*Régimen Estacionario*

# Práctica I: Electrostática en el Vacío

**1. *Equipotenciales de dos cargas puntuales***

Hallar el potencial creado por dos cargas $q_1$ y $-q_2$ separadas una distancia $a$ entre sí. Considerando el caso $|q_1| \neq |-q_2|$ demostrar que la superficie equipotencial $V = 0$ es una esfera.

**2. *Potencial y campo de una densidad lineal de carga***

Sea una distribución de carga lineal, uniforme e infinitamente larga, cuya densidad de carga por unidad de longitud es $\lambda_0$. Hallar el potencial y campo eléctrico generado por dicha distribución de cargas. Comparar la dificultad de hacerlo mediante la ley de Gauss o por integración directa.

**3. *Campo en el eje de un disco cargado***

Sea un disco circular de radio $R$ con una densidad de carga superficial uniforme igual a $\sigma_0$. Calcular el campo eléctrico en un punto cualquiera del eje perpendicular que pasa por el centro del disco.

Supongamos ahora que se tiene un cilindro macizo circular y recto, de radio $R$ y altura $L$, orientado según el eje $z$ y con una densidad de carga volumétrica no uniforme dada por la fórmula: $\rho = \rho_0 + \beta\, z$, con $\beta > 0$ y tomando el origen de coordenadas en el centro del cilindro. Encontrar la fuerza ejercida sobre una carga puntual $q$ colocada en el centro del cilindro.

**4. *Carga en la cavidad de un conductor***

Consideremos un objeto conductor con una cavidad hueca en su interior dentro de la cual se introduce una carga puntual $q$. Demostrar que sobre la supeficie de la cavidad, se induce una carga $-q$. Sugerencia: Utilizar la ley de Gauss.

**5. *Capacitor de placas planas infinitas***

Dos placas planas conductoras, paralelas e infinitas, están separadas una distancia $d$. Las placas tienen densidades de carga uniformes $\sigma$ y -$\sigma$ respectivamente, sobre sus superficies interiores.

**5.a)** Obtener una expresión para el campo eléctrico entre las placas.

**5.b)** Demostrar que el campo eléctrico en las regiones exteriores a las placas es cero.

**6. *Campo eléctrico del átomo de Hidrógeno***

Uno de los logros más importantes de la Mecánica Cuántica es poder calcular exactamente la distribución de carga del átomo de Hidrógeno. La carga del protón se encuentra concentrada en el núcleo, mientras que la carga del electrón se considera dispersa en la nube electrónica. Así, la densidad de carga del electrón en el orbital $1s$ es $\rho_{1s}(r) = -\frac{q_e}{\pi\, a_B^3}\, e^{-\frac{2r}{a_B}}$ donde $a_B = 5.29 \times 10^{-11}m$ es el radio de Bohr, $q_e$ es el valor absoluto de la carga del electrón y $r$ es la distancia hasta el protón.

**6.a)** Determinar el campo eléctrico $\bar{E}$ en todo el espacio.

**6.b)** Analizar $\bar{E}$ en el límite de pequeñas distancias $r \ll a_B$.

**6.b)** Analizar $\bar{E}$ en el límite de grandes distancias $r \gg a_B$.

**7. *Distribuciones esféricas de carga: homogénea e inhomogénea***

Consideremos una distribución de carga esférica de densidad de carga volumétrica $\rho = \rho(r)$. Sea $R$ el radio de la distribución de carga esférica. Si $\rho(r)$ toma los valores:

**7.a)** $\rho_h(r) = \begin{cases} \rho_0 = cte & \text{si } 0 \leq r \leq R \\ 0 & \text{si } r > R \end{cases}$

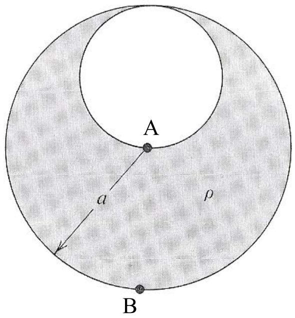
**7.b)** $\rho_i(r) = \begin{cases} A/r & \text{si } 0 \leq r \leq R \\ 0 & \text{si } r > R \end{cases}$

Determinar, en cada caso, el campo eléctrico en función de $r$. Integrar el resultado para obtener una expresión para el potencial electrostático $\varphi(r)$, sujeto a la restricción de que $\varphi(\infty) = 0$.

**8. *Distribución esférica de carga con hueco***

Sea una distribución esférica de carga, con una densidad de carga $\rho$ constante desde $r = 0$ hasta $r = a$, y nula más alla. A dicha esfera de carga se le practica un orificio esférico de radio $a/2$, como muestra la figura.

Determinar el valor y la dirección del campo eléctrico en los puntos $A$ y $B$.




Distribución esférica de carga con hueco.

**9. *Varilla cilíndrica infinita cargada***

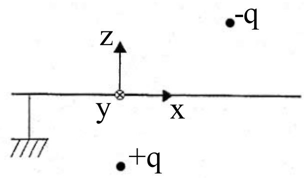
Una varilla infinitamente larga y de sección circular de radio $R$ posee una densidad volumétrica uniforme de carga $\rho_0$. Utilizar la ley de Gauss para encontrar el campo eléctrico en todo el espacio.

**10. *Carga puntual frente a un plano conductor***

Una carga puntual $q$ se sitúa a una distancia $d$ de un plano conductor, puesto a tierra, de extensión infinita. Obtenga la carga total inducida sobre el plano por integración directa de la densidad de carga superficial.

**11. *Dos cargas puntuales frente a un plano conductor***

Se sitúan dos cargas puntuales, $+q$ y $-q$ en los puntos $\bar{r}_{q+} = (0, 0, -2a)$ y $\bar{r}_{q-} = (3a, 0, 2a)$, respectivamente, dados en coordenadas cartesianas. Calcular la fuerza que experimenta cada carga. Supongamos ahora que se coloca un plano conductor puesto a tierra, en $z = 0$. Calcular nuevamente la fuerza que experimenta cada carga, así como también la que sufre el plano conductor. Sugerencia: Considerar las condiciones de contorno y su efecto en cada semiplano.




Dos cargas puntuales frente a un plano conductor.

**12. *Carga puntual frente a una esfera conductora puesta a tierra***

Una carga puntual $q$ se encuentra frente a una esfera conductora conectada a tierra, a una distancia $d$ del centro. El radio de la esfera es $R$ y $d > R$.

**12.a)** A través del Método de Imágenes, obtener una expresión para el potencial eléctrico $\varphi$ en todo el espacio.

**12.b)** Encuentre la densidad superficial de carga $\sigma$ sobre la superficie de la esfera conductora.

**12.c)** Halle la carga total $Q_{esfera}$ sobre la superficie de la esfera.

**12.d)** ¿Cómo se modifica el problema si originalmente la esfera conductora está conectada a una fuente a potencial constante $V_0$?

**13. *Carga puntual frente a una esfera conductora cargada***

Una carga puntual $q$ se encuentra frente a una esfera conductora aislada cargada con carga $Q$, a una distancia $d$ del centro. El radio de la esfera es $R$ y $d > R$.

**13.a)** A través del Método de Imágenes, obtener una expresión para el potencial eléctrico $\varphi$ en todo el espacio.

**13.b)** Encuentre la densidad superficial de carga $\sigma$ sobre la superficie de la esfera conductora.

**13.c)** Halle una expresión para el potencial sobre la superficie de la esfera en función de la carga $Q$.

**13.d)** ¿Cómo se modifica el problema si originalmente el conductor se hallara aislado descargado?

**14.** ***Dipolo puntual en el centro de una cáscara esférica conductora***

Supongamos que un dipolo puntual de momento dipolar $\bar{p}_e$ se sitúa en el centro de una cáscara esférica conductora puesta a tierra.

**14.a)** Encontrar el potencial eléctrico en el interior de la cáscara.

**14.b)** ¿Cómo es el potencial eléctrico fuera de la cáscara? ¿Qué argumentos físicos permiten deducirlo rápidamente?

**15.** ***Esfera conductora descargada en campo eléctrico uniforme***

Se coloca una esfera conductora descargada en un campo eléctrico que inicialmente era uniforme. Utilizando los armónicos esféricos:

**15.a)** Demostrar que el potencial debido a la esfera es el de un dipolo puntual.

**15.b)** Encontrar el momento dipolar inducido.

**16.** ***Esfera conductora cargada en campo eléctrico uniforme***

Una esfera conductora de radio $a$, que tiene una carga total $Q$, se coloca en un campo eléctrico inicialmente uniforme $\bar{E}_0$. Encontrar el potencial eléctrico en todos los puntos exteriores a la esfera.

¿Cuáles son las diferencias y similitudes entre este problema y el caso en que la esfera se encuentra originalmente descargada?

**17.** ***Conductor cilíndrico en campo eléctrico uniforme***

Un conductor cilíndrico largo de radio $a$ sin carga neta se coloca en un campo eléctrico inicialmente uniforme $\bar{E}_0$ de dirección perpendicular al eje del cilindro.

**17.a)** Encontrar el potencial eléctrico $\varphi$ en todos los puntos del espacio.

**17.b)** Hallar la densidad de carga $\sigma$ sobre la superficie cilíndrica.