Control I / DSF – 3^er Parcial 2004 – Tema E

Código: EP03-E_04

NOMBRE Y APELLIDO:...

LEGAJO:.......................................

A-4.26.1 Control I E-3.20.1 Dinámica de los Sistemas Físicos

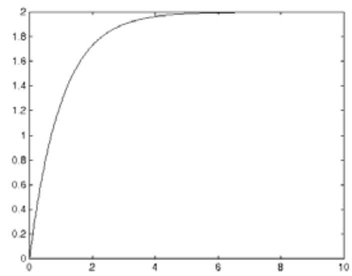
PROBLEMA 1.

Del sistema lineal y estacionario $\dot{x}(t) = A\,x(t)$ se conocen las siguientes trayectorias:

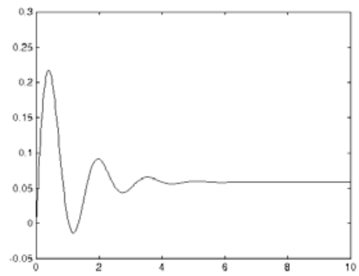
$x^{@}(t) = \begin{bmatrix} e^{-3t} \\ 2e^{-3t} \end{bmatrix},\ x^{\#}(t) = \begin{bmatrix} 2e^{-5t} \\ -e^{-5t} \end{bmatrix}$	1. Determine los autovalores de A. 2. Indique las direcciones invariantes bajo la dinámica del sistema. 3. Indique las condiciones iniciales de donde parte cada trayectoria. 4. Calcule la matriz de transición del sistema. 5. Calcule la matriz A.

PROBLEMA 2.

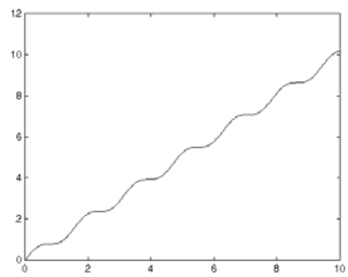
Dadas las siguientes respuestas al escalón de seis sistemas lineales y estacionarios distintos Σ1 aΣ6.



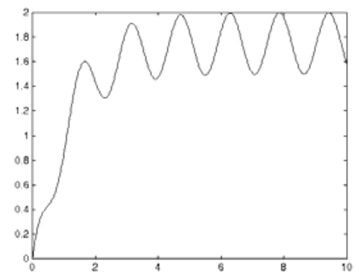
(1)



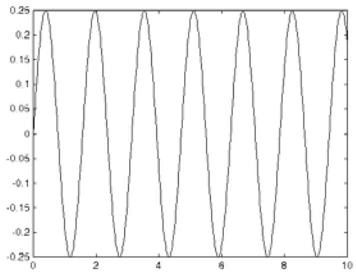
(2)



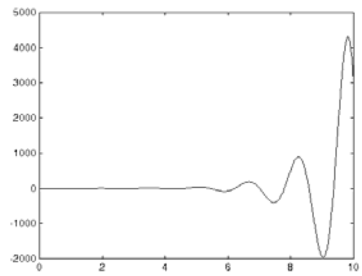
(3)



(4)



(5)



(6)

1. Indicar cuales de dichos sistemas pueden tener la matriz de evolución dada a la derecha. Justificar la respuesta para cada caso. 2. En los casos en que efectivamente A sea la matriz de evolución, escribir el polinomio denominador de la Función Transferencia correspondiente.	$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \\ 0 & -4 & 0 \end{bmatrix}$

PROBLEMA 3.

Considere el siguiente modelo de un Sistema No Lineal (**SNL**)[1]

$$M\,\ddot{\delta}(t) = P_{mec} - P_{elec}^{Max}\,\mathrm{sen}\,\delta(t) - D\,\dot{\delta}(t) \qquad , \qquad D > 0$$

1 Calcule los PE para P_{mec} constante. Determine la condición de existencia de PE, si la hubiera. Obtenga un MILin genérico para los PE.

[1] Es el clásico modelo de un generador sincrónico conectado a una barra de potencia infinita a través de un transformador y una línea de transmisión. La variable $\dot{\delta}$ representa a la velocidad angular del rotor del generador respecto de una referencia sincrónica (la pulsación asociada al fasor de tensión de la barra infinita, que determina la frecuencia del sistema). Su integral, el ángulo δ, es el ángulo entre los fasores de tensión del generador y la barra infinita. Los parámetros adimensionales M, P_{mec}, $P_{elec,Max}$ y D resultan de una normalización del modelo físico y representan, respectivamente, inercia del generador, potencia mecánica constante suministrada por la máquina primaria al generador, potencia eléctrica máxima entregada por el generador, y amortiguamiento del generador). Ver p. ej. pp. 294 y ss. de: Sauer, P. and M. Pai, *Power System Dynamics and Stability*, Prentice-Hall, 1998.

2 Calcule TODOS los PE para $M = 0{,}2$, $P_{mec} = 1$, $P_{elec}^{Max} = 2$, $D = 0{,}02$.

3 Analice la estabilidad de TODOS los PE. Fundamente sus conclusiones.

4 Para todos los PE, analice si del MILin se pueden sacar conclusiones sobre el comportamiento local del SNL en torno a ellos. Fundamente su(s) respuesta(s).

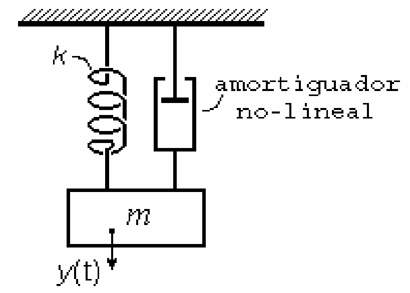
5 Considera ahora a los modelos MILin independientemente del SNL que les dio origen. Dibuje el RF de cada **MILin** en el plano original del sistema LINEAL.

PROBLEMA 4.

La ecuación describe la dinámica del sistema de la figura.
m: masa, *g*: aceleración de la gravedad, *k*: constante del resorte, $c_{1,2}$: constantes positivas.

1. Estudie la estabilidad de los puntos de equilibrio.
2. Interprete físicamente los resultados en cada paso.

$$\ddot{y} = g - \frac{k}{m} y - \frac{c_1}{m} \dot{y}^3 - \frac{c_2}{m} \dot{y} \ |\dot{y}|$$

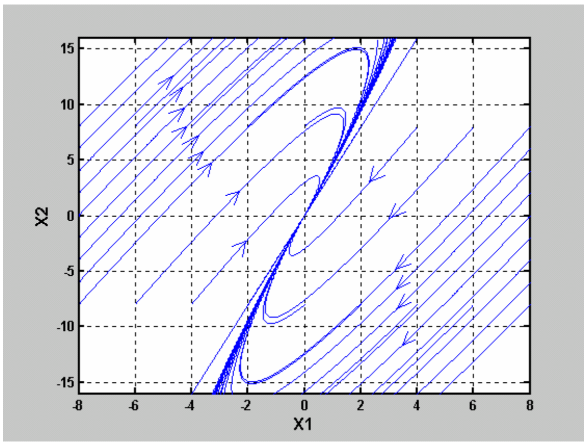


PROBLEMA 5.

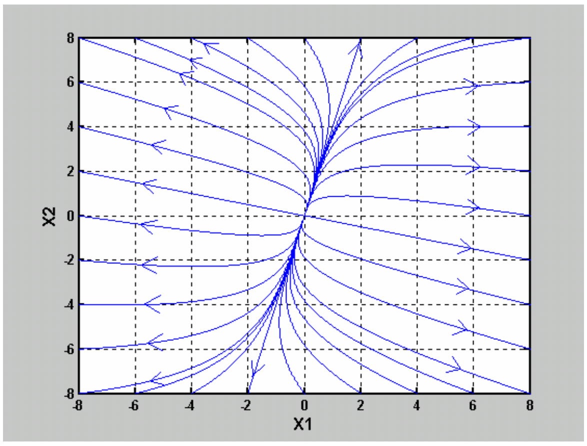
Para cada uno de los siguientes retratos de fase

1. Clasifíquelo (foco estable, etc.)
2. Indique su estabilidad (asintóticamente estable, Lyapunov estable, inestable).
3. Dibuje en el plano complejo la posición de los autovalores, notación: λ_1, λ_2.
4. Diga si hay subespacios invariantes bajo la dinámica del sistema, márquelos claramente sobre el dibujo, anotando sus ejes $\tilde{x}_1$, $\tilde{x}_2$ con subíndice en correspondencia con el/los autovalores.
5. En cada caso, elija y escriba numéricamente tantos autovectores l.i. como sea posible (p. ej. $v_1 = [7 \ \ 2]^T$, $v_2 = [1 \ \ 5]^T$).

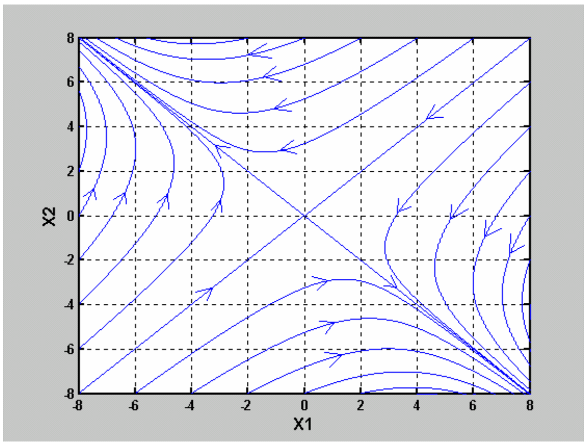
1)



2)



3)



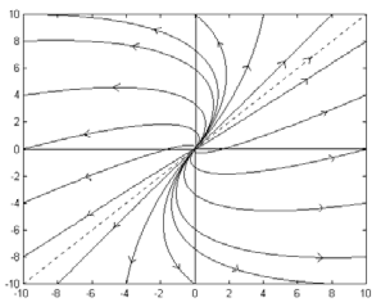
PROBLEMA 6.
Las siguientes matrices y retratos de fase corresponden a la aproximación de 1º orden de sistemas no lineales en entornos de sus puntos de equilibrio. Fundamentando todas sus respuestas:

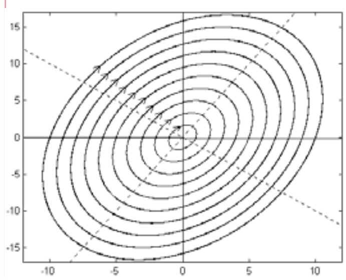
1. En cada caso indique el orden del sistema.
2. Analice la estabilidad de cada PE del sistema no lineal.
3. En cada uno de los casos, diga si el RF MILin aproxima o no al RF-NL localmente al PE.

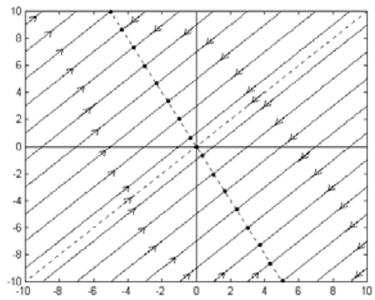
$$A_1 = \begin{bmatrix} -7 & 2 \\ -2 & -7 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} -4 & 0 \\ 8 & 0 \end{bmatrix},$$

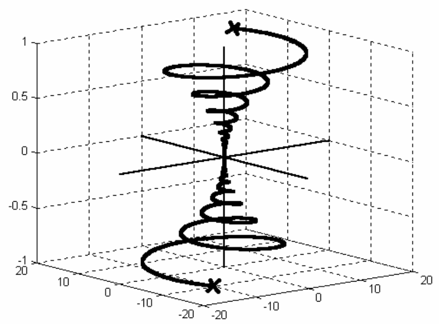
$$A_3 = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 8 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_4 = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & -2 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_5 = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 7 & -4 & 0 \\ 20 & 12 & 0 \end{bmatrix}$$

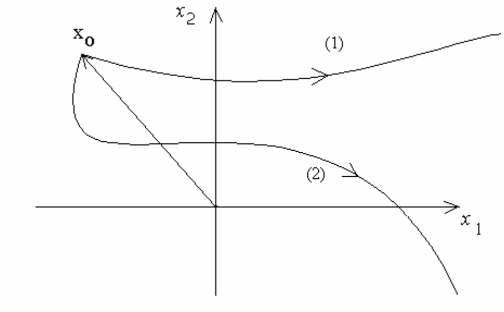

RF$_6$


RF$_7$


RF$_8$


RF$_9$

PROBLEMA 7.
Sea un sistema dinámico cuyo modelo EE satisface las hipótesis del Teorema de Picard-Lindelöff:



Determine correcto/falso. Fundamente sus respuestas (¡en caso contrario las mismas serán ignoradas!)

1. Las trayectorias indicadas son posibles si:

i) $\dot{x} = f(x) \quad , \quad t_0^{(1)} \neq t_0^{(2)}$

ii) $\dot{x} = f(x,u), \quad u^{(1)}(-\infty,\infty) \equiv u^{(2)}(-\infty,\infty) \quad , t_0^{(1)} \neq t_0^{(2)}$

iii) $\dot{x} = f(x,u), \quad u^{(1)}(-\infty,\infty) \equiv u^{(2)}(-\infty,\infty) \quad , t_0^{(1)} = t_0^{(2)}$

iv) $\dot{x} = f(x) + g(x) \cdot u \, , u^{(1)}(-\infty,\infty) \equiv u^{(2)}(-\infty,\infty), t_0^{(1)} = t_0^{(2)}$

PROBLEMA 8.
Considere los SISTEMAS LINEALES de orden *n = 2* cuya matriz de evolución *A* tiene <u>por lo menos</u> un autovalor a parte real nula. Para <u>todos los casos</u>, analice la ESTABILIDAD INTERNA (*Lyapunov-estable*, *asintóticamente estable*, *inestable*).

<u>Guía</u>*: trate caso por caso, muestre la ubicación de los autovalores, dibuje un retrato de fase (RF) cualitativo, fundamente su conclusión e ilústrela gráficamente sobre el RF.*

PROBLEMA 9.

Analice la estabilidad del equilibrio del siguiente sistema no lineal:

$$\dot{x}_1(t) = -x_1^3 + x_1 x_2$$
$$\dot{x}_2(t) = -x_1^2 - x_2^3$$