



# MATELIGA 2022

## NIVEL 3 Categoría Elena

EQUIPO .....

---

ESCRIBAN LOS CÁLCULOS Y RAZONAMIENTOS QUE JUSTIFICAN LAS RESPUESTAS

1. Sea  $ABC$  un triángulo y sean  $P, Q \in BC$ . Si los segmentos  $AP$  y  $AQ$  dividen al ángulo  $\angle BAC$  en tres ángulos iguales y dividen al triángulo  $ABC$  en tres triángulos cuyas áreas están en razón  $1 : 1 : 2$ , determinen las medidas de los ángulos del triángulo  $ABC$ .
2. Consideren las ternas  $(m, n, p)$  de enteros positivos con  $p$  primo impar. Muestren que:
  - (a) No existe ninguna terna  $(m, n, p)$  tal que  $m^2 + 2p^2 = n^2$ .
  - (b) Existen infinitas ternas  $(m, n, p)$  tales que  $m^2 + 3p^2 = n^2$ .
3. Victoria debe elegir  $k$  segmentos en la recta de manera que no haya 3 segmentos con un punto en común y tampoco haya 3 segmentos sin puntos en común dos a dos. ¿Cuál es el mayor valor posible de  $k$ ? Justifiquen porqué no es posible la elección con un valor mayor.
4. Una partición de un entero positivo es una forma de representar dicho entero como suma de enteros positivos, por ejemplo, 4 tiene 5 particiones posibles:  $1 + 1 + 1 + 1, 1 + 3, 1 + 1 + 2, 2 + 2$  y 4. Sea  $p$  un número primo y  $n \in \mathbb{N}$ , prueben que la cantidad de particiones de  $n$  donde todos los números no son divisibles por  $p$  es igual a la cantidad de particiones de  $n$  donde ningún número se repite más de  $p - 1$  veces.