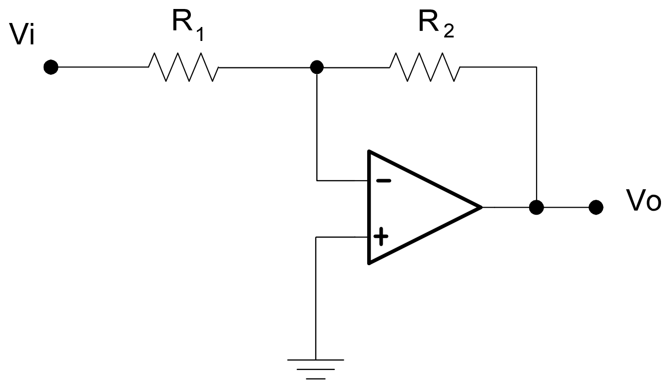
PROBLEMA AO-09 - C:

Estudiar los errores introducidos en una configuración inversora cuando se emplean sucesivamente el amplificador operacional µA 741, el OP177 y el THS-4001.
Considerar los errores por ganancia finita, impedancia de entrada finita, Offset de tensión y corrientes de entrada.

El estudio se realizará para las cuatro siguientes combinaciones de resistencias:



1) $R_1 = 1\ K\Omega\ ,\ R_2 = 10\ K\Omega$

2) $R_1 = 10\ K\Omega\ ,\ R_2 = 100\,K\Omega$

3) $R_1 = 100\ K\Omega\ ,\ R_2 = 1M\Omega$

4) $R_1 = 1\ K\Omega\ ,\ R_2 = 1M\Omega$

Para todos los casos considerar $V_i = 10\ mV$**.**

Datos de los dispositivos:

	µa741			OP177F			THS-4001			
	mín.	**tip.**	**max.**	**mín.**	**tip.**	**max.**	**mín.**	**tip.**	**max.**	**Unidad**
Eos		**1**	**5**		**0,01**	**0,025**		**2**	**8**	**mV**
IB		**80**	**500**		**0,5**	**2**		**2600**	**5000**	**nA**
Ios		**20**	**200**		**0,3**	**1,5**		**35**	**200**	**nA**
av	**50**	**200 (1)**		**5110**	**12000**		**5**	**10 (3)**		**V/mV**
ri	**0,3**	**2**		**26**	**45**		**10**			**MΩ**
CMRR	**70**	**90**		**130**	**140**		**85**	**100 (4)**		**dB**
SR		**0,5 (2)**		**0,1**	**0,3**			**400 (5)**		**V/µV**
@	**Vs = ± 15 V Ta = 25 °C**			**Vs = ± 15 V Ta = 25 °C**			**Vs=±15V,Ta=25°C,RL=150Ω**			

(1) $a_v\ @\ R_L \geq 2K\Omega\ ,\ V_0 = \pm 10\,V$

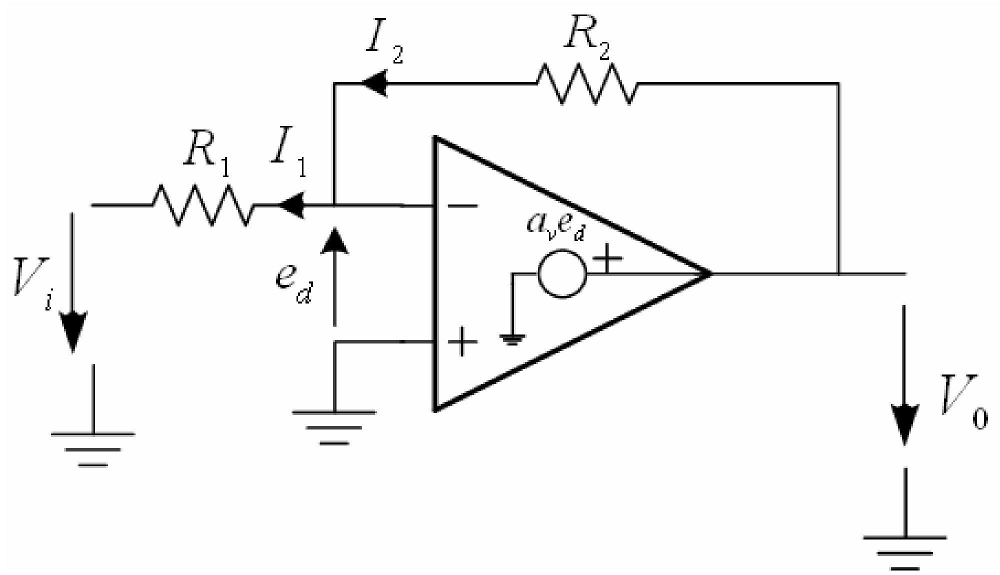
(2) $SR\ @\ R_S \leq 10K\Omega\ ,\ -55\ °C \leq T_A \leq +125\ °C$

(3) $a_v\ @\ R_L = 1K\Omega\ ,\ V_0 = \pm 10\,V$

(4) $CMRR\ @\ V_{(CM)} = \pm 12\,V$

(5) $SR\ @\ Gain = -1$

i) Error por ganancia finita:



$$\left.\begin{array}{l} V_0 = a_v \; e_d \\ \\ e_d = -\, e^{(-)} \\ \\ e^{(-)} = \dfrac{R_2}{R_1 + R_2} \, V_i \; + \; \dfrac{R_1}{R_1 + R_2} \; V_0 \end{array}\right\} \quad V_0 = -\, a_v \; \frac{R_2 \, V_i \; + R_1 \, V_0}{R_1 + R_2}$$

Luego

$$V_0 \left(1 + a_v \; \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) = -\, a_v \; \frac{R_2}{R_1 + R_2} \; V_i \quad \Rightarrow$$

$$\frac{V_0}{V_i} = -\, a_v \; \frac{R_2}{R_1 + R_2} \; \frac{1}{\left(1 + a_v \; \dfrac{R_1}{R_1 + R_2} \right)} \quad \Rightarrow$$

$$A_v = \frac{V_0}{V_i} = \frac{-\, R_2}{\left(\dfrac{R_1 + R_2}{a_v} + R_1 \right)}$$

Donde si $a_v \to \infty \Rightarrow \dfrac{V_0}{V_i} = -\dfrac{R_2}{R_1}$ **(ganancia ideal)**

Resumiendo tenemos:

La ganancia ideal $A_i = -\dfrac{R_2}{R_1}$

La ganancia real $A_v = \dfrac{-R_2}{\left(\dfrac{R_1 + R_2}{a_v} + R_1\right)}$

Calculemos el error relativo de la ganancia:

$$E_r = \frac{A_v - A_i}{A_v}$$

$$E_r = \frac{A_v - A_i}{A_v} = \frac{\dfrac{-\cancel{R_2}}{\left(\dfrac{R_1 + R_2}{a_v} + R_1\right)} + \dfrac{\cancel{R_2}}{R_1}}{\dfrac{-\cancel{R_2}}{\left(\dfrac{R_1 + R_2}{a_v} + R_1\right)}} =$$

$$E_r = \frac{\dfrac{-R_1 + \left(\dfrac{R_1 + R_2}{a_v} + R_1\right)}{R_1\left(\dfrac{R_1 + R_2}{a_v} + R_1\right)}}{\dfrac{-a_v}{\left(R_1 + R_2 + R_1\, a_v\right)}} = \frac{\dfrac{-R_1\, a_v + \left(R_1 + R_2 + R_1\, a_v\right)}{R_1\left(R_1 + R_2 + R_1\, a_v\right)}}{\dfrac{-a_v}{\left(R_1 + R_2 + R_1\, a_v\right)}} =$$

$$E_r = \frac{\frac{-\cancel{R_1}\,\cancel{a_v} + R_1 + R_2 + \cancel{R_1}\,\cancel{a_v}}{R_1}}{-a_v} = \frac{\frac{R_1 + R_2}{R_1}}{-a_v} = -\frac{\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)}{a_v} =$$

$$E_r = \frac{-1 - \frac{R_2}{R_1}}{a_v} = \frac{-1 + A_i}{a_v}$$

Nos queda entonces

$$E_r = \frac{-1 + A_i}{a_v} \quad \textbf{y} \quad E_r\,(\%) = \left(\frac{-1 + A_i}{a_v}\right).100$$

Calculemos el error para todos los casos con a_v mínima:

R1 (KΩ)	R2 (KΩ)	Ai	Er(%) µa741	Er (%) OP177F	Er (%) THS-4001
1	10	-10	-0,0220	-0,000215	-0,220
10	100	-10	-0,0220	-0,000215	-0,220
100	1000	-10	-0,0220	-0,000215	-0,220
1	1000	-1000	-2,0020	-0,019589	-20,020

Conclusiones:

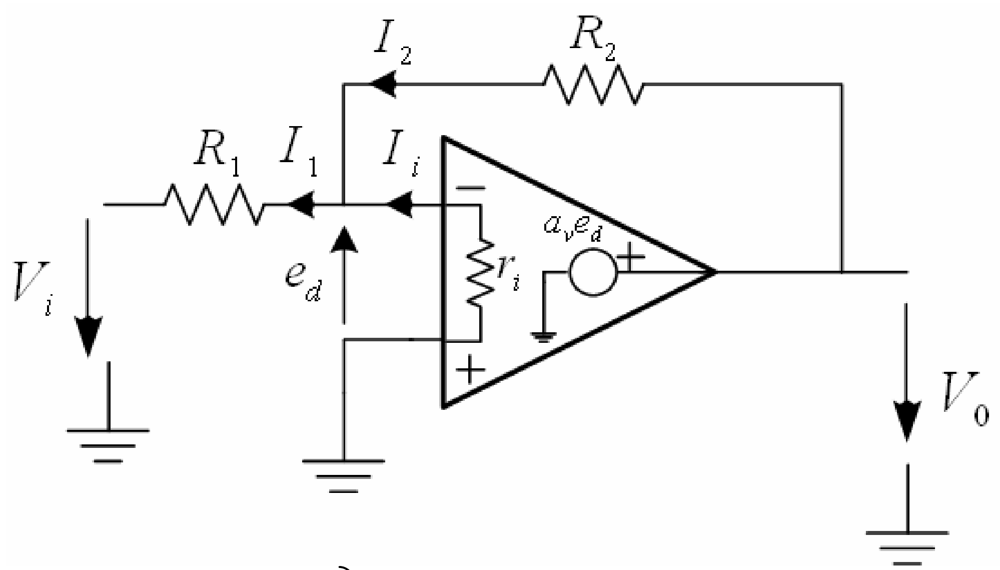
Notamos a través de la formula del E_r y numéricamente lo vemos en la tabla anterior, que el error es despreciable cuando $A_i \ll a_v$.

Observemos en el extremo izquierdo de la tabla, para el caso de una ganancia alta (1000) y con un AO con una pobre a_v llegamos a un error muy grande (-20%).

Vemos, además que aun con ganancia alta (1000) para el caso del OP177 (un AO para instrumentación con una a_v grande) tengo un error muy pequeño (-0,019%).

ii) Error por ganancia finita y $r_i \neq \infty$:

Lo primero que tenemos que ver es que el error por $r_i \neq \infty$ no puede ser evaluado independientemente, sin considerar además una ganancia finita del AO. De lo contrario nos daría como resultado un absurdo donde la salida del AO estaría saturada.



$$\left.\begin{aligned}
&I_1 = I_2 + I_i \\
&I_1 = \frac{e^{(-)} - V_i}{R_1} \\
&I_2 = \frac{V_0 - e^{(-)}}{R_2} \\
&I_i = \frac{e_d}{r_i}
\end{aligned}\right\} \quad \frac{e^{(-)} - V_i}{R_1} = \frac{V_0 - e^{(-)}}{R_2} + \frac{e_d}{r_i}$$

Donde $e^{(-)} = -e_d = -\dfrac{V_0}{a_v}$

Entonces

$$\frac{-\dfrac{V_0}{a_v} - V_i}{R_1} = \frac{V_0 + \dfrac{V_0}{a_v}}{R_2} + \frac{V_0}{a_v\ r_i}$$

$$-\frac{V_0}{a_v\ R_1} - \frac{V_i}{R_1} = \frac{V_0}{R_2} + \frac{V_0}{a_v\,R_2} + \frac{V_0}{a_v\ r_i}$$

$$V_0\left(-\frac{1}{a_v\ R_1} - \frac{1}{R_2} - \frac{1}{a_v\,R_2} - \frac{1}{a_v\ r_i}\right) = \frac{V_i}{R_1}$$

$$V_0\left(\frac{-R_2\ r_i - a_v\,R_1\ r_i - R_1\ r_i - R_1\,R_2}{a_v\ \cancel{R_1}\,R_2\ r_i}\right) = \frac{V_i}{\cancel{R_1}}$$

Luego

$$\frac{V_0}{V_i} = \left(\frac{a_v\,R_2\ r_i}{-R_2\ r_i - a_v\,R_1\ r_i - R_1\ r_i - R_1\,R_2}\right)$$

$$\frac{V_0}{V_i} = \left(\frac{R_2}{-\dfrac{R_2}{a_v} - R_1 - \dfrac{R_1}{a_v} - \dfrac{R_1\,R_2}{a_v\ r_i}}\right)$$

$$\frac{V_0}{V_i} = \left(\frac{-R_2}{R_1\left(1+\dfrac{1}{a_v} + \dfrac{R_2}{R_1\ a_v} + \dfrac{R_2}{a_v\ r_i}\right)}\right)$$

$$\frac{V_0}{V_i} = -\frac{R_2}{R_1} \frac{1}{\left(1+\frac{1}{a_v} + \frac{R_2}{R_1\ a_v} + \frac{R_2}{a_v\ r_i}\right)}$$

Resultando

$$A_v = A_i \frac{1}{\left(1+\frac{1}{a_v} + \frac{R_2}{R_1\ a_v} + \frac{R_2}{a_v\ r_i}\right)}$$

Calculemos ahora el Er:

$$E_r = \frac{A_v - A_i}{A_v} = \frac{\cancel{A_i} \frac{1}{\left(1+\frac{1}{a_v} + \frac{R_2}{R_1\ a_v} + \frac{R_2}{a_v\ r_i}\right)} - \cancel{A_i}}{\cancel{A_i} \frac{1}{\left(1+\frac{1}{a_v} + \frac{R_2}{R_1\ a_v} + \frac{R_2}{a_v\ r_i}\right)}} =$$

$$E_r = \frac{A_v - A_i}{A_v} = -\frac{1}{a_v}\left(1+\frac{R_2}{R_1} + \frac{R_2}{r_i}\right) = -\frac{1}{a_v}\left(1 - A_i + \frac{R_2}{r_i}\right)$$

Para ver la incidencia del aporte de la resistencia de entrada finita respecto del error por ganancia finita podemos escribir:

$$E_r = \frac{-1 + A_i}{a_v} - \frac{R_2}{a_v\ r_i}$$

$$E_r\ (\%) = \left(\frac{-1 + A_i}{a_v} - \frac{R_2}{a_v\ r_i}\right).100$$

Donde el primer término es igual al error por ganancia finita y el segundo termino es el aporte debido a la resistencia de entrada finita.

Calcularemos este error con a_v mínima y r_i mínima (de no poseer esos datos usaremos los valores típicos).

R1 (KΩ)	R2 (KΩ)	Ai	Er(%) µa741	Er (%) OP177F	(Er %) THS-4001
1	10	-10	-0,02207	-0,000215	-0,2200
10	100	-10	-0,02267	-0,000215	-0,2202
100	1000	-10	-0,02867	-0,000216	-0,2220
1	1000	-1000	-2,00867	-0,019590	-20,0220

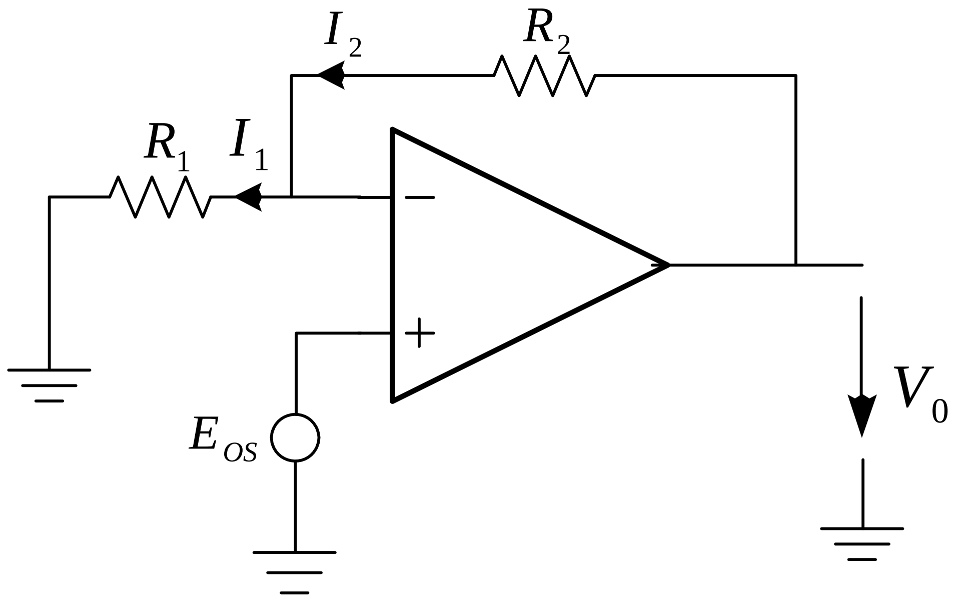
Conclusiones:

Notamos que el aporte al error debido a la r_i finita resulta despreciable en todos los casos frente al error por ganancia finita.

Como vemos en la formula, el termino del aporte al error por r_i finita resulta inversamente proporcional a a_v y a r_i.

Los valores numéricos de la tabla anterior confirman esta observación, donde en todos los casos estudiados, el error total resulta casi igual al error considerando solo el error por ganancia finita.

iii) Error por Offset de tensión:



$$V_o = Eos\left(1+\frac{R_1}{R_2}\right)$$

Considerando Eos máximo calculemos los valores de salida Vo (para Vi = 10 mV):

R1 (KΩ)	R2 (KΩ)	Ai	μa741 (mV)	OP177F (mV)	THS-4001 (mV)
1	10	-10	55	0,275	88
10	100	-10	55	0,275	88
100	1000	-10	55	0,275	88
1	1000	-1000	5005	25,025	8008

Conclusiones:

Vemos que este error puede ser significativo o no dependiendo de la señal de entrada V_i **.**
En general basta con hacer la comparación de Eos con la señal de entrada V_i **para saber si este error será importante o no.**

También podríamos definir

$$E_r = \frac{V_{0\,(real)} - V_{0\,(idel)}}{V_{0\,(real)}}$$

Donde

$V_{0\,(idel)} = -\frac{R_2}{R_1} V_i$ **y aplicando superposición resulta**

$$V_{0\,(real)} = -\frac{R_2}{R_1} V_i + Eos\left(1+\frac{R_1}{R_2}\right)$$

Reemplazando nos queda:

$$E_r\,(\%) = \frac{-\frac{R_2}{R_1} V_i + Eos\left(1+\frac{R_1}{R_2}\right) + \frac{R_2}{R_1} V_i}{-\frac{R_2}{R_1} V_i + Eos\left(1+\frac{R_1}{R_2}\right)}\,.100$$

$$E_r\,(\%) = \frac{Eos\left(1+\frac{R_1}{R_2}\right)}{-\frac{R_2}{R_1} V_i + Eos\left(1+\frac{R_1}{R_2}\right)}\,.100$$

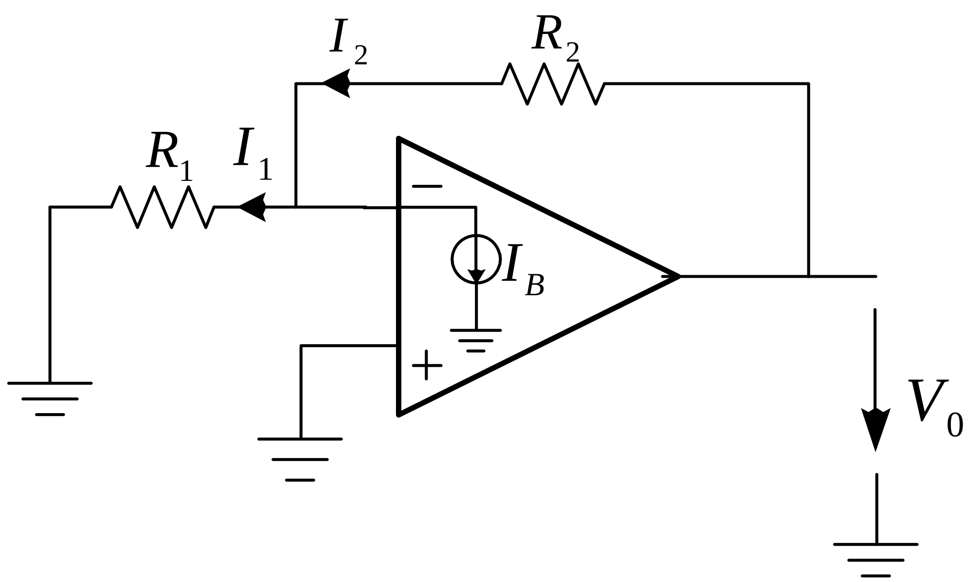
Recordemos que el fabricante nos da una cota máxima del Offset de tensión, pero no conozco el signo que puede tener en un integrado en particular. Por lo tanto debo suponer la peor condición para obtener una cota máxima del error. En este caso la peor condición resulta cuando el Offset es positivo, con lo cual el denominador se hace mínimo y el error máximo.

Volcando este error a una tabla:

R1 (KΩ)	R2 (KΩ)	Ai	Er(%) µa741	Er (%) OP177F	Er (%) THS-4001
1	10	-10	-122	-0,28	-733
10	100	-10	-122	-0,28	-733
100	1000	-10	-122	-0,28	-733
1	1000	-1000	-100	-0,25	-402

Confirmamos en la tabla la conclusión anterior, dado que la señal de entrada es de solo 10 mV, el único AO que nos da errores razonables es el OP177.
Notemos que en una aplicación de instrumentación habría que considerar la Vi mínima que deseo medir para sacar conclusiones sobre si el error es aceptable o no.

iv) Error por corrientes de polarización:



$$V_o = R_2 \, I_B^-$$

Considerando I_B máximo calculemos los valores de salida Vo:

R1 (KΩ)	R2 (KΩ)	Ai	µa741 (mV)	OP177F (mV)	THS-4001 (mV)
1	10	-10	5	0,02	50
10	100	-10	50	0,20	500
100	1000	-10	500	2,00	5000
1	1000	-1000	500	2,00	5000

Conclusiones:

Aquí el error depende de parámetros internos del AO (I_B) y de las resistencias externas, en este caso R2.
Vemos que para saber si el error es significativo o no, hay que comparar el valor de salida que produce este error con el valor de la salida útil debida a la señal de entrada. Esto nos dará el orden de magnitud del error.
También podemos definir aquí

$$E_r = \frac{V_{0\,(real)} - V_{0\,(idel)}}{V_{0\,(real)}}$$

Donde

$V_{0\,(idel)} = -\frac{R_2}{R_1} V_i$ **y aplicando superposición resulta**

$$V_{0\,(real)} = -\frac{R_2}{R_1} V_i + R_2 I_B^-$$

Reemplazando nos queda:

$$E_r\,(\%) = \frac{-\dfrac{R_2}{R_1}\,V_i + R_2\,I_B^- + \dfrac{R_2}{R_1}\,V_i}{-\dfrac{R_2}{R_1}\,V_i + R_2\,I_B^-}\,.100$$

$$E_r\,(\%) = \frac{R_2\,I_B^-}{-\dfrac{R_2}{R_1}\,V_i + R_2\,I_B^-}\,.100$$

Volcando este error a una tabla:

R1 (KΩ)	R2 (KΩ)	Ai	Er(%) µa741	Er (%) OP177F	Er (%) THS-4001
1	10	-10	-5	-0,02	-100
10	100	-10	-100	-0,20	125
100	1000	-10	125	-2,04	102
1	1000	-1000	-5	-0,02	-100

Observamos aquí como el error aumenta para valores crecientes de R2 dentro de un mismo AO (con una misma ganancia Av = -10), esto se ve claramente en el OP177. Donde para este AO el error por corrientes de polarización resulta razonable para muchas aplicaciones.
Mientras que para el caso 3 al aumentar la ganancia a (-1000) se reduce el error, aún usando la resistencia de 1 MΩ).
En el caso de los otros dos AO (µA741 y THS-4000) el error es tan grande que resulta en compensaciones con la señal de entrada, resultando en algunos casos -100 % y luego de + 125 %, para el µa741.

Por estas razones es que consideramos como valores de resistencias razonables en diseños con AO cuando estas están en el orden de las decenas de KΩ. Ya que estos valores no producen un excesivo consumo de corriente y mantienen acotado el error por corrientes de polarización.

Conclusiones generales:

Si bien las conclusiones que fuimos obteniendo son para este circuito en particular, las mismas pueden extrapolarse a otras configuraciones y en caso de duda recién allí hacer cálculos más detallados.

Restaría solamente, para finalizar un análisis completo de errores, estudiar el desempeño dinámico de los distintos amplificadores operacionales (ancho de banda y Slew Rate) en el circuito como ya ejemplificamos en el problema AO-11-C. Entonces veríamos como se destaca por sus prestaciones THS-4001 frente al µA 741 y el OP177.