

Temas Incluidos: inversión causal, álgebra de bloques, eliminación de derivadores y lazos algebraicos, DB→FT, DB→EE/ES, DB→EDO, orden, grado relativo, camino dinámico minimal. Cubre la mayor parte del punto 3.1 del programa de la materia.

Problema 1

Para cada uno de los sistemas de la práctica Modelado Analítico de Sistemas Físicos (P_MAdΣΦ):

- Realice un DB.
- Obtenga las EDOs que describen la dinámica de cada sistema directamente del DB mediante inversión causal y/o álgebra de bloques. Compare con lo obtenido mediante algún otro método (si lo usó).

Observación 1: Note que en un DB está implícita cualquier ecuación (en particular la EDO) asociada a cualquier variable del mismo. Para obtener la ecuación para una variable particular, basta tomar la misma como salida y operar hasta lograr el resultado deseado (la ecuación explícita). Una vez obtenida la ecuación satisfecha por una variable, la ecuación satisfecha por alguna otra variable del mismo DB puede hacerse inspeccionando sobre el DB la relación entre las dos variables y aprovechando la ecuación antes obtenida.

Problema 2

- Realice un Diagrama de Bloques del Sistema Físico Idealizado de la Figura 1, designando sus variables en correspondencia con las magnitudes físicas del sistema. N_1 y N_2 representan el número de dientes de los engranajes correspondientes.

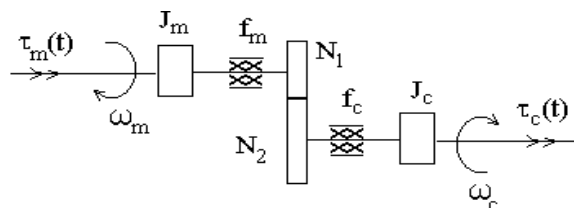


Figura 1: Caja reductora.

- Elimine los derivadores del DB mediante álgebra de bloques. Observe que hay pérdida de detalles, ya que desaparecen variables, sin haber pérdida de información sobre la dinámica del sistema. Indique el orden del modelo.

En ciertas aplicaciones se usa el concepto de "carga reflejada en un eje" o "carga referida a tal velocidad". Por ejemplo, un interesado en el sistema motriz (en su diseño / dimensionamiento / especificación) referiría la carga al eje (a la velocidad ω_m) del motor y alguien interesado en control de velocidad de carga lo haría a ω_c . Mediante álgebra de bloques convierta el DB original en sendos DB del tipo mostrado en Figura 2, considerando los casos: (1) $\omega = \omega_m$; (2) $\omega = \omega_c$.

Explicite todos los parámetros (K_m , K_c , J_{eq} , f_{eq}) en función de los parámetros de Figura 1 y analice los resultados.

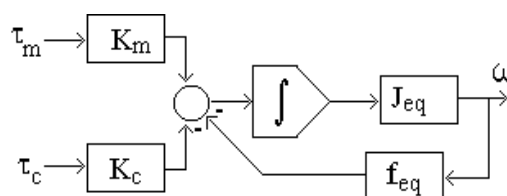


Figura 2: DB del sistema de caja reductora.

Problema 3

El esquema de la Figura 3 corresponde a un sismógrafo. Tomando x_g (desplazamiento del gabinete con respecto al espacio inercial) como entrada y la variable y (lectura en la escala fijada al gabinete) como salida, realice:

- $\Sigma\Phi I \rightarrow DB$, sabiendo que L_r es la longitud de reposo del resorte.
- $DB \rightarrow FTR$.
- $DB \rightarrow EE/ES$.
- Indique el orden del modelo.

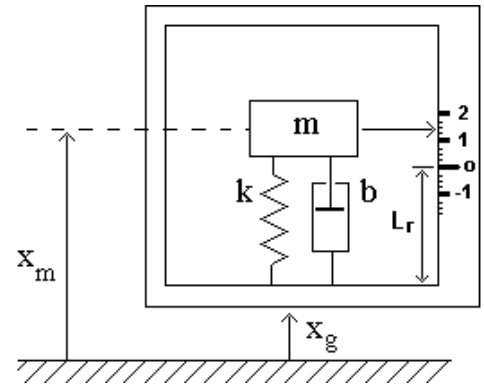


Figura 3: Sismógrafo.

Problema 4

Un sistema como el del problema anterior sirve, con distinta elección de parámetros, para medir la aceleración de un móvil solidario al gabinete (acelerómetro). Para esto, hay que tomar como entrada $a_g(t) = \ddot{x}_g(t)$.

Resuelva este nuevo problema a partir de la solución del anterior (recuerda la Observación 1) y haga un análisis comparativo de las funciones transferencia del acelerómetro y del sismógrafo.

Problema 5

- Obtenga un DB del sistema de Figura 4 tomando como salidas la velocidad v_2 y la posición x_2 . Suponer pequeños desplazamientos angulares de la palanca. Indicar además el orden del modelo.
- Obtenga la FT $G(s) = \frac{V_2(s)}{F(s)}$.
- Realice $DB \rightarrow EE/ES$.

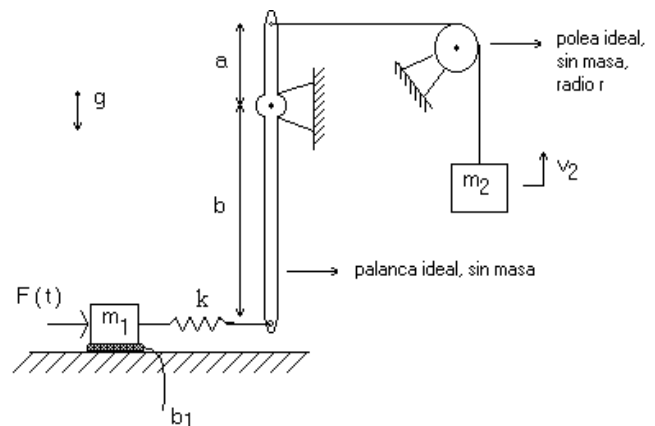


Figura 4

Problema 6

resorte de torsión (no lineal)

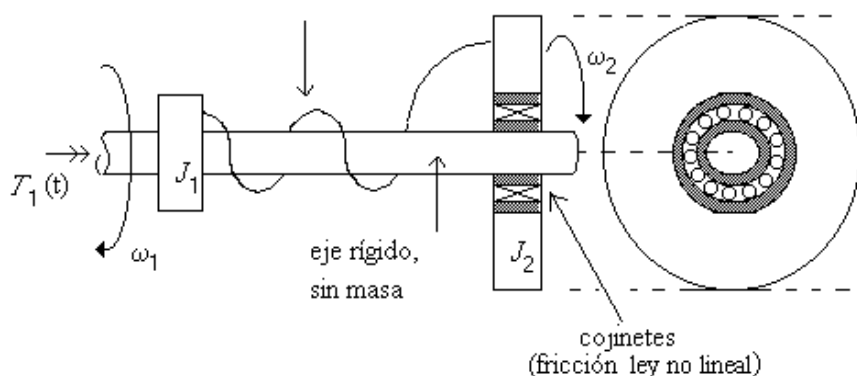


Figura 5

RelaCs:

Resorte de torsión:

$$T(\theta) = K_r \cdot \theta^3$$

Fricción en los cojinetes:

$$T(\omega) = K_b \cdot \omega \cdot |\omega|$$

Para el sistema de la Figura 5, realice:

- $\Sigma\Phi I \rightarrow DB$ (sin derivadores ni lazos algebraicos).
- $DB \rightarrow EE/ES$.

Tome como salida $y :=$ cupla transmitida por el eje.

Problema 7

Para el sistema de la Figura 6, se pide:

- $\Sigma\Phi I \rightarrow DB$ (ordenado, sin derivadores ni lazos algebraicos).

Salidas:

y_1 , velocidad angular del volante J_2 ;

y_2 , fuerza piñón-cremallera.

- $DB \rightarrow FT$:

$$H(s) = \frac{Y_2(s)}{T_m(s)}$$

Indicar grado relativo de dicha FT.

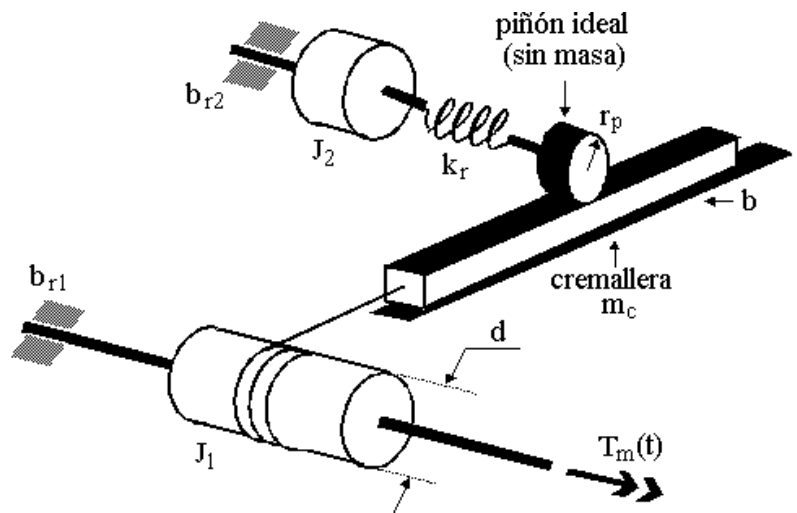


Figura 6: Sistema piñón-cremallera.

Problema 8

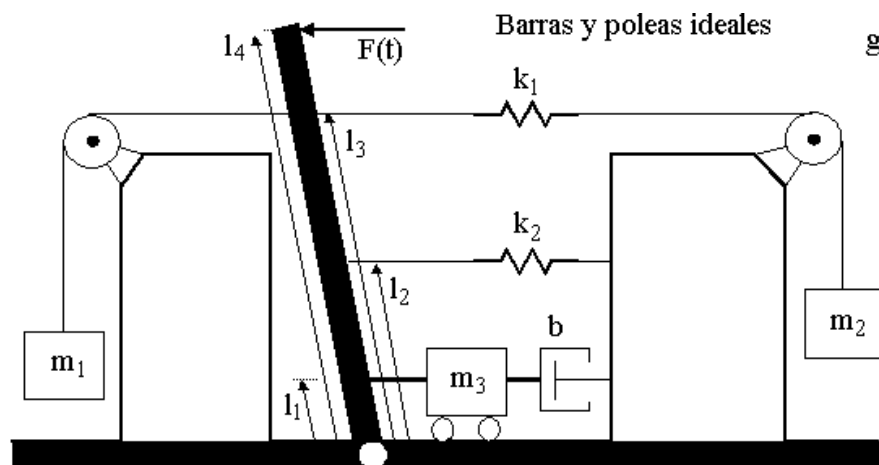


Figura 7

Dado el modelo de Figura 7:

- Obtenga un DB (ordenado, sin derivadores, sin lazos algebraicos) tomando como salidas la fuerza conjunta de ambos resortes y la fuerza de la barra sobre el cuerpo m_3 .

Observación: asuma pequeñas oscilaciones de la barra en torno a la vertical $\Rightarrow$ los movimientos de las cuerdas con elasticidades k_1 y k_2 , el cuerpo de masa m_3 y el amortiguador de coeficiente b se consideran horizontales.

Problema 9

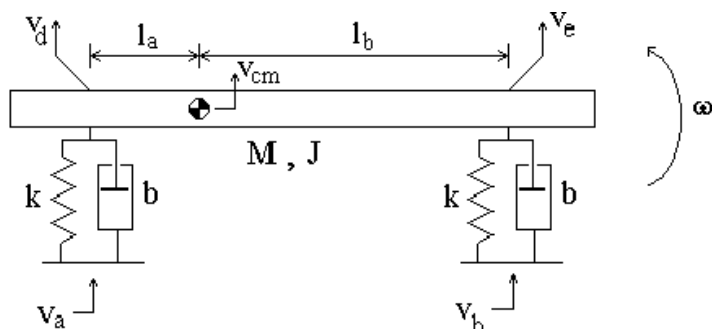


Figura 8: Half car.

La Figura 8 corresponde a un modelo muy simplificado del funcionamiento de una suspensión convencional de un automóvil (modelizando solamente la mitad del mismo). La variable v_b es independiente (velocidad vertical de la rueda delantera), y la velocidad v_a puede expresarse como $v_a(t) = v_b(t - v/l)$, donde v es la velocidad del vehículo (hacia adelante, supuesta constante) y $l = l_a + l_b$ es la distancia entre las ruedas.

Se pide entonces:

- Realice un DB de dicho sistema, suponiendo que el desplazamiento angular es relativamente pequeño de modo tal que las velocidades v_e , v_d y v_{cm} puedan considerarse verticales. Tomar como salida v_{cm} (velocidad del centro de masa).
- Modifique el DB suponiendo ahora que a una distancia l_1 del centro de masa hacia la derecha se aplica una fuerza $F(t)$ con dirección hacia abajo.
- Obtenga la FT: $G(s) = \frac{X_{cm}(s)}{V_b(s)}$, donde $X_{cm}(s)$ representa la posición del centro de masa en el dominio s de Laplace.

Sugerencia: comience deduciendo las relaciones entre las velocidades v_e , v_d , v_{cm} y ω .

Problema 10

En todos los problemas anteriores:

- Indique el orden de cada modelo obtenido (DB, FT, EE/ES).
- Sobre cada DB indique el Camino Dinámico Minimal (CDM) de cada entrada a cada salida e indique el grado relativo.
- Clasifique a cada modelo como lineal/no lineal, estacionario/inestacionario.
- Para los modelos lineales y estacionarios, indique el grado relativo de las FTs correspondientes a cada par entrada-salida inspeccionando directamente el DB.