

LOS DIAGRAMAS DE ENLACES Y UN EFICAZ METODO
ESTRUCTURADO DE MODELADO ANALITICO DE SISTEMAS
DINAMICOS.

A01C08.86

D . S . F

DINAMICA DE LOS SISTEMAS FISICOS

A-344/E-147

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA
FACULTAD DE INGENIERIA
CARRERA DE INGENIERIA EN ELECTRONICA

El presente trabajo tiene como objetivo principal, el desarrollo de un método estructurado de modelado analítico de sistemas dinámicos, basado en los diagramas de enlaces, para su aplicación en el análisis y diseño de sistemas de control. El método propuesto se fundamenta en la representación de los bloques de transferencia de los subsistemas, la identificación de las señales de entrada y salida, y la aplicación de las reglas de combinación de bloques para obtener la función de transferencia global del sistema. Este método permite simplificar el análisis de sistemas complejos, facilitando la obtención de las ecuaciones de movimiento y la respuesta en frecuencia.

El método propuesto se fundamenta en la representación de los bloques de transferencia de los subsistemas, la identificación de las señales de entrada y salida, y la aplicación de las reglas de combinación de bloques para obtener la función de transferencia global del sistema. Este método permite simplificar el análisis de sistemas complejos, facilitando la obtención de las ecuaciones de movimiento y la respuesta en frecuencia.

El presente trabajo tiene como objetivo principal, el desarrollo de un método estructurado de modelado analítico de sistemas dinámicos, basado en los diagramas de enlaces, para su aplicación en el análisis y diseño de sistemas de control.

El presente trabajo tiene como objetivo principal, el desarrollo de un método estructurado de modelado analítico de sistemas dinámicos, basado en los diagramas de enlaces, para su aplicación en el análisis y diseño de sistemas de control.

El presente trabajo tiene como objetivo principal, el desarrollo de un método estructurado de modelado analítico de sistemas dinámicos, basado en los diagramas de enlaces, para su aplicación en el análisis y diseño de sistemas de control.

El presente trabajo tiene como objetivo principal, el desarrollo de un método estructurado de modelado analítico de sistemas dinámicos, basado en los diagramas de enlaces, para su aplicación en el análisis y diseño de sistemas de control.

El presente trabajo tiene como objetivo principal, el desarrollo de un método estructurado de modelado analítico de sistemas dinámicos, basado en los diagramas de enlaces, para su aplicación en el análisis y diseño de sistemas de control.

El presente trabajo tiene como objetivo principal, el desarrollo de un método estructurado de modelado analítico de sistemas dinámicos, basado en los diagramas de enlaces, para su aplicación en el análisis y diseño de sistemas de control.

El presente trabajo tiene como objetivo principal, el desarrollo de un método estructurado de modelado analítico de sistemas dinámicos, basado en los diagramas de enlaces, para su aplicación en el análisis y diseño de sistemas de control.

JUNCO - 1

LOS DIAGRAMAS DE ENLACES Y UN EFICAZ METODO ESTRUCTURADO DE MODELADO ANALITICO DE SISTEMAS DINAMICOS

Sergio J. Junco

Depto. de Electrónica - Fac. de Ingeniería - UNR
Riobamba 245 Uls - 2000 Rosario - Rep. Argentina
Tel. (041) 874048

Resumen

Confrontado con el Modelado Analítico Experimental (esencialmente Identificación de Sistemas), el Modelado Analítico Teórico de sistemas físicos dinámicos ($\Sigma\Phi\Delta$) acusa la falta de una teoría unificada y de un método sistemático, ambos comunes a los diversos dominios de la Física. En este trabajo se presentan los diagramas de enlaces (DE) como un tipo de modelo que aporta sustancialmente a cubrir las carencias mencionadas en el Modelado Analítico Teórico de una clase importante de sistemas técnicos, conjugando una simbología que denota tanto la estructura física como la computacional del $\Sigma\Phi\Delta$.

Luego de aspectos energéticos básicos en los $\Sigma\Phi\Delta$ se consideran los principios que sustentan su representación mediante DE, y se reseñan los elementos de su simbología. A continuación se explican las bases de los procedimientos de formulación de los DE, ilustrados mediante un ejemplo electromecánico.

Utilizando el concepto de causalidad se incorpora a la estructura física del DE la estructura de las relaciones de las señales o magnitudes físicas del sistema. Esto permite pasar mediante procedimientos automáticos a representaciones alternativas como diagramas de bloques, ecuaciones de estado (EE) o simulación digital (SD). Aquí se desarrolla método de obtención de las EE.

Se concluye indicándose aspectos del desarrollo teórico y de aplicación del método, incluyéndose además una evaluación de sus ventajas como herramienta de modelado y como vía directa a la SD.

BOND GRAPHS AND AN EFFICIENT STRUCTURED METHOD FOR ANALYTICAL MODELLING OF DYNAMIC SYSTEMS

Abstract

While Systems Identification is a well established discipline, a lack of a unified, for distinct physical domains common Theory and systematic Methodology is observed.

The aim of this paper is to contribute to diffuse Bond Graphs as a modelling approach taking into account the system physical structure as well as its computational (signal) structure, with a generalized signal logic covering the basic physical disciplines.

After some basic considerations on the role of power in system dynamics the bond graphs fundamentals are explained. Then some formulation procedures are given, illustrated on a technical example.

The causality concept allows the incorporation to the bond graph of the system signal relationship. By adding the causal information it becomes easy to obtain direct and systematically from the graph alternative descriptions such as block diagrams or state equations. A method to obtain them is also given.

Concluding, deeper theoretical and applied topics are referred to and the advantages and challenges of the methodology are evaluated.

I. INTRODUCCION

El presente trabajo tiene por fin divulgar los DE como un tipo de lenguajes descriptivo gráfico de los $\Sigma\Phi\Delta$, así como fundamentar los procedimientos de su obtención y de su utilización con fines de diversa índole ingenieril.

Un sistema (Σ) es una disposición de limitada de entidades interactuantes. Intervienen entonces tres elementos en su definición:

// una estructura (disposición), en la que se integran

// entidades o elementos, interactuantes entre sí y con

// el medio exterior (disposición de limitada).

En un sistema físico ($\Sigma\Phi$) la interacción consiste en intercambio de energía. Un sistema físico dinámico ($\Sigma\Phi\Delta$) contiene almacenadores de energía entre sus elementos.

El análisis de un $\Sigma\Phi\Delta$ se hace con el propósito de predecir su comportamiento dinámico, es decir, establecer la evolución temporal de cualquier magnitud de interés del sistema. El comportamiento dinámico está determinado por la velocidad de intercambio de energía, expresable quantitativamente por la potencia que fluye en el sistema. En el caso de poder calcularse la potencia como producto de dos magnitudes físicas, éstas serán denominadas variables de potencia.

Cuando no hay flujo (externo o interno) de potencia al sistema se encuentra en un estado energético, cuantificable mediante la energía de todos los almacenadores. Éstos pueden ser medidos directamente por magnitudes físicas asociadas a cada almacenador, las que consecuentemente se denominan variables de energía o variables de estado (energético) del sistema.

La variación del estado energético se

produce por el flujo de potencia desde / hacia el sistema y/o entre sus elementos, lo cual es expresable en términos de las variables. El cambio instantáneo de las variables de estado depende de su propio valor actual y del de las variables externas que cuantifican la potencia que fluye entre el sistema y el medio. La ley que rige esta variación permite determinar la evolución de las variables de estado, cuyo conocimiento, conjuntamente con el de las variables de entrada (de las fuentes) posibilita el de cualquier otra variable de interés (o de salida).

La versión matemática de dicha ley constituye un modelo matemático (MM) del $\Sigma\Phi\Delta$. Una versión de MM que refleja el razonamiento precedente es la siguiente descripción interna:

$$\dot{x}(t) = F(x(t), u(t), t) \quad (1)$$

$$y(t) = g(x(t), u(t), t) \quad (2)$$

$$x \in X \subseteq R^n, y \in Y \subseteq R^p, u \in U \subseteq R^m \quad (3)$$

$$f: R^n \times R^m \times R \longrightarrow R^n \quad (4)$$

$$g: R^n \times R^m \times R \longrightarrow R^p \quad (5)$$

La ecuación (1) es la ecuación vectorial de estado (EVE) y la (2) es la llamada ecuación vectorial de salida (EVS). Ambas modelan $\Sigma\Phi\Delta$ de la clase dimensionalmente finitos de orden "n" (parámetros concentrados), posiblemente alineales e inestacionarios. Ver Ogata (1967, 1974), Zadeh y Desoer (1963), Chen (1970) o Brackett (1970) por profundizaciones del tema.

El sentido de la elemental reseña realizada es el de realizar el concepto fundamental de la energía, que juega un rol unificador de los distintos dominios de la Física en la representación de $\Sigma\Phi\Delta$ mediante DE, que tratados sistemáticamente conducen a MM del tipo anterior.

T A B L A I Clasificación de las variables

DOMINIO FÍSICO	VARIABLES DE POTENCIA				VARIABLES DE ENERGÍA			
	ESFUERZO e	S I	FLUJO f	S I	MOMENTO p	S I	DESPLAZAMIENTO q	S I
TRASLACION	fuerza F	N	velocidad V	$\frac{m}{s}$	impulso p	N.s	desplazamiento x	m
ROTACION	torque τ	N.m	velocidad angular ω	$\frac{rad}{s}$	momento angular L	Nms	ángulo ϕ	rad
FLUIDODINAMICA	presión P	$\frac{N}{m^2}$	caudal Q	$\frac{m^3}{s}$	impulso del fluido Γ	$\frac{N.s}{m^2}$	volumen V	m ³
ELECTRO-MAGNETISMO	tensión U	V	corriente i	A	flujo magnético Φ	V.s	carga eléctrica q	C
TERMODINAMICA	temperatura absoluta T	°K	flujo de entropía S	$\frac{J}{°K}$			entropía S	J/°K

II. DIAGRAMAS DE ENLACES: VARIABLES Y ELEMENTOS

Los DE constan de símbolos comunes a diversos dominios de la Física usuales en la Técnica, estando las magnitudes físicas representadas por variables generalizadas. Esta generalización clasifica cuatro tipos de variables necesarias para un análisis unificado de los Σ Q. En MacFarlane (1964), Lindsay & Katz (1978) y Karnopp & Rosenberg (1983) pueden consultarse diversos criterios de clasificación. En la Tabla I se definen las variables generalizadas y se da la correspondencia, de acuerdo con el criterio aquí adoptado, con variables de potencia y de energía de algunos dominios de la Física. Hay que considerar una quinta variable, independiente por excelencia en la Física clásica y común a todos sus dominios, esencial tratándose de problemas dinámicos: el tiempo. La simplicidad de la Tabla exige de mayores comentarios.

Los símbolos comunes mencionados son una representación ideal y unificada de elementos que manifiestan fenómenos energéticos básicos observados en la Física: generación, conservación y disipación de energía; conservación de potencia. La Tabla II muestra una simbología que, aunque básica, permite modelar buena cantidad de sistemas de relativa complejidad técnica.

El DE de un Σ Q se compone de estos símbolos que, en consecuencia, deben ser aptos para representar tanto la estructura como los elementos interactuantes del sistema y el medio exterior.

El sistema de la Fig 1 permite ilustrar la esencia de los DE y las categorizaciones y propiedades expuestas en la Tabla II. Se trata de un motor de corriente continua y excitación independiente (su puesta constante), que mueve un sistema mecánico. Las hipótesis y simplificaciones realizadas se desprenden del pasaje del Σ real (Fig 1a) al Σ ideal (Fig 1b).

T A B L A II Simbología básica de los DE

FENOMENO ENERGETICO	CLASE		ELEMENTOS				EJEMPLOS TECNICOS	
			SIMBOLO	NOMBRE	POTENCIA ENERGIA	RELACION CONSTITUTIVA		
Generación de Energía	FUENTES	MONOPUERTAS	$S_e \xrightarrow{e(t)}$	Fuente de esfuerzo	$\dot{P} = e(t) \cdot f$ entregada	$e(t)$ independiente	Gravedad/ Fuente de f.e.m.	
			$S_f \xrightarrow{f(t)}$	Fuente de flujo	$\dot{P} = e \cdot f(t)$ ent.	$f(t)$ independiente	Fuente corriente/Bomba hidr.	
Disipación de energía	DISIPADORES		$R \xleftarrow{\frac{e}{f}}$	Resistor	$\dot{P} = e \cdot f$ disipada	$\Phi(e, f) = 0$	Rozamiento Electroresistor	
Conservación de Energía	ALMACENADORES		$C \xleftarrow{\frac{e}{f}}$	Capacitor	$\dot{E} = \dot{E}_0 + \int_{t_0}^t e(q) dq$ almacenado	$f - \frac{dq}{dt} = 0$ $\Phi(e, q) = 0$	Elasticidad de materiales/Líquido de agua	
			$I \xleftarrow{\frac{e}{f}}$	Inercia	$\dot{E} = \dot{E}_0 + \int_{t_0}^t f(p) dp$ alm. p_0	$e - \frac{dp}{dt} = 0$ $\Phi(f, p) = 0$	Inductancia/Inercia mecánica/Inercia fluid.	
Conservación de Potencia	ACOPLADORES	MULTIPUERTAS	$\xrightarrow{\frac{e}{f}}$	Enlace	$\dot{P} = e \cdot f$ transferida		Cardan (ideal) Línea eléctrica	
	ACOPLADORES		$\xrightarrow{1} \xrightarrow{TF} \xrightarrow{2}$ m	Transformador	$\dot{P} = \dot{P}_1 - \dot{P}_2 = 0$ absorbida	$e_2 - m \cdot e_1 = 0$ $f_1 - m \cdot f_2 = 0$	Piñón-cremallera Pistón-cilindro	
	CONVERSORES		$\xrightarrow{1} \xrightarrow{GY} \xrightarrow{2}$ m	Girador	$\dot{P} = \dot{P}_1 - \dot{P}_2 = 0$ abs.	$f_2 - m \cdot e_1 = 0$ $f_1 - m \cdot e_2 = 0$	Giróscopo/Conversión electr-energ.	
	VINCULOS		$\xrightarrow{1} \xrightarrow{1} \xrightarrow{2}$ n	Vínculo uno	$\dot{P} = \sum_{j=1}^n \dot{P}_j = 0$ abs.	$f_1 \dots f_n = f$ $\sum_{j=1}^n e_j = 0$	Velocidad común	
			$\xrightarrow{1} \xrightarrow{0} \xrightarrow{2}$ n	Vínculo cero	$\dot{P} = \sum_{j=1}^n \dot{P}_j = 0$ abs.	$e_1 \dots e_n = 0$ $\sum_{j=1}^n f_j = 0$	Serie mecánica Circuito paralelo	

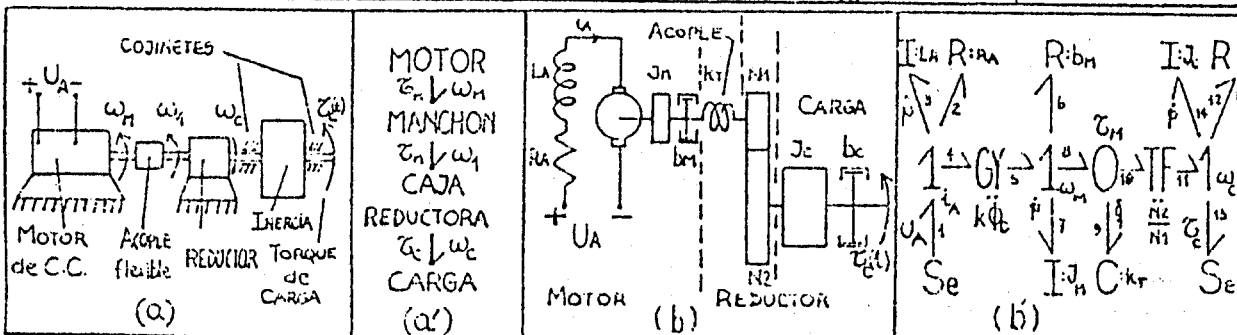


Fig. 1 : Sistema electromecánico y diagramas de enlaces asociados

La fig 1a' presenta una subdivisión en cuatro subsistemas que intercambian potencia (torque $\times$ velocidad angular) a través de los ejes, aquí supuestos sin masa e infinitamente rígidos y representados por los enlaces, a los cuales se asignó un sentido de flujo de potencia positivo (señal flechas) natural (del motor a la carga). Se conviene notar junto a cada enlace sus variables de potencia asociadas: arriba o a la izquierda el esfuerzo (torque en el ejemplo); abajo o a la derecha al flujo.

En la Fig 1b' se tiene un DE del Σ idealizado de la Fig 1b. Todos los elementos del sistema electromecánico se han supuesto lineales, para lo cual no hay ninguna razón intrínseca a los DE. Aquí se adoptó este criterio porque ello permite, distinguir en Figs 1b y b' a cada elemento con un parámetro físico, facilitando por lo tanto la identificación de las correspondencias entre los elementos de ambos modelos.

El vínculo 1 identificado con la corriente i_a representa la estructura serie del circuito de armadura del motor. Este vínculo une la fuerza de esfuerzo S_e (alimentación de armadura del motor), el resistor R , la inercia I (resistencia e inductancia de armadura, respectivamente) y el lado eléctrico del girador GY , elemento que representa, en este caso, la conversión electromecánica de energía en el motor. A la velocidad ω_m gira el rotor del motor, almacenando energía en su masa rotante (I , parámetro J_m) y disipándola por fricción (R , coeficiente de frotamiento). La potencia en el eje del motor ($C_m \times \omega_m$) fluye al resto del Σ a través de la estructura serie mecánica (resumida por el vínculo 0 correspondiente al torque τ_m) común al eje del motor (enlace 0), al manchón y al eje de entrada a la caja de engranajes. El manchón se modela idealmente como el capacitor C , que almacena energía en dependencia del ángulo de deformación elástica entre sus extremos. La caja, también supuesta ideal, se representa mediante el transformador TF que transfiere toda la potencia de su eje de entrada al de salida, donde queda disponible para la carga, cuyos elementos están vinculados por una velocidad común ω_c . El torque de carga se ha supuesto independiente del sistema y por ello modelado como una fuerza de esfuerzo que consume energía.

El paso de Fig 1a a Fig 1b se hizo bajo la hipótesis de un sistema de parámetros concentrados, ineludible para el empleo de DE. Además, se ha combinado simbología elemental para representar fenómenos energéticos distintos que se manifiestan integrados en un mismo elemento real; es el caso de resistencia, inductancia y f.c. e.m. en el arrullamiento de armadura.

Se ha clasificado como acopladores a los conservadores de potencia que no modifican el tipo de energía que manejan. Los convertidores, por lo contrario, sí lo hacen.

Los GY se diferencian de los TF en que vinculan algebraicamente variables de esfuerzo y de flujo en forma "cruzada", y no como estos últimos que relacionan esfuerzos entre sí y flujos entre sí.

Los vínculos, como ilustra el ejemplo, son elementos netamente estructurales sin materialización física concreta, que representan la disposición de elementos en el Σ . Los TF y GY también reflejan estructura, pero pueden tener una realidad material, como en este ejemplo. Recordando la definición de sistemas, se distinguen dos clases de componentes de los DE: los que representan las entidades interactuantes (generadores, disipadores, conservadores de energía) de un lado, y los que reflejan la estructura del $\Sigma(\Phi\Delta)$, del otro. Los primeros son elementos monopuertas y los segundos multipuertas, designación que obedece a la cantidad de enlaces asociables al componente. La idea de puerta es la de un punto o lugar donde se intercambia potencia, pero no referido al espacio físico, sino a uno donde las coordenadas son el conjunto de pares de variables de potencia (e, f) necesarios para expresar la potencia neta intercambiada por el elemento.

Cada elemento relaciona todas las variables de potencia de sus enlaces adyacentes, entre sí y con sus variables internas de energía, según las leyes generales de su tipo. Esta ley, precisadas sus parámetros, se denomina Relación Constitutiva del elemento y es equivalente a una definición del mismo. En la Tabla II se resumen las Relaciones constitutivas (RelaC) en forma implícita.

En virtud de la clasificación y designación generalizada de variables resulta una equivalencia entre RelaCs de elementos ideales estándar de diversas ramas técnicas, lo cual se traduce en una analogía entre los elementos mismos a través de su comportamiento. Hay que hacer notar que la analogía no es única, ya que de haberse hecho otra clasificación de variables, como por ejemplo en Takahashi y otros (1970), hubiesen resultado otros elementos análogos, aunque siempre dentro de la misma clase de fenómeno energético representado.

La Fig. 2, denominada Cuadrilátero de Estado (Thoma, 1974), muestra las interrelaciones entre todas las variables de potencia y de energía, y los elementos por sobre los que éstas se realizan.

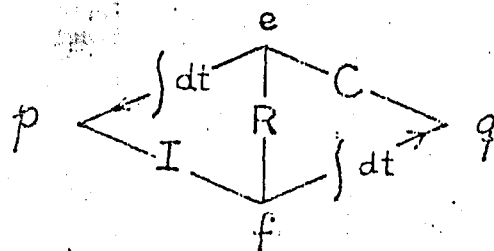


Fig. 2 Cuadrilátero de Estado

III. PROCEDIMIENTO GENERAL DE FORMULACION DE LOS DIAGRAMAS DE ENLACES

El DE se formula sobre un $\Sigma\phi$ idealizado, producto de las hipótesis simplificatorias acordes con el problema planteado sobre el sistema físico real. El modelado consta de cuatro etapas.

1ra etapa: Representación de la estructura

La estructura de todo el sistema resulta del acoplamiento de unidades estructurales elementales (O_s, I_s, TFS, GYs) mediante enlaces. El primer paso (Fig. 3a) en su representación consiste en colocar vínculos 0 ó 1 denotando la disposición de grupos de componentes del Σ que comparten una variable de esfuerzo o una de flujo. Estos vínculos pueden interpretarse como generalización (gráfica) de leyes como las de Kirchhoff en Electricidad o de D'Alembert en Mecánica (ver sus Relacs en Tabla II). El segundo paso prescribe ligar los vínculos de las estructuras elementales mediante elementos que verifiquen las relaciones entre las variables por ellas representadas. Se incorporan así O_s, I_s, TFS y GYs , como muestra la Fig. 3b, trazo grueso.

2da etapa: Incorporación de los componentes del sistema

En la estructura obtenida están intergrados los componentes del Σ . Se los incorpora "conectándolos" mediante enlaces a los vínculos caracterizantes de las variables asociadas a, o a las cuales "trabajan" los elementos (Fig. 3b, trazo fino).

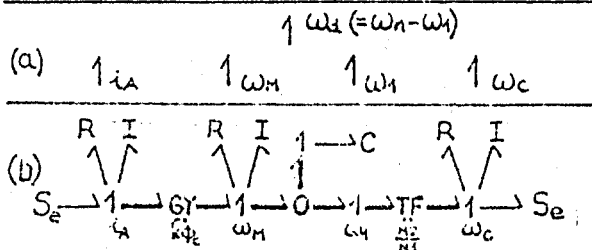


Fig. 3 Etapas en la formulación del DE

3ra etapa: Asignación del flujo de potencia

El sentido del flujo de potencia a asignar queda definido por las convenciones de sentido positivo adoptado en el $\Sigma\phi$ idealizado para las variables de potencia de la estructura. Se representa (Fig. 3b) mediante una semiflecha en un extremo de cada enlace, dirigida hacia el elemento para indicar potencia entrante o positiva, y desde el elemento para saliente o negativa. En los vínculos 0 y 1 los signos de las ecuaciones de flujos y de esfuerzos, respectivamente, coinciden con los del balance de potencia (ver Tabla II).

4ta etapa: Simplificaciones

Se basan en eliminar los enlaces que no transportan potencia o que son redundantes. Toda cadena de vínculos bipuerta con sentido pasante de flujo de potencia puede simplificarse por un solo enlace.

Si el flujo no es pasante debe tenerse precaución en la simplificación. Después de haberla realizado en la Fig. 3b se arriba al DE de la Fig. 4b.

Según el dominio físico de trabajo se puede precisar aún más el procedimiento aquí formulado (ver Karnopp & Rosenberg, 1983).

IV. CAUSALIDAD Y MODELOS ALTERNATIVOS

La causalidad indica, con referencia a un elemento del DE, las relaciones causa-efecto, la dependencia, entre todas las variables de potencia de sus enlaces adyacentes. Las variables que inciden sobre el elemento son llamadas causas o entradas y las determinadas por el elemento segun sus Relacs son los efectos o salidas. De esta manera los elementos de los DE pasan, además de representar un fenómeno energético a ser considerados como procesadores de información (las variables de potencia) según sus Relacs. Así, el DE con la información causal en todos sus enlaces y computacional en cada elemento proporciona:

la estructura física de intercambio de energía y el tipo de fenómeno energético que tiene lugar en cada elemento del Σ

la estructura matemática de procesamiento de las magnitudes físicas o señales del Σ , en una forma completamente equivalente a la en que lo hace el diagrama de bloques (DB) del sistema.

La Fig. 4 (a y b) muestra las dos formas posibles de la causalidad sobre un enlace entre dos partes de un Σ , utilizando la simbología para flujo de señal usual en DB o grafos. Dado que hay sólo dos opciones estas se pueden codificar como en Fig. 4a y b; forma adoptada por ser gráficamente más conveniente. Intencionalmente no se ha indicado el sentido de flujo de potencia convenido en el enlace, pues la causalidad es completamente independiente de él.

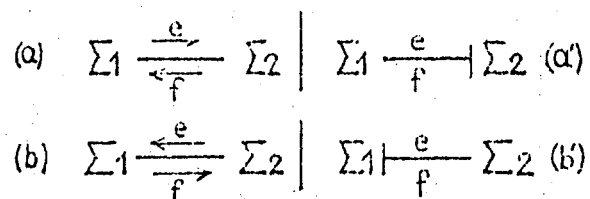


Fig. 4: Alternativas causales en un enlace

Es obvio que la causalidad de causa (entrada) o efecto (salida) de una señal debe referirse a uno de ambos subsistemas.

Dado un elemento y sus enlaces adyacentes, el conjunto de las combinaciones admisibles de barras causales en los enlaces es determinado por las restricciones impuestas a las variables de potencia por las Relacs del elemento. La Tabla III clasifica todas las causalidades admisibles para los distintos elementos de acuerdo a un criterio de "necesidad decreciente". Los dos posibilidades causales de los almacenadores de energía (AE) se denominan causalidad integral (KI) y causalidad derivada (KD).

tiva (KaD) en clara alusión a las operaciones involucradas en cada caso. La KI significa que la energía del almacenador no depende (algebraicamente o según alguna función) de las variables del Σ , sino que el AE la fija con independencia de ellas. Esto se observa en las expresiones tanto para la energía (Tabla II) como para la variable de energía (Tabla III) de cada AE, donde la condición inicial es arbitraria,

(depende sólo de la historia del elemento). Por ello, las variables de energía de los AEKI se dicen independientes. Todo lo contrario ocurre en los AEKaD, por lo cual la variable de energía, y con ello la energía misma, es (algebraicamente o según alguna función) dependiente. Ya que hay una situación causal (la KI) que denota el funcionamiento natural del AE, éstos se dicen de tipo causal preferencial.

TABLA III Causalidades admisibles: formulaciones equivalentes

I I P D CAUSAL		N N T A C T U N		M A T E M A T I C A	
		G R A F I C A			
		D E			
Necesario		$S_e \frac{e(t)}{f(t)}$	$e(t) \longrightarrow$	$e(t)$ independiente del sistema	
		$S_f \frac{f(t)}{e(t)}$	$f(t) \longrightarrow$	$f(t)$ independiente del sistema	
Restringido		$\frac{1}{1} \frac{TF}{m} \frac{2}{2}$	$e_1 \longrightarrow [m] \longrightarrow e_2$	$e_2 = m e_1 ; f_1 = m f_2$	
		$\frac{1}{1} \frac{TF}{m} \frac{2}{2}$	$f_1 \longleftarrow [m] \longleftarrow f_2$	$e_1 = m e_2 ; f_2 = m f_1$	
		$\frac{1}{1} \frac{GY}{m} \frac{2}{2}$	$e_1 \longrightarrow [m] \longrightarrow e_2$	$f_2 = m e_1 ; f_1 = m e_2$	
		$\frac{1}{1} \frac{GY}{m} \frac{2}{2}$	$f_1 \longleftarrow [m] \longleftarrow f_2$	$e_2 = m f_1 ; e_1 = m f_2$	
		$\frac{1}{1} \frac{f_j}{f_j} \frac{J}{J}$	$e_1 \longrightarrow [f_j] \longrightarrow e_j$	$f_1 = f_j ; \dots ; f_n = f_j$	
		$\frac{1}{1} \frac{e_j}{e_j} \frac{J}{J}$	$f_1 \longleftarrow [f_j] \longleftarrow f_j$	$e_j = f_j ; \dots ; e_n = f_j$	
Preferencial	Integral	$C \frac{e}{q=f}$	$f \longrightarrow [q] \xrightarrow{q_0} [e(.)] \longrightarrow e$	$e = e(q)$ $q(t) = q_0 + \int_{t_0}^t f(\tau) d\tau$	
	KI	$I \frac{p=e}{f}$	$e \longrightarrow [p] \xrightarrow{p_0} [f(p)] \longrightarrow f$	$f = f(p)$ $p(t) = p_0 + \int_t^t e(\tau) d\tau$	
	Derivativa	$C \frac{e}{q=f}$	$e \longrightarrow [q(.)] \xrightarrow{q} \left[\frac{d}{dt} \right] \longrightarrow f$	$f = \frac{d}{dt} q(t) ; q = q(e)$	
	KaD	$I \frac{p=e}{f}$	$f \longrightarrow [p(.)] \xrightarrow{p} \left[\frac{d}{dt} \right] \longrightarrow e$	$e = \frac{d}{dt} p(t) ; p = p(f)$	
Arbitrario		$R \frac{e}{f}$	$f \longrightarrow [e(.)] \longrightarrow e$	$e = e(f)$	
		$R \frac{f}{e}$	$e \longrightarrow [f(.)] \longrightarrow f$	$f = f(e)$	

Procedimiento de Asignación de Causalidad (PAC)

Asignando la causalidad a todos los enlaces, numerándolos y notando sus variables de potencia en forma generalizada y según la numeración, se obtiene un DECO (diagrama de enlaces complementado y organizado). Para que el procesamiento de las señales en el DECO reproduzca correctamente la interdependencia de las magnitudes físicas en el sistema, el DECO debe confeccionarse de la siguiente manera:

1) Asignar las barras causales en secuencias que comiencen (en tanto posible) en elementos generadores de información independiente del Σ , dentro de los intervalos de tiempo en consideración. Estos son las fuentes (generan una variable de entrada) y los AE (pueden proveer una información de condición inicial).

2) Respetar la jerarquía de necesidad decreciente de la Tabla III para el orden

de ejecución de las secuencias.

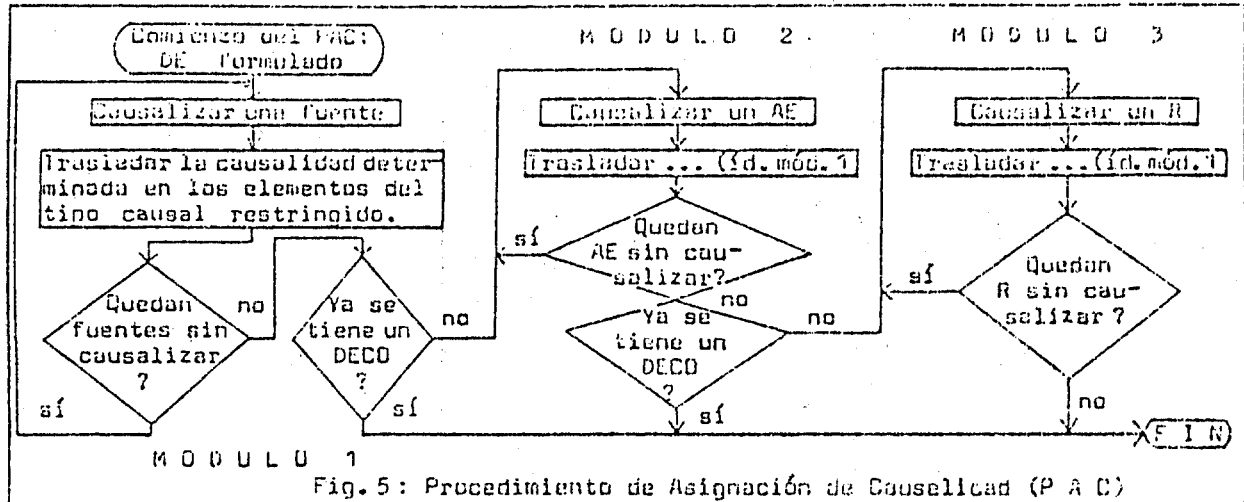
3) Desarrollar cada secuencia completando en los elementos de causalidad restringida la situación causal inducida por el primer paso de la secuencia.

4) De no ser posible el cumplimiento del primer punto, generar la secuencia a partir de los resistores.

La Fig.5 un PAC algorítmico basado en los principios anteriores, que consta de tres módulos, a cada uno de los cuales corresponde un conjunto de secuencias de igual tipo. La Fig.6.1 ilustra su empleo en el DECO correspondiente a la Fig.4b. En su construcción cabe más de una posibilidad. De haber tomado C₉ como cabeza de la secuencia (c), se hubiera tenido otro conjunto de secuencias, aunque el mismo DECO. Excepto los casos de culminar el PAC en el módulo 1, o en el módulo 2 con sólo AEKIs, el DECO no tiene porqué ser único, como la Fig.6 lo muestra. En la Fig.6.2, C₄ y C₈

son causalmente dependientes, lo cual puede manifestarse como q_i dependiente de q_j (Fig. 6.2a) o viceversa (Fig. 6.2b). Los AE dependientes tienen, obviamente, causalidad derivativa. En la Fig. 6.1 se obtiene el DECO del módulo 2 del PAC con KI exclusivamente (DECOKI). En la Fig. 6.2 el producto del módulo 2 es, en caso, un DECO donde hay AE con h_{AD} (DECO h_{AD}).

En la Fig. 6.3 los disipadores R_3 y R_7 están causalmente acoplados (CA). En los casos a y b, que indican las dos situaciones causales posibles para cada resistor, sus salidas son algebraicamente interdependientes. Esto implica un lazo algebraico, evidente en el DB o aún en el DECO, como a qui lo muestran las flechas causales recíprocamente acotadas. El módulo 3 del PAC provee un DECOA, eventualmente con AE h_{AD} .



Modelos alternativos del Σ

Debido a contener la información completa sobre la estructura matemática del procesamiento de señal en el Σ , el DECO es equivalente a un modelo matemático del mismo formulable algorítmicamente a partir de él, bajo la forma de ecuaciones de estado (EE). También es posible obtener directamente del DECO el DB o el grafo de flujo de señal del Σ .

Diagrama de bloques: Para su obtención basta con reemplazar:

// cada enlace por dos flechas indicadores del sentido del flujo de sus variables de potencia, según la causalidad y la codificación de la Fig. 4; y

// cada componente del DECO por su DB elemental (Tabla III). Después sólo resta un trabajo de ordenamiento para la presentación usual de los DB.

Ecuaciones de estado:

Para la variable de energía de cada AEI se escribe una EE. El vector de estado se compone de las variables de energía de los n AEKIs del Σ , a las cuales eventualmente se agrega alguna otra variable (p.ej. el ángulo de la carga I_{14} en la Fig 6.1), cuya ecuación se obtiene fácilmente por inspección. Si bien es entonces el orden del Σ mayor o igual que n , esómate a los fines de este trabajo la igualdad.

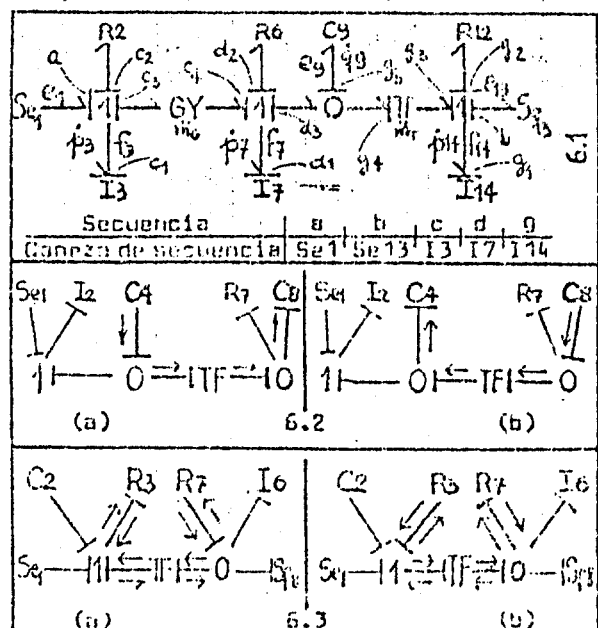
Para el j -ésimo AEKI se debe escribir la EE siguiente:

$$\dot{x}_j = f_j(x_1, \dots, x_n, u_1, \dots, u_m, t); j \in n \quad (6)$$

donde x_j es una variable generalizada p o una q , según el AEKI sea un elemento I o un C, respectivamente. Observando el DECO

de la Fig. 6.1 se ve que $\dot{x}_j$ (esto es, $\dot{p}_j$ o $\dot{q}_j$) es la variable de potencia (e o $\dot{p}$) entrante al elemento. De aquí se infiere un método para obtener la EE (6): debe leerse, remontando la causalidad, la dependencia de $\dot{x}_j$ de las x_k y u_l ($k \in n, l \in m$). Haciendo n veces este proceso se obtiene la EVE (1) Con igual criterio se explicitan las salidas y_i ($i \in p$) del sistema.

La Tabla IV expone compactamente y bajo la forma de estruotograma tres procedimientos algorítmicos de formulación de la EVE, basados en las ideas previas.



El módulo PROFEXI resulta de la aplicación directa de la idea central. El módulo PROFEXAD salva el hecho de que en un AEXAD la variable p o q no es entrada sino salida del elemento; además, por la dependencia de la variable de energía no es necesario escribir una ecuación diferencial para ella, con lo que el AEXAD no contribuye a aumentar el orden del sistema.

TABLA IV Procedimientos de formulación de los LC de un SGA(PROFE)

Módulo VECTORES Identificar y notar sobre el DECO las variables de los siguientes vectores : $\dot{x} := [\dot{x}_1, \dots, \dot{x}_n]^T$, (transpuesto del) vector de las variables de potencia, derivadas de las variables (independientes) de energía de los n AEXIs $z := [z_1, \dots, z_n]^T$, vector auxiliar de las covariables de potencia de los n AEXIs. $u := [u_1, \dots, u_m]^T$, vector de las variables independientes (de entrada) de las m fuentes. VECTOR DE ESTADO: $x := [x_1, \dots, x_n]^T$		
Módulo RELAC Expresar las Relaciones Constitutivas $z = \phi(x)$, $\phi: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$		
1	2	DECOKI $\rightarrow 1$ DECOKAD $\rightarrow 2$ DECODA $\rightarrow 3$
Módulo PROFEXI	Módulo PROFEXAD	Módulo PROFEDA
Módulo PROFEXI Remontando la causalidad, leer del DECO: $\dot{x}_j = \tilde{f}_j(z, u, t)$, $j \in n$ (7) Reemplazar z según el módulo RELAC: $\dot{x}_j = f_j(x, u, t)$, $j \in n$ (6')		
Módulo PROFEXAD Módulo VECTORES para: $\dot{x}_d := [\dot{x}_{d1}, \dots, \dot{x}_{dd}]^T$, vector de las variables de potencia derivadas de las variables (dependientes) de energía de los d AEXADs. $z_d := [z_{d1}, \dots, z_{dd}]^T$, vector de las covariables de potencia de los d AEXADs. Módulo RELAC para $z_d = \phi_d(x_d)$ Leer del DECO: $\dot{x}_j = \tilde{f}_j(z, \dot{x}_d, u, t)$, $j \in n$; $z_{d1} = \tilde{f}_1(z, u, t)$; $i \in d$ Reemplazar, según el módulo RELAC, $\dot{x}_d$: $x_d = \phi^{-1}(z_d) \rightarrow x_{d1} = \phi_1^{-1}(\tilde{f}_1(z, u, t) - \hat{f}_1(x, u, t))$ $\dot{x}_{d1} = \frac{d}{dt} \hat{f}_1(x, u, t) = \hat{f}_1(x, \dot{x}, u, \dot{u}, t) \rightarrow \dot{x}_d$ Reemplazar en $\dot{x}_j$ y utilizar RELAC: $\dot{x}_j = \tilde{f}_j(x, \dot{x}_d, u, \dot{u}, t) \rightarrow \dot{x}_j = f_j(x, u, \dot{u}, t)$		

Módulo PROFEDA
Módulo VECTORES para: h , vector auxiliar de las variables de salida de los DA
Utilizando las RELAC y leyendo el DECO escribir: $\dot{x}_j = \tilde{f}_j(x, u, h, t)$ $h_i = \tilde{f}_i(x, u, h, t)$, $i \in k$, núm.DA
Operando, obtener: $h_i = \tilde{f}_i(x, u, t)$ y reemplazando: $\dot{x}_j = f_j(x, u, t)$, $j \in n$

El módulo PROFEDA permite resolver el problema del lazo algebraico introducido por los disipadores causalmente acoplados. De haber DA y AEXAD deben combinarse los módulos, o eliminarse la KAD mediante el algebra de los DE (Kornopp & Rosenberg, 1983) o debe eventualmente replantearse el modelo.

La EVE que se obtiene del DECO de Fig. 6.1, agregando una ecuación para el ángulo ϕ , es la siguiente:

$$\begin{bmatrix} \dot{p}_3 \\ \dot{p}_7 \\ \dot{q}_9 \\ \dot{p}_{14} \\ \dot{q}_{14} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_2 I_3^{-1} & -m_6 I_7^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ m_6 I_3^{-1} & -R_6 I_7^{-1} & -C_9^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & I_7^{-1} & 0 & -m_T I_{14}^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & m_T C_9^{-1} & -R_4 I_{14}^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{14}^{-1} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_3 \\ p_7 \\ q_9 \\ p_{14} \\ q_{14} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_3 \end{bmatrix}$$

La formulación de la primera línea de la EVE anterior ilustraré la utilización del PROFEXI:

Módulo VECTORES $x = [p_3, p_7, q_9, p_{14}]^T$; $u = [e_1, e_{13}]^T$

$$z = [f_3, f_7, q_9, f_{14}]^T$$

Módulo RELAC
 $f_3 = I_3^{-1} p_3$; $f_7 = I_7^{-1} p_7$
 $q_9 = C_9^{-1} q_9$; $f_{14} = I_{14}^{-1} p_{14}$

Módulo PROFEXI
 $\dot{p}_3 = e_1 - e_2 - e_4 = e_1 - R_2 f_2 - m_6 f_5$

(7) $\rightarrow \dot{p}_3 = -R_2 f_2 - m_6 f_5 + e_1$

(6') $\rightarrow \dot{p}_3 = -R_2 I_3^{-1} p_3 - m_6 I_7^{-1} p_7 + e_1$

Simulación Digital:

Es evidente en los procedimientos de criptos que cualquier variante de MM apto a los fines computacionales puede obtenerse algorítmicamente del DECO, con diferencias puramente formales en lo procedimental, ya que todo deviene de un único concepto básico: la causalidad. Los PROFES detallados son prácticamente programas en meta-lenguaje para formular EF, cuya resolución puede encerrarse con métodos analíticos o numéricos.

No obstante dicha posibilidad, programas como el clásico CSMP de IBM realizan la simulación digital (SD) del proceso dinámico leyendo directamente el DE, obviando la formulación de las EE. Ahora bien, siendo el DE extensible algorítmicamente a partir del DE, es evidente que también puede ejecutarse el paso DE $\rightarrow$ DE por programa y por lo tanto elaborar uno que lea la información directamente del DECO. Esto es precisamente lo que hacen algunos programas interactivos de SD, como el ENPORT (Karnopp & Rosenberg, 1983) y el TUTSIM, este último desarrollado en la Universidad de Twente, Holanda.

V. CONCLUSIONES

A la reducida simbología aquí introducida (Tabla II), el desarrollo de la metodología ha agregado nuevos elementos, que corresponden a nuevos y más amplios conceptos. Entre los más relevantes se cuentan los de sistemas multipuertas (Karnopp & Rosenberg, 1983) y sus correlativos de campos de componentes (almacenadores, disipadores) y estructuras de vínculos (Thoma, 1974). Una muy completa bibliografía, que permite seguir el avance teórico y de aplicación del método, es listada en Gebben (1979) y en Bos y Breckveld (1983), indicándose trabajos que abarcan desde sistemas termoquímicos hasta biológicos, incluyendo sistemas socioeconómicos.

Si bien aquí se presentó la manipulación de los DE sobre un ejemplo electromecánico, todo lo expuesto los exhibe como un lenguaje descriptivo único, generalizado para los distintos dominios de la Física y revelador simultáneo de las estructuras físicas y computacional de los $\Sigma\Phi\Delta$. Su aplicabilidad está condicionada por la validez en el problema dinámico de las hipótesis de parámetros concentrados y de flujo de potencia entre las partes del Σ expresable como producto de dos variables.

El conjunto de procesos ejecutados en el ciclo de modelado por el especialista (Isermann, 1974) es sistematizado e incorporado por los DE, siendo ésta la clave de su valor como aporte metodológico al Modelado Analítico Teórico.

La descripción de $\Sigma\Phi\Delta$ en el espacio de estado ha sufrido, no obstante proveer poderosos métodos teóricos de análisis y de síntesis, no pocas críticas debido a las dificultades que ofrecen los Σ industriales para hallar sus EE. Aquí también contribuyen los DE de manera destacada brindando un método práctico para su formulación. Asimismo, el constituir un modelo apto para su directa SD es una ventaja fundamental desde una óptica ingenieril moderna.

Estando fundamentados en unos pocos elementos y conceptos básicos de la Física y de la Matemática, y ofreciendo resultados profundos en el modelado y en la descripción de $\Sigma\Delta$, los DE son acreedores de

un lugar destacado en un curriculum ingenieril.

La escasa difusión alcanzada por los DE, a pesar de su eficacia prácticamente probada desde hace ya más de una década, constituye una desventaja que este trabajo se propone contribuir a eliminar.

VI. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- Bos, A.M.R. Breckveld, P.C., (1983). "Bond Graph Bibliography". Technical University Twente, P.O.B. 217, 7500 Enschede, Países Bajos.
- Brockett, R., (1970). Finite Dimensional Linear Systems, John Wiley & Sons.
- Chen, C., (1970). Introduction of Linear System Theory, Holt, Rinehart & Winston.
- Gebben, V., (1979). "Bond Graph Bibliography". J. Franklin Inst., vol. 306, no. 5: 361-369.
- Karnopp, D. & Rosenberg, R., (1983). Introduction to Physical System Dynamics, McGraw-Hill.
- Lindsay, J. & Katz, S., (1978). Dynamics of Physical Circuits and Systems, Matrix P.
- Mac Farlane, A., (1964). Engineering Systems Analysis, Harrop & Co., London.
- Ogata, K., (1967). State Space Analysis of Control Systems, Prentice-Hall.
- Ogata, K., (1974). Ingeniería de Control Moderna, Edico. del Castillo, Madrid, España, (1970 by Prentice-Hall).
- Takahashi, Y.; Rabins, J. & Auslander, D.M., (1970). Control and Dynamic Systems, Addison-Wesley.
- Thoma, J., (1974). Grundlagen und Anwendungen der Bondiagramme, Girardet, Essin.
- Zadeh, L. & Desoer, C., (1963). Linear System Theory - the State Space Approach, McGraw-Hill.
- Isermann, R., (1974). Prozessidentifikation, Springer Verlag.