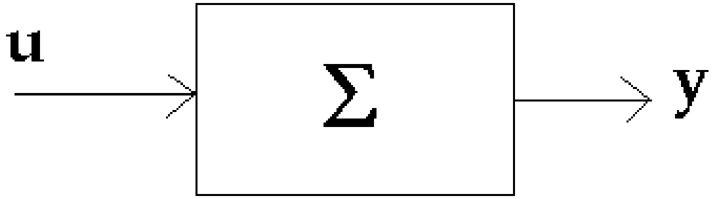
SISTEMAS Y CONTROL

Es corriente formular un problema de control a partir de un esquema causal como el de la figura. $\boldsymbol{\Sigma}$, $\boldsymbol{u}$ e $\boldsymbol{y}$ representan –respectivamente– a un sistema y a magnitudes asociadas que describen lo que pasa en él.



Las *"entradas"* o "causas" $\boldsymbol{u}$ actúan (independientemente) sobre $\boldsymbol{\Sigma}$, quien por esta causa *responde* con cierto comportamiento expresado por las *"salidas"* o *"efectos"* $\boldsymbol{y}$**.**

(Relación causa–efecto dinámica mediada por $\boldsymbol{\Sigma}$).

A los efectos de *construir una Teoría de Sistemas y de Control*, $\boldsymbol{\Sigma}$ se representa por un ***Modelo Matemático MM***, y $\boldsymbol{u}$ e $\boldsymbol{y}$ por variables funciones del tiempo, expresando la evolución temporal o trayectoria de las magnitudes ("físicas").

Tres problemas sobre el triple $\{\boldsymbol{\Sigma}, \boldsymbol{u}, \boldsymbol{y}\}$

1. Problema ***directo***: Conocidos $\{\boldsymbol{\Sigma}, \boldsymbol{u}\}$, determinar $\boldsymbol{y}$.

- Responde al típico paradigma matemático: dada una "ecuación" ($\boldsymbol{\Sigma}$) en la incógnita $\boldsymbol{y}$, resolverla conociendo el término independiente $\boldsymbol{u}$.
- En términos generales, para *clases* de $\boldsymbol{\Sigma}$ y $\boldsymbol{u}$, esto da origen a las ***Teorías de Sistemas y de Señales***. Un problema particular *complejo* (muchas variables, funciones alineales no triviales) se resuelve hoy en día mediante ***Simulación***, que recurre en general a ***Métodos Numéricos***.

Tres problemas sobre el triple
{Σ, ***u*** , ***y*** }

2. Problema inverso *o de* ***Control***: Conocidos {$\boldsymbol{\Sigma}$, ***y*** } , determinar ***u*** .

- La ***Teoría de Control*** se vale de todos los resultados de las *Teorías de Sistemas y de Señales* para resolver problemas estándar, genéricos (regulación, rechazo de perturbaciones, seguimiento, estabilización, desacoplamiento, etc.) para clases de MM.
- El primer paso en la **aplicación** a ***campos tecnológicos*** de la Teoría de Control particulariza sus resultados para MM de sistemas provenientes de esos campos (demanda cierto *"eclecticismo"*).
- La implantación de estos resultados en la práctica consiste en la construcción de sistemas reales que ejecuten las leyes ***u***.
- Estas dos últimas tareas pertenecen al ámbito de las ***Ingenierías de Control y de Automatización***.

Tres problemas sobre el triple $\{\boldsymbol{\Sigma}, \boldsymbol{u}, \boldsymbol{y}\}$

3. ***Identificación***: Conocidos $\{\boldsymbol{u}, \boldsymbol{y}\}$, determinar $\boldsymbol{\Sigma}$.

Elección de una estructura de modelo. Usualmente en base a leyes "físicas" que gobiernan la dinámica del sistema. En ciertos casos se recurre a estructuras de modelo del tipo caja-negra, o *black-box* (v.t.→ *white-box*, *grey-box*).

Diseño de los experimentos. Selección del tipo de señales a usar para excitar al sistema, y determinación de la forma de recolección de los datos.

Selección del modelo particular. Para el caso de identificación paramétrica esto usualmente involucra un procedimiento de ***estimación de parámetros***.

Validación. Sobre un conjunto de datos diferente al usado para la estimación de parámetros.

Modelado Analítico

Formulación del MM de Σ en base a las leyes de la Física (y/o de la Química, la Biología, o los campos científicos que correspondan).

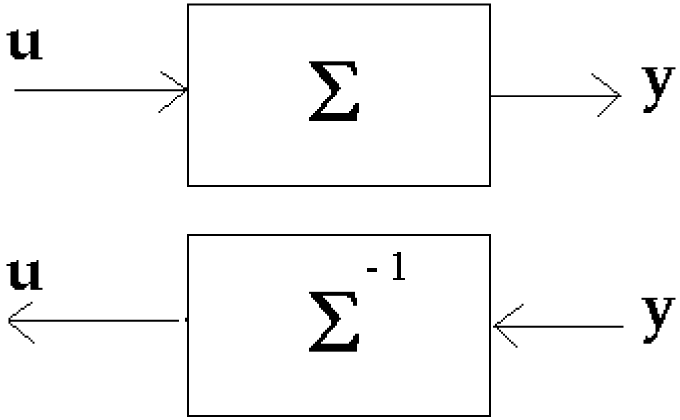
En general en la Técnica se construyen sistemas (más o menos complejos) por ***interconexión* o *acoplamiento* de *subsistemas* o *componentes***.

Conociendo las leyes físicas que rigen el comportamiento de estos componentes, el modelado analítico se ocupa de determinar las que gobiernan el comportamiento del sistema → ***Modelado Orientado a Objetos.***

Modelado Analítico e ***Identificación*** son disciplinas autónomas, pero en la práctica generalmente se recurre a ambas para construír el modelo de un sistema en particular.

Controlando un sistema:
una primera idea

Cancelación Exacta

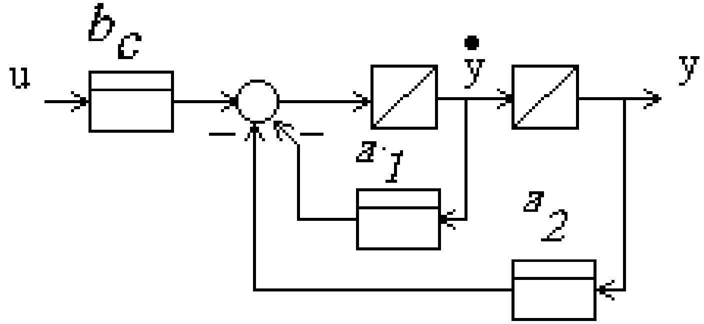


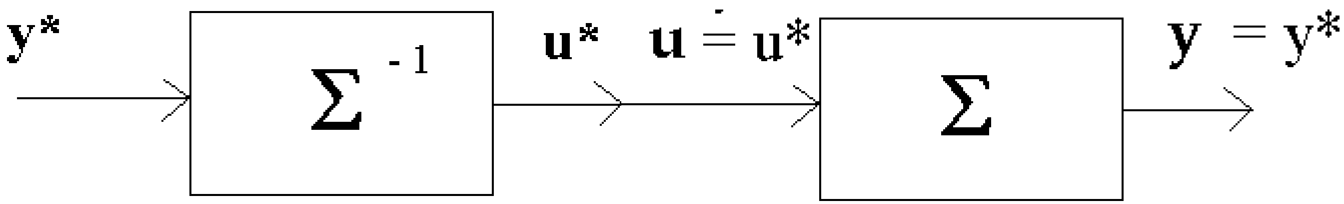
$$u_c^*(t)=\frac{1}{b_c}\left[\ddot{y}^*(t)+a_1\dot{y}^*(t)+a_2 y^*(t)\right]$$

Modelo Entrada (*u*) – Salida (*y*)

$$\ddot{y}(t)+a_1\dot{y}(t)+a_2 y(t)=b_c\, u_c(t)$$

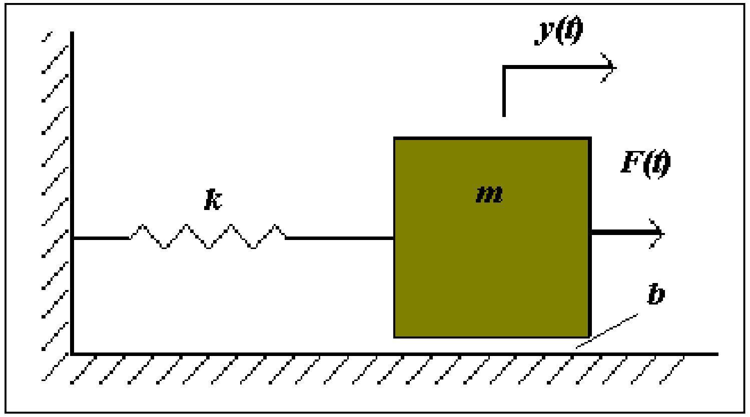
$$y(t)=\int\int -a_1\dot{y}(t)-a_2 y(t)+b_c\, u_c(t)$$





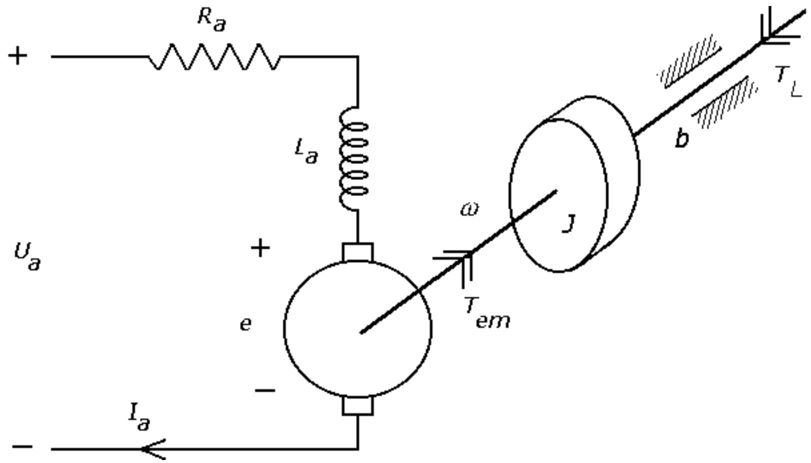
Los ejemplos mencionados

Masa – Resorte – Amortiguador



$$m\,\ddot{y}(t)+b\,\dot{y}(t)+k\,y(t)=F(t)$$

Motor CC Imán Permanente



$$\frac{L_a\,J}{m}\ddot{y}+\frac{R_a\,J+L_a\,b}{m}\dot{y}+\frac{R_a\,b+m^2}{m}\,y=$$

$$=\quad u_c-\frac{R_a}{m}u_p-\frac{L_a}{m}\dot{u}_p$$

Limitaciones de la idea básica - 1

Condiciones iniciales

$$u_c^*(t) = \frac{1}{b_c}\left[\ddot{y}^*(t) + a_1\dot{y}^*(t) + a_2 y^*(t)\right] \qquad \Rightarrow$$

$$\ddot{y}(t) + a_1\dot{y}(t) + a_2 y(t) = \ddot{y}^*(t) + a_1\dot{y}^*(t) + a_2 y^*(t)$$

si hay c.i. no nulas hay un error de seguimiento:

$$e(t) = y^*(t) - y(t)$$

dado por la solución de la ecuación (homogénea) del error:

$$\ddot{e}(t) + a_1\,\dot{e}(t) + a_2\,e(t) = 0$$

$$e(0) = y^*(0) - y(0)$$

$$\dot{e}(0) = \dot{y}^*(0) - \dot{y}(0)$$

si el error se extingue, $y \rightarrow y^*$ asintóticamente, pero no hay control de la velocidad de convergencia, que queda determinada por la dinámica original del sistema libre!

Limitaciones de la idea básica - 2

(In) Estabilidad

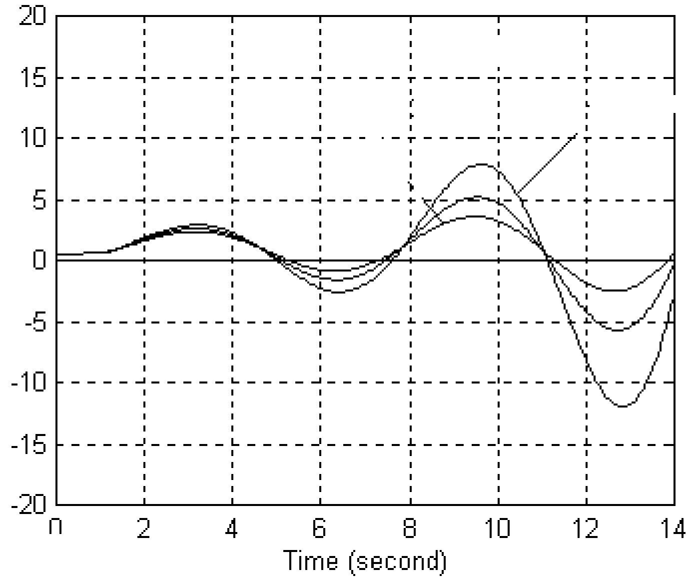
Polinomio característico inestable ($a_{1,2} \leq 0$)

$$\ddot{e}(t) + a_1 \dot{e}(t) + a_2 e(t) = 0$$

$$e(0) = y^*(0) - y(0)$$

$$\dot{e}(0) = \dot{y}^*(0) - \dot{y}(0)$$

$\Rightarrow$



Por pequeño que sea el error inicial, las soluciones divergen. No solo no hay seguimiento, sino que las variables del sistema explotan!

Inestabilidad!

Limitaciones de la idea básica - 3

Perturbaciones

Por ejemplo, otras entradas que actuan sobre el sistema, no manipuladas, no conocidas (completamente).

En el MCC, el par de carga $T_L = (u_p)$

$$\Rightarrow \qquad \frac{L_a\ J}{m}\ddot{e} + \frac{R_a\ J + L_a\ b}{m}\dot{e} + \frac{R_a\ b + m^2}{m}e = -\frac{R_a}{m}u_p - \frac{L_a}{m}\dot{u}_p$$

$$e(0) = y^*(0) - y(0)$$

$$\dot{e}(0) = \dot{y}^*(0) - \dot{y}(0)$$

El error no solo contiene la respuesta al error inicial,

sino que además es gobernado por la perturbación!

Retroalimentación o Feedback - 1

- Input – Output Model

$$\ddot{y}(t)+a_1\dot{y}(t)+a_2 y(t)=b_c\, u_c(t)+b_p\, u_p(t)$$

- The *tracking error* and the *(desired) error equation*

$$e(t) = y^*(t) - y(t) \qquad , \qquad \ddot{e}(t)+k_1\,\dot{e}(t)+k_2\,e(t)=0$$

with in principle arbitrarily $k_{1,2}$

The *solution*

$$\begin{aligned} u_c(t) \;=\; & -\frac{1}{b_c}\left(b_p\, u_p(t)\right) \\ & -\frac{k_1-a_1}{b_c}\,\dot{y}(t)-\frac{k_2-a_2}{b_c}\,y(t) \\ & +\frac{1}{b_c}\left(\ddot{y}^*(t)+k_1\,\dot{y}^*(t)+k_2\,y^*(t)\right) \end{aligned}$$

*Feedforward term for disturbance compensation**

Feedback term for replacement of original dynamics (stabilization, performance)

*Feedforward term for reference injection * **

Sistema genérico de control

En el ejemplo el controlador es estático, pero en general se trata de un sistema dinámico. La siguiente es una arquitectura general de un sistema clásico de control.