Práctica: Métodos Integración por Cuadratura	Código: P_MetIntCuad.04
Análisis Matemático IV – Licenciatura en Ciencias de la Computación	AMIV-LCC_Año 2004

PROBLEMA 1: MÉTODOS INTEGRACIÓN – SOLUCIÓN GENERAL

Resuelva (halle la solución o la integral general de) las siguientes EDOs

a) $2\,t\,y\,\dfrac{dy}{dt} = 3\,y^2 - t^2$

b) $\dfrac{dy}{dt} = e^{t+y+3}$

c) $(1+t-2\,y)+(4\,t-3\,y-6)\dfrac{dy}{dt}=0$

d) $(1+2\,y+3)+(2\,t+4\,y-1)\dfrac{dy}{dt}=0$

e) $x'' - x = 0$

f) $y' = \dfrac{a\,x - b\,x\,y}{b\,x\,y - a\,y}$

g) $-v\;du + -u(2uv+1)\;dv = 0$

h) $(x+y)\,dx - (x-y)\,dy = 0$

i) $3\,x^2 - 2a\,x + a\,y - 3\,y^2\;y' - a\,x\,y' = 0$

j) $y' = 1 + x + y + x\,y$

k) $y' + y + x\,y - x\,y^3 = 0$

l) $y' = -(3\,y+5\,x)^3$

m) $y' = -\left(\dfrac{-5\,y+7\,x+6}{-x-2\,y+1}\right)^3$

n) $y' = \dfrac{2\,y+3\,x+1}{-x-\frac{2}{3}\,y-1}$

o) $y' = \dfrac{2\,y+3\,x+1}{-x-\frac{2}{3}\,y-\frac{1}{3}}$

PROBLEMA 2: MÉTODOS INTEGRACIÓN – SOLUCIÓN PARTICULAR

Resuelva (halle la solución particular de) los siguientes problemas de valor inicial

a) $\left(1+e^{y}\right)\dfrac{dy}{dt} = \cos(t)$, $y\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=3$

b) $y'' + 3y' = 0$, $y(0)=3,$ $y'(0)=6$

c) $e^{-2x}\left(y-y^2-2xy\right)dx+e^{-2x}(x+y)\,dy=0 \quad , \quad y(x_0)=y_0$

d) $y'=\dfrac{6xy+6x+3}{-3x^2-2y-4} \quad , \quad y(x_0)=y_0$

Problemas 3: EXPLOSIÓN EN TIEMPO FINITO

a) Resuelva la siguiente EDO y grafique las curvas integrales en el plano *(x,y)* para un conjunto suficientemente rico de c.i. positivas y negativas:

$$y'=y^2$$
$$y(0)=y_0$$

b) Las curvas integrales exhiben un fenómeno conocido como "*explosión de la solución en tiempo finito*" (si se interpreta a la variable independiente *x* como *tiempo*). Identifíquelo sobre las curvas y caracterícelo/explíquelo. ¿Es posible este comportamiento asintótico en un sistema lineal estacionario?

TEOREMA DE EXISTENCIA Y UNICIDAD

Los siguientes problemas conciernen a distintos aspectos de los Teoremas de Existencia y Unicidad, como unicidad/multiplicidad, máximo intervalo de existencia de las soluciones, existencia local, o continuable a un dominio extendido, existencia global, entre otros.

PROBLEMA 4:

a) Analice exhaustivamente la siguiente EDO a la luz del Teorema de Existencia y Unicidad.

$$y'=y^{1/3}$$

b) Resuélvala y grafique las curvas integrales para la c.i. $y(0)=0$.

PROBLEMA 5 (*) :

a) Determine el máximo intervalo de existencia predicho por el Teorema de Existencia y Unicidad (en su forma local). Desarrolle detalladamente en términos de las hipótesis del Teorema.

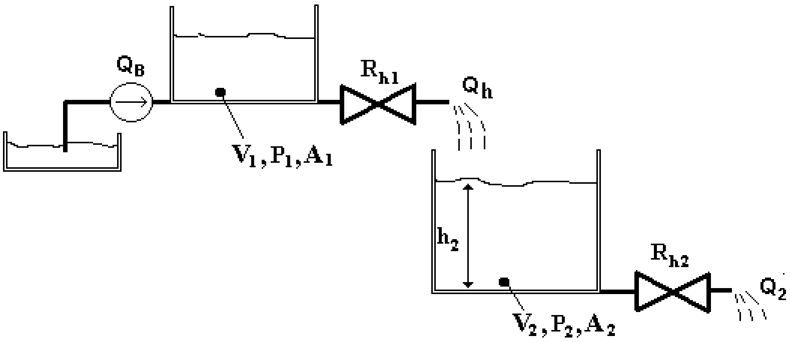
$$\dot{x}=x^2+1$$
$$x(0)=0$$

b) Calcule la solución de la ecuación diferencial y compare su intervalo de existencia con el predicho por el teorema. ¿Conclusiones?

(*) Este problema esta resuelto en la página de la materia. Es el Problema 3 del segundo parcial del año 2003. Ver http://www.fceia.unr.edu.ar/dsf/files/resolucion_2_parcial.pdf (pág. 8)

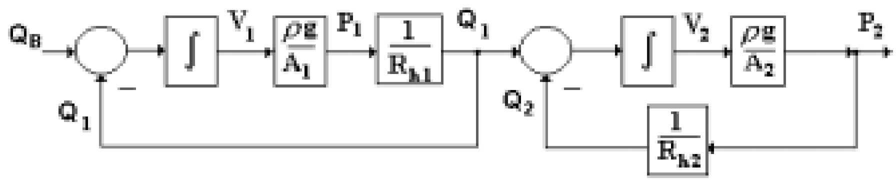
PROBLEMA 6: MÉTODOS INTEGRACIÓN – ECUACIONES DE ESTADO

Considere el siguiente modelo de dos tanques



donde: V_i es el volumen almacenado en el i-ésimo tanque
P_i es la presión en el fondo del i-ésimo tanque
Ai es el área tranversal del i-ésimo tanque

Corresponden el siguiente DB



y las siguientes ecuaciones de estado

$$\dot{\mathbf{V}}_1 = -\frac{\boldsymbol{\rho}\,\mathbf{g}}{\mathbf{A}_1\,\mathbf{R}_{\mathbf{h}1}}\mathbf{V}_1 + \mathbf{Q}_{\mathbf{B}}$$

$$\dot{\mathbf{V}}_2 = \frac{\boldsymbol{\rho}\,\mathbf{g}}{\mathbf{A}_1\,\mathbf{R}_{\mathbf{h}1}}\mathbf{V}_1 - \frac{\boldsymbol{\rho}\,\mathbf{g}}{\mathbf{A}_2\,\mathbf{R}_{\mathbf{h}2}}\mathbf{V}_2$$

que se pueden escribir como

$$\boxed{\begin{aligned}\dot{\mathbf{V}}_1 &= -\frac{1}{\mathbf{T}_1}\mathbf{V}_1 + \mathbf{Q}_{\mathbf{B}}\\ \dot{\mathbf{V}}_2 &= \frac{1}{\mathbf{T}_1}\mathbf{V}_1 - \frac{1}{\mathbf{T}_2}\mathbf{V}_2\end{aligned}}$$

Concéntrese en las ecuaciones recuadradas!

a) Resuelva las EE para $\mathbf{Q}_{\mathbf{B}} = \overline{\mathbf{Q}}_{\mathbf{B}} = \mathbf{const}.$ y $\mathbf{V}_1(0) = \mathbf{V}_{10}$, $\mathbf{V}_2(0) = \mathbf{V}_{20}$
b) Calcule los valores (volúmenes almacenados) de equilibrio directamente de la ecuaciones de estado.
c) Calcule los valores de equilibrio como el límite de las soluciones $V_1(t)$ y $V_2(t)$ cuando $t \to\infty$ (deben ser iguales al resultado de b)!).
d) Calcule
    a. Las soluciones Q1(t) y P2(t) $\forall$ t $\geq$0
    b. Los valores de equilibrio $\overline{\mathbf{P}}_1 = \mathbf{P}_1(\mathbf{t} = \infty)$ y $\overline{\mathbf{Q}}_2 = \mathbf{Q}_2(\mathbf{t} = \infty)$
    Ayúdese con el DB.
e) Considere c.i. nulas. Calcule el tiempo que demora el tanque 1 en llenarse hasta la mitad del valor final.