

Régimen Estacionario

Práctica V: Energía en el Régimen Estacionario

1. Modelo electrostático del electrón

Consideremos una distribución de carga esférica de radio R y densidad volumétrica uniforme de carga ρ_0 . Determinar la auto-energía de la distribución en dos formas:

1.a) Por integración del producto entre la densidad de carga y el potencial escalar.

1.b) Por integración del producto entre los campos \vec{E} y \vec{D} .

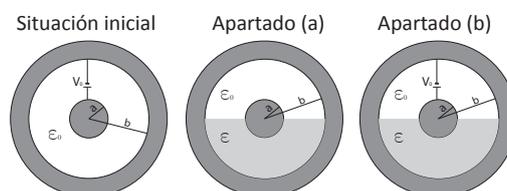
1.c) Supongamos un modelo del electrón considerándolo como una partícula esférica uniformemente cargada de radio R_e . Supongamos además que su energía cuando está en reposo $U = m_e c^2$ (donde m_e es la masa del electrón y c es la velocidad de la luz en el vacío), es totalmente atribuible a un origen electrostático, dada por la auto-energía de la distribución. Sustituyendo los valores numéricos correspondientes al electrón, obtener el radio electrónico R_e de este modelo clásico aproximado. Comparar R_e con la longitud de onda de Compton asociada al electrón $\lambda_e = \frac{h}{m_e c}$. En 1902, Max Abraham concibió un modelo electrostático del electrón similar.

2. Capacitor esférico con líquido dieléctrico

Sea un capacitor esférico formado por dos esferas conductoras, una maciza de radio a y otra hueca de radio interior b , donde $a < b$, como muestra la figura. Mediante un generador, se establece una diferencia de potencial $\Delta\varphi_0$ entre las dos esferas. ¿Cuál es la capacidad y la energía almacenada del sistema?

2.a) Suponer que se desconecta la fuente y se llena el espacio entre las dos esferas con un líquido dieléctrico lineal, isotrópico y homogéneo de permitividad ϵ . Calcular los vectores \vec{E} , \vec{D} y \vec{P} en la región comprendida entre las dos esferas después de introducir el líquido. ¿Cuánto valen ahora la capacidad y la energía electrostática almacenada? ¿El proceso fue espontáneo o forzado?

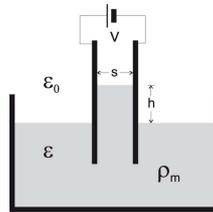
2.b) Repetir el apartado anterior si se introduce el líquido sin desconectar el generador. ¿El proceso fue espontáneo o forzado?



Capacitor esférico con líquido dieléctrico.

3. Capacitor plano con líquido dieléctrico

Sea un capacitor de placas paralelas rectangulares, separadas una distancia s . El capacitor se sumerge perpendicularmente, y de forma parcial, en un líquido dieléctrico lineal, isótropo y homogéneo de permitividad ε y densidad ρ_m , como muestra la figura. Se aplica una diferencia de potencial $\Delta\varphi_0$ entre las placas del capacitor y se observa que el líquido asciende una altura h en la región comprendida entre las placas. Calcular h .



Capacitor plano con líquido dieléctrico.

4. Esfera conductora

Una esfera conductora de radio R almacena una carga Q y está aislada, en el vacío.

4.a) Calcular la energía del sistema.

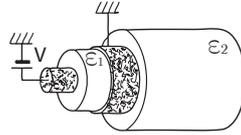
4.b) Suponer que, sin descargar la esfera, se la recubre con una capa de dieléctrico de espesor a y permitividad ε . Determinar nuevamente la energía almacenada del sistema. ¿Cómo se explica este cambio de energía? ¿El proceso fue espontáneo o forzado?

4.c) Si en lugar de una esfera cargada y aislada se tiene una esfera conectada a un generador que fija el potencial en un valor $\Delta\varphi_0$, ¿Cuál es la energía antes y después del recubrimiento? ¿Cómo se interpreta el cambio en este caso? ¿El proceso fue espontáneo o forzado?

5. Cable coaxial como capacitor

Se tiene un cable coaxial, el cual está formado por un núcleo metálico cilíndrico, de radio a que está rodeado de una capa de dieléctrico de permitividad ε_1 , con un radio exterior b y una cubierta metálica de espesor despreciable. Rodeando esta corteza metálica, hay otra capa de dieléctrico de permitividad ε_2 y radio exterior c , como muestra la figura. La corteza metálica exterior se encuentra permanentemente a tierra, mientras que el núcleo se encuentra a una tensión $\Delta\varphi_0$. Hallar la energía almacenada en un segmento de cable de longitud h , a partir del campo eléctrico. En base a esta energía, calcular la capacidad por unidad de longitud del cable coaxial,

suponiendo que no se conoce la capacidad de un capacitor cilíndrico.



Cable coaxial.

6. Capacitor plano con plancha dieléctrica

Un capacitor sometido a una diferencia de potencial $\Delta\varphi_0$ está compuesto por dos placas rectangulares paralelas de dimensiones $w \times l$, situadas a una distancia d . Entre las placas conductoras del capacitor, se introduce una lámina conductora descargada de espesor $t < d$ paralelamente a las placas.

6.a) ¿Cómo se modifica la capacidad del capacitor al introducir la lámina conductora? (Despreciar los efectos de borde)

6.b) Suponer que, antes de introducir la lámina conductora descargada, el capacitor se carga conectándolo la fuente de diferencia de potencial $\Delta\varphi_0$. A continuación, se desconecta el generador y solo después se introduce la lámina. ¿Cómo varía la energía almacenada en el capacitor? ¿Cómo se puede justificar esta variación de energía? ¿El proceso fue espontáneo o forzado?

6.c) Repetir el apartado anterior en el caso en que la lámina conductora se introduce sin desconectar el generador. ¿El proceso fue espontáneo o forzado?

7. ¡Dipolos!

7.a) Se posee un dipolo eléctrico de momento dipolar \vec{p} y momento de inercia I inmerso en un campo eléctrico uniforme \vec{E}_0 . En el instante inicial el momento \vec{p} forma un ángulo θ_0 con la dirección del campo \vec{E}_0 .

Considerando que no existen mecanismos de disipación, obtener la ecuación de movimiento del dipolo eléctrico e identificar a qué otra ecuación de movimiento es análoga. Describir cualitativamente el movimiento.

7.b) Considerando que sí existen mecanismos de disipación, describir la evolución y el estado final del dipolo eléctrico.

7.c) Ahora se posee un dipolo magnético de momento dipolar \vec{m} sumergido en un campo magnético uniforme \vec{B}_0 . A su vez, el momento dipolar está asociado a un momento angular a través de la expresión $\vec{m} = \gamma \vec{L}$ donde γ es el factor

giromagnético. En el instante inicial el momento \bar{m} forma un ángulo θ_0 con la dirección del campo \bar{B}_0 .

Considerando que no existen mecanismos de disipación, obtener la ecuación para $\frac{d\bar{L}}{dt}$ del dipolo magnético. Analizar la evolución en el tiempo de \bar{L} . Describir cualitativamente el movimiento.

7.d) Considerando que sí existen mecanismos de disipación, describir la evolución y el estado final del dipolo magnético.

8. Campo magnético interestelar

En la mayor parte del espacio interestelar de nuestra galaxia existe un campo magnético. Hay evidencia de que la intensidad, en la mayoría de las regiones, va desde $10^{-10} T$ a $10^{-9} T$. Adoptando $3 \times 10^{-10} T$ como valor típico, hallar, en orden de magnitud, la energía total almacenada en el campo magnético de la galaxia. Para ello se puede suponer que la galaxia es un disco de unos $10^{21} m$ de diámetro y $10^{19} m$ de espesor. A los fines de ver si esta energía magnética representa mucho o poco, a tal escala, podemos considerar el hecho de que las estrellas en esta galaxia están radiando unos $10^{37} W$. ¿A cuántos años de luz estelar equivale la energía magnética galáctica?

9. Espiras concéntricas

Una espira de radio b se coloca en el centro de otra espira de radio a , siendo $b \ll a$. La espira pequeña puede rotar con su eje de giro en el plano de la espira grande. Por cada espira circulan corrientes I_b e I_a respectivamente. Llamamos θ al ángulo que forman las normales a las dos espiras.

9.a) Determinar el torque sobre la espira que gira.

9.b) Determinar la dirección que tiene este torque cuando I_a e I_b circulan en el mismo sentido.

10. Predicción Clásica del Experimento de Stern-Gerlach

Consideremos que se tiene un haz de partículas eléctricamente neutras que poseen momentos magnéticos \bar{m} orientados aleatoriamente con igual probabilidad en todas las direcciones. Todas las partículas poseen la misma velocidad inicial $\bar{v}_0 = v_0 \hat{e}_y$. El haz atraviesa una región de largo a donde hay un campo magnético inhomogéneo $\bar{B} = B(z) \hat{e}_z$ generado por dos imanes, de forma tal que $\frac{\partial B}{\partial z} = \xi$ es constante. Luego, las partículas impactan en una pantalla ubicada al final de los imanes. Considerar

que no existen mecanismos de disipación. Calculando la fuerza que percibe cada partícula, ¿qué forma tendrá la distribución de impactos en la pantalla en función de z ? En 1922, en Frankfurt, Otto Stern y Walther Gerlach realizaron el experimento con un haz de átomos de plata. Sus resultados no concordaron con la predicción clásica y así hicieron su aporte a la construcción de la Mecánica Cuántica...

11. Cable coaxial

Un cable coaxial largo transporta una corriente I que fluye en un sentido por la superficie del cilindro interno de radio a y la misma cantidad de corriente I vuelve a través del cilindro externo de radio b en el sentido contrario.

11.a) Encontrar la energía magnética almacenada en una sección de longitud c .

11.b) A través de la expresión para la energía, obtener la autoinductancia L del sistema.

11.c) Consideremos que, manteniendo las corrientes constantes, se introduce un material lineal, isótropo y homogéneo de permeabilidad μ en el espacio entre los dos cilindros. ¿El proceso fue espontáneo o forzado?

11.d) Repetir el apartado anterior si se introduce el material manteniendo el flujo magnético Φ_B constante. ¿El proceso fue espontáneo o forzado?

12. Toroide

Por una bobina toroidal de radio a y N vueltas, circula una corriente I . Calcular la energía almacenada en la bobina, considerando que tiene en todo su interior un material magnéticamente lineal con una susceptibilidad magnética χ .

13. Autofuerza de un solenoide

Sea un solenoide muy largo de radio r , longitud L y N vueltas. El solenoide es lo suficientemente largo como para considerar que, aproximadamente, el campo en su interior es uniforme y en el exterior es cero.

13.a) Calcular la autoinductancia L del solenoide.

13.b) Si la corriente I se mantiene constante mediante una batería, a partir de la energía magnética, encontrar la fuerza radial que se ejerce sobre una vuelta del devanado por unidad de longitud de circunferencia.

13.c) Si el flujo Φ_B permanece constante y el sistema está aislado (con cables superconductores), a partir de la energía magnética, encontrar la fuerza radial que se ejerce sobre una vuelta del devanado por unidad de longitud de circunferencia.



14. *Energía de imanes*

Demostrar que si los campos son producidos únicamente por imanes permanentes, esto es, no hay corrientes libres entonces $\frac{1}{2} \iiint_{\mathbb{R}^3} \vec{H} \cdot \vec{B} \, dv' = 0$ (integrando en todo el espacio). ¿Es cero la energía magnética? ¿hay alguna contradicción?.