

Problema: Matriz de transición, Matriz de evolución:

Sea el sistema $\dot{x} = A \cdot x$, donde A es una matriz de 2x2 con todos sus elementos constantes. Resuelva los siguientes puntos en el orden dado, fundamentando en cada caso su respuesta/solución.

- a. Clasifique el sistema como lineal / no lineal, estacionario / inestacionario, autónomo / no autónomo, e indique el orden del mismo.
- b. Se sabe que en $t = 0$, el sistema pasó por el punto $x(0) = [0 \ 4]^T$, y a partir de ahí evolucionó siguiendo la trayectoria $x(t) = \begin{bmatrix} e^{-2t} - e^{-t} \\ 4 \cdot e^{-2t} \end{bmatrix}$. Determine los autovalores de la matriz A.
- c. ¿Puede ser $v = [0 \ 4]^T$ un autovector de A? Explique y fundamente.
- d. Partiendo de una nueva condición inicial, se sabe que el mismo sistema evolucionó de tal forma que para $t = 2$ pasó por el punto $x(2) = [1 \ 0]^T$ y que a partir de ahí, la trayectoria puede expresarse como $x(t) = \begin{bmatrix} e^{-(t-2)} \\ 0 \end{bmatrix}$. ¿Puede ser $v = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ un autovector de A? Explique y fundamente.
- e. Calcule la matriz de transición del sistema.
- f. Calcule la evolución del sistema (o sea, $x(t)$) a partir de la condición inicial:
 $x(0) = [1 \ 4]^T$
- g. Dibuje en el espacio de estados las trayectorias calculadas en los puntos d) y f).
- h. Calcule la matriz de evolución A y dibuje el retrato de fases del sistema, indicando **cuantitativamente** la dirección de los autovectores.