Escuela de Ciencias Exactas y Naturales
Departamento de Física
Electromagnetismo
Autores: G. Seminara, R. Menchón, I. Hamad.

Régimen Estacionario

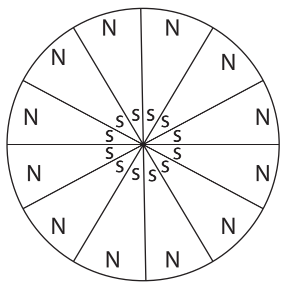
Práctica IV: Magnetostática en la Materia

1. *¿Monopolo magnético?*

Se tiene un conjunto de cuñas magnetizadas de manera tal que el polo sur de cada una se encuentre en la punta y el polo norte en el lado opuesto. Se reacomodan como muestra la figura para formar una esfera, de manera tal que todos los polos sur apuntan al centro de la esfera y todos los polos norte quedan en la superficie de la esfera. La magnetización de la esfera es $\bar{M} = M_0\, e^{-r}\, \hat{e}_r$.

1.a) ¿Puede ser esta configuración un monopolo magnético? ¿Con qué leyes entraría en conflicto?

1.b) Determinar $\bar{B}$ y $\bar{H}$ en todo el espacio.



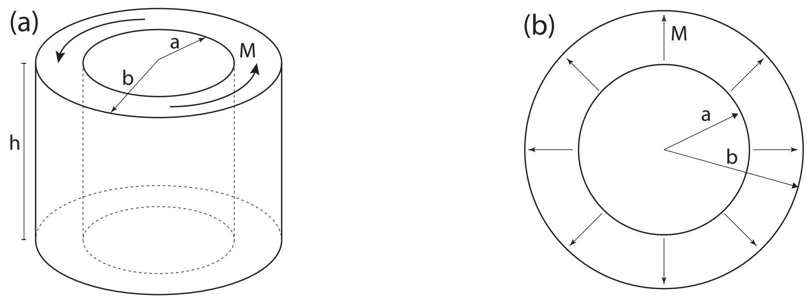
¿Monopolo magnético?

2. *Cilindro hueco magnetizado azimutalmente*

Supongamos que se tiene una muestra de material magnetizado tiene forma de cilindro recto hueco, de radio interior a y radio exterior b. La magnetización del material viene dada por la expresión: $\bar{M} = M_0\, \frac{a}{\varrho}\, \hat{e}_\vartheta$, siendo ϱ la coordenada radial de un sistema de coordenadas cilíndricas con origen en el eje del cilindro. Calcular las densidades de corriente de magnetización volumétrica $\bar{J}_M$ y superficiales $\bar{j}_M$. ¿Existen, en este material magnetizado, fuentes escalares del vector $\bar{H}$? Teniendo en cuenta la respuesta a esta pregunta, calcular $\bar{B}$ y $\bar{H}$ en todos los puntos del espacio.

3. *Esfera hueca magnetizada radialmente*

Se tiene un material con forma de esfera hueca, de radio interno a y radio externo b, que posee una magnetización radial tal que en el interior de la cáscara esférica la misma vale $\bar{M} = M_0\, \left(\frac{b}{r}\right)^2\, \hat{e}_r$. Calcular las densidades de corriente de magnetización $\bar{J}_M$ y $\bar{j}_M$, el campo magnético $\bar{B}$ y la intensidad magnética $\bar{H}$ en todos los puntos del espacio.



Izquierda: Cilindro hueco magnetizado. Derecha: Esfera hueca magnetizada.

4. *Imán cilídrico*

Sea un imán permanente con forma de cilindro recto de longitud L. La magnetización $\bar{M}$ del imán es uniforme y tiene la dirección del eje del cilindro.

4.a) Encontrar las densidades de corriente de magnetización $\bar{J}_M$ y $\bar{j}_M$. Comparar la distribución de corriente con la de un solenoide.

4.b) Calcular la densidad volumétrica de carga de magnetización $\rho^\star_{mag}$ y la densidad superficial de carga de magnetización $\sigma^\star_{mag}$.

5. *Esfera magnetizada no-uniformemente*

Sea una esfera de radio R, hecha de un material magnético. El origen de coordenadas se coloca en el centro de la esfera. De acuerdo a este sistema de referencia, la magnetización del material es $\bar{M} = (ax^2 + b)\hat{e}_x$, siendo a y b constantes. Determinar las densidades volumétrica $\rho^\star_{mag}$ y superficial de cargas de magnetización $\sigma^\star_{mag}$, y las densidades de corriente de magnetización volumétrica $\bar{J}_M$ y superficial $\bar{j}_M$.

6. *Esfera magnetizada uniformemente*

Una esfera maciza de radio R tiene una magnetización permanente uniforme $\bar{M} = M_0\,\hat{e}_z$.

6.a) Determinar la expresión integral para el potencial vectorial $\bar{A}$. Calcular su valor y el de los campos $\bar{B}$ y $\bar{H}$ en todo el espacio.

6.b) Hallar la densidad de corriente volumétrica de magnetización $\bar{J}_M$ y la densidad de corriente superficial de magnetización $\bar{j}_M$.

6.c) Calcular la densidad volumétrica de carga de magnetización $\rho^\star_{mag}$ y la densidad superficial de carga de magnetización $\sigma^\star_{mag}$, que son equivalentes a la imanación de la esfera.

7. *Esfera sumergida en un campo magnético uniforme*

Sea una esfera maciza de radio R, hecha de material magnético lineal de permeabilidad μ. La esfera se sumerge en una región donde inicialmente hay aplicado un campo $\bar{B}_0$ uniforme.

7.a) Sabiendo que la magnetización que aparece en la esfera es uniforme, hallar el valor de dicha magnetización, del momento dipolar inducido en la esfera y del campo magnético inducido en todo el espacio.

7.b) ¿Cómo cambia el resultado si el material es diamagnético ($\chi_m < 0$, $\mu < \mu_0$) ó paramagnético ($\chi_m > 0$, $\mu > \mu_0$)? ¿A qué se reducen los resultados en los casos de un material paramagnético ideal ($\chi_m \to \infty$, $\mu \to \infty$) y un superconductor ($\chi_m = -1$, $\mu = 0$)?

7.c) Determinar las densidades de corriente de magnetización $\bar{J}_M$ y $\bar{j}_M$ que aparecen en la esfera.

7.d) Para un valor de campo magnético aplicado $B_0 = 10mT$ y una esfera de radio $R = 1cm$, calcular los valores numéricos para los resultados obtenidos en el punto **a)**: valor de la magnetización M_0, módulo del momento dipolar magnético inducido m, campo magnético B_{int} dentro de la esfera y la diferencia $B_{int} - B_0$ entre el campo magnético dentro de la esfera y el campo magnético aplicado; para los siguientes materiales:

i. Oro, $\chi_m^{Au} = -3.0 \times 10^{-5}$

ii. Aluminio, $\chi_m^{Al} = 2.1 \times 10^{-5}$

iii. Hierro (paramagnético a $T > 1043K$), $\chi_m^{Fe}|_{T>1043K} = 150$

iv. Cuprato superconductor $YBa_2Cu_3O_7$, $\chi_m^{YBCO}|_{T<94K} = -1$

8. $\varphi^\star$ *para una esfera hueca magnetizada uniformemente*

Una esfera hueca de radio interno a y radio externo b, posee una magnetización permanente uniforme $\bar{M}_0 = M_0\hat{e}_z$. Encontrar el potencial escalar $\varphi^\star$ en puntos que estén sobre el eje z, tanto dentro como fuera de la esfera hueca.

9. $\varphi^\star$ *para un imán cilíndrico*

Sea un imán permanente con forma de cilindro circular recto, de longitud L y radio R. Se lo orienta de tal forma que su eje de simetría coincida con el eje z. El origen de coordenadas se ubica en el centro del imán. El cilindro tiene magnetización uniforme $\bar{M} = M_0\, \hat{e}_z$.

9.a) Determinar $\varphi^\star(z)$ en el eje de simetría, dentro y fuera del imán.

9.b) Utilizar los resultados del apartado anterior para encontrar B_z en el eje de simetría, dentro y fuera del imán.

10. *Cilindro infinito sumergido en un campo magnético uniforme*

Un cilindro infinitamente largo de radio a y permeabilidad μ se coloca en un campo magnético uniforme B_0, de modo que el eje del cilindro sea perpendicular al campo magnético aplicado. **10.a)** Calcular $\bar{B}$ dentro del cilindro.

10.b) Hacer un esquema que muestre las líneas de $\bar{B}$ que pasan por el cilindro. *Ayuda:* Suponer que $\varphi^\star$ puede determinarse completamente en función de los armónicos cilíndricos de $cos\vartheta$. Esta suposición es válida ya que todas las condiciones en la frontera pueden ser satisfechas por los armónicos de $cos\vartheta$.

11. *Cable dentro de tubo*

Un alambre, por el que circula una corriente I, está metido dentro de un tubo cilíndrico de material con susceptibilidad magnética χ_m. El alambre y el eje del tubo cilíndrico coinciden. El tubo tiene radio interior a y radio exterior b. Determinar la densidad de corriente de magnetización y la corriente de magnetización total.

12. *Transformador con núcleo cuadrado*

Un transformador se construye enrollando dos bobinas alrededor de un núcleo de hierro de permeabilidad $\mu \gg \mu_0$. El núcleo está constituído por 4 barras de longitud b y de sección cuadrada de lado a, con $a \ll b$. Las bobinas tienen, respectivamente, N_1 y N_2 espiras y están enrolladas en el mismo sentido.

12.a) Determinar el valor del campo magnético en los puntos del núcleo y el flujo magnético que atraviesa cada bobina cuando por ellas circulan corrientes I_1 e I_2 respectivamente.

12.b) Supongamos ahora, que en uno de los lados se practica un pequeño corte de ancho x. ¿Cómo cambian los resultados anteriores? ¿Cuánto vale el campo magnético en el entrehierro?