

Ejemplo: Circuito eléctrico RLC

Problema: Obtener un DB del $\Sigma\Phi I$ representado en la figura 1a.

Figura 1a

Figura 1b

Como primer paso identificamos los elementos del sistema con sus respectivas RelacS. Se representan dos de ellas en la figura 1b.

Fuente de tensión	$U(t), \forall i(t)$	(1)
Resistencia	$U_R(t) - Ri(t) = 0$	(2)
Inductancia	$U_L(t) - L \frac{di(t)}{dt} = 0$	(3)
Capacitor	$i(t) - C \frac{dU_C(t)}{dt} = 0$	(4)

Notar que en este caso todas las RelacS son lineales, esto no es así en general en sistemas más reales.

En segunda instancia identificamos la forma en que estos elementos están interconectados en el $\Sigma\Phi I$, es decir: la estructura del sistema. En este caso todos los elementos tienen una variable común que es la corriente $i(t)$ (disposición serie). Entonces la RelEst es:

$i(t)$ común

$$U(t) - U_R(t) - U_L(t) - U_C = 0 \quad (5)$$

Para la construcción del DB debemos elegir una salida de interés, tomemos $y = U_C(t)$

El paso siguiente es la causalización de las ecuaciones que describen el comportamiento de cada elemento. Vinculándolas a través de las variables comunes obtendremos la/s ecuación/ones que describen el comportamiento de todo el Σ , es decir: un Modelo Matemático del mismo.

Existen distintas posibilidades de causalización de las ecuaciones, que nos conducirán a distintos DB del mismo $\Sigma\Phi I$. Desarrollaremos en este caso una en particular.

Partiendo de la variable de salida $U_C(t)$; buscamos una ecuación donde ésta intervenga y la causalizamos despejando. Para el DB particular que queremos obtener hay un criterio de selección cuando se va a buscar una nueva variable en un conjunto de varias ecuaciones posibles. Consiste simplemente en elegir aquella ecuación en donde la variable buscada aparezca con su mayor orden de derivación. Acorde con esto de (4)

$$\frac{dU_C(t)}{dt} = \frac{1}{C} i(t)$$

$$\text{o bien } U_c(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt \quad (6)$$

En esta nueva expresión nuestro interés pasa de querer conocer $U_c(t)$ a querer conocer $i(t)$, pues ésta la origina. Repito entonces el paso anterior pero ahora buscando $i(t)$ en las restantes ecuaciones aún no causalizadas. Tomamos la (3)

$$i(t) = \frac{1}{L} \int U_r(t) dt \quad (7)$$

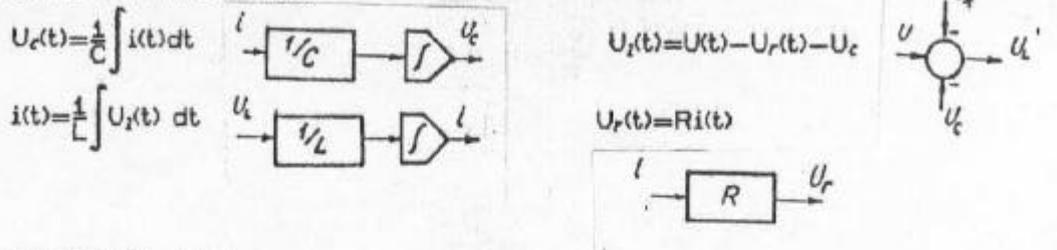
Continuamos así buscando ahora una ecuación para $U_r(t)$ y así hasta causalizar todas

$$\text{De (5)} \quad U_r(t) = U(t) - U_r(t) - U_c \quad (8)$$

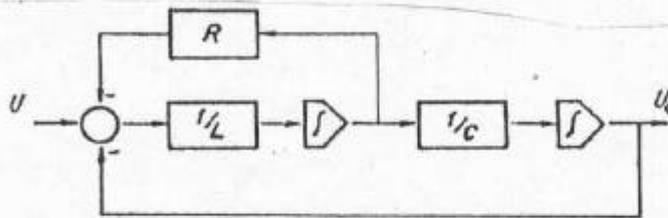
con $U(t)$ de la ecuación (1), $U_c(t)$ de la (6) y $U_r(t)$ de la última sin causalizar (2)

$$U_r(t) = Ri(t) \quad (9)$$

ya la (7) nos da $i(t)$. Resumiendo:



Concatenando los bloques:



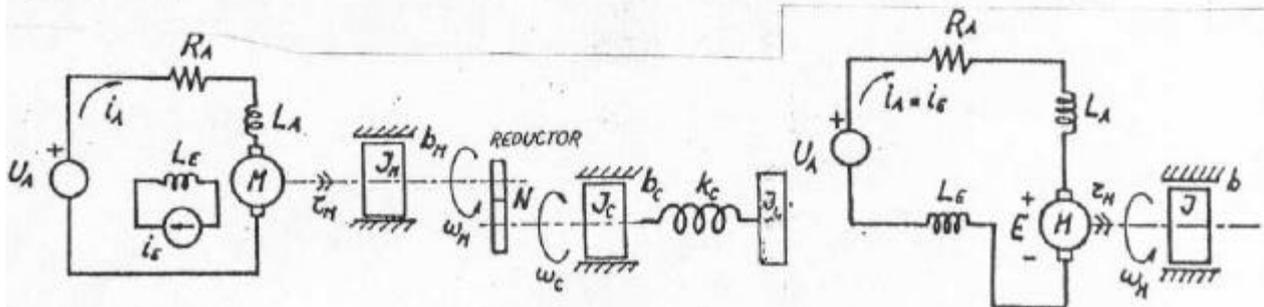
Problemas Propuestos:

Problema 1

En el problema del ejemplo anterior:

- Obtener los otros posibles DB del $\Sigma\Phi I$ siguiendo órdenes de causalización distintos al desarrollado.
- Obtenga el DB del ejemplo anterior derivándolo de c/u de los otros mediante inversión.
- Suponga que en los modelos sea necesario considerar el efecto de las condiciones iniciales en las variables de los almacenadores de energía. Modifique los DB para que sean útiles en este caso.
- Compare los DB obtenidos, ¿Presenta alguna ventaja el realizado en el ejemplo?
- Elija cualquiera de los DB y obtenga las EE.

Problema 2 Sistemas electromecánicos con motor de CC



Motor CC excitación independiente

Motor CC excitación serie

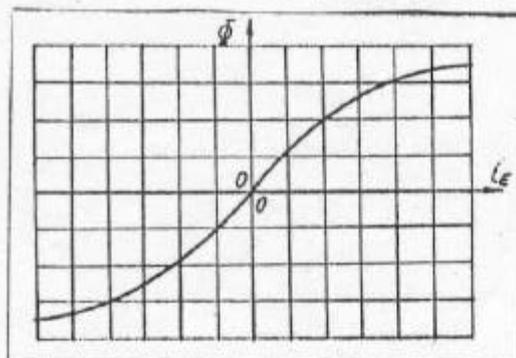
En las figuras se representan dos sistemas implementados con motor de CC.

El primero con excitación independiente y constante y el segundo con excitación en serie. Recordemos que las RelacS del motor de CC son

$$\tau_M - K_M \Phi(i_E) i_A = 0$$

$$E - K_M \Phi(i_E) \omega_M = 0$$

Donde en general la característica $\Phi(i_E) \leftrightarrow i_E$ es del tipo siguiente:



Suponiendo que la característica se opera sólo en su tramo lineal con una pendiente L, realizar:

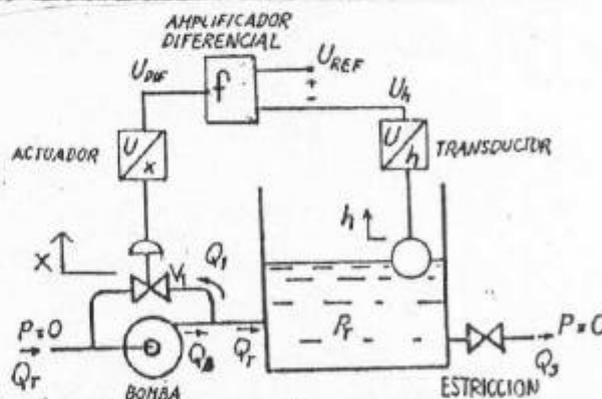
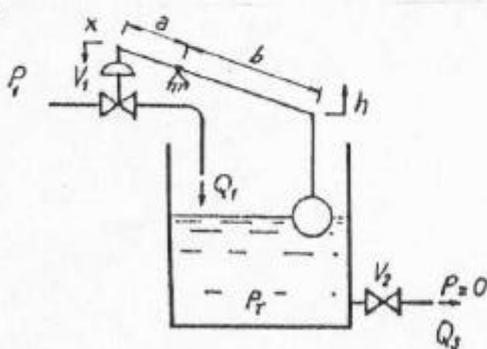
i.-a) Un DB de c/ sistema, eliminando derivadores si los hubiera utilizando Algebra de Bloques (AB).

b) EE

ii.- Teniendo en cuenta ahora la característica magnética completa repita §a y §b.

Problema 3 Sistemas Hidráulicos

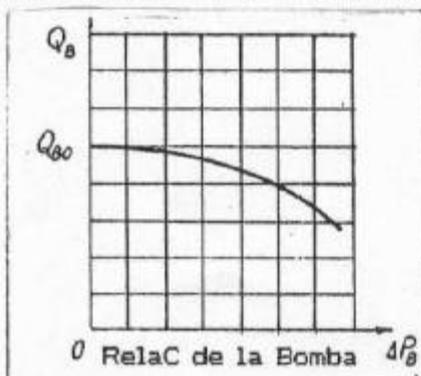
Los siguientes son dos Σ ampliamente utilizados en la industria para controlar el nivel de líquido de un depósito. En ambos el control se realiza regulando el caudal de entrada al tanque, en el caso I directamente y en el II a través de lo que se denomina válvula en by-pass.



Sistema I

Sistema II

Los tanques son cilíndricos de área A_T . Suponer el líquido de peso específico conocido γ . Algunas de las RelacS vienen dadas por:



Válvulas V_1 $\Delta P_{V1} = \frac{\rho}{2C_D^2(x)A_C^2(x)} Q_{V1} |Q_{V1}|$

Estricciones $Q_{V2} - \frac{1}{R_{V2}} \Delta P_{V2} = 0$

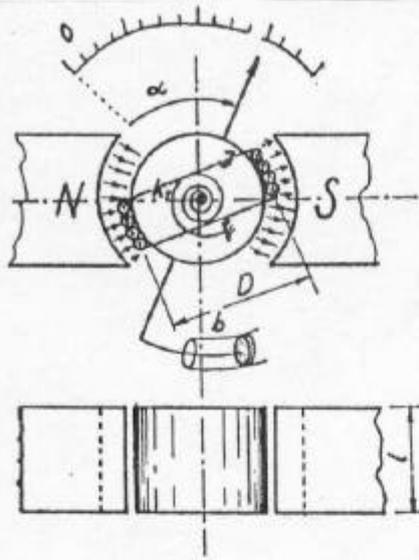
Amplificador $U_{DIF} - f(U_{REF} - U_h) = 0$

Transductor $U_h - k_T h = 0$

Actuador $x - K_A U_{DIF} = 0$

Problema 4 Sistema electromagnético de un instrumento de bobina móvil

En el siguiente sistema:



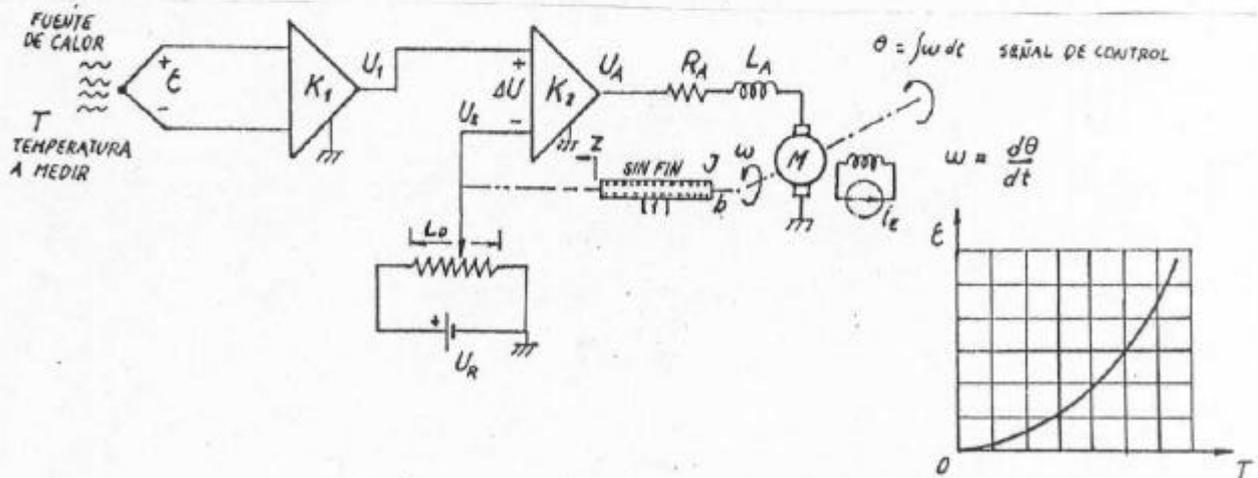
- B: inducción en el entrehierro
- K_T : constante del resorte de torsión
- b : coeficiente de roce viscoso
- l : longitud de lado de la bobina móvil
- n : número de vueltas de la bobina móvil
- D : diámetro de la bobina móvil

Se quiere medir una tensión U con este instrumento, a través de una resistencia R en serie con la bobina.

- a) Obtenga un DB que represente al instrumento identificando almacenadores de energía.
- b) Obtenga las EE.

Problema 5 Sistema de medición balanceada y control de temperatura

Dos alambres de distinto metal o aleación que han sido soldados en un extremo constituyen un dispositivo detector de temperatura denominado termocupla. Si existe una diferencia de temperaturas entre el extremo soldado (punto de medición) y el lugar donde se hallan los otros extremos de los alambres (punto de referencia), aparece en estos últimos una fem función de la diferencia de temperaturas, tal como se ilustra en la Relac de la termocupla del sistema representado a continuación.



La tensión que entrega la termocupla se compara con una referencia U_2 y se amplifica la señal error. El motor actúa en el sentido de disminuir esta señal de error. Comandando con $z(t)$ la posición de la pluma de un registrador se puede graficar la evolución de la temperatura T medida. $\theta(t)$ puede usarse como señal de control de la temperatura, si comanda, por ejemplo, la válvula de alimentación de combustible a la fuente de calor.

El motor es de CC y tiene excitación independiente constante; los datos de la carga J y b están referidos al eje del motor. El transductor 1 es un tornillo sin fin de paso c

$$z(t) - c\dot{\theta}(t) = 0$$

Los amplificadores, de ganancias K_1 y K_2 , son ideales. Tomando como salida $z(t)$, hallar:

- Un DB
- La EDO del Σ

Problema 6

Analizando c/u de los resultados obtenidos en los problemas precedentes:

- Categorice los Σ (lineales/alineales; estacionarios/inestacionarios)
- Establezca analogías entre los distintos dominios de la física presentados: identifique las estructuras de bloques que se repiten en los DB de los Σ ; comenzando por las más simples; redibújelas aparte y sintetice un modelo eléctrico y uno mecánico equivalentes para c/u de ellas.

Problema 5: Datos técnicos complementarios de la termocupla

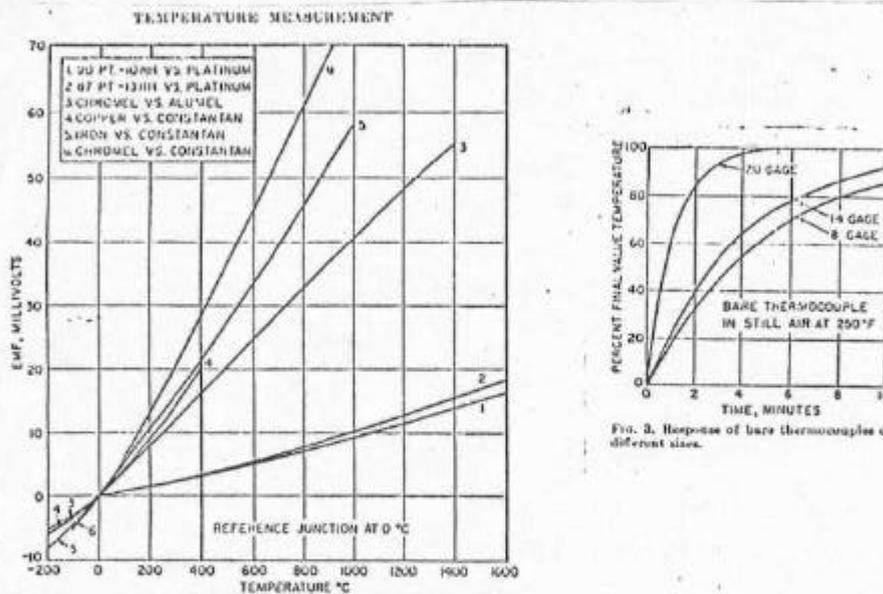


FIG. 2. Temperature-thermal emf curves for common types of thermocouples.

Table 1. Common Types of Thermocouples and Temperature Ranges in Which They Are Used

ISA* Type	Positive element	Negative element	Usual temperature range†		Maximum temperature‡	
			°C	°F	°C	°F
S	90% Pt-10% Rh	Platinum	0 to 1450	32 to 2650	1700	3100
R	87% Pt-13% Rh	Platinum	0 to 1450	32 to 2650	1700	3100
K	Chromel-P§	Alumel§	-200 to 1100	-300 to 2000	1200	2200
J, Y	Iron	Constantan§	-200 to 750	-300 to 1400	1000	1800
T	Copper	Constantan§	-200 to 350	-200 to 650	600	1100
	Chromel-P§	Constantan§	-100 to 1000	-150 to 1800	1000	1800

* Instrument Society of America.

† These figures correspond roughly to the upper temperature limits for protected thermocouples recommended by the Instrument Society of America in Ref. 11. The upper temperature limit is dependent to some extent on the size of the thermocouple wire, since small-diameter wire may be expected to fail more rapidly if used at high temperatures.

‡ These figures are based on the melting point of one of the elements or the temperature at which deterioration of the wire or change in thermoelectric properties become of major importance.