

Práctica: Métodos de Integración Numérica**Código: P_MIN**

A-702 Control I

E-504 Dinámica de los Sistemas Físicos

Problema 1 – Forward y Backward Euler

Dado el sistema

$$\dot{x}(t) = -3 \cdot x(t) + 3, \quad x(0) = 0$$

- 1) Obtener y graficar la solución analítica.
- 2) Resolverla mediante el método de Forward Euler utilizando pasos $h = 0.1$ y $h = 1$. (Calcular los 5 primeros valores en cada caso)
- 3) Resolverla ahora mediante Backward Euler utilizando los mismos pasos que en el punto anterior
- 4) Graficar, analizar y comparar los resultados y los errores cometidos por cada método. Explicar las eventuales diferencias en base a las características de los métodos.

Problema 2 – Método de Heun

Dado el sistema:

$$\dot{x}(t) = f(x(t), t) \quad (1)$$

el método de Heun es un algoritmo de segundo orden que permite obtener una solución aproximada con la fórmula:

$$\begin{aligned} k_1 &= f(x_k, t_k) \\ k_2 &= f(x_k + h \cdot k_1, t_{k+1}) \\ x_{k+1} &= x_k + \frac{h}{2} \cdot (k_1 + k_2) \end{aligned}$$

- 1) Clasifique al método presentado según sea: a) implícito/explicito y b) monopaso/multipaso.
- 2) Utilizando este método (Heun), repita el punto 3 del Problema 1 y compare los resultados y errores con lo que se obtiene con Forward y Backward Euler
- 3) Dado el sistema lineal escalar,

$$\dot{x}(t) = a \cdot x(t)$$

determinar para que valores del paso de integración $h > 0$ el resultado de aplicar el método presentado es estable. Considere los casos a) $a < 0$ y b) $a > 0$ Compare el resultado con el de los métodos de Forward y Backward Euler.

Problema 3 – Regla del Punto Medio

La *regla del punto medio* es un método de segundo orden, que tiene versiones implícitas y explícitas. Una versión de este método aplicada al sistema de la Ec.(1) tiene la fórmula:

$$x_{k+1} = x_k + h \cdot f(\tilde{x}, t + \frac{h}{2})$$

donde \tilde{x} debe verificar:

$$\tilde{x} = x_k + \frac{h}{2} f(x_k, t)$$

Repetir el problema anterior utilizando este método en lugar de Heun, comparando en cada caso los errores y condiciones de estabilidad tanto con los métodos de Euler como con el método de Heun.

Problema 4 – Regla Trapezoidal

La *regla trapezoidal* es un método de segundo orden, que aplicado al sistema de la Ec.(1) tiene la fórmula:

$$\begin{aligned}k_1 &= f(x_k, t_k) \\k_2 &= f(x_{k+1}, t_{k+1}) \\x_{k+1} &= x_k + \frac{h}{2} \cdot (k_1 + k_2)\end{aligned}$$

Repetir el problema anterior utilizando este método en lugar de Heun, comparando en cada caso los errores y condiciones de estabilidad tanto con los métodos de Euler como con el método de Heun y la regla del punto medio.

Problema 5 – Adams-Bashforth 3

El método de Adams-Bashforth de tercer orden (AB3) aplicado al sistema de la Ec.(1) da como resultado la fórmula:

$$x_{k+1} = x_k + \frac{h}{12} (23 f_k - 16 f_{k-1} + 5 f_{k-2})$$

donde $f_k = f(x_k, t_k)$.

- 1) Clasifique al método presentado según sea: a) implícito/explicito y b) monopaso/multipaso.
- 2) Utilizando este método (AB3), repita el punto 2 del Problema 1 y compare los resultados y errores con lo que se obtiene con los métodos de los Problemas 1 a 4. Si en algún paso no se puede utilizar el método presentado, utilice los valores dados por la solución analítica obtenida en el Problema 1.
- 3) Repita el punto anterior, pero ahora utilizando para el arranque los valores dados por Forward Euler. ¿tiene esto alguna implicancia negativa en el resultado de la simulación? ¿por qué?.