

**Control I / DSF - 1<sup>er</sup> Parcial 2001****Código: EP01A/E.01**

A-702 Control I

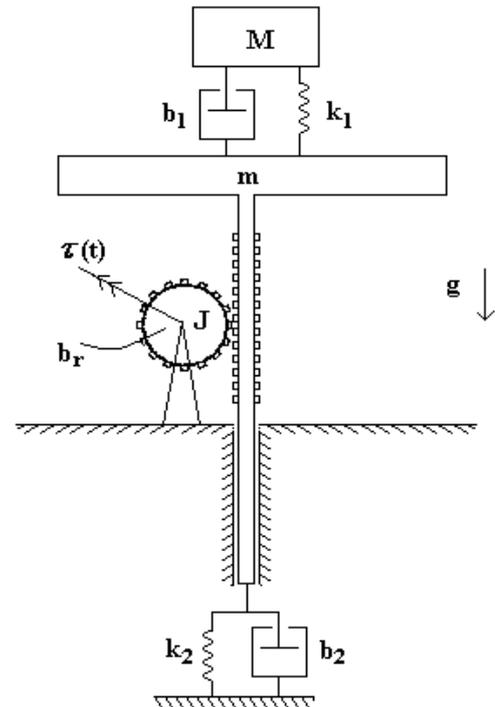
E-504 Dinámica de los Sistemas Físicos

**Problema 1**

En el sistema de la Figura 1, el piñón de *radio*  $r$ , impulsado por un torque  $t(t)$ , mueve la cremallera elevando o bajando la plataforma sobre la que se apoya el cuerpo de masa  $M$  mediante un resorte y un amortiguador.

Se considera que hay rozamiento viscoso en el eje del piñón (coeficiente  $b_r$ ) y que los amortiguadores y resortes tienen leyes lineales.

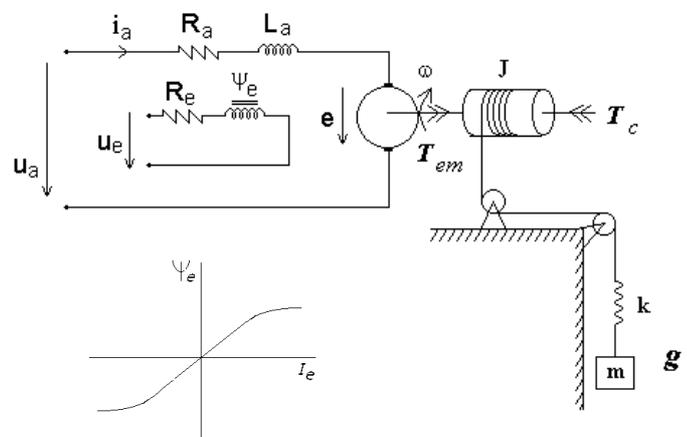
- Indique grados de libertad, orden del modelo de la Figura 1, y un conjunto posible de variables de estado.
- Obtenga un DB del sistema (*sin derivadores, sin lazos algebraicos*), tomando como salida la posición de la masa  $M$ . Una vez terminado el DB agregue como salida la fuerza neta sobre la plataforma de masa  $m$ .
- Indique el orden del DB obtenido, el grado relativo de cada una de las dos relaciones entrada-salida (E-S), e indique sobre el DB los caminos dinámicos más cortos.

**Figura 1. Sistema Mecánico****Problema 2**

- Diga cual es el orden  $n$  del sistema físico idealizado de la Figura 2. Indique por lo menos un conjunto de  $n$  posibles variables de estado.
- Obtenga un DB (sin derivadores, sin lazos algebraicos) tomando como salida la posición vertical del cuerpo de masa  $m$ . Una vez realizado el DB represente en él la magnitud de la fuerza del vínculo sobre la polea de la izquierda como segunda salida.
- Por inspección del DB especifique el grado relativo  $r_i$  de cada una de las relaciones entrada-salida del DB.

Considere que el conjunto rotante (rotor del motor y tambor que enrolla el cable) tiene un momento de inercia total  $J$  y coeficiente de rozamiento viscoso  $b$ . Suponga además que el tambor tiene radio  $r$  y que las poleas son ideales (momento de inercia y rozamiento despreciables).

RelaCs del motor:  $T_{em} = K_e I_a$ ;  $e = K_e \omega$ .



Característica Magnética de Excitación

**Figura 2. Sistema Físico Electromecánico Idealizado**

### Problema 3

El sistema de la Figura 3 puede representarse mediante el DB de la Figura 4.

- Diga cual es el orden  $n$  del sistema de la Figura 3 considerando: i)  $R_h \neq 0$  y ii)  $R_h = 0$ .
- A partir del DB obtenga la *Función Transferencia (FT)*  $G(s) = H_2(s)/Q_a(s)$  y las *pseudo-FTs* correspondientes a las *c.i.*, todas expresadas en forma canónica (polinomios mónicos).

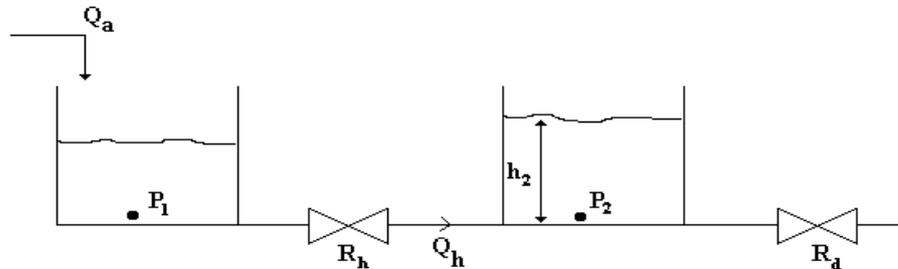


Figura 3. Sistema Hidráulico

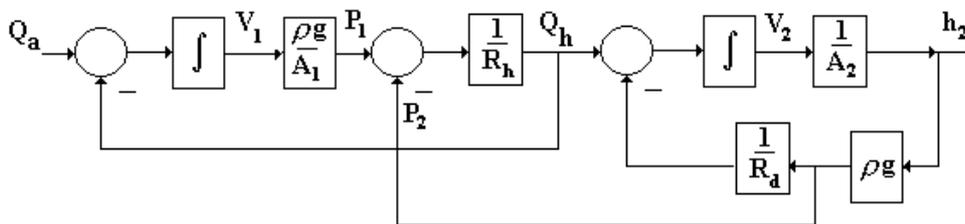


Figura 4: DB del sistema de la fig.3

### Problema 4

La Figura 6 muestra una representación en DB del sistema mecánico de la Figura 5. En dicho DB, se tomó como salida la posición del cuerpo de masa  $m$ .

- Sobre la Fig. 5 indique las velocidades de los cuerpos respetando sus sentidos convenidos positivos según se desprende del DB. Indique la convención de positividad adoptada para la fuerza del resorte (tracción o compresión). Fundamente!
- Haga un listado de todas las variables físicas que aparecen en el DB (p. ej.:  $V_M$ : velocidad del cuerpo  $M$ ), y luego anótelas sobre él.
- Obtener un DB equivalente sin derivadores ni lazos algebraicos.
- Escribir las ecuaciones de estado/ecuaciones de salida del sistema. Agregue como salida la fuerza neta sobre el anclaje en el techo.

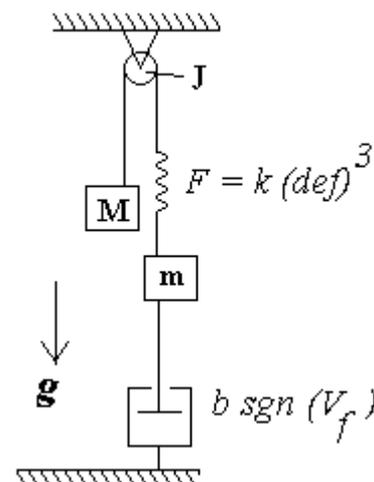


Figura 5. Sistema mecánico

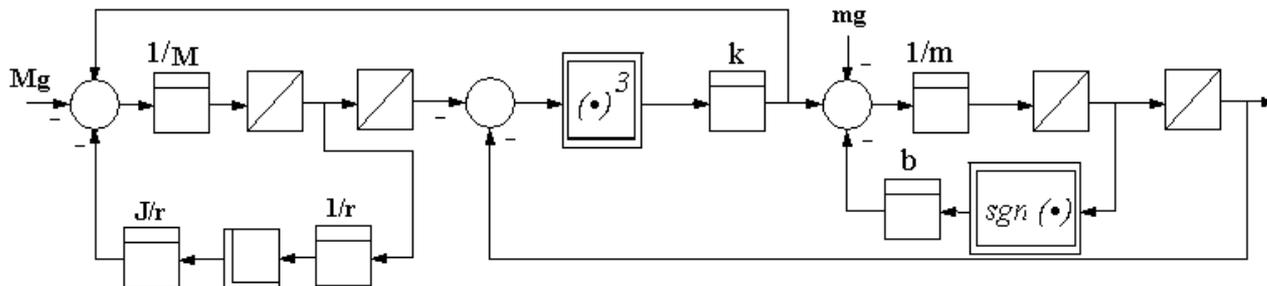


Figura 6. DB del sistema de la fig.5

### Problema 5

- a) A partir de la siguiente EDO escriba un modelo EE en forma canónica y expéselo matricialmente:

$$y^{(4)}(t) + \alpha \ddot{y}(t) + \beta \dot{y}(t) + \gamma y(t) = \kappa u(t) + \eta \dot{u}(t) + \lambda \ddot{u}(t)$$

- b) Escriba en forma matricial la relación entre el vector  $Z = [ \ddot{y}, \dot{y}, y ]^T$ , el vector de estados de la realización canónica obtenida y la entrada, es decir, la transformada de coordenadas que elimina las derivadas de la entrada

$$\begin{cases} X = T \cdot Z + C_1 \cdot u + C_2 \cdot \dot{u} \\ Z = T^{-1} \cdot X - T^{-1} \cdot C_1 \cdot u - T^{-1} \cdot C_2 \cdot \dot{u} \end{cases}$$

### Problema 6

- a) Convierta las siguientes EE/ES a un modelo EE en forma canónica:

$$\begin{cases} \dot{v}_1 = -\frac{1}{\tau_1} \cdot v_1 + \frac{1}{\tau_2} \cdot v_2 + Q_a \\ \dot{v}_2 = \frac{1}{\tau_1} \cdot v_1 - \left( \frac{1}{\tau_2} + \frac{1}{\tau_3} \right) \cdot v_2 \\ h_2 = \frac{1}{A_2} \cdot v_2 \end{cases}$$

(N.B.: estas son las EE/ES del DB de la fig. 4)

Ayuda: en la forma canónica use las siguientes variables de estado:  $x_1 := h_2$  ;  $x_2 := \dot{h}_2$