9.7 IDENTIFICACION DE SISTEMAS MEDIANTE EL ANALISIS DE SU RESPUESTA AL ESCALON

Estos métodos de identificación se basan en proponer una FT como modelo del sistema, de manera que la respuesta al escalón del modelo se ajuste con la respuesta al escalón determinada experimentalmente sobre el sistema.

Es evidente que estos métodos de identificación quedan restringidos a sistemas lineales estacionarios, y a aproximaciones de primer orden (*), de sistemas no lineales en torno a un punto de trabajo.

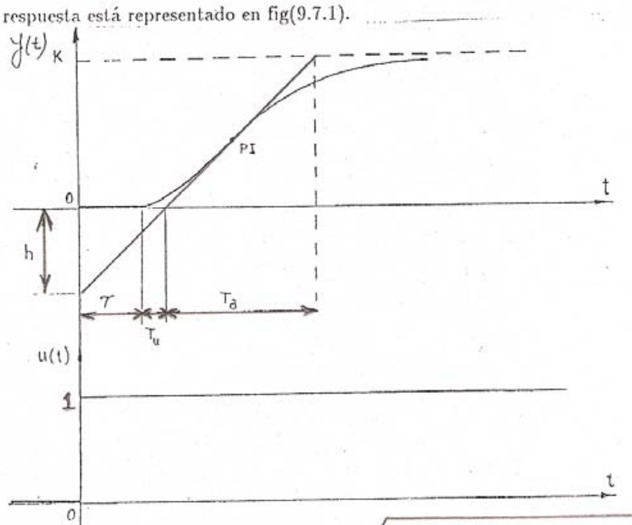
↳ o sea, a modelos linealizados (cualquier orden de dinámica)

En general, se pueden distinguir dos formas de la respuesta al escalón:

* respuesta al escalón no oscilatoria
* respuesta al escalón oscilatoria

9.7.1 Respuesta al escalón no oscilatoria

Veremos algunos métodos de identificación para el caso de respuesta al escalón no oscilatoria. Este tipo de respuesta se da para un gran número de procesos industriales. El aspecto general de la respuesta está representado en fig(9.7.1).



fig(9.7.1)

una parte que se puede aproximar como

Puede verse que la respuesta tiene un retardo puro, evoluciona regularmente, se estabiliza sin oscilaciones y tiene un punto de inflexión (PI).

En la mayoria de los casos, la FT de un sistema de este tipo es de la forma:

$$G(s) = \frac{K\,e^{-\tau s}}{(1 + T_1 s)\,(1 + T_2 s)\,\ldots\,(1 + T_n s)} \qquad (9.7.1)$$

(*): primer orden no en el sentido dinámico, sino en el sentido relacionado con el error de la aproximación del sistema no lineal ($F(x,u) \rightarrow \sim A\Delta x + B\Delta u$)

Para una identificación es necesario entonces, determinar:

* n constantes de tiempo $T_1, T_2, \ldots, T_n$
* el retardo puro τ
* la ganancia estática K

Strejc [4] propone una aproximación de esta FT de la forma:

$$G(s) = \frac{K\ e^{-\tau s}}{(1 + Ts)^n} \qquad (9.7.2)$$

Existen entonces cuatro parámetros a determinar:

* la constante de tiempo media T
* el orden n
* el retardo puro τ
* la ganancia estática K

Lo primero que debe determinarse es la ganancia estática K. Si el sistema alcanza el régimen permanente ante una entrada escalón , la ganancia estática se obtiene fácilmente midiendo la amplitud de la salida en RPE y haciendo el cociente con la amplitud del escalón de entrada.

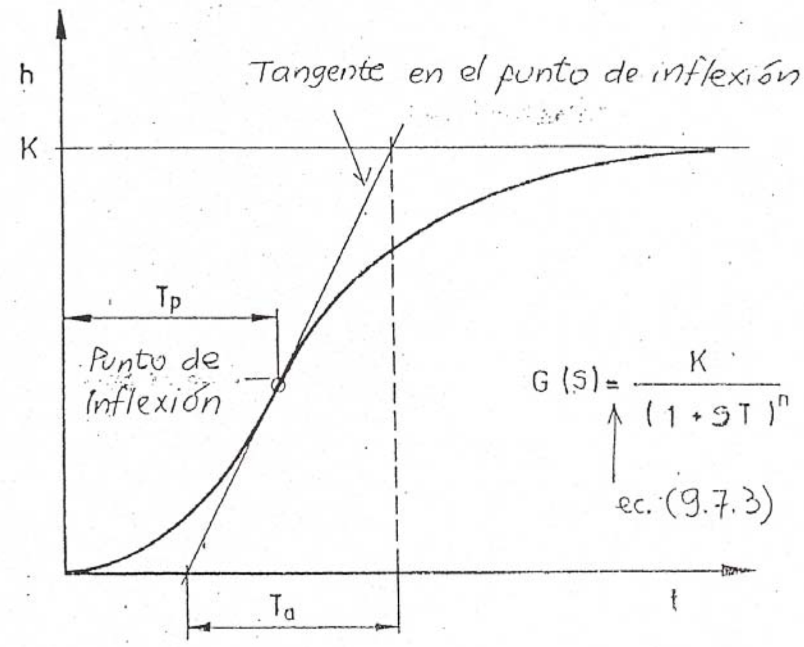
El retardo puro τ se obtiene buscando el punto donde la curva de respuesta al escalón se despega de su valor inicial.

En la Fig.(9.7.2) se representa la respuesta al escalón unitario de la ec.(9.7.3) (que es (9.7.2) sin el tiempo muerto). En base a la fórmula (9.7.4) de la respuesta al escalón unitario, se pueden hallar las relaciones (9.7.5/6) entre las incógnitas T y n por una parte, y los valores medidos T_p y T_a por la otra. Resolviendo las dos ecuaciones se calculan T y n.

Otra técnica para hallar T y n recurre a los tiempos T_u y T_a de Fig.(9.7.3) , ó a los tiempos T_{10} , T_{50} , y/ó T_{90} (los que tarda la respuesta en alcanzar el 10%, 50%, 90% respectivamente, de su valor final). La determinación de T y n es inmediata usando las tablas "Método de la Tangente", ó "Método de los porcentajes", según corresponda.

Otra alternativa de (9.7.1) (sin el tiempo muerto!) es la FT de (9.7.7) , con dos constantes de tiempo T y bT , que se pueden determinar con la tabla del "Método de la tangente", ó con la del "Método de los porcientos", de manera obvia.

Fig. 9.7.2

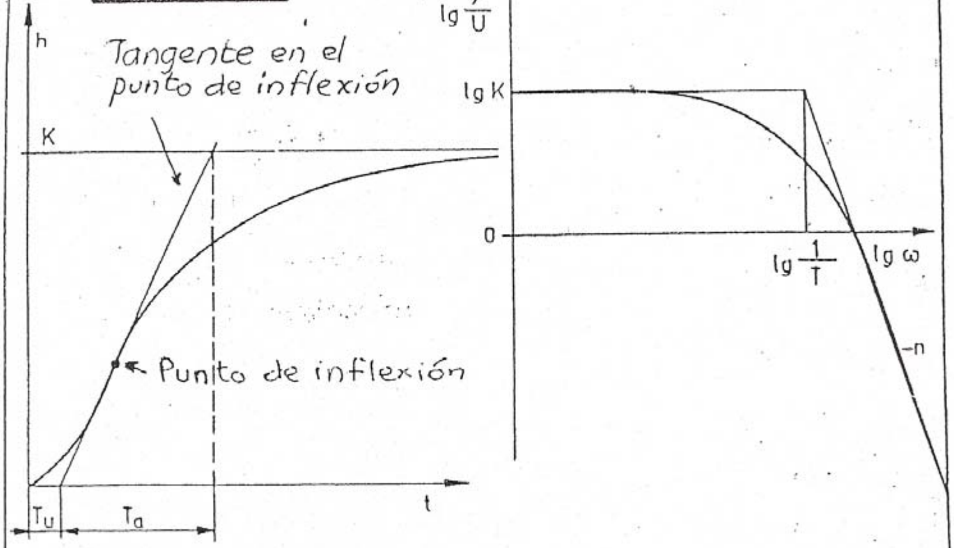


$$h(t) = K\left(1 - e^{-t/T}\sum_{i=0}^{n-1} \frac{t^i}{i!\,T^i}\right) \qquad (9.7.4)$$

$$\frac{T_p}{T} \approx n - 1 \qquad (9.7.5)$$

$$\frac{T_a}{T} \approx \sqrt{2\pi(n-1)} \qquad (9.7.6)$$

Fig. 9.7.3



$$G(S) = \frac{K}{(1 + TS)^n} \qquad (9.7.3)$$

Método de la tangente

T_a/T_u	∞	9,65	4,59	3,13	2,44	2,03	1,75	1,56	1,42	1,29
T_a/T	1,00	2,72	3,70	4,46	5,12	5,70	6,23	6,71	7,17	7,59
T_u/T	0	0,28	0,81	1,43	2,10	2,81	3,55	4,31	5,08	5,87
n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Método de los porcentajes.

T_{90}/T_{10}	23	7,30	4,84	3,84	3,29	2,94	2,71	2,53	2,39	2,28
T_{50}/T_{10}	6,8	3,16	2,43	2,11	1,92	1,80	1,71	1,65	1,60	1,55
T_{90}/T	2,30	3,89	5,32	6,68	7,99	9,27	10,5	11,8	13,0	14,2
T_{50}/T	0,69	1,68	2,67	3,67	4.67	5,67	6,67	7,67	8,67	9,67
T_{10}/T	0,11	0,53	1,10	1,74	2,43	3,15	3,89	4,66	5,43	6,22
n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

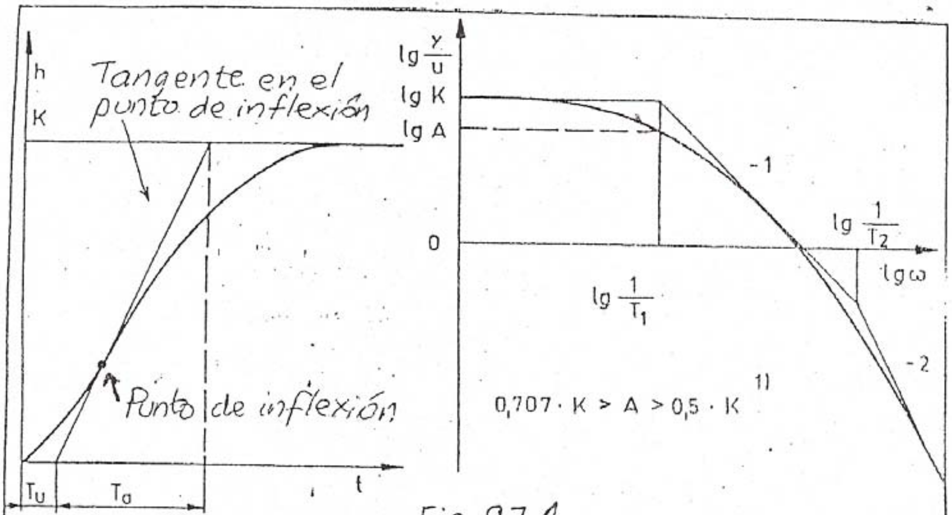


Fig. 9.7.4

$T_1 = bT \quad T_2 = T$

$$G(S) = \frac{K}{(1 + bTS)(1 + TS)} \qquad (9.7.7)$$

Método de la tangente

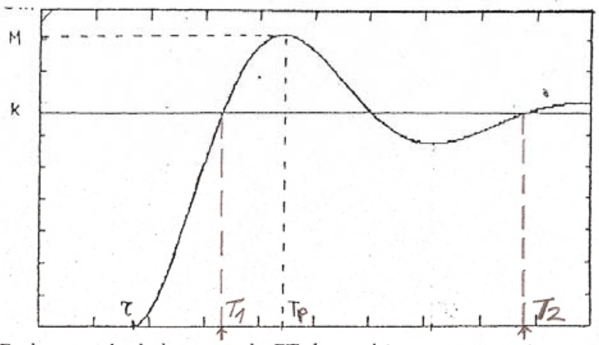
T_a/T_u	9,65	10,4	11,5	12,7	14,0	15,2	16,4	17,6	18,9	20,1
T_a/T	2,7	4,0	5,2	6,3	7,5	8,6	9,7	10,8	11,9	12,9
T_u/T	0,28	0,39	0,45	0,50	0,54	0,57	0,59	0,61	0,63	0,64
b	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Método de los Porcientos

T_{90}/T_{10}	7,30	7,8	10,0	12,5	14,1	15,3
T_{50}/T_{10}	3,16	3,2	3,6	4,1	4,6	4,8
T_{90}/T	3,89	5,9	12,6	24,1	35,6	47,1
T_{50}/T	1,68	2,5	4,6	8,0	11,4	14,9
T_{10}/T	0,53	0,76	1,3	1,9	2,5	3,1
b	1	2	5	10	15	20

9.7.2 Respuesta al escalón oscilatoria

El aspecto general de la respuesta para este caso, está representado en fig(9.7.5)



fig(9.7.5)

En la mayoria de los casos, la FT de un sistema que presenta una respuesta al escalón unitario como la representada se puede aproximar por:

$$G(s) = \frac{K\,\omega_n{}^2\,e^{-\tau s}}{s^2 + 2\,\xi\,\omega_n\,s + \omega_n{}^2} \qquad (9.7.8)$$

lo que equivale a suponer que el sistema tiene un retardo puro y un par de polos complejos conjugados dominantes.

Para la identificación en este caso es necesario, entonces, determinar:

* el retardo puro τ
* la ganancia estática K
* el coeficiente de amortiguamiento ξ
* la pulsación natural no amortiguada ω_n

El retardo puro τ se obtiene buscando el punto donde la curva de respuesta se despega de su valor inicial. La ganancia estática K se obtiene midiendo la amplitud de la salida en RPE ante la entrada escalón y haciendo el cociente con la amplitud del escalón de entrada.

Para la determinación de ξ y ω_n existen diversas formas, algunas de las cuales son tratadas en [8].

Una forma posible de determinar ξ es midiendo M y considerando que:

$$\frac{M-K}{K} = e^{-\frac{\pi\,\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}}$$

de donde:

$$\xi = \frac{1}{\sqrt{1 + \pi^2 \ln^2(K/M\text{-}K)}} \qquad (9.7.9)$$

Una forma de calcular ω_n es midiendo los tiempos T_1 y T_2 y considerando que:

$$\omega_d = \frac{2\,\pi}{T_d} = \frac{\pi}{(T_2 - T_1)} = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2}$$

de donde:

$$\omega_n = \frac{\pi}{(T_2 - T_1)\sqrt{1 - \xi^2}} \qquad (9.7.10)$$

En algunos casos no es posible aproximar la FT como en (9.7.3) , ya que los valores que caracterizan la respuesta al escalón (el sobrevalor, la ganancia estática y la frecuencia amortiguada) pueden no ser compatibles con la FT propuesta. En estos casos se recurre a un "modelo compensado" cuya FT está caracterizada por un par de polos complejos conjugados, por un cero real y por un polo real a la izquierda de dicho cero. Es decir, es de la forma:

$$G_c(s) = \frac{K\,\omega_n{}^2\, e^{-\tau s}}{s^2 + 2\,\xi\,\omega_n\, s + \omega_n{}^2} \cdot \frac{m(s + z)}{(s + mz)} \qquad (9.7.11)$$

con $m > 1$

Para la identificación es necesario entonces determinar:

* el retardo puro τ
* la ganancia estática K
* el coeficiente de amortiguamiento ξ
* la pulsación natural no amortiguada ω_n
* el coeficiente m
* la ubicación del cero real z

La relación que existe entre los parámetros ξ , ω_n, m y z que caracterizan la (9.7.6) y los valores que caracterizan la respuesta de fig(9.7.3) se determinan estableciendo la relación entre la respuesta correspondiente a la estructura más simple (9.7.3) y la correspondiente a la estructura (9.7.6). Estas relaciones son halladas en [7].

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

[1] "Computer - Controlled Systems - Theory and Design"

Karl Astrom - Bjorn Wittenmark

Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J. 07632 - @ 1984

[2] "Digital Control of Dynamics Systems"

Gene F. Franklin - J. David Powell

Addison-Wesley Publishing Company - @ 1980

[3] "Modelling and Simulation"

J.R. Leigh

Peter Peregrinus, London - @ 1983

[4] "Comparaison des méthodes d'identification des processus industriels par une forme de Strejc"

Pirre Naslin - C. Miossec

Automatisme - Tome XVI - N^{O} 10 - Octobre 1971

[5] "Trends in Identification"

V. Strejc

Automatica - Vol 17 - No 1 - January 1981

[6] "Las Técnicas de Modelado en el Control de Procesos Industriales"

E. Andrés Puente

Regulación y Mando Automático - Abril 1981

[7] "Sistemi di Controllo"

Alberto Isidori

Edizione Scientifiche SIDEREA - Roma - @ 1986

[8] "Apunte Cátedra de DSF Respuesta al Escalón del P_{T2}"