3er. Parcial 2001. Espacio de Estados. Tema A **Código: EP03A.01**

Problema 1

El sistema mecánico de la Figura 1, puede ser representado mediante las siguientes ecuaciones de estado:

$$\dot{x}_1 = x2$$
$$\dot{x}_2 = -\frac{k}{m}x_1 - \frac{b_1}{m}{x_2}^3 + \frac{F(t)}{m}$$

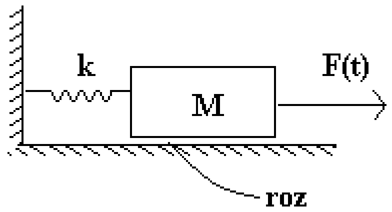


Figura 1

Parámetros (unidades en SI):
$m = 0.5,\ k = 1,\ b_1 = 0.1$,

Estudie <u>exhaustivamente</u> la estabilidad del sistema en torno al P.O correspondiente a $F(t) = \overline{F} = 10$. <u>Use todos los métodos</u> que conozca y <u>fundamente todos los resultados</u> (positivos o negativos).

Problema 2

Dado el siguiente sistema de ecuaciones de estado:

$$\dot{x}_1 = 1 - 2x_1 - {x_2}^2$$
$$\dot{x}_2 = x_1$$

a) Obtener todos los puntos de equilibrio.

b) En torno a los puntos de equilibrio calculados en el punto anterior, obtener los correspondientes modelos incrementales linealizados. Analizar <u>exhaustivamente</u> la estabilidad interna de cada MILin y graficar los retratos de fases.

c) En base al análisis del punto anterior, ¿qué puede decirse de la estabilidad del sistema no lineal en torno a cada uno de los puntos de equilibrio? Fundamente.

d) Si es posible, grafique de manera aproximada el retrato de fases del sistema no lineal. Fundamente el resultado.

Problema 3

Dibuje en el espacio de estados la trayectoria <u>completa</u> a partir de *t = 0* del siguiente sistema dinámico:

$$7\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-4 & 6\\ -12 & -31\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}u \qquad \text{c. i. :} \quad \begin{bmatrix}x_1(0)\\ x_2(0)\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}x_{10}\\ x_{20}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1\\ -4\end{bmatrix}$$

Entrada: $u\ (t) = 35\ m\ (\ t - 10\ )$

Problema 4

Para cada uno de los siguientes retratos de fase

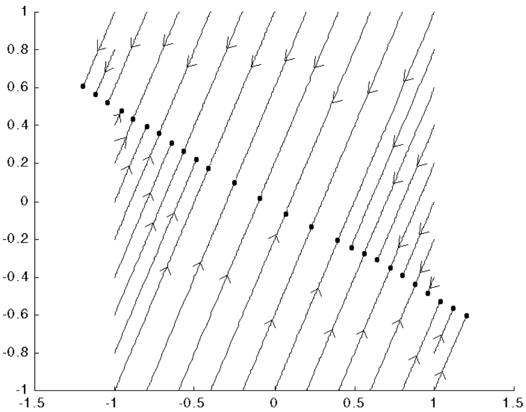
a) Clasifíquelo (nodo estable, etc.)

b) Indique la estabilidad (Asintóticamente estable, Lyapunov estable, inestable).

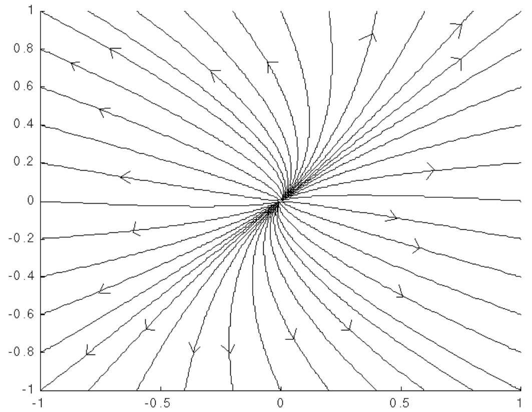
c) Dibuje en el plano complejo la posición de los autovalores.

d) Diga si hay direcciones invariantes bajo la dinámica del sistema y márquelas claramente sobre el dibujo.

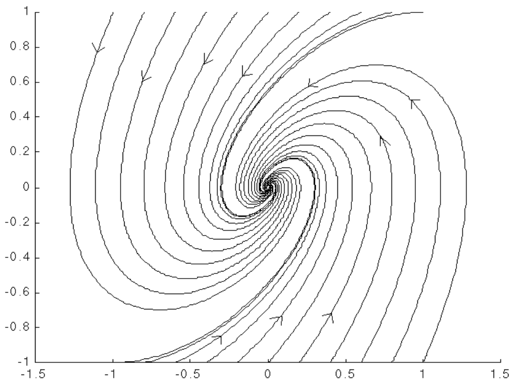
e) Elija y escriba numéricamente tantos autovectores l.i. como sea posible. Por ejemplo $V_1 = \begin{bmatrix} 7 \\ 2 \end{bmatrix}, V_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \end{bmatrix}$.



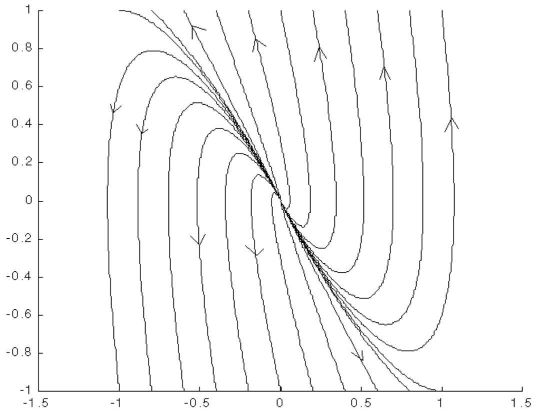
(i)



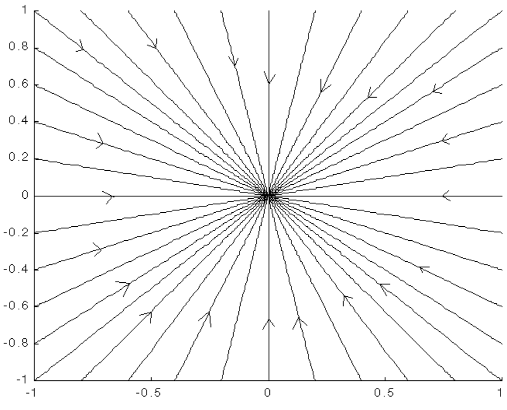
(ii)



(iii)



(iv)



(v)

Problema 5

Dado el modelo interno EE/ES de más abajo, analice lo siguiente, fundamentando tanto análisis como conclusiones:

a) Estabilidad interna.

b) Estabilidad externa para ambas salidas.

c) Compare los resultados de los puntos *a)* y *b)* anteriores. Explique las causas de lo que observa en función de la estructura particular de este sistema. Enuncie los teoremas generales sobre relación entre estabilidad interna de un modelo EE/ES y estabilidad externa del correspondiente modelo FT o MT. Explique en que casos de la teoría general se encuadra este caso.

Esquematice además lo siguiente:

d) Retrato de fases del sistema libre

e) Respuesta al escalón unitario de la salida y_1.

<u>Ayuda</u>: Observe que no se pide obtener formalmente un modelo externo. No obstante si Ud. necesita uno para hacer el estudio pedido, entonces obtengalo con el método que mejor le parezca (para más datos, nosotros no necesitamos derivar ningún modelo externo).

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & -\beta \\ 0 & -\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta \\ \rho \end{bmatrix} u$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \sigma \\ -\mu & \varepsilon \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \eta \\ 0 \end{bmatrix} u$$

Todas las constantes del modelo son positivas.