega} \right|_{\omega_0} = 2\tau \left( \frac{1}{2 - \frac{R_1}{R_2}} - \frac{1}{3} \right), \quad (88)$$

de donde

$$S_{fr} = 2 \left( \frac{1}{2 - \frac{R_1}{R_2}} - \frac{1}{3} \right) \cong \frac{1}{1 - \frac{R_1}{2R_2}}. \quad (89)$$

Se puede concluir que cuanto más próximo sea  $R_1$  a  $2R_2$  mayor será el valor de  $S_{fr}$ . Teniendo en cuenta que

$$\frac{V_i'}{V_i} = -\frac{a}{3} \frac{2R_2}{R_1 + R_2} \left( 1 - \frac{R_1}{2R_2} \right) \cong 1. \quad (90)$$

resulta

$$S_{fr, \text{máx}} \cong -\frac{2}{9} a, \quad (91)$$

de donde se concluye que la estabilidad en frecuencia teóricamente alcanzable en un oscilador con puente de Wien está limitada sólo por la ganancia finita del amplificador empleado. Dicho límite es, sin embargo, difícil de alcanzar en la práctica, debido a las bajísimas tolerancias requeridas en los elementos pasivos para lograrlo.<sup>2</sup>

### c) Límite teórico para osciladores por rotación de fase de tres células RC

Si en vez de tomar los RC todos iguales se varían, la distribución de polos se modifica. Puede comprobarse que el caso en que se tiene mayor  $S_{fr}$  es cuando los tres polos coinciden. En ese caso resulta

$$S_{fr} = 1,299 \cong 1,3 \quad (92)$$

por lo que se concluye que ese esquema es inherentemente malo para obtener un oscilador estable.

### d) Oscilador de Colpitts

Cuando se considera que la  $Z_3$  es la impedancia de una bobina real, es decir  $Z_3 = j\omega L_3 + R_3$ , entonces resulta:

$$S_{fr} = \frac{2\omega_0 L_3}{R_3 + \frac{r_o - R_3}{(r_o C_2 \omega_0)^2}}. \quad (93)$$

<sup>2</sup> En caso de utilizar, como se hace frecuentemente, control automático de ganancia, esta dificultad desaparece y entonces el oscilador alcanza una considerable estabilidad en frecuencia.

Para  $r_o$  grande es:

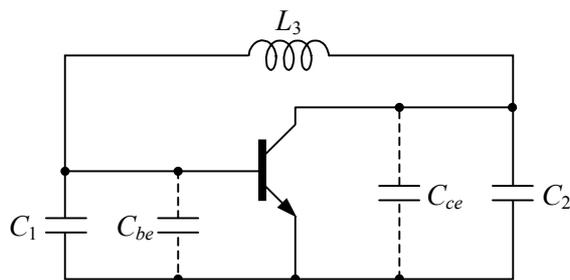
$$S_{fr} = \frac{2 \omega_0 L_3}{R_3} = 2 Q_L. \tag{94}$$

### 5.2.3. Oscilador de Clapp

A veces, en lugar del análisis de  $S_{fr}$  conviene usar otro enfoque para la propuesta de mejoras en la estabilidad en frecuencia. Por ejemplo, de lo anterior se concluye que, ante variaciones fijas de fase del amplificador, lo más conveniente sería aumentar  $Q_L$ . Sin embargo, otro enfoque posible es reducir las propias variaciones de fase. Tengamos en cuenta que las mismas se originan en las capacidades parásitas (figura 29) y en sus posibles derivas térmicas o por cambios en las condiciones de polarización. En efecto, los valores que efectivamente intervienen en la fórmula de la frecuencia de oscilación son

$$C_1' = C_1 + C_{be}, \tag{95a}$$

$$C_2' = C_2 + C_{ce}. \tag{95b}$$



**Figura 29.** Las capacidades parásitas del transistor repercuten en forma directa en los parámetros que definen la frecuencia de un oscilador de Colpitts.

El circuito oscila, por consiguiente a la frecuencia

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC'}}, \tag{96}$$

donde

$$\frac{1}{C'} = \frac{1}{C_1'} + \frac{1}{C_2'}. \tag{97}$$

Entonces

$$\frac{\Delta\omega_0}{\omega_0} = -\frac{1}{2} \frac{\Delta C'}{C'}. \tag{98}$$

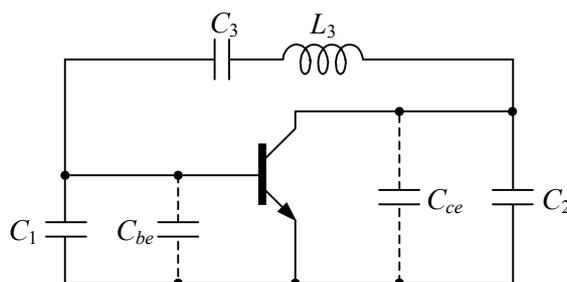
Puede verificarse que

$$\left| \frac{\Delta C'}{C'} \right| < \left| \frac{\Delta C_1'}{C_1'} \right| + \left| \frac{\Delta C_2'}{C_2'} \right|, \tag{99}$$

por lo cual

$$\left| \frac{\Delta \omega_0}{\omega_0} \right| < \frac{1}{2} \left( \left| \frac{\Delta C_1'}{C_1'} \right| + \left| \frac{\Delta C_2'}{C_2'} \right| \right). \tag{100}$$

Como los incrementos  $\Delta C_i'$  están asociados principalmente a las capacidades parásitas, conviene tomar  $C_i$  grandes para minimizar la variación de frecuencia. Entonces  $L_3$  debe ser pequeña para lograr la frecuencia buscada. Ocurre a veces que es demasiado pequeña, por lo cual aparecería un nuevo problema: el de la inductancia parásita de los conductores. Este problema se puede remediar agregando al inductor un capacitor  $C_3$  en serie, como se muestra en la figura 30. De esta manera se obtiene una reactancia inductiva muy pequeña a partir de un valor de  $L_3$  no tan pequeño.



**Figura 30.** El oscilador de Clapp, obtenido insertando un capacitor en serie con el inductor permite aumentar  $C_1$  y  $C_2$  sin reducir  $L_3$ , minimizando así la influencia de las capacidades parásitas.

Con  $C_1$  y  $C_2$  grandes,  $X_3$  debe ser bajo y por lo tanto, si  $X_{L_3}$  es grande, teniendo en cuenta que debe cumplirse que:

$$X_{L_3} + X_{C_3} = X_3 \cong 0, \tag{101}$$

resulta que  $X_{C_3}$  debe ser prácticamente igual a  $X_{L_3}$  con lo cual están casi en resonancia, actuando como filtro para las distorsiones.

Este oscilador se denomina *oscilador de Clapp*. La frecuencia de oscilación será, ahora,

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L C_{total}}}, \tag{102}$$

donde, despreciando ahora las capacidades parásitas,

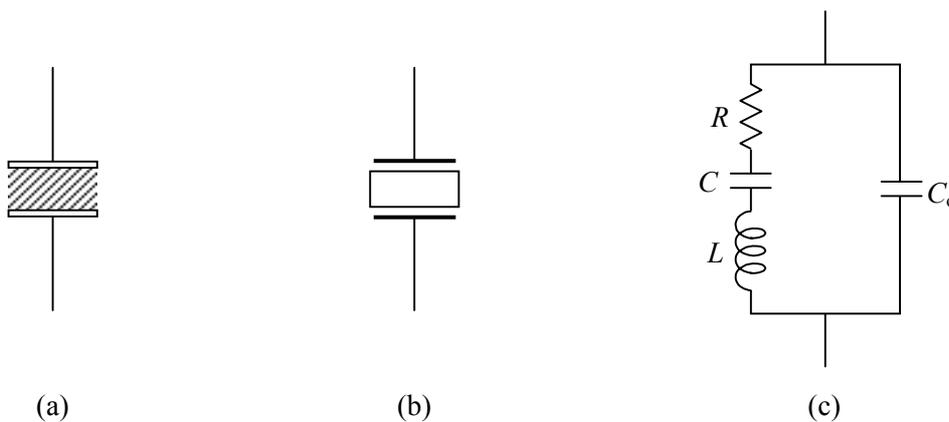
$$\frac{1}{C_{total}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \tag{103}$$

**NOTA:** Es interesante observar que al agregar  $C_3$ , el factor de calidad  $Q$  del circuito se reduce ya que la componente reactiva total es menor pero la resistiva no. Aunque esto implica una reducción de  $S_{fr}$ , al aumentar mucho  $C_i$  estamos eliminando el origen de  $\Delta\phi$  por lo que no es necesario que  $S_{fr}$  sea alto.

### 5.2.4. Oscilador a Cristal

Existen algunos cristales, entre ellos el cuarzo ( $SiO_2$ ), la sal de Rochelle (tartarato de sodio y potasio tetrahidratado,  $NaKC_4H_4O_6 \cdot 4H_2O$ ), el fosfato dihidrógeno de amonio, ADP ( $NH_4H_2PO_4$ ), etc., que presentan *efecto piezoeléctrico*, es decir que al aplicárseles un campo eléctrico se deforman, y reversiblemente, al deformarlos aparece en ellos un campo eléctrico. Estos cristales poseen una frecuencia de resonancia mecánica con un valor de  $Q$  muy alto debido a que sus pérdidas por fricción interna son pequeñas.

Cuando a un cristal piezoeléctrico se le adosan electrodos se establece una interacción entre el comportamiento mecánico y el eléctrico, denominada *acoplamiento electromecánico*. Es posible plantear un equivalente eléctrico del comportamiento mecánico en el cual las fuerzas son representadas por tensiones y las velocidades por corrientes. El principio de conservación de la energía (debido la reversibilidad del fenómeno) se traduce en una representación en forma de transformador electromecánico, cuyo primario es eléctrico y cuyo secundario es mecánico. Las pérdidas mecánicas corresponden a un elemento resistivo conectado en el secundario. Desde el lado eléctrico el cristal es equivalente a un circuito tanque como el que se indica en la figura 31.



**Figura 31.** (a) Estructura de un cristal piezoeléctrico. (b) Símbolo de circuito del cristal. (c) Modelo eléctrico equivalente.

$C_0$  es la capacidad del cristal entre los electrodos. Por ejemplo para cierto cristal de 90 kHz, los valores son:

$$L = 135 \text{ Hy} \tag{104a}$$

$$C = 0,0235 \text{ pF} \tag{104b}$$

$$R = 15 \text{ k}\Omega \tag{104c}$$

$$C_0 = 3,5 \text{ pF} \tag{104d}$$

Para los osciladores se utilizan exclusivamente cristales de cuarzo por tener un valor de  $Q$  muy elevado. La impedancia equivalente es:

$$Z(s) = \frac{1}{C_o s} \cdot \frac{s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC}}{s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{L} \left( \frac{1}{C} + \frac{1}{C_o} \right)}. \quad (105)$$

Para  $s = j\omega$ , vale

$$Z(j\omega) = -\frac{j}{\omega C_o} \frac{\omega^2 - \frac{1}{LC} - j\frac{R}{L}\omega}{\omega^2 - \frac{1}{L} \left( \frac{1}{C} + \frac{1}{C_o} \right) - j\frac{R}{L}\omega} \quad (106)$$

Este tipo de circuito tiene dos frecuencias de resonancia: serie ( $\omega_s$ ) y paralelo ( $\omega_p$ ):

$$\omega_s = \sqrt{\frac{1}{LC}}, \quad (107)$$

$$\omega_p = \sqrt{\frac{1}{L} \left( \frac{1}{C} + \frac{1}{C_o} \right)}. \quad (108)$$

Siempre es

$$\omega_p \geq \omega_s. \quad (109)$$

Como, además,

$$C_o \gg C, \quad (110)$$

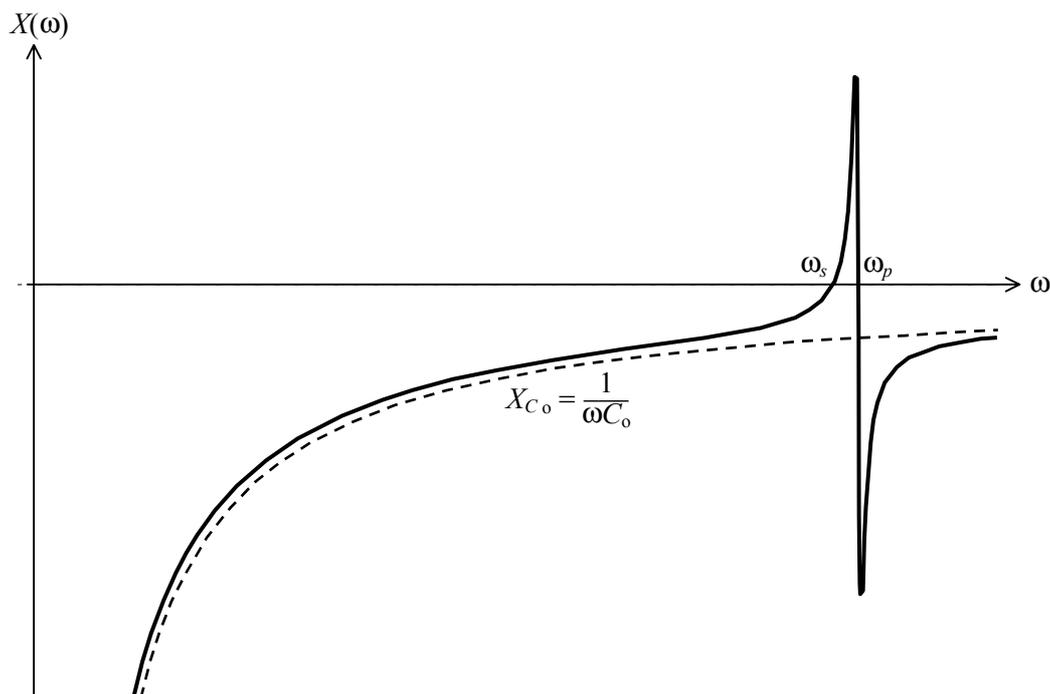
las dos frecuencias son muy próximas:

$$\omega_p \cong \omega_s. \quad (111)$$

La componente reactiva del cristal está dada por

$$X(\omega) = -\frac{1}{\omega C_o} \frac{(\omega^2 - \omega_s^2)(\omega^2 - \omega_p^2) + (R/L)^2 \omega^2}{(\omega^2 - \omega_p^2)^2 + (R/L)^2 \omega^2}. \quad (112)$$

y se encuentra graficada en la figura 32. Entre  $\omega_s$  y  $\omega_p$ , aproximadamente, el cristal tiene un comportamiento inductivo y se lo puede emplear en reemplazo del inductor en un oscilador de Colpitts o uno de los inductores en uno de Hartley.

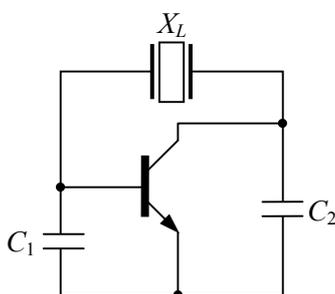


**Figura 32.** Componente reactiva del cristal piezoeléctrico. Entre  $\omega_s$  y  $\omega_p$  el cristal es inductivo.

### 5.2.4.1 Ejemplos

#### 1) Oscilador de Pierce

Es un oscilador de tipo Colpitts en el cual se ha reemplazado el inductor por un cristal, tal como se muestra esquemáticamente en la figura 33.

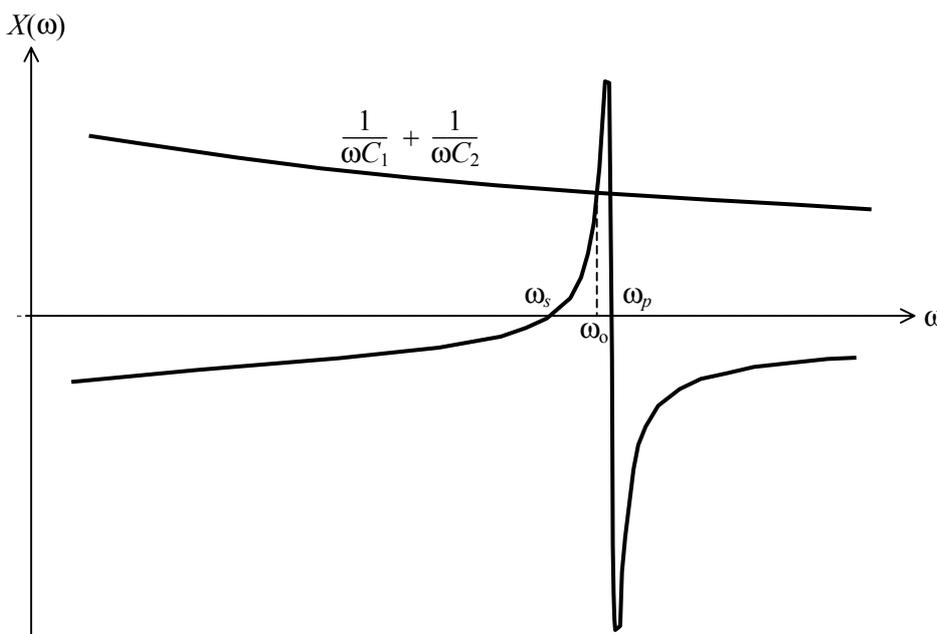


**Figura 33.** Estructuras del oscilador de Pierce, obtenido reemplazando el inductor de un oscilador de Colpitts por un cristal operando en su zona inductiva.

La frecuencia de oscilación deberá ser tal que la reactancia del cristal cumpla

$$X(\omega_0) = \frac{1}{\omega_0} \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right). \tag{113}$$

Esto sucede en la banda de frecuencia en la que el cristal es inductivo. Como  $\omega_s \cong \omega_p$ , la frecuencia queda determinada primordialmente por el cristal, como se muestra en la figura 34.



**Figura 34.** Determinación gráfica de la frecuencia de oscilación del oscilador de Pierce.

En el cristal del ejemplo anterior,

$$\omega_s = 90321 \text{ Hz}$$

$$\omega_p = 90617 \text{ Hz}$$

Ambos valores difieren en un 0,33%. En los cristales de frecuencia más alta la diferencia relativa es todavía menor, dado que  $C$  se reduce considerablemente pero  $C_0$  no tanto.

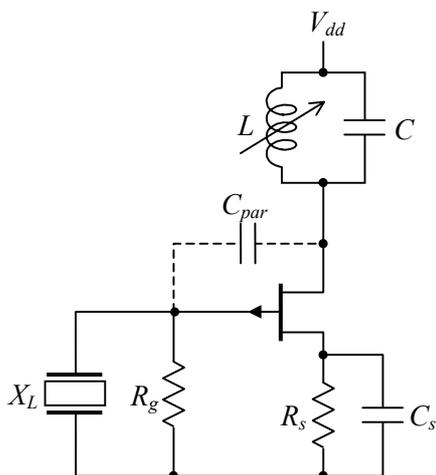
Esta diferencia puede parecer excesiva para determinadas aplicaciones.<sup>3</sup> Sin embargo, la frecuencia del oscilador sólo podría fluctuar entre dichos valores si las capacidades variaran entre 0 e  $\infty$ . Una vez fijados los capacitores, la variación de los mismos (por capacidades parásitas, derivas térmicas, envejecimiento) será pequeña, por lo tanto la variación relativa de frecuencia será también pequeña; por cierto, mucho menor que el 0,33% anterior. Salvo para capacitores de muy bajo valor, la frecuencia está más próxima a  $\omega_p$  que a  $\omega_s$ .

<sup>3</sup> Si, por ejemplo, el oscilador se fuera a utilizar como base de tiempo para un reloj, significaría un eventual atraso o adelanto de 2,5 min/día.

Reemplazando uno de los capacitores por uno ajustable (trimmer), es posible practicar pequeños ajustes en la frecuencia de oscilación.

### 2) Oscilador Hartley a cristal

En este oscilador se reemplaza uno de los inductores por un cristal y el otro por un circuito sintonizado (tanque LC) funcionando en su zona inductiva.

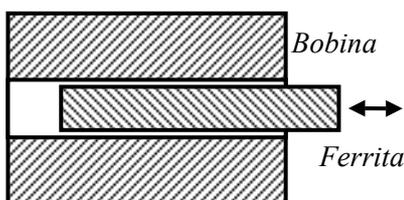


**Figura 35.** Estructura de un oscilador de Hartley a cristal. La inductancia se ajusta enroscando más o menos el núcleo de ferrita y permite leves ajustes de la frecuencia de oscilación.

El circuito tanque cumple dos funciones:

- a) Brindar una reactancia inductiva a la frecuencia del cristal.
- b) Filtrar las componentes armónicas debidas a la saturación del FET.

El ajuste de la inductancia ( $L$ ) se efectúa por medio de un núcleo de ferrita que puede enroscarse a profundidad variable dentro de la bobina (figura 36). Se ajusta de modo que la resonancia esté próxima a la del cristal. La capacidad se obtiene como capacidad parásita.



**Figura 36.** Mecanismo de ajuste del inductor de circuito  $LC$  sintonizado en el colector.

### 5.3. Estabilidad en amplitud

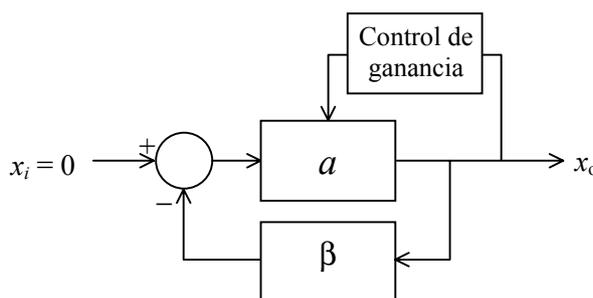
Hay dos fenómenos vinculados con la amplitud de un oscilador:

- a) La distorsión
- b) La inestabilidad de amplitud

Ambos fenómenos están asociados con la saturación y la variación de parámetros. Habíamos visto que el hecho de que la amplitud no aumentara constantemente obedecía a que había una especie de realimentación de tipo *amplitud-ganancia*. Al aumentar la amplitud baja la ganancia, haciendo que los polos tiendan a reingresar en el semiplano real negativo. Ello produce una estabilización que conduce a la reducción de la amplitud. El equilibrio se produce a una amplitud tal que la ganancia de lazo sea 1 o, lo que es lo mismo, que los polos se ubiquen sobre el eje imaginario (ver figura 6).

Esta “realimentación” tiene el inconveniente de que el proceso de muestreo es destructivo, es decir va siempre acompañado por una distorsión a causa de la no linealidad. Por otra parte, si por derivas fluctúa el nivel de saturación, se modifica la amplitud.

La idea para solucionar estos problemas consiste en sustituir esta realimentación amplitud-ganancia espontánea (debida a la no linealidad) por una realimentación que logra el mismo objetivo sin pérdida de la linealidad del amplificador (figura 37).

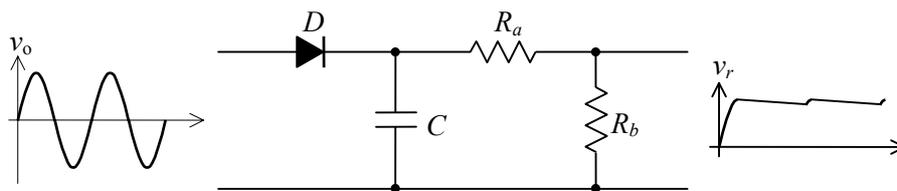


**Figura 37.** Realimentación amplitud-ganancia para el control de la amplitud de oscilación.

Para que esta idea pueda implementarse es necesario poder muestrear la amplitud y que el amplificador posea un medio para variar su ganancia  $a$ . El sensor de amplitud consiste en un simple rectificador con suficiente filtrado como para que pueda desprejarse al *ripple* (figura 38).

El medio para variar la ganancia puede ser una modificación de las condiciones de polarización, o la variación de algún parámetro, por ejemplo una resistencia, empleando un transistor de efecto de campo (FET) como resistencia controlada por tensión.

De este modo, la amplitud de salida será aquella que haga que la ganancia de lazo sea  $-1$  y por lo tanto se tengan los polos exactamente en el eje imaginario. Si se diseña el circuito de modo que dicha amplitud permita un funcionamiento bien lineal, la forma de la salida será senoidal con un alto grado de pureza.



**Figura 38.** Rectificador de media onda utilizado para sensar la amplitud de la onda de salida.

Este rectificador tiene una constante de tiempo

$$\tau = (R_a + R_b) C. \tag{114}$$

Ante una entrada senoidal

$$v_o(t) = V_{o\text{ máx}} \text{sen}(2\pi f_o t), \tag{115}$$

suponiendo que  $\tau \gg 1/f_o$ , tenemos

$$v_r \cong \frac{R_b}{R_a + R_b} V_{o\text{ máx}}. \tag{116}$$

### 5.3.1. Puente Wien controlado con un FET

La señal entregada por el rectificador anterior, que es proporcional a la amplitud de la salida del oscilador, se aplica al control de la compuerta (G) de un transistor de efecto de campo, como se ilustra en la figura 39. El capacitor  $C'$  es a veces necesario para estabilizar el lazo de control de ganancia.

Recordemos la condición para la oscilación:

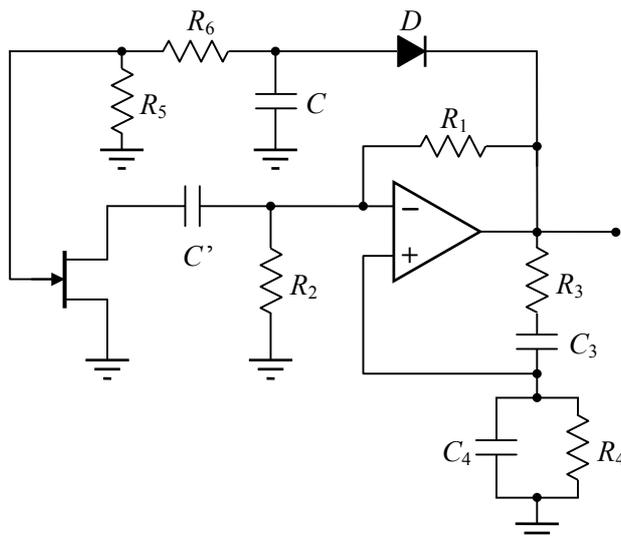
$$-\frac{R_2'}{R_1 + R_2'} + \frac{R_4}{2 R_3 + R_4} \geq \frac{1}{a} \cong 0, \tag{117}$$

donde  $R_2' = R_2 // r_{DS}$ . Despreciando  $1/a$ , el circuito oscila si

$$\frac{R_4}{2 R_3 + R_4} > \frac{R_2'}{R_1 + R_2'}, \tag{118}$$

o bien,

$$\frac{R_2'}{R_1} < \frac{R_4}{2 R_3}. \tag{119}$$



**Figura 39.** Control automático de ganancia del oscilador con puente de Wien mediante un transistor de efecto de campo (FET).

Para que el FET funcione en su zona de resistencia controlada por  $V_{GS}$ , su tensión  $V_{DS}$  debe ser baja (típicamente, menor que 1V), para lo cual

$$\frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{o\text{ máx}} \ll 1\text{ V}, \tag{120}$$

de donde resulta que la ganancia de la parte inversora debe ser alta:

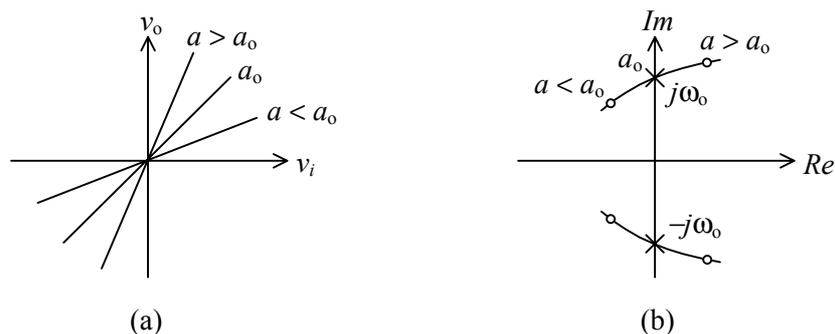
$$\frac{R_2}{R_1} \ll 1. \tag{121}$$

Para ello se puede tomar

$$R_4 \ll 2 R_3. \tag{122}$$

Como inicialmente se cumple la desigualdad (119), la amplitud comienza a aumentar, por lo tanto la tensión  $V_{GS}$  se hace más negativa (el rectificador toma los semiciclos negativos), aumentando así  $r_{DS}$ , con lo cual el valor efectivo de  $R_2'$  aumenta, hasta que en la mencionada desigualdad (119) se alcanza la igualdad, momento en el cual los polos se encuentran sobre el eje imaginario y por lo tanto la oscilación es senoidal pura (ver figura 40).

Es importante notar que en este caso la curva entrada-salida no es una curva no lineal sino una recta casi perfectamente lineal cuya pendiente va variando según la amplitud lentamente variable de la salida. En realidad, el pequeño *ripple* a la salida del rectificador provoca una leve variación en  $r_{DS}$  que se transmite a la resistencia  $R_2'$ . Dado que esta variación sucede dentro de un mismo ciclo de la señal, el comportamiento es casi equivalente a una alinealidad en  $R_2'$ . Cuanto mayor sea la constante de tiempo del rectificador, menor será la alinealidad, pero también será mayor el tiempo requerido para que la amplitud alcance el valor deseado.



**Figura 40.** (a) Curvas entrada-salida del amplificador con su realimentación negativa para diversos valores de  $R_2'$ . (b) Posición de los polos para cada ganancia.

### 5.3.1.1 Cálculo de la amplitud de oscilación

La resistencia  $r_{DS}$  de un JFET en su zona de resistencia controlada es, según algunos autores,

$$r_{DS}' = r_{DS0} \frac{1}{1 - \sqrt{\frac{V_{GS}}{V_P}}}, \tag{123}$$

en tanto que otros la calculan como

$$r_{DS} = \frac{r_{DS0}}{1 - \frac{V_{GS}}{V_P}}. \tag{124}$$

En ambos casos  $r_{DS0}$  es la resistencia cuando  $V_{GS} = 0$  y  $V_P$  es la tensión de *pinch-off* o de corte del FET.

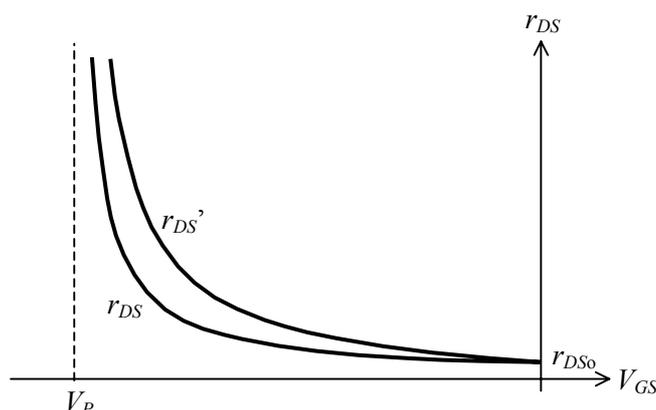
Usaremos el segundo modelo por ser más simple y más aceptado, aunque ninguna de las conclusiones depende esencialmente de la diferencia. En la figura 41 se muestran ambas gráficas. El primero llega a dar valores que duplican a los del segundo en las cercanías de  $V_P$ .

Despreciando  $1/a$ , la oscilación senoidal pura se verifica cuando:

$$\frac{R_2'}{R_1} = \frac{R_4}{2 R_3}. \tag{125}$$

El valor de  $R_2'$  se calcula como

$$R_2' = R_2 // r_{DS} = \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{r_{ds}}} = \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{r_{DS0} \left(1 - \frac{V_{GS}}{V_P}\right)}}. \tag{126}$$



**Figura 41.** Resistencia  $r_{DS}$  de un JFET de canal N en función de la tensión  $V_{GS}$ , según dos modelos.

Sustituyendo en (125),

$$\frac{1}{\frac{R_1}{R_2} + \frac{R_1}{r_{DS0}} \left(1 - \frac{V_{GS}}{V_P}\right)} = \frac{R_4}{2 R_3}. \quad (127)$$

De aquí puede despejarse el valor de  $V_{GS}$  para el cual la oscilación es senoidal:

$$V_{GS} = V_P \left(1 + \left(\frac{R_1}{R_2} - \frac{2 R_3}{R_4}\right) \frac{r_{DS0}}{R_1}\right). \quad (128)$$

Pero este valor está relacionado con la amplitud de la salida ( $V_{o\ máx}$ ) a través del divisor de tensión  $R_6$ - $R_5$ .

$$V_{GS} = -V_{o\ máx} \frac{R_5}{R_5 + R_6}, \quad (129)$$

luego

$$V_{o\ máx} = \left(1 + \frac{R_6}{R_5}\right) \left(1 + \left(\frac{R_1}{R_2} - \frac{2 R_3}{R_4}\right) \frac{r_{DS0}}{R_1}\right) |V_P|. \quad (130)$$

Teniendo en cuenta que  $r_{DS0} \ll R_1$ , resulta la siguiente aproximación:

$$V_{o\ máx} \cong \left(1 + \frac{R_6}{R_5}\right) |V_P|. \quad (131)$$

Repitiendo la aproximación anterior en la ecuación (128), se concluye que

$$V_{GS} \cong V_P. \tag{132}$$

En otras palabras, el FET estará funcionando muy próximo a  $V_P$ , es decir cerca de su región de corte. Esto es muy conveniente porque si se logra que

$$r_{DS} \gg R_2, \tag{133}$$

la influencia de la no linealidad de  $r_{DS}$  en  $R_2'$  será menor y la forma de onda será más pura (menor distorsión). Esto, como veremos a continuación, impone consideraciones severas sobre las tolerancias de los componentes.

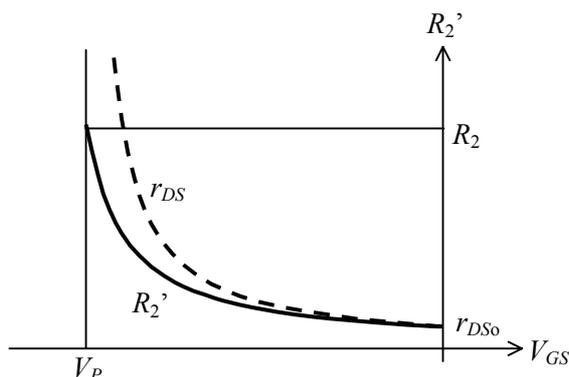
Analicemos, para ello, el rango de variación del parámetro  $R_2' = R_2 // r_{DS}$  que interviene en la condición de oscilación. Cuando  $V_{GS} = 0$ ,

$$R_2' = R_2 // r_{Dso} \cong r_{Dso} \tag{134}$$

por ser  $r_{Dso} \ll R_2$ . Cuando  $V_{GS} = V_P$ , en cambio, tendremos

$$R_2' = R_2 // \infty = R_2. \tag{135}$$

En la figura 42 se puede observar la variación de  $R_2'$  con  $V_{GS}$ .



**Figura 42.** Resistencia  $R_2'$  del oscilador con puente de Wien con control automático de ganancia.

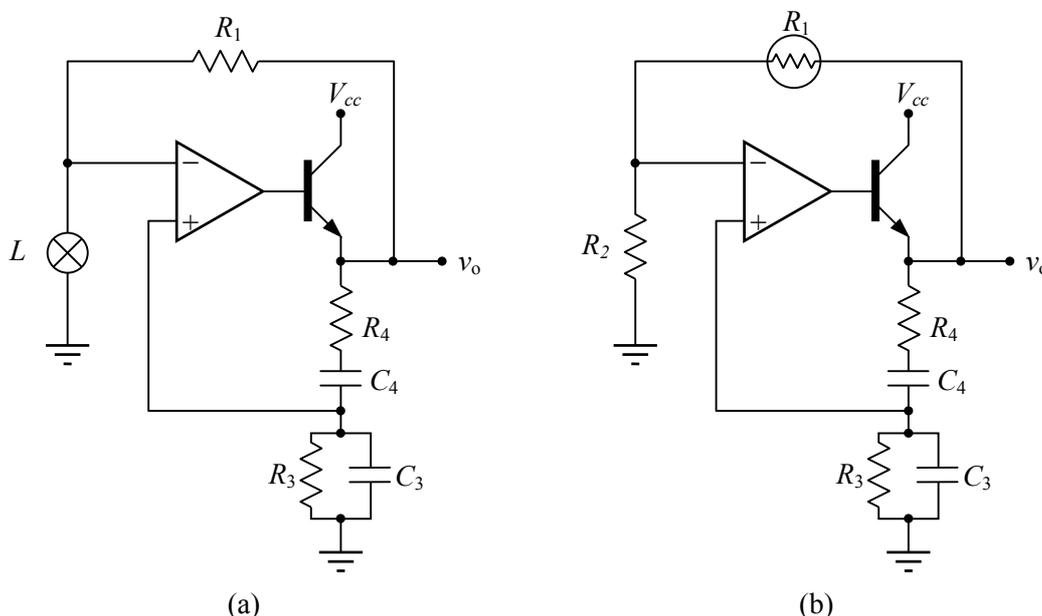
Dado que cuando recién se polariza el oscilador su amplitud de salida es muy baja, resulta  $V_{GS} \cong 0$  por lo cual  $R_2' \cong r_{Dso}$ . Este valor es suficientemente pequeño como para garantizar el cumplimiento de la condición de oscilación (119), razón por la que la amplitud comienza a aumentar. Si nada interrumpiera ese crecimiento, en algún momento la tensión  $V_{GS}$  llegaría a  $V_P$  y entonces  $R_2'$  alcanzaría el valor  $R_2$  y ya no podría seguir aumentando.

Es necesario, por lo tanto, que  $R_2$  sea suficientemente grande como para que una vez cortado el FET deje de cumplirse la condición de oscilación y la amplitud de salida vuelva a disminuir.

### 5.3.2. Puente de Wien controlado por resistencias dependientes de la temperatura

En el oscilador con puente de Wien puede lograrse la variación de ganancia buscada sustituyendo  $R_1$  o  $R_2$  por una resistencia dependiente de la temperatura. Al aumentar la amplitud de salida aumenta la corriente, por lo tanto aumenta la disipación de potencia y con ella la temperatura. La consecuente variación de la resistencia puede ser positiva, como en el caso de la mayoría de las resistencias, o negativa, como en el termistor semiconductor. En el caso de variación positiva conviene que la resistencia variable sea  $R_2$ , ya que de esa manera el aumento de tensión de salida conduce a un aumento de la realimentación negativa. En el caso de variación negativa conviene que sea  $R_1$ , ya que de esa manera también aumenta la realimentación negativa.

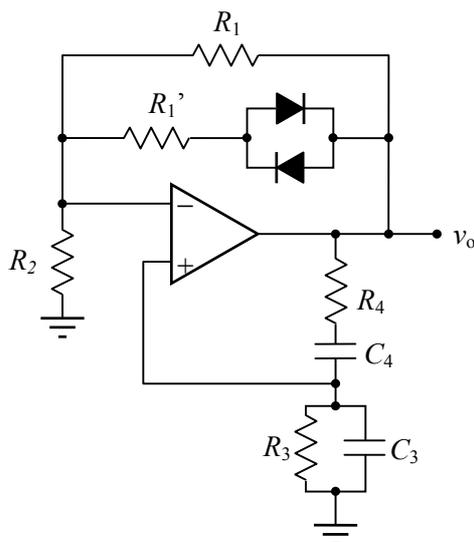
Un inconveniente de estas soluciones es que se requiere una corriente relativamente elevada para lograr una variación apreciable de resistencia. Puede solucionarse con un seguidor de emisor a la salida. Ambos circuitos se muestran en la figura 43.



**Figura 43.** Dos versiones de control automático de ganancia por medio de resistores dependientes de la temperatura en un oscilador con puente de Wien. (a) Con una pequeña lámpara incandescente de filamento de tungsteno. (b) Con un termistor.

### 5.3.3. Puente de Wien controlado por elementos no lineales

Una tercera posibilidad es colocar en lugar de  $R_1$  un elemento no lineal. Podría parecer que esta solución no es mucho mejor que aprovechar directamente la no linealidad del amplificador. Sin embargo, dado que las ventajas del oscilador con puente de Wien se presentan cuando la ganancia es alta, normalmente se utilizan amplificadores operacionales, cuya saturación es muy brusca. El uso de elementos con una alinealidad más gradual a menudo mejora considerablemente la forma de onda. En la figura 44 se muestra un ejemplo que utiliza un circuito segmento-lineal con diodos y resistencias para reducir la ganancia en forma suave.



**Figura 44.** Control automático de ganancia por medio de elementos no lineales.

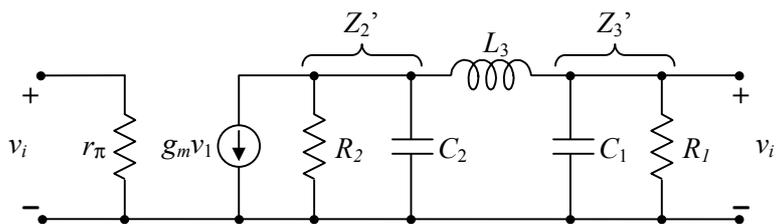
La resistencia efectiva  $R_1''$  es igual a  $R_1$  para amplitudes lo suficientemente bajas como para que los diodos no conduzcan. Después de la franca conducción de los diodos, la resistencia equivalente es  $R_1//R_1'$ . Normalmente se elige  $R_1$  como el mayor valor tal que en cualquier condición de tolerancia el oscilador cumpla la condición de oscilación, y  $R_1'$  de modo que con  $R_1//R_1'$  ya no se cumpla dicha condición. De esa forma se garantiza que la alinealidad es apenas la necesaria para que el oscilador pase de la inestabilidad a la estabilidad. La alinealidad es suave porque los diodos no comienzan a conducir repentinamente sino en forma gradual. La amplitud de la salida es tal que los diodos estén en el codo de su conducción, de manera que el valor de  $R''$  adopte el valor intermedio requerido para tener ganancia 1.

## 6. Algunas consideraciones de diseño

A las principales condiciones que debe verificar un oscilador, es decir, las condiciones de Barkhausen de fase y ganancia, se agregan otras que pueden incidir decisivamente tanto en las prestaciones como en las especificaciones del oscilador. Entre ellas se encuentran los rangos de selección de los diversos parámetros y las tolerancias. Lo ilustraremos con dos ejemplos.

### 6.1. Límite de oscilación de un oscilador de Colpitts

Cuando un oscilador de Colpitts se implementa con un transistor bipolar, en paralelo con cada uno de los capacitores aparece un resistor, en un caso debido a la impedancia de salida y la carga, y en el otro a la resistencia de entrada y la red de polarización de la base. En la figura 45 se muestra el bucle abierto con el el modelo  $\pi$  en pequeña señal del transistor.



**Figura 45.** Modelo en pequeña señal del bucle abierto para un oscilador de Colpitts a transistor bipolar.  $R_2$  engloba las resistencias y de carga y de salida, y  $R_1$  las de entrada y de polarización.

Operando se llega a la siguiente expresión para la ganancia de bucle abierto:

$$\frac{V_i'}{V_i} = \frac{-g_m R_1 R_2}{R_1 + R_2 + (R_1 R_2 (C_1 + C_2) + L_3) s + L_3 (R_1 C_1 + R_2 C_2) s^2 + R_1 C_1 R_2 C_2 L_3 s^3} \tag{136}$$

Reemplazando  $s = j\omega_0$  y aplicando la condición sobre la fase (parte imaginaria nula) se llega a

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2 L_3} + \frac{1}{R_1 C_1 R_2 C_2}} \tag{137}$$

En condiciones normales  $R_1$  y  $R_2$  se elegirán suficientemente grandes como para que el segundo término dentro de la raíz tenga una incidencia pequeña, resultando

$$\omega_0 \cong \sqrt{\frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2 L_3}} \tag{138}$$

Para ello bastará con que sus valores sean mucho mayores que la reactancia de los capacitores en paralelo, es decir,

$$R_1 \gg \frac{1}{\omega_0 C_1}, \quad R_2 \gg \frac{1}{\omega_0 C_1} \tag{139}$$

Asimismo, sustituyendo en (136)  $s$  por  $j\omega_0$  ( $\omega_0$  dada por la ecuación (137)) resulta la siguiente condición sobre la ganancia:

$$\frac{V_i'(j\omega_0)}{V_i(j\omega_0)} = \frac{g_m R_1 R_2}{R_1 \frac{C_1}{C_2} + R_2 \frac{C_2}{C_1} + L_3 \left( \frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_2} \right)} \geq 1 \tag{140}$$

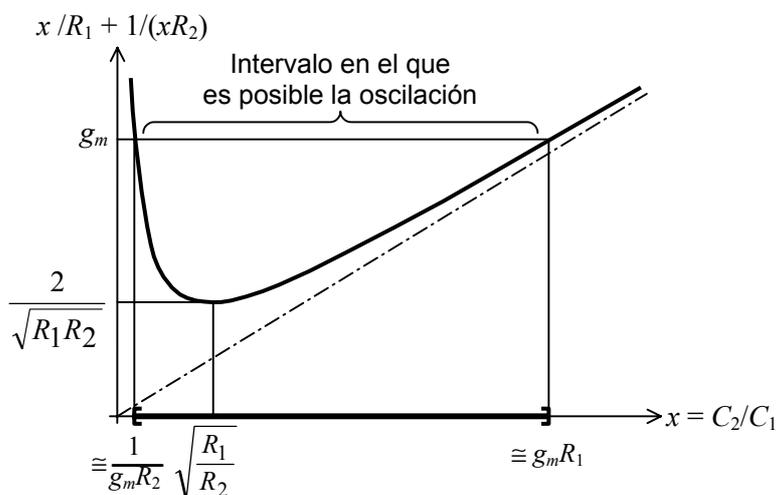
Las condiciones (139) implican que el último término del denominador será mucho menor que  $L_3 \omega_0$  y en general podrá despreciarse frente a los otros términos. En ese caso

$$\frac{V_i'(j\omega_0)}{V_i(j\omega_0)} \cong \frac{g_m}{\frac{1}{R_2} \frac{C_1}{C_2} + \frac{1}{R_1} \frac{C_2}{C_1}}, \tag{141}$$

por lo cual la condición sobre la ganancia toma la forma

$$g_m \geq \frac{1}{R_2} \frac{C_1}{C_2} + \frac{1}{R_1} \frac{C_2}{C_1}. \tag{142}$$

Esta relación se grafica en la figura 46 usando la variable auxiliar  $x = C_2/C_1$ .



**Figura 46.** Intervalo para la variable  $x = C_2/C_1$  dentro del cual el oscilador oscila.

Es fácil encontrar el rango de valores de dicha variable para los que se produce la oscilación. En efecto, de (142) resulta la inecuación de segundo grado

$$R_2 x^2 - g_m R_1 R_2 x + R_1 \leq 0. \tag{143}$$

La igualdad se verifica para

$$x_{1,2} = \frac{g_m R_1}{2} \left( 1 \pm \sqrt{1 - \frac{4}{g_m^2 R_1 R_2}} \right). \tag{144}$$

En la figura 46 se muestra el intervalo de valores de  $x = C_2/C_1$  para los que el oscilador oscila. La desigualdad (142) se cumple para

$$x_1 \leq x \leq x_2. \tag{145}$$

Generalmente

$$g_m R_1, g_m R_2 \gg 1, \tag{146}$$

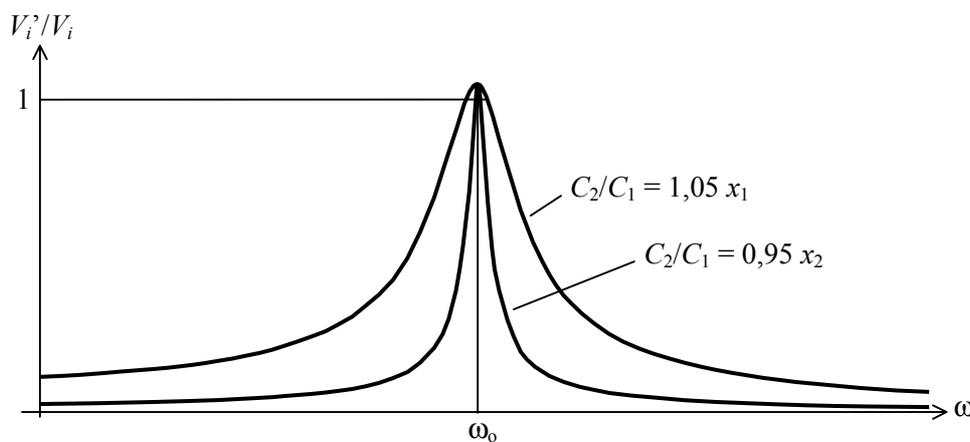
por lo que los valores de  $x_1$  y  $x_2$  se pueden aproximar por:

$$x_1 \cong \frac{1}{g_m R_2}, \quad x_2 \cong g_m R_1. \tag{147}$$

Resulta

$$\frac{1}{g_m R_2} \leq \frac{C_2}{C_1} \leq g_m R_1. \tag{148}$$

A pesar de que todos los valores del intervalo hacen que el circuito oscile, son preferibles los valores cercanos a los extremos, ya que brindan la ganancia más próxima a 1 y, por lo tanto, la menor distorsión. En cualquier caso se contemplará que en las peores condiciones de tolerancia se conserve la oscilación. De los dos extremos conviene utilizar el que proporcione el mayor  $Q$  (pico de resonancia más angosto) ya que así será mayor la estabilidad de frecuencia. En la figura 47 se muestra la ganancia de bucle abierto para  $C_2/C_1$  próximo al valor mínimo y al máximo para un ejemplo en el que  $R_2 > R_1$ . Vemos que el mayor  $Q$  se da para las proximidades del mínimo, es decir,  $C_2 \ll C_1$ . Si, en cambio,  $R_2 < R_1$ , la conclusión es opuesta. En otras palabras, la relación de orden de  $C_1$  y  $C_2$  debe ser opuesta a la de  $R_1$  y  $R_2$ .



**Figura 47.** Ganancia a lazo abierto en función de la frecuencia para  $C_2/C_1$  cercano al mínimo ( $x_1$ ) y al máximo ( $x_2$ ). En este ejemplo  $R_2 > R_1$ .

### 6.2. Tolerancias en el oscilador con puente de Wien

El caso del oscilador con puente de Wien es singular ya que se requiere que las tensiones de salidas de dos divisores de tensión (uno dependiente y otro independiente de la frecuencia) sean casi coincidentes para que el funcionamiento sea óptimo. Ello representa una dificultad en cuanto a la selección de los componentes ya que si la tolerancia es excesiva la diferencia entre ambas salidas puede ser inadmisiblemente grande.

Para ilustrar esta situación, tengamos en cuenta que de (57) resulta, cuando la frecuencia es tal que la ganancia de lazo abierto es real, la siguiente condición general de oscilación sobre la ganancia:

$$a \left( \frac{R_4 C_3}{R_3 C_3 + R_4 C_4 + R_4 C_3} - \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) > 1. \quad (149)$$

Obsérvese que se debe considerar la condición más general posible porque debido a las tolerancias, no es posible garantizar ninguna de las relaciones que permitan obtener condiciones de diseño sencillas como ecuaciones (60) y (66). La desigualdad (149) se puede reescribir eliminando numeradores como

$$\frac{1}{\frac{R_3}{R_4} + \frac{C_4}{C_3} + 1} - \frac{1}{\frac{R_1}{R_2} + 1} > \frac{1}{a}. \quad (150)$$

El caso más desfavorable (riesgo de perder la oscilación) se da cuando el primer miembro es mínimo y el segundo, máximo. Adjuntando un subíndice “o” a los valores nominales, y llamando  $\alpha$  a la tolerancia de las resistencias y  $\gamma$  a la de los condensadores (en fracción de la unidad), tendremos, despreciando efectos de segundo orden,

$$\frac{1}{\frac{R_{3o}}{R_{4o}}(1 + 2\alpha) + \frac{C_{4o}}{C_{3o}}(1 + 2\gamma) + 1} - \frac{1}{\frac{R_{1o}}{R_{2o}}(1 - 2\alpha) + 1} > \frac{1}{a_{min}}. \quad (151)$$

Dado que los valores nominales pueden elegirse en forma arbitraria<sup>4</sup>, se adoptan de modo que,

$$R_{3o}C_{3o} = R_{4o}C_{4o}, \quad (152)$$

en cuyo caso la inecuación (151) se transforma en

$$\frac{1}{\frac{R_{3o}}{R_{4o}}(2 + 2\alpha + 2\gamma) + 1} - \frac{1}{\frac{R_{1o}}{R_{2o}}(1 - 2\alpha) + 1} > \frac{1}{a_{min}}. \quad (153)$$

En general se adopta una proporción  $R_{1o}/R_{2o}$  y luego se procede a obtener una cota para  $R_{3o}/R_{4o}$ .

A modo de ejemplo, supongamos que

<sup>4</sup> En realidad es necesario respetar los valores normalizados (comerciales), pero en general se logra cumplir con la tolerancia especificada si se elige el valor normalizado más próximo. Una práctica más conservativa es multiplicar, en ese caso, por 2 la tolerancia. Así, si el valor deseado es 20,9  $\Omega$ , podrá elegirse el valor de 20,0  $\Omega$  al 5% pero suponer una tolerancia del 10%. En efecto, al valor nominal de 20,0  $\Omega$  le corresponden los valores entre 19  $\Omega$  y 21  $\Omega$ . El valor real de 19  $\Omega$  está un 9,1% por debajo de 20,9  $\Omega$ . Asimismo, si el valor deseado es 21,1  $\Omega$ , conviene elegir 22,0  $\Omega$ , que permite valores entre 20,9  $\Omega$  y 23,1  $\Omega$ . El valor real de 23,1  $\Omega$  está 9,5% por encima de 21,1  $\Omega$ . En ambos casos se logra estar por debajo del  $\pm 10\%$ .

$$R_{10} = 10 R_{20}. \quad (154)$$

Si las tolerancias fueran ideales ( $\alpha = \gamma = 0$ ) y  $a_{min} = 25000$ , tendríamos, luego de despejar,

$$R_{30} < 4,99758 R_{40}. \quad (155)$$

Si, en cambio, tomamos  $\alpha = \gamma = 0,01$  resulta

$$R_{30} < 4,8017 R_{40}. \quad (156)$$

Si  $R_{40} = 10 \text{ k}\Omega$  al 1%, puede elegirse  $R_{30} = 47,5 \text{ k}\Omega$  al 1%, es decir, el valor comercial de la serie al 1% que se encuentra inmediatamente por debajo del valor límite de 48,017 k $\Omega$ .

¿Qué significa lo anterior desde el punto de vista de la pureza de la onda? Para responder esta pregunta en la ecuación 149 debemos suponer las condiciones contrarias a las adoptadas anteriormente. Estas condiciones tendrán como consecuencia profundizar la oscilación (acentuar la inestabilidad).

$$a_{m\acute{a}x} \left( \frac{1}{\frac{R_{30}}{R_{40}}(2 - 2\alpha - 2\gamma) + 1} - \frac{1}{\frac{R_{10}}{R_{20}}(1 + 2\alpha) + 1} \right) > 1. \quad (157)$$

Suponiendo ahora  $a_{m\acute{a}x} = 100000$ , resulta, para  $R_{30} = 4,75 R_{40}$ , la ganancia de lazo abierto es... ¡770,75! La razón es que en el caso anterior (próximo a la pérdida de la oscilación) la diferencia entre las realimentaciones positiva y negativa era muy pequeña. En el otro extremo de las tolerancias dicha diferencia, aunque pequeña, no es tan pequeña como antes y por añadidura se multiplica por un valor muy alto como es  $a_{m\acute{a}x}$ .

Esto muestra por qué la problemática de la distorsión en el puente de Wien no puede tratarse exclusivamente sobre la base de una baja tolerancia, ya que aun con valores al 1% la distorsión será muy importante. La solución es la adoptada anteriormente: utilizar un control automático de ganancia.

En ese caso, como se debe asegurar que al cortarse el FET el circuito deje de oscilar, la relación de diseño (153) se sustituye por

$$\frac{1}{\frac{R_{30}}{R_{40}}(2 - 2\alpha - 2\gamma) + 1} - \frac{1}{\frac{R_{10}}{R_{20}}(1 + 2\alpha) + 1} < \frac{1}{a_{m\acute{a}x}}. \quad (158)$$

En el otro extremo del rango de tolerancia el oscilador se encuentra más lejos todavía de la oscilación. Será el FET en conducción quien, al cortocircuitar a  $R_{20}$ , reducirá la realimentación negativa tendiendo a invertir la desigualdad.