

Cuatro Realizaciones Canónicas

Código: Tab_4RealCan

A-702 Control I

E-504 Dinámica de los Sistemas Físicos

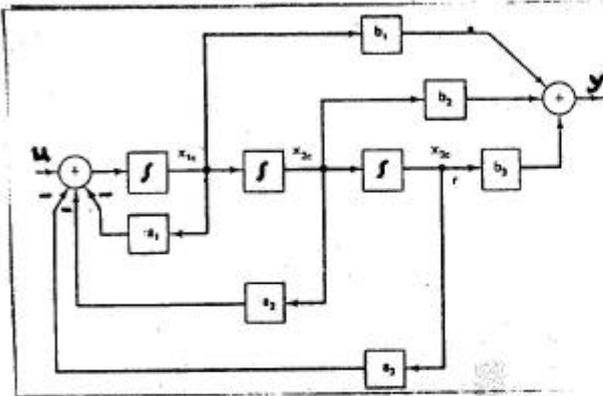
Realización: Modelo externo \rightarrow Modelo interno

Aquí presentamos: E D O \rightarrow D B

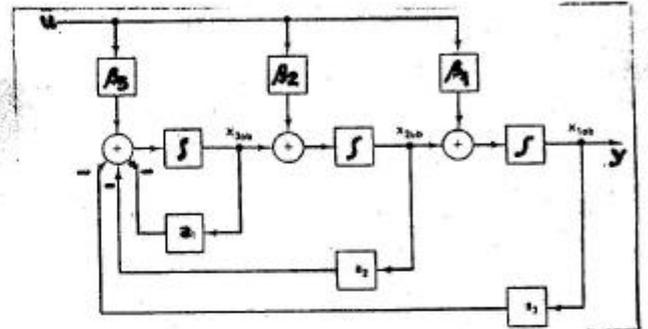
EDO:

$$\ddot{y} + a_1\dot{y} + a_2y = b_3u + b_2\dot{u} + b_1\ddot{u}$$

REALIZACIONES CANONICAS (RC)



RC Controlador

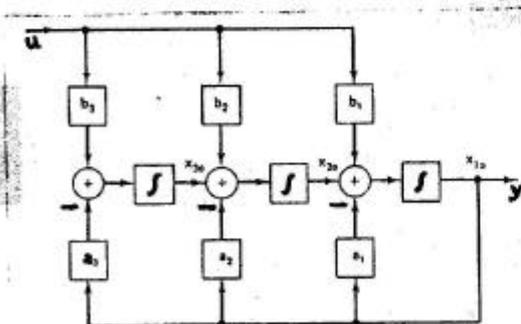


$$\beta_1 = b_1$$

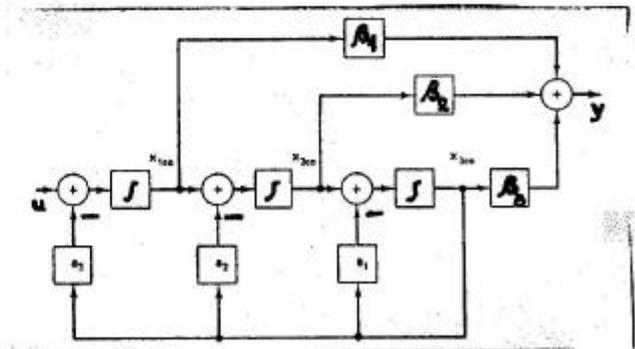
$$\beta_2 = b_2 - a_1 b_1$$

$$\beta_3 = b_3 - a_1 \cdot b_2 - a_2 b_1 + a_1^2 b_1$$

RC Observabilidad



RC Observador



RC Controlabilidad

EJERCICIO: Obtenga en cada caso las EE/ES desde el DB

Observación 1: El método de construcción de cada forma canónica puede resumirse así:

Consideremos un sistema de tercer orden dado por la EDO

$$\ddot{y} + a_1\dot{y} + a_2y = b_3u + b_2\dot{u} + b_1\ddot{u} \quad [1]$$

Empleando teoremas de transformadas de Laplace y suponiendo condiciones iniciales nulas, a partir de [1] tenemos:

$$(s^3 + a_1s^2 + a_2s + a_0) Y(s) = (b_1s^2 + b_2s + b_0) U(s) \rightarrow D(s) Y(s) = N(s) U(s)$$

finalmente $Y(s) = \frac{N(s)}{D(s)} U(s)$ [2]

El hecho principal que debemos tener en cuenta es que $D^{-1}(s)$ puede realizarse de dos maneras fundamentales, las cuales pueden visualizarse en figuras 5 y 6.

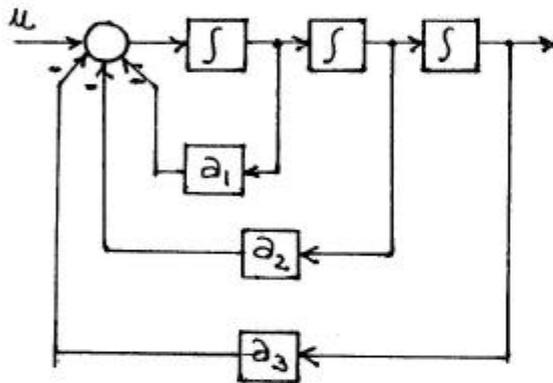


Figura 5

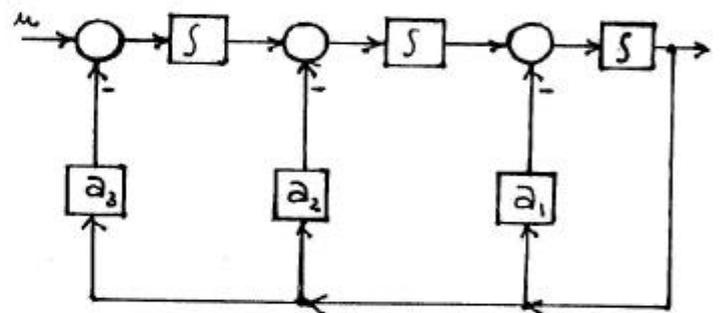
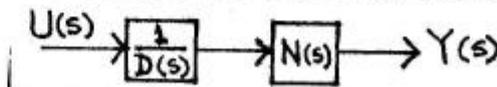


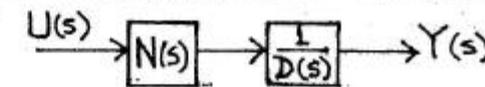
Figura 6

La expresión [2] puede ordenarse de dos formas distintas, según las siguientes factorizaciones:

a.- $Y(s) = N(s) \left[\frac{1}{D(s)} U(s) \right]$



b.- $Y(s) = \frac{1}{D(s)} [N(s) U(s)]$



Combinando las realizaciones de figuras 5 y 6 (correspondientes a $D^{-1}(s)$) con las factorizaciones a.- y b.- se logran, previo uso de álgebra de bloques para eliminar derivadores, las cuatro realizaciones posibles ya presentadas.

COMBINACION

fig.5 - a.-
 fig.5 - b.-
 fig.6 - a.-
 fig.6 - b.-

REALIZACION CANONICA

del Controlador
 de Observabilidad
 de Controlabilidad
 del Observador

Ejemplo: obtención de forma canónica del Controlador

1) Realización de $\frac{1}{D(s)}$ (según fig 5)

2) Efectuar $\frac{1}{D(s)} U(s)$

3) Realizar $N(s) \frac{1}{D(s)} U(s)$

4) Eliminar derivadores

Del ejemplo puede concluirse que para obtener una determinada forma canónica, es importante seguir un orden correcto en el procedimiento.

Observación 2: Las EE/ES también constituyen un modelo interno, así que hacer $EDO \rightarrow EE/ES$ implica construir una realización. El método de **reducción de orden** ($EDO \rightarrow EE/ES$) dado en clase es, por lo tanto, también un método de realización.

El método explicado en **Obs.1** y el EJERCICIO propuesto, conjuntamente, constituyen métodos de realización $EDO \rightarrow EE/ES$, a través de los DB. El método de **reducción de orden** dado está contenido en ellos (en cuáles?)

Observación 3: Determinadas propiedades del modelo dinámico, o ciertos tipos de problemas planteados sobre él, pueden estudiarse con mayor ventaja en alguna realización que en las otras. El caso teórico general (para un sistema lineal de cualquier orden) de cada problema ó propiedad se estudia no en el DB canónico, sino en las correspondientes EE/ES canónicas. En la asignatura Control Automático II verá aplicaciones de la Teoría de Realizaciones.

Referencias

Kailath, T. , "Linear Systems" , Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J. , 1980