

MATELIGA 2022

NIVEL 2 Categoría Hipatia

EQUIPO

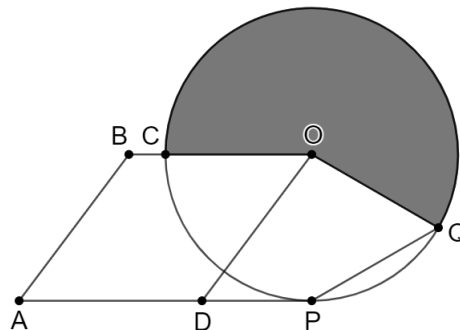
ESCRIBAN LOS CÁLCULOS Y RAZONAMIENTOS QUE JUSTIFICAN LAS RESPUESTAS

- Andrea, Brian y Carolina deciden jugar a un juego. Andrea dice un número de 4 dígitos distintos. Todos los dígitos son distintos de 0. Brian dice otro número de 4 dígitos, usando los mismos dígitos que Andrea pero en otro orden. Carolina dice otro número de 4 dígitos usando los dígitos del número de Andrea, pero en otro orden. Si la suma de los números que dicen Brian y Carolina es múltiplo de 5, ganan Brian y Carolina. Si no, gana Andrea.

Por ejemplo, Andrea dice 4378, Brian dice 3478 y Carolina dice 8437. En este caso, ganan Brian y Carolina porque $3478 + 8437 = 11915$, y 11915 es múltiplo de 5. Si en cambio, Brian dice 4837 y Carolina dice 8437, gana Andrea, porque $4837 + 8437 = 13274$, y 13274 no es múltiplo de 5. ¿Cuántos son los números que puede decir Andrea para que Carolina y Brian no puedan ganar?

Aclaración: Brian y Carolina sí pueden decir el mismo número si lo desean, pero debe ser distinto del de Andrea.

- En la figura, la circunferencia tiene centro O y radio OP . El área de la región sombreada es de $84\pi \text{ cm}^2$. $AP \perp OP$. En el polígono $ABOQP$, los ángulos interiores COQ y DPQ son iguales. $BC = 3\text{cm}$ y $ABOD$ es un rombo. ¿Cuál es el área del polígono $ABOQP$?



- Victoria debe elegir k segmentos en la recta de manera que no haya 3 segmentos con un punto en común y tampoco haya 3 segmentos sin puntos en común dos a dos. ¿Cuál es el mayor valor posible de k ? Justifiquen por qué no es posible la elección con un valor mayor.
- Denominamos *casi primo* a una potencia de un primo con exponente mayor a 1. Sean a, b enteros positivos tales que a y b no son casi primos pero a tiene exactamente 8 divisores que son casi primos, b tiene exactamente 4 divisores que son casi primos y $a + b$ no tiene divisores casi primos. ¿Cuál es el menor valor posible de $a + b$?

Aclaración: Por ejemplo, 12 no es casi primo y tiene un único divisor casi primo que es $4 = 2^2$.