

Programa de  
**Álgebra y Geometría Analítica II**



Código/s: CE4

**Identificación y características de la Actividad Curricular**

Carrera/s: Licenciatura en Física, Licenciatura en Matemática, Profesorado en Matemática

Plan de Estudios: 2018 Carácter: Obligatoria

Bloque/Campo: Área:

Régimen de cursado: Cuatrimestral

Cuatrimstre: 2º [PM], 2º [LM], 2º [LF]

Carga horaria: 112 hs. / 7 hs. semanales Formato curricular: Asignatura

Escuela: Ciencias Exactas y Naturales Departamento: Matemática

Docente responsable: CARDOSO, Isolda

**Programa Sintético**

Análisis combinatorio. Matrices, operaciones y propiedades. Determinantes. Matrices inversibles. Sistema de ecuaciones lineales. Los espacios vectoriales  $R^n$  y  $C^n$ . Dependencia e independencia lineal. Cónicas: estudio de sus formas reducidas. Curvas y superficies en el espacio: recta, plano, cuádricas.

**Asignaturas Relacionadas**

Previas: CE1 - Álgebra y Geometría Analítica I

**Vigencia desde 2018**

\_\_\_\_\_  
Firma Profesor

\_\_\_\_\_  
Fecha

\_\_\_\_\_  
Firma Aprob. Escuela

\_\_\_\_\_  
Fecha

Con el aval del Consejo Asesor:

## Características generales

La materia corresponde al segundo semestre de primer año.

En ella lxs estudiantxs se introducen en los conceptos básicos del Análisis Combinatorio, correspondiente a la Unidad 1, que a corto plazo se aplicarán para el estudio de Determinantes de Matrices cuadradas, conceptos que se desarrollarán a lo largo de la Unidad 2 con el objetivo de aplicarlos inmediatamente al análisis y resolución de Sistemas de Ecuaciones Lineales en la Unidad 3. El Análisis Combinatorio abre la puerta a los posteriores cursos centrados en la teoría de la Probabilidad, y el estudio de Matrices, Determinantes y Sistemas de Ecuaciones Lineales será fundamental para los cursos de Álgebra Lineal. En este sentido, la Unidad 4 provee de un primer acercamiento al concepto de Espacio Vectorial, estudiando la axiomática de los mismos aplicada a los espacios conocidos  $\mathbb{R}^n$  y  $\mathbb{C}^n$ , destacando los conceptos de independencia lineal y conjunto generador. A lo largo de la Unidad 5 se completa el estudio de la Geometría Analítica del Plano, comenzada en la materia Álgebra y Geometría Analítica I, con el estudio de las Secciones Cónicas, expandiendo el estudio de entes lineales a entes cuadráticos. Por último, en la Unidad 6, se completa la visualización de las vinculaciones entre el Álgebra y la Geometría (iniciada en el primer semestre) al espacio de tres dimensiones que le permite a lxs estudiantes desarrollar su intuición geométrica. En esta unidad estará presente el estudio de entes lineales como rectas y planos así como entes cuadráticos, las llamadas cuádricas, finalizando con una breve discusión acerca de las curvas y superficies generales. Quedarán así sentadas las bases para el posterior estudio de la Geometría y/o del Cálculo en Varias Variables.

En esta materia lxs estudiantes podrán reflexionar y confrontar las diferentes formulaciones conceptuales: geométricas, analíticas y axiomáticas, así como sentar las bases para sistematizar su futura labor profesional, profundizando la interacción entre ramas de la matemática, presentándose aquí una oportunidad ideal para que cada alumnx se introduzca en el trabajo interdisciplinario, logre interpretar un mismo concepto desde dos puntos de vista diferentes y logre valorar qué estrategia es la más conveniente para resolver un determinado problema.

Se presentan además una gran variedad de problemas donde se introduce tanto la modelización de situaciones reales que pueden resolverse con argumentos matemáticos sencillos, así como de problemas teóricos más profundos. En todos ellos se pretende estimular la creatividad y la rigurosidad en el razonamiento de lxs alumnxs.

## Objetivos

La asignatura Álgebra Y Geometría Analítica II tiene como propósito general que cada estudiante incorpore a su conocimiento y manejo los conceptos y métodos presentados.

En especial se espera que cada alumnx sea capaz de:

- Manejar adecuadamente las técnicas de la combinatoria elemental. Conocer, comprender y manejar los contenidos conceptuales básicos del Análisis Combinatorio. Plantear y resolver problemas de índole combinatorio.
- Conocer, comprender y manejar los contenidos conceptuales básicos de Matrices y Determinantes y su aplicación a la resolución de Sistemas de Ecuaciones Lineales. Manejar adecuadamente el análisis y resolución de los mismos.
- Expresar relaciones y conceptos geométricos en términos algebraicos y, recíprocamente, interpretar geoméricamente relaciones y conceptos algebraicos, utilizando un lenguaje simbólico preciso, tanto en el plano o en el espacio.

En términos de competencias se desea que cada alumnx logre:

- Desarrollar capacidad de razonamiento lógico.
- Utilizar cuando sea posible por la naturaleza del problema, la representación gráfica como herramienta clarificadora.
- Adquirir hábitos de estudio.

- e) Lograr expresarse con precisión en términos matemáticos.
- f) Capacidad de modelizar aquellas situaciones problemáticas que permitan resolverse con los contenidos aprehendidos.

## Contenido Temático

### UNIDAD 1: ANÁLISIS COMBINATORIO

- 1. Reglas de la suma y del producto. Permutaciones.
- 2. Combinaciones. El binomio de Newton.
- 3. Combinaciones con repetición: Distribuciones.
- 4. Funciones asociadas a disposiciones lineales. El principio de las casillas.

### UNIDAD 2: MATRICES Y DETERMINANTES

- 1. Matrices.
  - 1.1 Matrices: definición, propiedades, ejemplos.
  - 1.2. Operaciones entre matrices: producto por escalar, suma, producto matricial, transposición.
- 2. Determinantes
  - 2.1 Permutaciones: definición, transposición y signo de una permutación. Propiedades elementales.
  - 2.2 Determinantes: definición, propiedades elementales.
  - 2.3 Definición de matriz inversible y caracterización.
  - 2.4 Desarrollo del determinante por filas o columnas.

### UNIDAD 3: SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

- 1. Ecuaciones lineales. Sistemas de Ecuaciones Lineales. Formulación matricial. Equivalencia.
- 2. Operaciones Elementales.
  - 2.1 Operaciones Elementales de ecuaciones: eliminación, escalamiento, intercambio.
  - 2.2 Operaciones Elementales por filas: tipo I, II y III. Equivalencia por filas.
- 3. Matrices Elementales.
  - 3.1 Relación entre Operaciones Elementales de ecuaciones y de filas.
  - 3.2. Matrices Escalón Reducidas por filas.
- 4. Resolución de Sistemas
  - 4.1 Resolución de sistemas no homogéneos.
  - 4.2 Resolución de sistemas cuadrados.
  - 4.3 Eliminación Gaussiana.
  - 4.4 Aplicación a determinantes.
  - 4.5 Teorema de Cramer.

### UNIDAD 4: LOS ESPACIOS VECTORIALES $R_n$ Y $C_n$ .

- 1. Espacios  $F_n$ .
  - 1.1 Definiciones elementales, producto por escalar y suma.
  - 1.2 Los 10 axiomas de Espacio Vectorial. Propiedades y consecuencias inmediatas.
  - 1.3 Los espacios  $F_n[x]$  y  $F^{m \times n}$ .
- 2. Base y dimensión en  $F_n$ .
  - 2.1 Independencia Lineal.
  - 2.2 Conjunto Generador.
  - 2.3 Base y dimensión.

### UNIDAD 5: GEOMETRÍA ANALÍTICA DEL PLANO.

- 1. Revisión conceptual: lugar geométrico, coordenadas, distancia, recta en el plano.
- 2. Secciones cónicas.
  - 2.1 Circunferencia. Definición, deducción de ecuaciones cartesianas y paramétricas.

2.2 Elipse. Definición, deducción de ecuaciones cartesianas y paramétricas.

2.3 Hipérbola. Definición, deducción de ecuaciones cartesianas y paramétricas, estudio del comportamiento asintótico.

2.4 Parábola. Definición, deducción de ecuaciones cartesianas y paramétricas.

## UNIDAD 6: GEOMETRÍA ANALÍTICA DEL ESPACIO.

1 Recta y plano en el espacio.

1.1 Ecuaciones vectorial y paramétrica de una recta y un plano.

1.2 Ecuación general del plano y ecuaciones de la recta en el espacio

2 Superficies cuádricas. Deducción de las diferentes cuádricas a partir de la ecuación general de segundo grado en tres variables.

2.1 Elipsoides y esferas. Trazas, intersecciones con planos paralelos a los planos coordenados, elementos.

2.2 Hiperboloides de una hoja, hiperboloides de dos hojas y conos. Trazas, intersecciones con planos paralelos a los planos coordenados, elementos.

2.3 Paraboloides elípticos, paraboloides hiperbólicos y superficies cilíndricas. Trazas, intersecciones con planos paralelos a los planos coordenados, elementos.

2.4 Curvas en el espacio.

2.5 Superficies parametrizadas y superficies de revolución.

### Modalidades de enseñanza-aprendizaje

Los temas conceptuales son desarrollados por el profesor encargado en clases expositivas-dialogadas, ya sea en pizarra o con cañón. Se utiliza bibliografía básica, complementada con obras adecuadas para ejercitación o para profundización.

Las clases de práctica responden a la modalidad aula-taller: bajo la supervisión y ayuda de lxs docentes, lxs estudiantes realizan ejercicios de aplicación de los conceptos estudiados. Se orienta a cada alumnx en la resolución de problemas; trabajan en forma individual o grupal, con asistencia docente.

Desde la Cátedra se fomenta la autogestión del aprendizaje a través de diversas estrategias, entre ellas la lectura independiente, el uso de software matemático y la búsqueda de material bibliográfico.

La Cátedra tiene un espacio en Comunidades de la UNR, en donde lxs alumnx pueden vincularse y dialogar sobre ejercicios planteados en los trabajos prácticos, y lxs docentes plantean diversas cuestiones e ideas sobre los temas desarrollados en clase a modo complementario para la comprensión de éstos.

Se fija por parte de cada unx de lxs docentes una hora semanal de consulta en la que se aclaran conceptos y problemas. El lugar y horario de las mismas se publica en el sitio de Comunidades, así como todo el material utilizado, ya sean notas teóricas, guías de ejercicios prácticos, laboratorios y material audiovisual.

### Actividades de Formación Práctica

Nº	Título	Descripción
----	--------	-------------

1	ANÁLISIS COMBINATORIO	Se propone una guía de ejercicios seleccionados de la literatura para aplicación directa y fijación de los conceptos principales, luego ejercicios para la aplicación de dichos conceptos en la resolución de problemas donde hay que evaluar que concepto es el adecuado o el más apropiado para obtener la solución, y finalmente ejercicios teórico-prácticos para desarrollar adecuadamente las competencias matemáticas para encarar demostraciones propias del tema.
2	MATRICES Y DETERMINANTES	Se propone una guía de ejercicios cuya finalidad es desarrollar la operatoria matricial y la aplicación correcta y efectiva del cálculo de determinantes, así como generar confianza con ejercicios teórico-práctico de propiedades sencillas a demostrar.
3	SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES	Se propone una guía de ejercicios para afianzar y practicar los métodos de resolución de sistemas de ecuaciones lineales, así como la interpretación correcta de las soluciones de dichos sistemas y la modelización mediante éstos de problemas concretos.
4	LOS ESPACIOS VECTORIALES $R_n$ Y $C_n$	Se propone una guía de ejercicios donde se trabajan dos aspectos: en primer lugar revisar los 10 axiomas de espacio vectorial para afianzarlos, y descubrir estructuras similares y diferentes, en segundo lugar, comprender correctamente los conceptos de independencia lineal, conjunto generador, base y dimensión.
5	GEOMETRÍA ANALÍTICA DEL PLANO	Se propone una guía de ejercicios donde revisar los conceptos de geometría analítica del plano vistos previamente en Álgebra y Geometría Analítica I, para luego pasar al estudio de las secciones cónicas, y la resolución de problemas de aplicación.
6	GEOMETRÍA ANALÍTICA DEL ESPACIO	Se propone una guía de ejercicios centrados en el descubrimiento de la tercera dimensión y la vinculación entre la geometría y el álgebra .

## Evaluación

Se propone un esquema de tres evaluaciones parciales:

Primera evaluación parcial sobre los contenidos de las unidades 1 y 2,

Segunda evaluación parcial sobre los contenidos de las unidades 3 y 4; y

Tercera evaluación parcial sobre los contenidos de las unidades 5 y 6.

Para que unx alumnx alcance la condición de REGULAR deberá aprobar las tres evaluaciones parciales a lo largo del cursado, sin perjuicio de que la Cátedra pueda decidir prolongar dicho plazo por cuestiones inherentes al contexto de las UUNN.

Aquelx alumnx que desaprobe alguno de los tres parciales, quedará en la condición de LIBRE.

Se prevé además una instancia de recuperación para aquellxs alumnx que hayan desaprobado durante el plazo establecido sólo 1 o 2 parciales, siendo la nota obtenida sustitutiva del correspondiente parcial. Quien apruebe lo adeudado en esta instancia accederá a la condición de REGULAR, y quien no apruebe quedará en condición de LIBRE.

Un parcial se considera aprobado si alcanza una nota mayor o igual a 6, en una escala de puntuación de 0 a 10.

Para aprobar la materia se propone un examen práctico y un coloquio globalizador.

Unx alumnx REGULAR aprobará la materia tras aprobar un examen práctico de las características de los exámenes parciales y un examen teórico donde deberá realizar definiciones y demostraciones tratadas a lo largo del curso

así como demostraciones simples de nuevas propiedades donde deba aplicar las técnicas de demostración estudiadas. La aprobación de ambas instancias implica la acreditación de la asignatura.

Unx alumx en la condición LIBRE aprobará la materia tras aprobar una primera instancia escrita de práctica, que será más extensa que en la condición regular por tener que asegurar que todos los temas están evaluados en dicho examen práctico, y una segunda instancia sobre fundamentos teóricos con un coloquio final globalizador de similares características al examen de regulares. La aprobación de ambas instancias implica la acreditación de la asignatura.

### Distribución de la carga horaria

#### Presenciales

Teóricas		56 Hs.
Prácticas	Prácticas en gabinetes y/o laboratorios	3 Hs.
	Trabajo de campo	
	Resolución de Problemas y Ejercicios	44 Hs.
	Problemas abiertos vinculados a la profesión	
	Prácticas vinculadas a las TIC	
	Actividades de Proyecto y Diseño	
	Práctica Profesional Supervisada	
Evaluaciones		9 Hs.
	<b>Total</b>	<b>112 Hs.</b>

#### Dedicadas por el alumno fuera de clase

	Preparación Teórico-Práctica	112 Hs.
	Elaboración y redacción de informes, trabajos, presentaciones, etc.	
	<b>Total</b>	<b>112 Hs.</b>

#### Bibliografía básica

Título	Autores	Editorial	Año	Ejem.
Matemáticas Discreta y Combinatoria - Una introducción con aplicaciones	R. Grimaldi	Addison Wesley Longman		
Álgebra Y Geometría	E. Hernández	Addison Wesley y Universidad Autónoma de Madrid	1994	
Matemáticas Discretas	R. Johnsonbaugh	Pearson		
Lecciones de Álgebra y Geometría Analítica	A. Nasini, R. López	EUCA Bs. As	1972	
Algebra lineal con sus aplicaciones	S. Grossman	Mcgraw- Hill		

#### Bibliografía complementaria

<b>Título</b>	<b>Autores</b>	<b>Editorial</b>	<b>Año</b>	<b>Ejem.</b>
Vectores y Tensores con sus Aplicaciones.	L. Santaló	EUDEBA	1961	
Algebra lineal y sus aplicaciones	G. Strang	FEI	1982	
Geometría Analítica con Vectores y Matrices	D. Murdoch	Limusa SA	1972	

### **Recursos web y otros recursos**

Para el mejor desarrollo de las clases se propondrá un apunte de la cátedra para cada unidad temática, que incluya tanto el desarrollo teórico como los trabajos prácticos propuestos. Todos los apuntes se encuentran disponibles en sitio de Comunidades de la UNR de la Cátedra, <https://comunidades.campusvirtualunr.edu.ar/course/view.php?id=1815>

Para el desarrollo de las clases se dispondrá alternativamente de pizarra y fibrón y/o cañón. Se fomentará además el uso del software libre Maxima, disponible de forma gratuita, para complementación de algunos temas (operatoria matricial, cálculo de determinantes y resolución de sistemas de ecuaciones lineales) y planteo y visualización de otros (cónicas y cuádricas).

## Cronograma de actividades

Semana	Unidad	Tema	Actividad
1	1	1.1. Reglas de la suma y del producto. Permutaciones. 1.2. Combinaciones. El binomio de Newton. 1.3. Combinaciones con repetición: Distribuciones.	Desarrollo teórico y práctico de los contenidos correspondientes.
2	1	1.4. Funciones asociadas a disposiciones lineales. El principio de las casillas.	Desarrollo teórico y práctico de los contenidos correspondientes.
3	2	1.1.1 Matrices: definición, propiedades, ejemplos. 1.1.2. Operaciones entre matrices: producto por escalar, suma, producto matricial, transposición.	Desarrollo teórico y práctico de los contenidos correspondientes.
4	2	2.2.1 Permutaciones: definición, transposición y signo de una permutación. Propiedades elementales. 2.2.2 Determinantes: definición, propiedades elementales. 2.2.3 Definición de matriz inversible y caracterización.	Desarrollo teórico y práctico de los contenidos correspondientes.
5	2/3	2.2.4 Desarrollo del determinante por filas o columnas. 3.1. Ecuaciones lineales. Sistemas de Ecuaciones Lineales. Formulación matricial. Equivalencia.	Desarrollo teórico y práctico de los contenidos correspondientes.
6	3	3. 2.1 Operaciones Elementales de ecuaciones: eliminación, escalamiento, intercambio. 3.2.2 Operaciones Elementales por filas: tipo I, II y III. Equivalencia por filas.	Primera evaluación parcial. Desarrollo teórico y práctico de los contenidos correspondientes.
7	3	3.3.1 Relación entre Operaciones Elementales de ecuaciones y de filas. 3.3.2. Matrices Escalón Reducidas por filas. 3.4.1 Resolución de sistemas no homogéneos.	Desarrollo teórico y práctico de los contenidos correspondientes.
8	3	3.4.2 Resolución de sistemas cuadrados. 3.4.3 Eliminación Gaussiana. 3.4.4 Aplicación a determinantes. 3.4.5 Teorema de Cramer.	Desarrollo teórico y práctico de los contenidos correspondientes.
9	4	4.1.1 Definiciones elementales, producto por escalar y suma. 4.1.2 Los 10 axiomas de Espacio Vectorial. Propiedades y consecuencias inmediatas. 4.1.3 Los espacios $F^n[x]$ y $F^{m \times n}$ .	Desarrollo teórico y práctico de los contenidos correspondientes.
10	4	4.2.1 Independencia Lineal. 4.2.2 Conjunto Generador.	Desarrollo teórico y práctico de los contenidos correspondientes.



11	4/5	4.2.3 Base y dimensión. 5.1. Revisión conceptual: lugar geométrico, coordenadas, distancia, recta en el plano. 5.2.1 Circunferencia. Definición, deducción de ecuaciones cartesianas y paramétricas.	Desarrollo teórico y práctico de los contenidos correspondientes.
12	5	5.2.2 Elipse. Definición, deducción de ecuaciones cartesianas y paramétricas. 5.2.3 Hipérbola. Definición, deducción de ecuaciones cartesianas y paramétricas, estudio del comportamiento asintótico.	Segunda evaluación parcial. Desarrollo teórico y práctico de los contenidos correspondientes.
13	5/6	5.2.4 Parábola. Definición, deducción de ecuaciones cartesianas y paramétricas. 6.1.1 Ecuaciones vectorial y paramétrica de una recta y un plano.	Desarrollo teórico y práctico de los contenidos correspondientes.
14	6	6.1.2 Ecuación general del plano y ecuaciones de la recta en el espacio 6.2 Superficies cuádricas. Deducción de las diferentes cuádricas a partir de la ecuación general de segundo grado en tres variables. 6.2.1 Elipsoides y esferas. Trazas, intersecciones con planos paralelos a los planos coordenados, elementos.	Desarrollo teórico y práctico de los contenidos correspondientes.
15	6	6.2.2 Hiperboloides de una hoja, hiperboloides de dos hojas y conos. Trazas, intersecciones con planos paralelos a los planos coordenados, elementos. 6.2.3 Paraboloides elípticos, paraboloides hiperbólicos y superficies cilíndricas. Trazas, intersecciones con planos paralelos a los planos coordenados, elementos. 6.2.4 Curvas en el espacio. 6.2.5 Superficies parametrizadas y superficies de revolución.	Desarrollo teórico y práctico de los contenidos correspondientes.
16	todas	Revisión globalizadora	Tercera evaluación parcial. Laboratorio/Recuperatorios.