DSF – 3^er^ Parcial 2003

Código: EP03E.03

A-702 Control I **E-504 Dinámica de los Sistemas Físicos**

Problema 1

Dado el modelo:

$$\begin{cases} \dot{\theta} = \omega \\ \dot{\omega} = \dfrac{1}{0.0573}\left[1.5 - 0.0716\omega - 2.195\, sen(\theta)\right] \end{cases}$$

a) Calcular **TODOS** sus puntos de equilibrios (P.E.)

b) Hallar el MILin alrededor de **cada uno** de los P.E.

c) Dibujar cualitativamente el **retrato de fase** correspondiente a cada MILin, tanto en el **plano modal como en el original,** y **especificar su tipo.**

d) Para cada P.E., decir si las soluciones del correspondiente MILin son aproximaciones válidas de la dinámica no lineal. **Justifique su respuesta.**

e) Especificar la estabilidad (interna) de cada P.E.

Nota: Este modelo representa al (simple) sistema de potencia de la Fig. 1, compuesto de una máquina sincrónica equivalente, conectada a través de transformadores y una línea de transmisión doble a una barra de potencia infinita. Las variables son: θ: ángulo del rotor (de la tensión de la barra 1) respecto al de la barra 2 (referencia sincrónica). ω: velocidad angular del rotor (referida a la sincrónica).

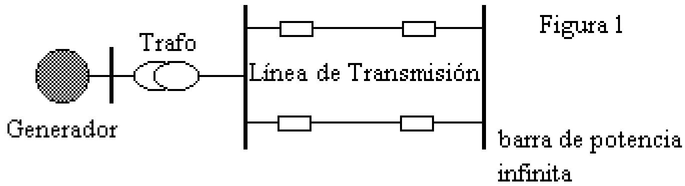


Figura 1

Con este modelo se pueden analizar problemas típicamente no lineales, como los de "estabilidad transitoria" asociados a fallas (p. ej. un cortocircuito trifásico de una línea). Puede leer en profundidad sobre el tema fallas en sistemas de potencia en: **Rosado, Sebastián**: *"Métodos directos en el análisis de estabilidad transitoria en sistemas eléctricos de potencia"*. Proyecto de Ingeniería. F.C.E.I.A., 1994).

Problema 2

En (1) se da la dinámica de las componentes $\lambda_{a,b}$ del flujo rotórico de un motor de inducción (MI) bifásico de jaula de ardilla. Para controlar el motor se necesitan los flujos, que no se pueden medir. Por ello, se construyen sus estimas $\hat{\lambda}_a(t)$ y $\hat{\lambda}_b(t)$ con el simulador en tiempo real (2), basado en (1). Simular en tiempo real quiere decir que el tiempo de simulación es igual al tiempo real en el MI. En (2), $i_a(t)$, $i_b(t)$ y $\omega(t)$ se miden e ingresan como datos al sistema digital donde corre la simulación en tiempo real.

(1) $\begin{cases} \dot{\lambda}_a(t) = -\dfrac{1}{T_r}\lambda_a(t) - \omega(t)\,\lambda_b(t) + \dfrac{M}{T_r}i_a(t) \\ \dot{\lambda}_b(t) = \omega(t)\,\lambda_a(t) - \dfrac{1}{T_r}\lambda_b(t) + \dfrac{M}{T_r}i_b(t) \end{cases}$	(2) $\begin{cases} \dot{\hat{\lambda}}_a(t) = -\dfrac{1}{T_r}\hat{\lambda}_a(t) - \omega(t)\,\hat{\lambda}_b(t) + \dfrac{M}{T_r}i_a(t) \\ \dot{\hat{\lambda}}_b(t) = \omega(t)\,\hat{\lambda}_a(t) - \dfrac{1}{T_r}\hat{\lambda}_b(t) + \dfrac{M}{T_r}i_b(t) \end{cases}$
$i_{a,b}(t)$: corrientes estatóricas de las fases a y , respectivamente. $\omega\ (t)$: velocidad del rotor.	

Notar que (2) es igual a (1), con las mismas entradas y parámetros $\therefore$ mismas c.i. en (1) y (2) (i.e., $\hat{\lambda}_{a0} = \lambda_{a0}$ y $\hat{\lambda}_{b0} = \lambda_{b0}$) $\Rightarrow$ mismas soluciones. Si así fuera, se tendría resuelto el problema de conocer los flujos. Pero como no se miden los flujos reales, tampoco se conocen sus c.i. λ_{a0} , λ_{b0} . Por lo tanto, en general, (2) se resuelve con las c.i. $\hat{\lambda}_{a0} \neq \lambda_{a0}$ y $\hat{\lambda}_{b0} \neq \lambda_{b0}$, con lo que las soluciones de (2) serán distintas a las de (1). No obstante, podría ocurrir que las soluciones de (2) converjan a las de (1), con lo cual después de un *tiempo de respuesta* se dispondría de una buena estimación de los flujos. Para estudiar éste problema se debe analizar la dinámica del vector de error:

$\bar{e}(t) = \begin{bmatrix} e_a(t) \\ e_b(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_a(t) - \hat{\lambda}_a(t) \\ \lambda_b(t) - \hat{\lambda}_b(t) \end{bmatrix}$ ¿Qué pasa con $\bar{e}(t)$, $t > 0$, sabiendo que $\bar{e}(0) = \begin{bmatrix} e_a(0) \\ e_b(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_a(0) - \hat{\lambda}_a(0) \\ \lambda_b(0) - \hat{\lambda}_b(0) \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$?

1. Clasifique las ecuaciones (1) y (2) en lineales / no lineales ; estacionarias / inestacionarias; etc.
2. Escriba la dinámica (las EE) del error.
3. Estudie el problema planteado. En particular determine si el error se mantiene acotado y/o converge a cero. De darse este último caso, diga cual es el tiempo de respuesta del módulo del error. Especifique claramente el marco teórico en el que decide estudiar el problema. Considere las dos siguientes situaciones: *3.1. Velocidad angular* $\omega \equiv \varpi$ *constante. 3.2. Velocidad angular* $\omega \equiv \omega\,(t)$ *variable.*

Nota: *Para una matriz de sistema A = A(t) cuyos elementos dependen del tiempo, en general NO ES VALIDO que sus propiedades de estabilidad se determinan por sus autovalores.*

Problema 3

Dado las siguientes EE, determinar la estabilidad del origen. Las constantes son todas positivas.	$\dot{x}_1 = a\,x_2 - b\,x_1\,x_2^{\,2}$ $\dot{x}_2 = -c\,x_1 + d\,x_1^{\,2}\,x_2^{\,3}$

Problema 4

Sea el siguiente modelo EE/ES de un sistema SISO (posee una única entrada y una única salida):

$$\dot{\mathrm{x}} = \mathrm{A}\cdot\mathrm{x} + \mathrm{b}\cdot u$$
$$y = \mathrm{c}^T\cdot\mathrm{x} + d\cdot u$$

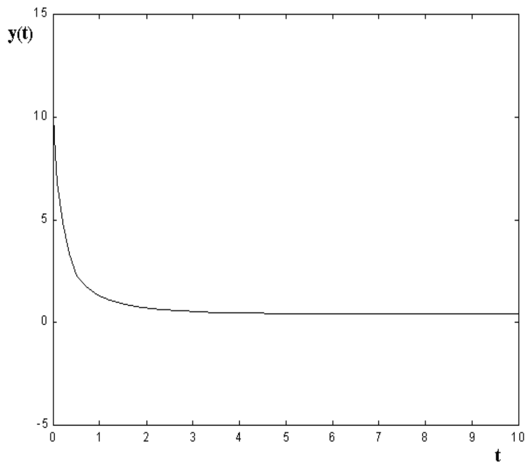
a) Clasifique el sistema como lineal/no lineal y estacionario/inestacionario
b) Indique las dimensiones de las variables y parámetros $\mathrm{x}, y, u, \mathrm{b}, \mathrm{c}^T, d$
c) Analice la estabilidad interna del sistema.

La matriz de evolución *A* es:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -5 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -5 \end{bmatrix}$$

Los restantes parámetros $(\mathrm{b},\ \mathrm{c}^T,\ d)$ son constantes, y se dan en forma genérica (algunos coeficientes pueden o no ser nulos).

d) Un ensayo de respuesta al escalón unitario *sin c.i.* arroja la siguiente respuesta $h(t)$:



i) ¿Puede decirse algo de la estabilidad externa del sistema?.
ii) Indique cual es el máximo orden que puede tener la FT $G(s)=Y(s)/U(s)$. Justifique.
iii) En caso que dicha FT fuera del máximo orden posible. ¿Cuales serían los polos de $G(s)$?
iv) Indique el valor de al menos dos de las raíces del polinomio $\mathrm{c}^T \cdot adj^T\,(s\mathrm{I} - \mathrm{A})\cdot\mathrm{b}$.
v) Cuanto vale d?
vi) Indique el grado relativo de $G(s)$.

Problema 5

Un modelo lineal y estacionario tiene la siguiente <u>matriz de transición</u> MT:

$$\Phi(t) = \begin{bmatrix} e^{-\frac{t}{T_1}}\cos(2t) & -e^{-\frac{t}{T_1}}sen(2t) & 0 \\ e^{-\frac{t}{T_1}}sen(2t) & e^{-\frac{t}{T_1}}\cos(2t) & 0 \\ 0 & 0 & e^{-3t} \end{bmatrix}$$

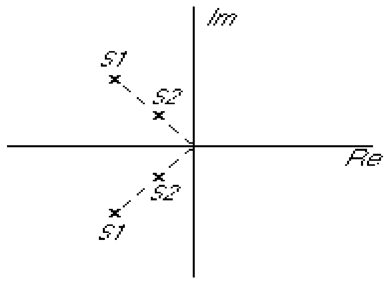
a) En $t=3$ el sistema está en el estado $\begin{bmatrix}1 & -3 & 4\end{bmatrix}^T$. ¿Donde estaba en $t=2$. Considere T_1 = 1.

b) La MT corresponde a un MILin de un SNL en torno a un PE ¿Qué puede decir de la evolución del SNL original en las cercanías del PE para los tres casos siguientes: T_1 = 1 , $1/T_1$ = 0 , T_1 = –1 ?

c) Para cada uno de los tres valores anteriores de T_1 determine numéricamente **todos** los autovalores de la correspondiente matriz de evolución *A*. Dibújelos en un mismo plano complejo.

Problema 6

Dibuje $h_1(t)$ y $h_2(t)$ en una misma gráfica. Asuma la misma ganancia estática. ¡**Fundamente**!

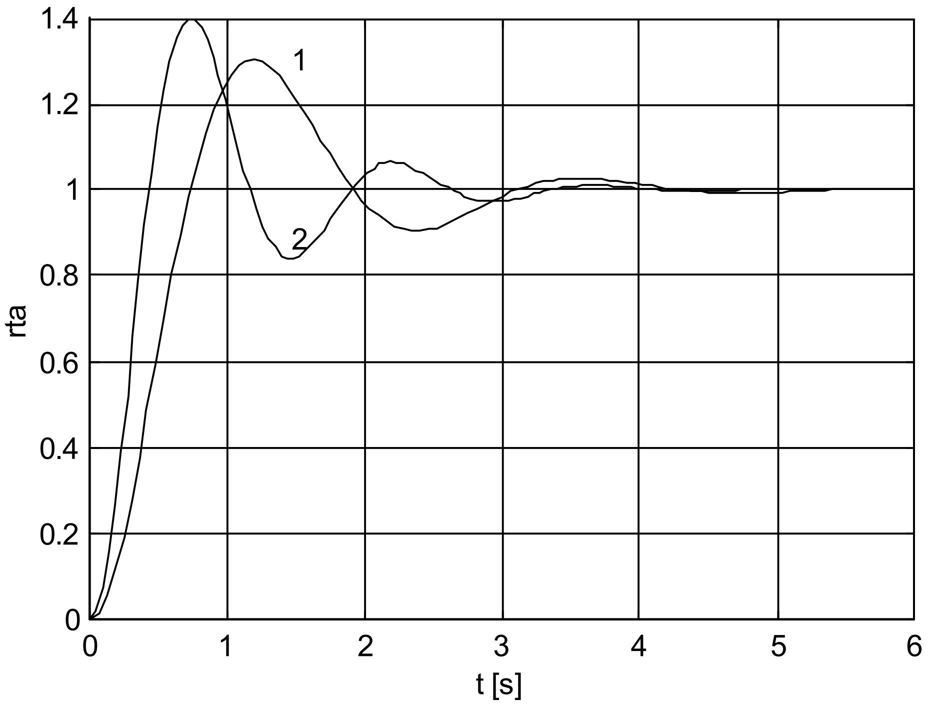


Problema 7

Las respuestas al escalón $h_1(t)$ y $h_2(t)$ mostradas en la gráfica tienen derivada nula en el origen.

a) Dibuje en mismo plano complejo los polos de ambas *h(t)*. Sólo se pide una ubicación relativa, sin calcular valores numéricos.

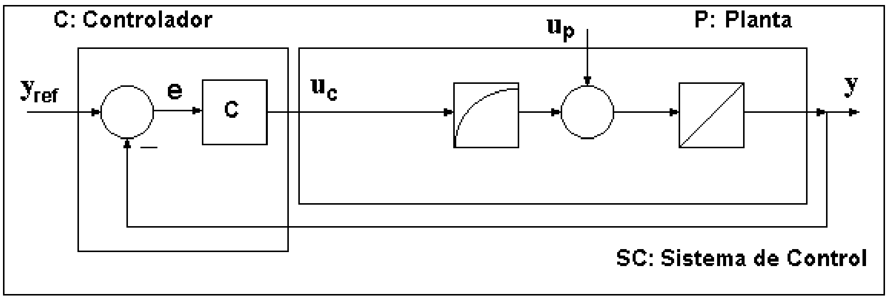
De una cualquiera de ambas obtenga la FT normalizada y completamente parametrizada. Indique en la gráfica TODOS los valores considerados y medidos.



Problema 8.

Por inspección del DB determine $h(0^+)$, $h(\infty)$, $\dot{h}(0^+)$, $\dot{h}(\infty)$ (valor nulo, no nulo, finito o no) y los MNEMÓNICOS de las FTs indicadas. Indique el método usado*!*

Sistema de control. u_C : señal de control, u_P : perturbación, y_{ref} : señal de referencia de la salida.



P8a. Para la **planta en lazo abierto**: $G_C = \dfrac{Y}{U_C}$, $G_P : \dfrac{Y}{U_P}$

P8b. Para la **planta en lazo cerrado** (el **SC**) $G_{ref} = \dfrac{Y}{Y_{ref}}$, $G_{P,LC} = \dfrac{Y}{U_P}$

para los dos casos siguientes:
P8b1. **C:** Controlador tipo P
P8b1. **C:** Controlador tipo PD