PRÁCTICA 1

1. Dar un modelo de geometría que verifique los axiomas de incidencia donde:

   -a- El plano tenga una cantidad finita de puntos.

   -b- El plano tenga una cantidad infinita de puntos pero las rectas tengan una cantidad finita.

   -c- El paralelismo no sea una relación de equivalencia.

2. Dibujar tres puntos distintos A, B y C en el plano. Indicar en cada caso todos los segmentos y semirrectas distintos que pueden determinarse con extremos en dos de los puntos dados, en el caso de los segmentos, o con origen en alguno de los puntos y que pasa también por alguno de ellos, en el caso de las semirrectas, considerando:

   -a- A, B y C están alineados y B está entre A y C.

   -b- $A,\ B$ y C no están alineados.

3. Dibujar cuatro puntos distintos A, B, C y D de modo que el punto C esté entre A y D, y D esté entre B y C. Determinar:

   .I. $\overrightarrow{AB} \cap \overrightarrow{DB}$ .III. $\overrightarrow{CB} \cap \overrightarrow{CA}$ .V. $\overline{AD} \cap \overline{CB}$

   .II. $\overrightarrow{AB} \cap \overrightarrow{DC}$ .IV. $\overrightarrow{DB} \cup \overline{DA}$ .VI. $\overrightarrow{DA} \cap \overline{DB}$

4. Sean A, B, C y D cuatro puntos alineados dados en ese orden. Determinar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.

   .I. $\overleftrightarrow{AB} = \overleftrightarrow{CD}$ .III. $\overline{BC} = \overline{CB}$ .V. $D \in \overrightarrow{CA}$

   .II. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$ .IV. $\overline{CB} \subset \overrightarrow{BC}$ .VI. $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{BC}$

5. Comprobar, analizando las respectivas definiciones, que:

   -a- Si C es un punto que está entre A y B, entonces C está entre B y A.

   -b- Si C es un punto de una recta que está del mismo lado que un punto B respecto de un punto A, entonces B está del mismo lado que C respecto de A.

   -c- Si A y B son puntos cualesquiera, entonces $\overline{AB} = \overline{BA}$.

   -d- Si $C \in \overrightarrow{AB}$ y $C \neq A$, entonces $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB}$.

6. Probar las siguientes afirmaciones.

   -a- Sean A, B, C tres puntos sobre una recta con C entre A y B. Entonces $\overline{AC} \cup \overline{CB} = \overline{AB}$ y $\overline{AC} \cap \overline{CB} = \{C\}$.

   -b- Sean A y B dos puntos sobre la recta r. Entonces $\overrightarrow{AB} \cup \overrightarrow{BA} = r$ y $\overrightarrow{AB} \cap \overrightarrow{BA} = \overline{AB}$.

   -c- Si B pertenece al interior de $\overline{AC}$ entonces C no pertenece al interior de $\overline{AB}$.

   -d- Si $C \in \overline{AB}$ entonces $\overline{AC} \subset \overline{AB}$.

7. Dados tres puntos alineados A, B y C distintos dos a dos, demostrar que $C \in \overrightarrow{AB}$ si y solo si $A \notin \overline{BC}$.

8. Dados cuatro puntos A, B, C y D alineados, demostrar que si D está entre A y B entonces también estará entre A y C, o entre B y C.

9. -a- Demostrar, usando los axiomas de orden, que las rectas tienen una cantidad infinita de puntos.

   -b- Demostrar que las semirrectas tienen infinitos puntos.

   -c- Demostrar que los segmentos tienen infinitos puntos.

10. Demostrar que en un plano π con una cantidad infinita de puntos, existen siempre infinitas rectas:

    -a- Primero, usando los axiomas de orden.

    -b- Luego, sin usar los axiomas de orden.

11. Dado $P \in \pi$, denotamos con H_P el haz de rectas que pasan por P

    -a- Demostrar que todo punto del plano pertenece a alguna recta de H_P.

    -b- Demostrar que no toda recta del plano, es una recta de H_P.

    -c- Demostrar que los axiomas de orden implican que H_P tiene infinitas rectas.

    -d- Mostrar con un ejemplo que sin los axiomas de orden se puede construir un plano con una cantidad infinita de puntos (que satisfaga los axiomas de incidencia) que no satisfaga el ítem anterior.

12. Decidir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas y justificar adecuadamente las respuestas.

    -a- Si $\vec{c}$ y $\vec{d}$ son semirrectas tales que $\vec{c} \cap \vec{d}$ es un punto, entonces $\vec{c}$ y $\vec{d}$ son semirrectas opuestas.

    -b- Dadas $\vec{a}$ y $\vec{b}$ semirrectas contenidas en la recta r, si $\vec{a} \cup \vec{b} = r$ entonces $\vec{a} \cap \vec{b}$ es un punto.