UNIVERSIDAD NACIONAL DE ROSARIO

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS,
INGENIERIA Y AGRIMENSURA.

Departamento de-SIRE FCEIA SISTEMAS DE REPRESENTACION

Proyección Axonométrica

AUTOR: Ing. Carlos A. Carranza

Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura

Avda. Carlos Pellegrini 250
Tel. (0341) 4802650 / 4802652
Web Home: www.fceia.unr.edu.ar
Dpto. Sistemas de Representación: www.fceia.unr.edu.ar/de-sire
E-mail Secretaría Estudiantil: secestud@fceia.unr.edu.ar
E-mail Alumnado: alumnado@fceia.unr.edu.ar

Abril de 2008 – Rosario, Pcia. de Santa Fe – Argentina -

Introducción

En la representación de cuerpos mediante sus vistas se procura que los planos de proyección sean paralelos o perpendiculares a las direcciones principales de la pieza, con lo cual las vistas constituyen representaciones del cuerpo que solo muestran dos dimensiones del mismo. El objeto por medio de sus vistas queda representado realmente como es en forma y dimensiones con proyecciones que pueden obtenerse fácilmente pero que no son siempre suficientemente intuitivas, lo que requiere una imaginación preparada para formarse idea de la pieza a partir de sus vistas.

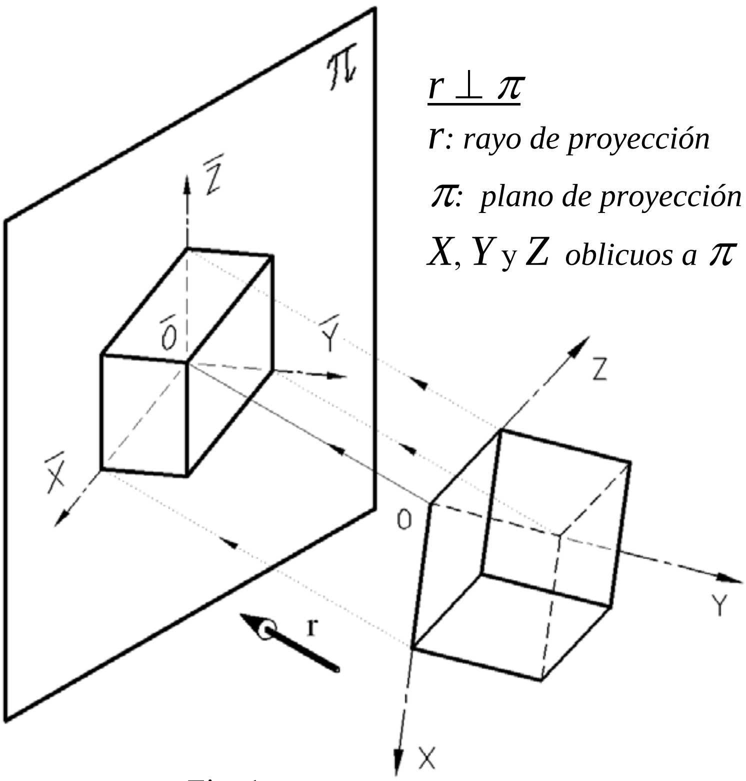
El método axonométrico consiste en representar los cuerpos sobre un plano de dibujo por medio de una sola proyección, dispuestos de cualquier manera, sin ninguna condición de paralelismo o perpendicularidad respecto del citado del plano. Es decir, que en dicha proyección se aprecian las tres direcciones principales del cuerpo, dando una idea inmediata de la forma y magnitudes del mismo.

Según que los rayos de proyección, tengan su dirección perpendicular u oblicua al plano de proyección se clasifican en:

A) Proyección axonométrica ortogonal

B) Proyección axonométrica oblicua

Proyección axonométrica ortogonal



$r \perp \pi$

r: *rayo de proyección*

π: *plano de proyección*

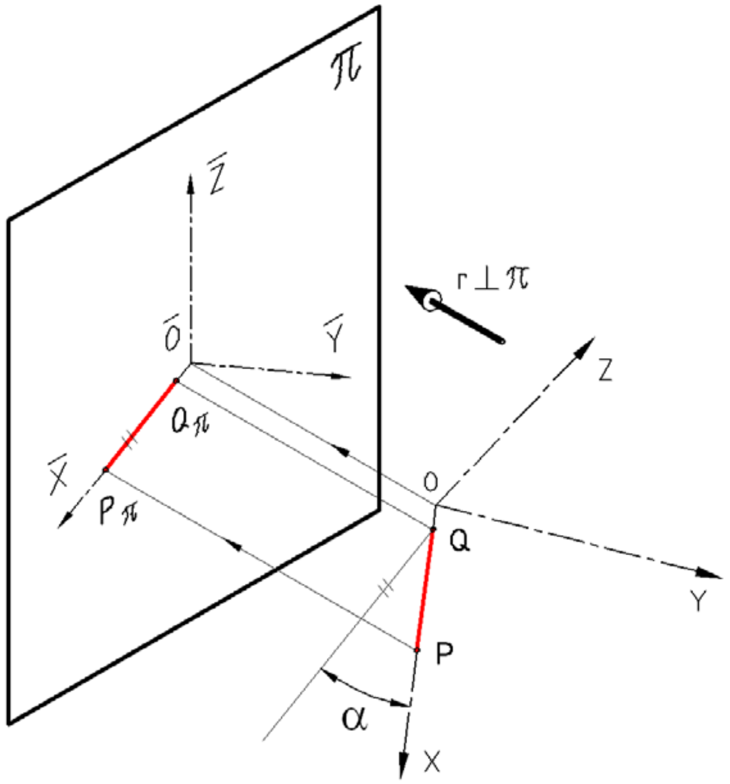
X, Y y Z *oblicuos a* π

Fig. 1

En esta proyección, la dirección del rayo de proyección resulta ser perpen_ dicular al plano de proyección π.

Se define como **"ejes coordenados de referencia"** a tres ejes perpendiculares entre sí (X, Y y Z), los cuales definen las tres direcciones principales del es_ pacio. Estos son de utilidad para ubicar cualquier punto en el espacio. Estos tres ejes definen a los tres planos coordena_ dos XY, YZ y ZX. Se define como **"ejes axonométricos"** a la proyección ortogonal de los ejes coordenados de referencia sobre el plano de proyección π, los cuales se designan $\overline{X}$, $\overline{Y}$ y $\overline{Z}$ (ver Fig. 1).

Proyección de segmentos pertenecientes o paralelos a una dirección. Coeficientes de reducción.



$$\cos\alpha = \frac{\overline{P\pi\,Q\pi}}{\overline{PQ}}$$

$\cos\alpha = Cx$ (Coeficiente de reducción para el eje X)

Fig. 2

Todo segmento paralelo o perteneciente a un eje coordenado se encuentra en po_ sición oblicua respecto del plano de proyección π, lo que significa que se proyectará con una magnitud menor que la real.

Trabajando con el eje X (ver Fig. 2), un segmento $\overline{PQ}$ perteneciente al mismo se proyectará con una magnitud menor que la real a la cual denominamos $\overline{P\pi\,Q\pi}$. La magnitud del segmento pro_ yectado dependerá del ángulo que for_ ma el eje X con el plano de proyección π (ángulo α).

Se define como "**coeficiente de reduc_ ción"** para el eje X, al coseno del ángulo α formado por el eje coordenado de referencia X con su propia proyec_ ción ortogonal $\overline{X}$.

Conclusión: Todo segmento perteneciente o paralelo al eje X, se proyecta ortogonalmente sobre el plano de proyección π con una medida menor respecto de su verdadera magnitud, la cual dependerá del coeficiente de reducción Cx.

Análogamente:

- β es el ángulo que forma el eje coordenado de referencia Y con su propia proyección ortogonal $\overline{Y}$ o con el plano de proyección π.

  $\cos\beta = Cy$ (Coeficiente de reducción para el eje Y)

- γ es el ángulo que forma el eje coordenado de referencia Z con su propia proyección ortogonal $\overline{Z}$ o con el plano de proyección π.

  $\cos\gamma = Cz$ (Coeficiente de reducción para el eje Z)

Propiedades de los coeficientes de reducción

Se omite la demostración de las siguientes propiedades de los coeficientes de reducción

1) La suma de los cuadrados de los coeficientes de reducción es igual a dos:

$$C_X^2 + C_Y^2 + C_Z^2 = 2$$

2) El cuadrado de un coeficiente de reducción es menor que la suma de los cuadrados de los otros dos:

$$C_Y^2 + C_Z^2 > C_X^2$$
$$C_X^2 + C_Y^2 > C_Z^2$$
$$C_X^2 + C_Z^2 > C_Y^2$$

Clasificación de la proyección axonométrica ortogonal

De acuerdo a la posición que tengan los ejes coordenados de referencia en el espacio respecto del plano de proyección π, la proyección axonométrica se puede clasificar en:

1) Proyección axonométrica isométrica

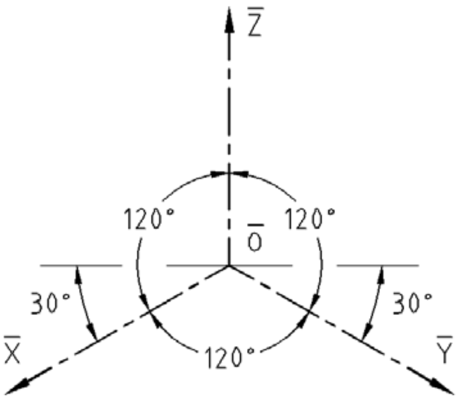


Fig. 3

Se denomina proyección axonométrica isométrica cuando los tres ejes coordenados de referencia forman el mismo ángulo con el plano de proyección π.

Es decir $\alpha = \beta = \gamma \Rightarrow Cx = Cy = Cz$

$$C_X^2 + C_Y^2 + C_Z^2 = 2 \Rightarrow C_X^2 + C_X^2 + C_X^2 = 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3\ C_X^2 = 2 \Rightarrow C_X = \sqrt{2/3} = 0{,}816...$$

$$\boxed{C_X = C_Y = C_Z = \sqrt{2/3} = 0{,}816...}$$

Los ejes axonométricos forman ángulos iguales entre sí (120º). *Estos ángulos no deben confundirse con α, β y γ, cuyos valores pueden obtenerse conociendo su coseno ($\alpha = \beta = \gamma = 35º\ 15'\ 51{,}8''$).*

2) Proyección axonométrica dimétrica

Cuando dos ejes coordenados de referencia forman el mismo ángulo con el plano de proyección π y el tercer eje un ángulo distinto, se obtiene una proyección axonométrica dimétrica. Es decir que existen infinitas posiciones de los ejes coordenados en el espacio que satisfagan con esta condición.

Dentro de los infinitos casos de proyección axonométrica dimétrica solo utilizaremos la denominada “Proyección axonométrica dimétrica normalizada” o lo que es lo mismo “Proyección axonométrica dimétrica para Ingenieros”.

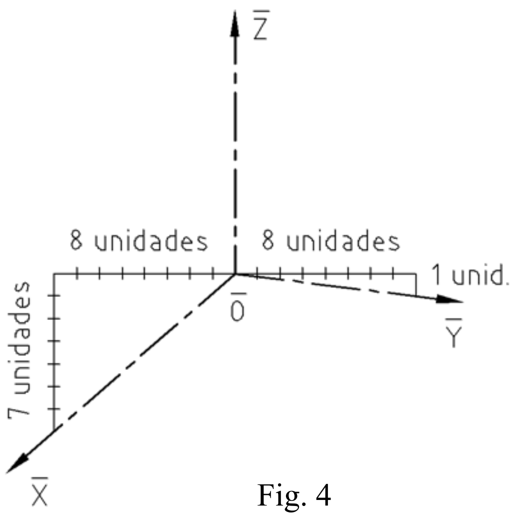


Fig. 4

Para el caso de la proyección axonométrica dimétrica normalizada se cumple lo siguiente: $\alpha \neq \beta = \gamma$

La relación entre los coeficientes de reducción **para este caso en especial** es la siguiente: $2\,C_X = C_Y = C_Z$

$$C_X^2 + C_Y^2 + C_Z^2 = 2 \;\Rightarrow\; C_X^2 + (2\,C_X)^2 + (2\,C_X)^2 = 2$$

$$\Rightarrow\; 9\;C_X^2 = 2 \;\Rightarrow\; C_X = \sqrt{2}/3 = 0{,}471...$$

$$C_Y = C_Z = 2\,C_X = 2\sqrt{2}/3 = 0{,}942...$$

$$\boxed{C_X = \sqrt{2}/3 = 0{,}471...} \quad \boxed{C_Y = C_Z = 2\sqrt{2}/3 = 0{,}942...}$$

Para dibujar los ejes axonométricos se debe tener en cuenta lo siguiente: el eje $\overline{Z}$ se dibuja en sentido vertical, mientras que el eje $\overline{X}$ debe estar orientado según la hipotenusa del triángulo rectángulo cuyos catetos miden 8 unidades en horizontal y 7 unidades en vertical (ver Fig. 4). Para ubicar el eje $\overline{Y}$, los catetos del triángulo rectángulo miden 8 unidades en horizontal y 1 unidad en vertical.

Existe una segunda variante para la proyección axonométrica dimétrica normalizada, con la cual son dos, de las infinitas proyecciones axonométricas dimétricas, con las cuales trabajaremos.

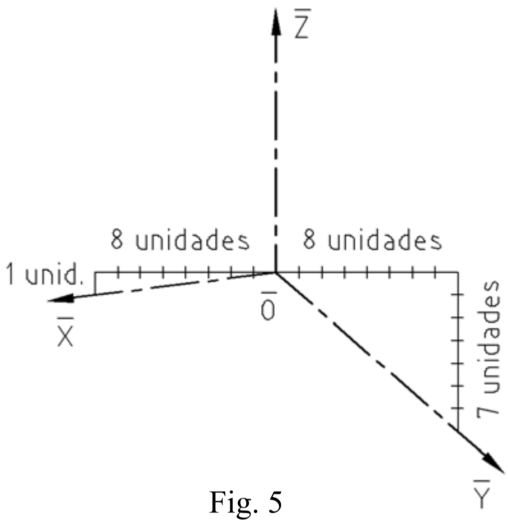


Fig. 5

Esta segunda variante (ver Fig. 5), es cuando los ejes coordenados X y Z forman el mismo ángulo con el plano de proyección π, mientras que el eje Y forma uno distinto: $\alpha = \gamma \neq \beta$

La relación entre los coeficientes de reducción para este caso en especial es la siguiente: $2\,C_Y = C_X = C_Z$

Análogamente a lo visto para la Fig. 4:

$$\boxed{C_Y = \sqrt{2}/3 = 0{,}471...} \quad \boxed{C_X = C_Z = 2\sqrt{2}/3 = 0{,}942...}$$

3) <u>Proyección axonométrica trimétrica</u>

Es aquella en la cual los tres ejes coordenados de referencia forman distintos ángulos con el plano de proyección π. Existen infinitas posiciones de los ejes coordenados en el espacio para obtener una proyección axonométrica trimétrica. Para una proyección de este tipo, los ángulos centrales entre los ejes axonométricos son todos distintos.

Ejemplo de proyección axonométrica de un cubo

1) Proyección axonométrica isométrica de un cubo de 25 mm de lado.

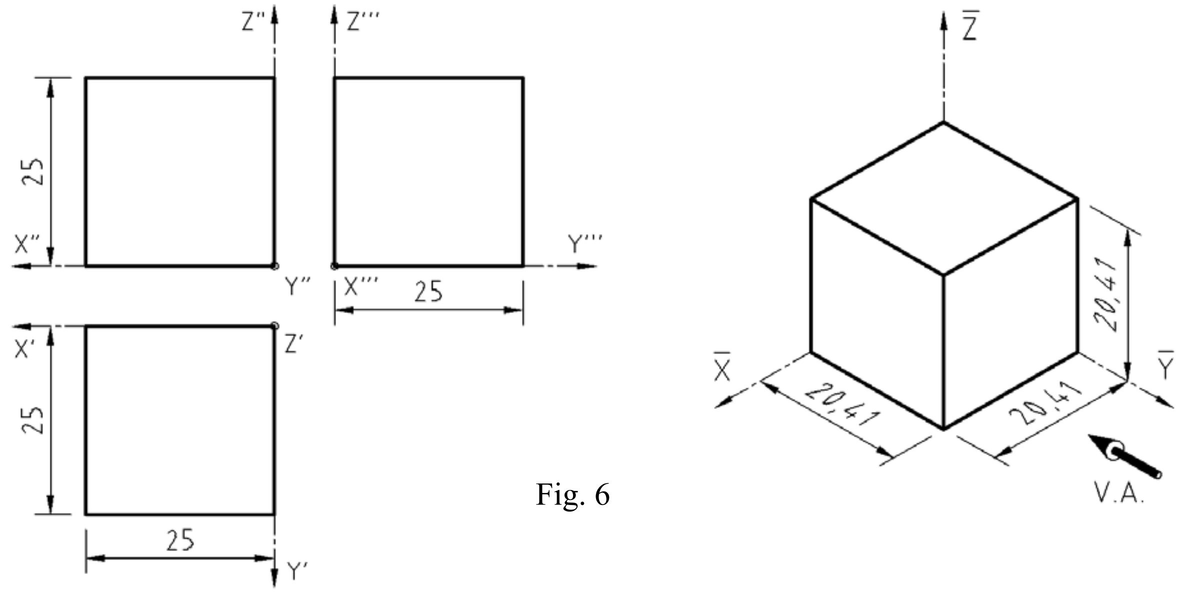


Fig. 6

Todas las aristas del cubo pertenecientes o paralelas al eje coordenado X, deben multiplicarse por el coeficiente de reducción C_X antes de dibujarlas en la proyección axonométrica isométrica. Es decir 25 mm x C_X = 25 mm x 0,816... = 20,41... mm. De igual manera para las aristas pertenecientes o paralelas a los ejes coordenados Y y Z. Todas las aristas que sean paralelas a algún eje coordenado, en la proyección axonométrica deberán dibujarse paralelas al correspondiente eje axonométrico.

2) Proyección axonométrica dimétrica normalizada de un cubo de 25 mm de lado.

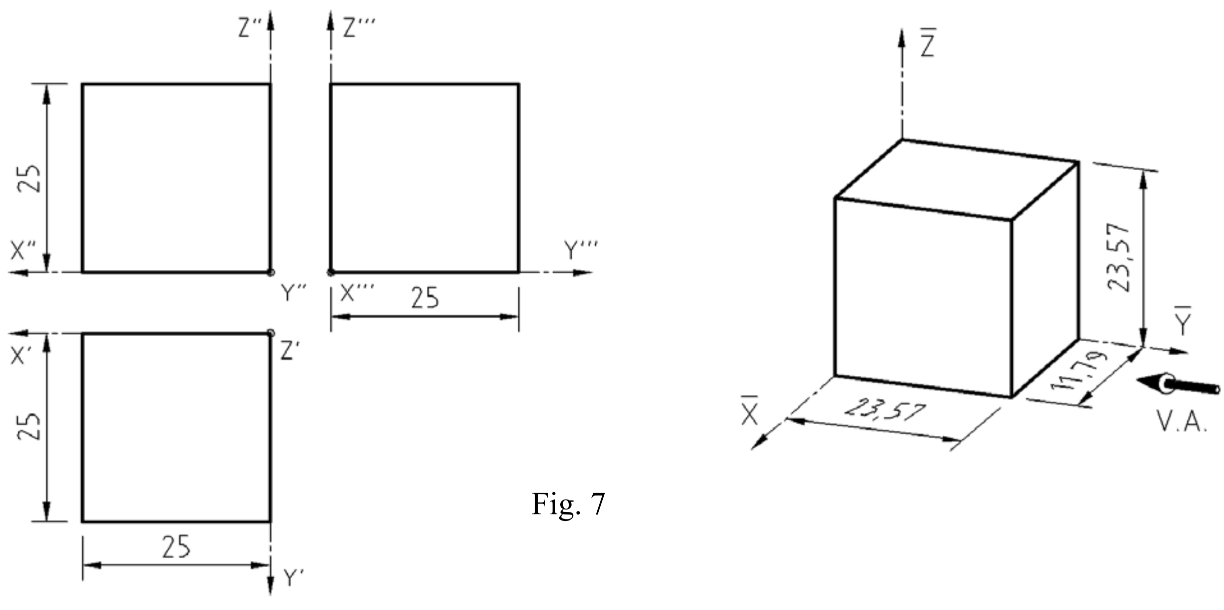


Fig. 7

Todas las aristas del cubo pertenecientes o paralelas al eje coordenado X, deben multiplicarse por el coeficiente de reducción C_X antes de dibujarlas en la proyección axonométrica dimétrica normalizada. Es decir 25 mm x C_X = 25 mm x 0,471... = 11,79 mm. De igual manera para las aristas pertenecientes o paralelas a los ejes coordenados Y y Z se debe multiplicar por los coeficientes C_Y y C_Z respectivamente, es decir 25 mm x (C_Y ó C_Z) = 25 mm x 0,942... = 23,57 mm.

Escalas axonométricas

Definición: Denominamos "Escalas Axonométricas" a los números que se obtienen al multiplicar a los coeficientes de reducción por un factor e, de manera que resulten números proporcionales a los coeficientes de reducción y en la misma relación que estos últimos.
Al factor "e" lo denominamos "Escala natural", mientras que a las "Escalas axonométricas" las identificaremos como e_X, e_Y y e_Z.

Escalas para la proyección axonométrica isométrica.

$$e_X = e \times C_X \Rightarrow e_X = \sqrt{\frac{3}{2}} \times \sqrt{\frac{2}{3}} = 1$$

$$e_Y = e \times C_Y \Rightarrow e_Y = \sqrt{\frac{3}{2}} \times \sqrt{\frac{2}{3}} = 1$$

$$e_Z = e \times C_Z \Rightarrow e_Z = \sqrt{\frac{3}{2}} \times \sqrt{\frac{2}{3}} = 1$$

Escalas axonométricas: 1:1:1

Escala natural: $e = \sqrt{\frac{3}{2}} = 1{,}22...$

Escalas para la proyección axonométrica dimétrica normalizada.

$$e_X = e \times C_X \Rightarrow e_X = \frac{3}{2\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{3} = \frac{1}{2}$$

$$e_Y = e \times C_Y \Rightarrow e_Y = \frac{3}{2\sqrt{2}} \times \frac{2\sqrt{2}}{3} = 1$$

$$e_Z = e \times C_Z \Rightarrow e_Z = \frac{3}{2\sqrt{2}} \times \frac{2\sqrt{2}}{3} = 1$$

Escalas axonométricas: $\frac{1}{2}$:1:1

Escala natural: $e = \frac{3}{2\sqrt{2}} = 1{,}06...$

Dibujo axonométrico

Si al dibujar la proyección axonométrica de un cuerpo, utilizamos las "escalas axonométricas" como si fuesen los "coeficientes de reducción", obtendremos una proyección axonométrica en escala, a la cual denominaremos "Dibujo Axonométrico". Es decir que el "dibujo axonométrico" muestra al cuerpo con un mayor tamaño que la verdadera "proyección axonométrica", siendo la "escala natural" e, el factor que relaciona el tamaño entre proyección y dibujo axonométrico.
Con lo cual podemos concluir que si a una "proyección axonométrica" de un cuerpo se la afecta por la "escala natural" e, se obtiene el "dibujo axonométrico".

<u>Ejemplo de dibujo axonométrica de un cubo</u>

1) <u>Dibujo isométrico de un cubo de 25 mm de lado.</u>

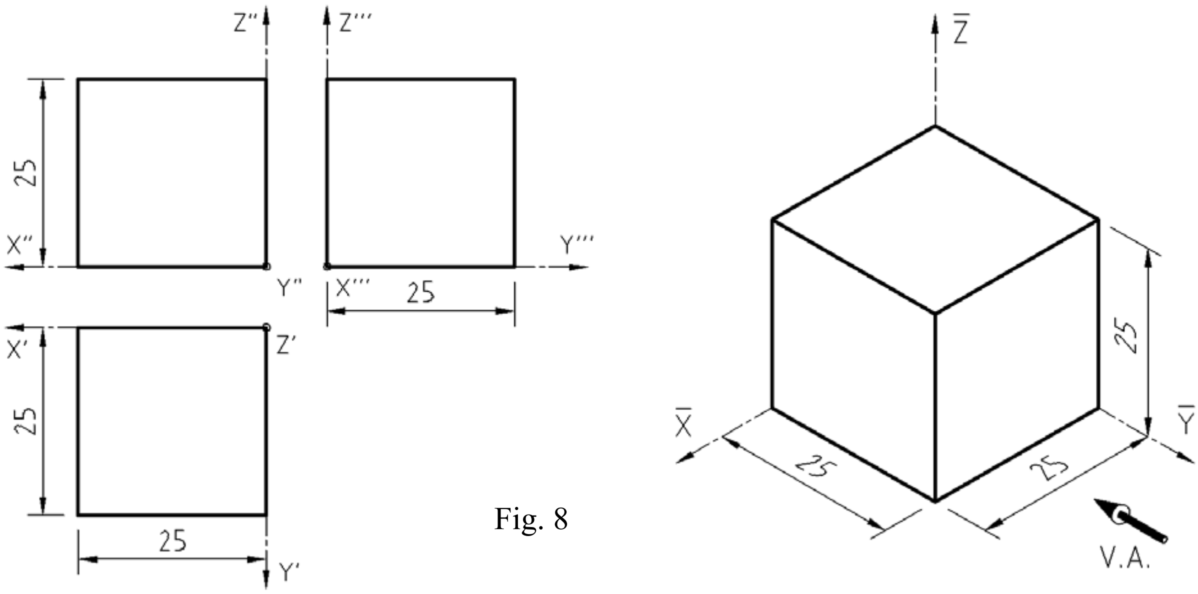


Fig. 8

Todas las aristas del cubo pertenecientes o paralelas al eje coordenado X, en lugar de multiplicarse por el coeficiente de reducción C_X = 0,816..., antes de trazarlas en el dibujo isométrico, se multiplican por la escala axonométrica e_X = 1, dando como resultado una medida de 25 mm. Es decir 25 mm x e_X = 25 mm x 1 = 25 mm. De igual manera para las aristas pertenecientes o paralelas a los ejes coordenados Y y Z.

<u>Conclusión</u>: Si la proyección axonométrica isométrica del cubo se ampliara por el valor de la escala natural e = 1,22..., obtenemos el dibujo isométrico del cubo.

2) <u>Dibujo dimétrico normalizado de un cubo de 25 mm de lado.</u>

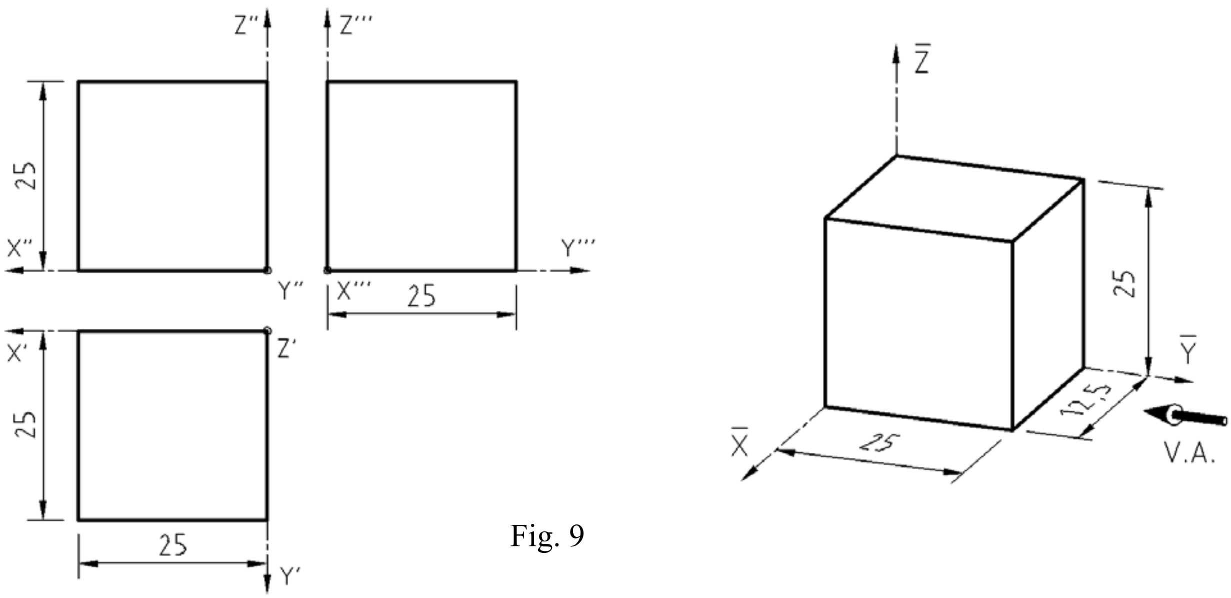


Fig. 9

Todas las aristas del cubo pertenecientes o paralelas al eje coordenado X, en lugar de aplicar el coeficiente de reducción C_X = 0,471..., antes de trazarlas en el dibujo dimétrico normalizado, se multiplican por la escala axonométrica e_X = 0,5, dando como resultado una medida de 12,5 mm (ver Fig. 9). Es decir 25 mm x e_X = 25 mm x 0,5 = 12,5 mm. De igual manera para las aristas pertenecientes o paralelas a los ejes coordenados Y y Z; en lugar de usar los coeficientes de reducción (C_Y = C_Z = 0,942...), se utilizan las escalas axonométricas (e_Y = e_Z = 1), dando como resultado una medida de 25 mm para estas direcciones de las aristas.

Conclusión: Si la proyección axonométrica dimétrica normalizada del cubo se ampliara por el valor de la escala natural e = 1,06..., se obtiene el dibujo dimétrico normalizado del cubo.

Proyección y dibujo axonométrico de circunferencias

1) Definición:

Toda circunferencia en el espacio que se encuentre en posición oblicua respecto de un plano de proyección, se proyecta ortogonalmente sobre dicho plano como una ELIPSE.

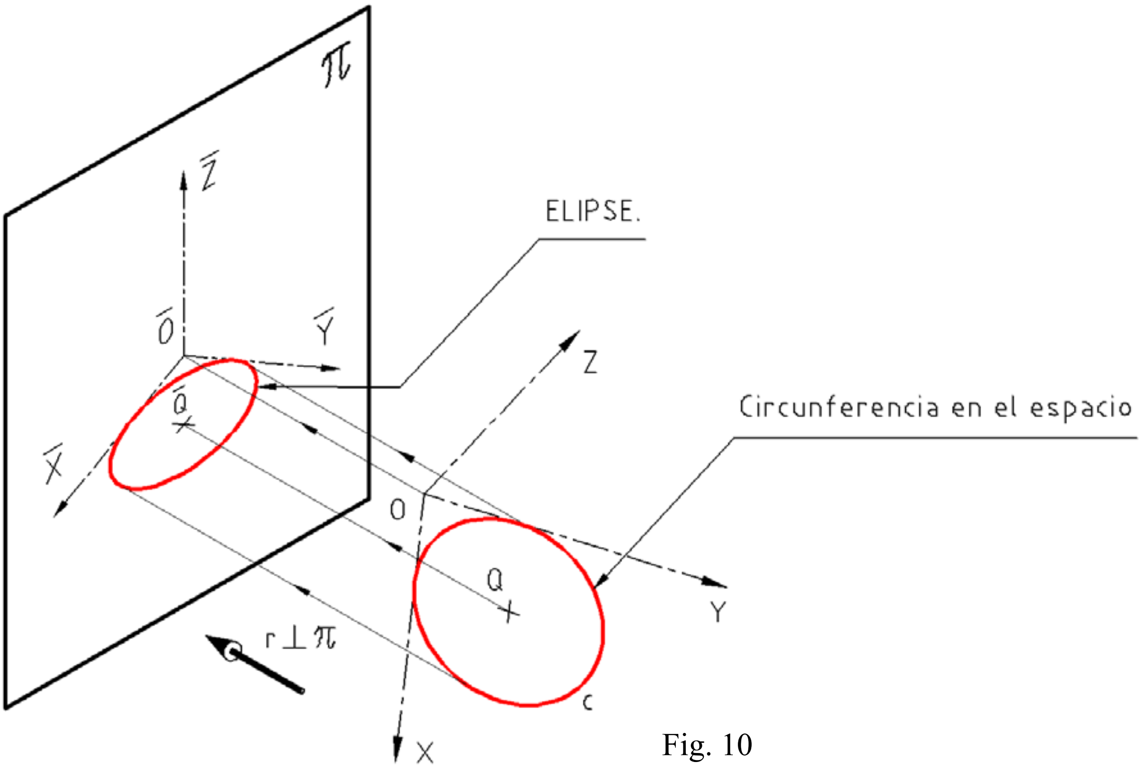


Fig. 10

La circunferencia c en el espacio, pertenece al plano coordenado XY y se encuentra en posición oblicua respecto del plano de proyección π, lo cual implica que se proyecta ortogonalmente sobre dicho plano como una elipse (ver Fig. 10).

A continuación, explicaremos la proyección y el dibujo axonométrico de circunferencias mediante la resolución de algunos ejercicios.

2) <u>Proyección axonométrica isométrica de circunferencias</u>.

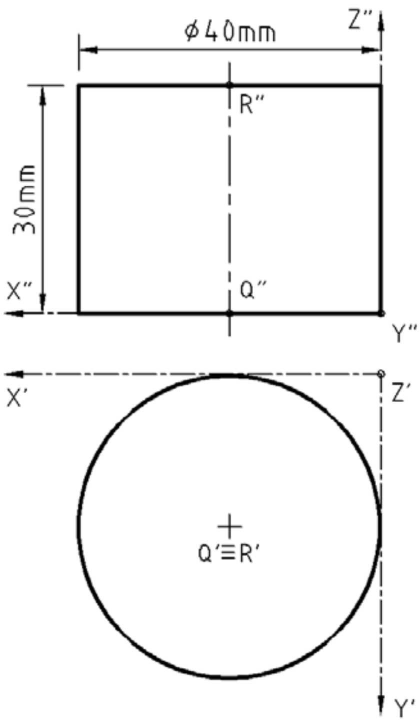
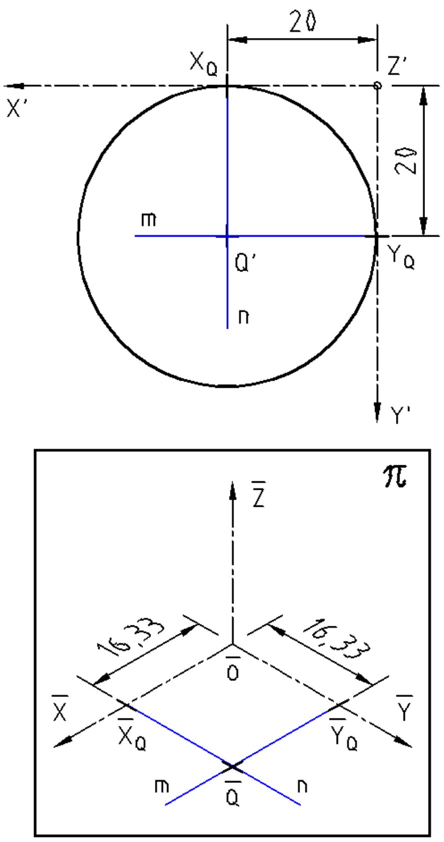


Fig. 11

Dadas las vistas de la superficie cilíndrica de Fig. 11, se pide realizar la proyección axonométrica isométrica de la misma. Comenzaremos realizando la proyección de la circunferencia de centro Q, la cual pertenece al plano coordenado XY.

<u>1er Paso</u>: Medir las coordenadas X e Y del centro Q en la vista superior (X_Q = 20mm, Y_Q = 20mm). Afectar dichas coordenadas por los correspondientes coeficientes de reducción ($X_Q \times C_X = Y_Q \times C_Y$ = 20mm x 0,816..= 16,33mm), y llevarlas a los ejes axonométricos $\overline{X}$ e $\overline{Y}$ obteniendo los puntos $\overline{X}_Q$ e $\overline{Y}_Q$ (ver Fig. 12 con el esquema espacial). Por el punto $\overline{X}_Q$ trazar una recta n paralela al eje axonométrico $\overline{Y}$, y por $\overline{Y}_Q$ una recta m paralela al eje $\overline{X}$. La proyección isométrica del centro Q se encuentra en la intersección de m y n.



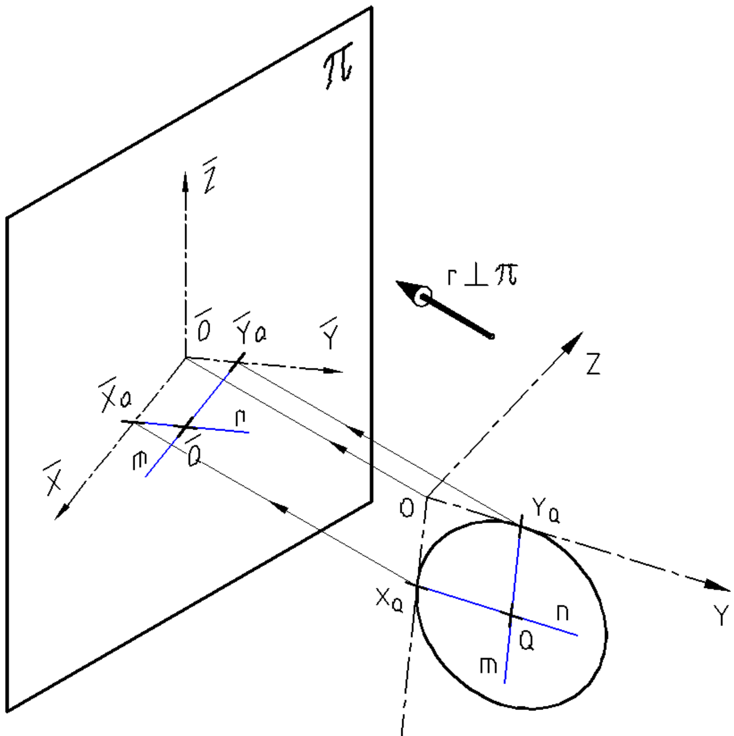


Fig. 12

<u>2do Paso</u>: De los infinitos diámetros de la circunferencia en el espacio, solo uno de todos ellos se encuentra paralelo al plano de proyección π. En la Fig. 13, se observa que el diámetro AB es paralelo al plano de proyección π, y por lo tanto se proyecta en verdadera magnitud sobre dicho plano. Este diámetro, al proyectarse en verdadera magnitud, lo hace en dirección perpendicular al eje axonométrico $\overline{Z}$, por ser ambos perpendiculares en el espacio (se omite la demostración de la conservación del ángulo recto). El diámetro AB proyectado, constituye el eje mayor de la elipse.

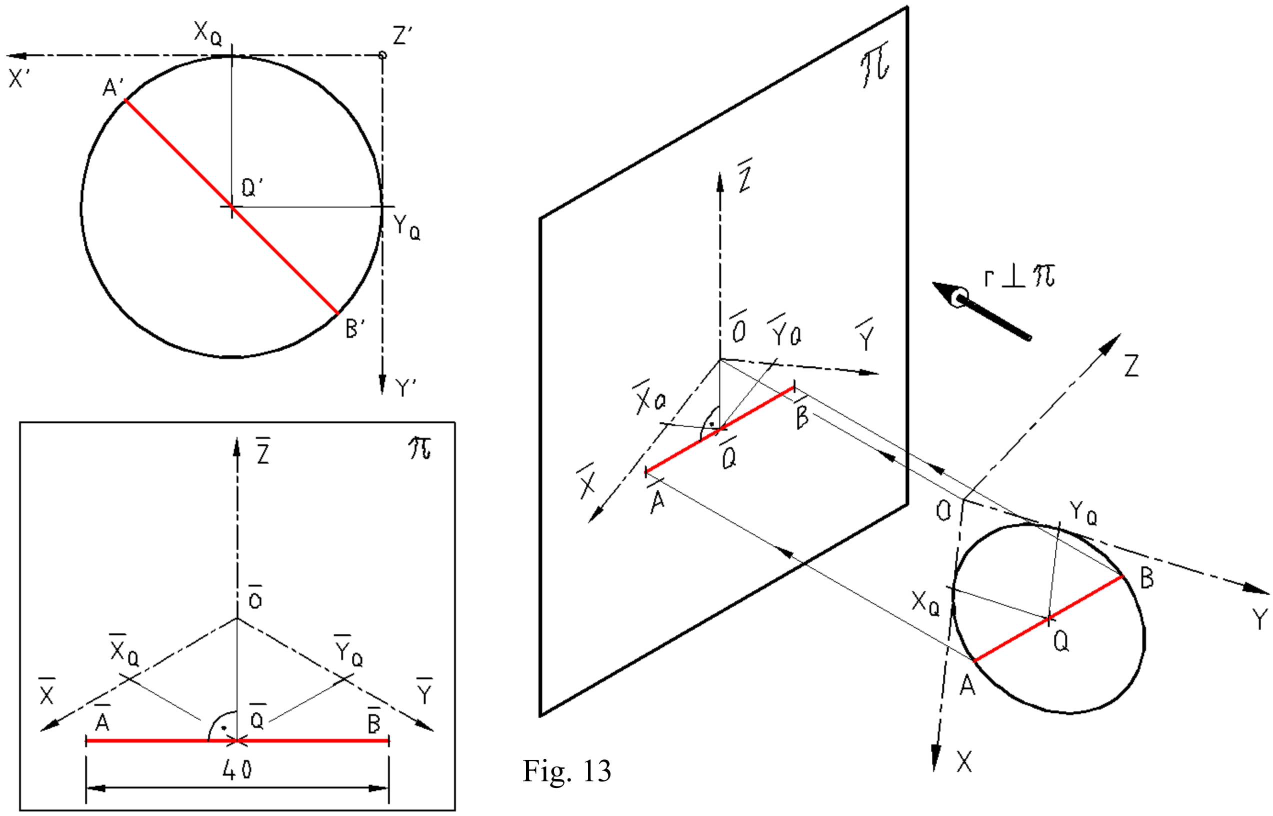


Fig. 13

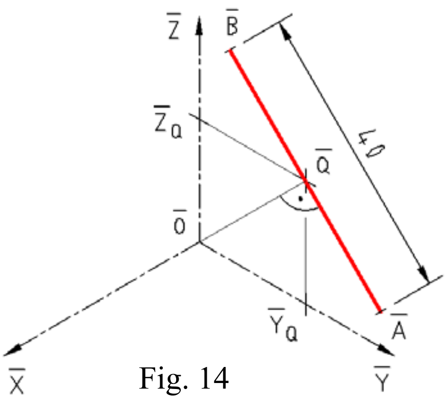


Fig. 14

Si la circunferencia perteneciera al plano coordenado ZY, el diámetro que se proyecta en verdadera magnitud lo haría en la dirección perpendicular al eje axonométrico $\overline{X}$ (ver Fig. 14).

De igual manera, si la circunferencia perteneciera al plano coordenado ZX; el diámetro que se proyecta en verdadera magnitud lo haría en la dirección perpendicular al eje axonométrico $\overline{Y}$.

<u>3er Paso</u>: Recordando que la proyección en verdadera magnitud del diámetro AB constituye el eje mayor de la elipse, resta determinar la proyección de otro diámetro que configure el eje menor de la elipse, el cual deberá ser perpendicular al eje mayor.

Por lo tanto, nos proponemos encontrar la proyección de un punto de la circunferencia que sirva de “punto de paso” de la elipse, con lo cual resolveremos el problema de encontrar el eje menor.

Observando la vista superior, vemos que si trazamos por el punto A una recta paralela al eje coordenado Y, y por B una paralela al eje X, ambas rectas se cortan en un punto de la circunferencia que llamamos C (ver Fig. 15).

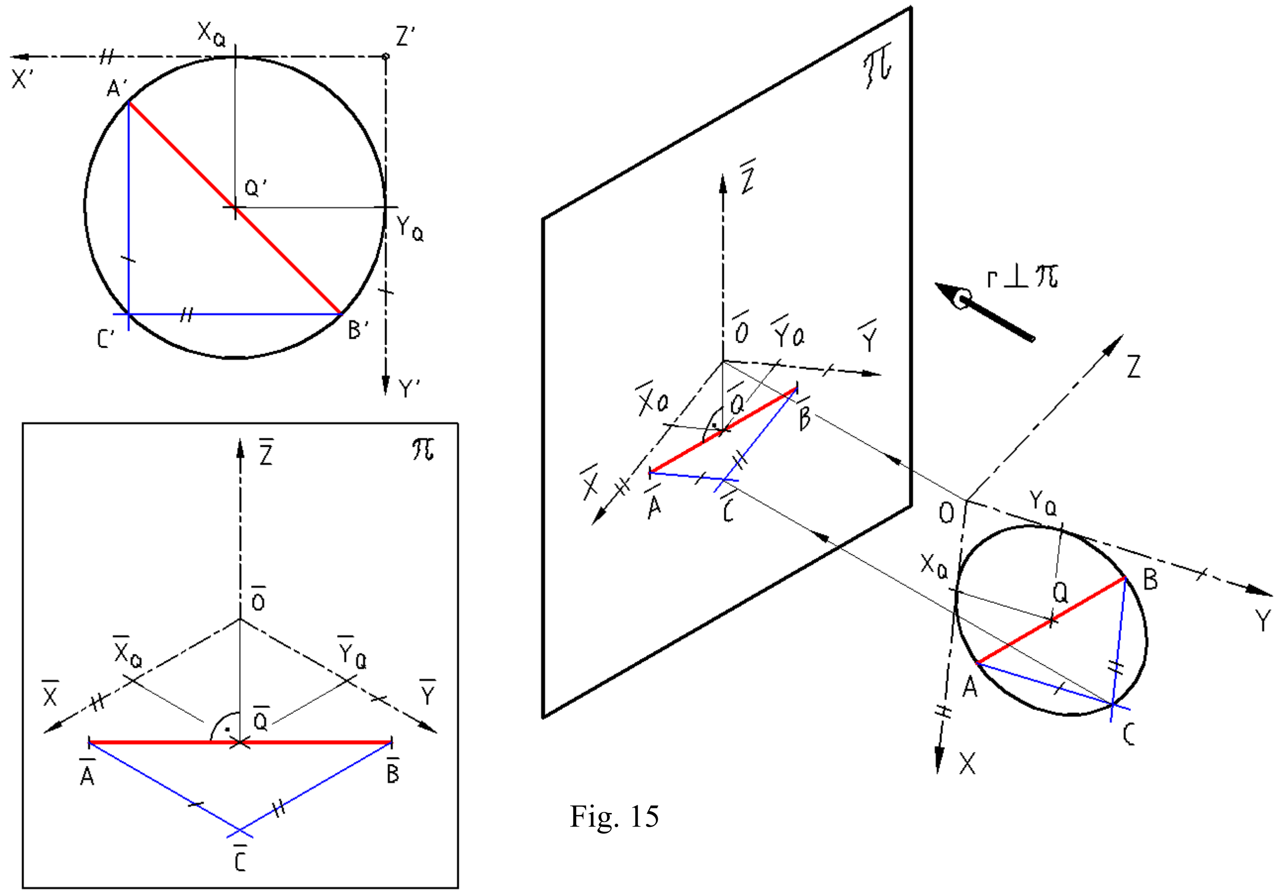


Fig. 15

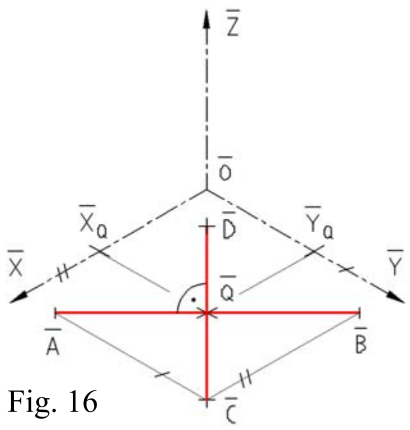


Fig. 16

En la proyección axonométrica observamos que $\overline{AB}$ se encuentra perpendicular a $\overline{QC}$, con lo cual éste último es el semieje menor (es decir, la mitad del eje menor). Para determinar el otro extremo del eje menor $\overline{CD}$, debemos tener en cuenta que $\overline{QC} = \overline{QD}$. (ver Fig. 16)

Determinados los dos ejes de la elipse se necesita aplicar algún procedimiento conocido para realizar el trazado de la elipse, los que repasaremos más adelante.

<u>Concepto</u>: Si dos diámetros perpendiculares, de una circunferencia oblicua al plano de proyección, se proyectan perpendiculares, constituyen en dicha proyección los ejes de la elipse. En la Fig. 17 se representa en el espacio lo expresado.

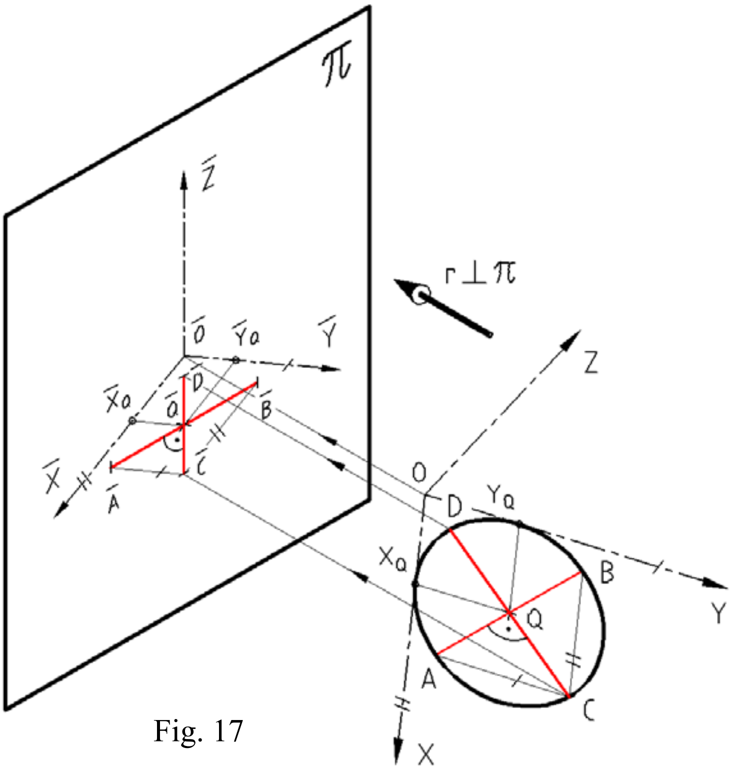


Fig. 17

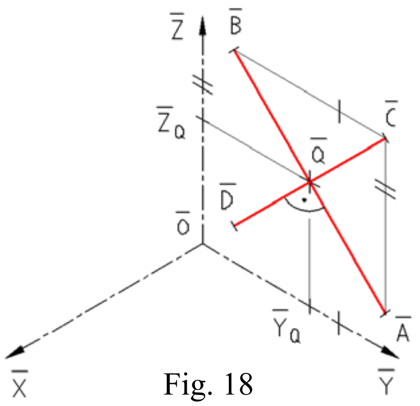


Fig. 18

Si la circunferencia perteneciera al plano coordenado ZY, para encontrar el “punto de paso” C, se trazan rectas paralelas a los ejes axonométricos $\overline{Z}$ e $\overline{Y}$ desde los extremos A y B. Una vez determinado C, recordamos que $\overline{QC}$ debe ser perpendicular a $\overline{AB}$, y $\overline{QC}=\overline{QD}$ ($\overline{CD}$ es el eje menor).

El procedimiento deberá ser semejante si la circunferencia perteneciera al plano coordenado ZX.

<u>4to Paso</u>: Retomando lo realizado en Fig. 16, en la cual habíamos determinado los ejes de la elipse, restaría encon_ trar los ejes de la otra elipse correspondiente a la proyección ortogonal de la circunferencia de centro R de la superficie cilíndrica. Como ambas circunferencias son paralelas en el espacio y tienen el mismo diámetro, entonces se proyectarán de la misma manera, es decir que la circunferencia de centro R se proyectará como una elipse cuyos ejes son iguales a la anterior elipse. La distancia en el espacio entre los centros R y Q es de 30mm en la dirección del eje coordenado Z, por lo

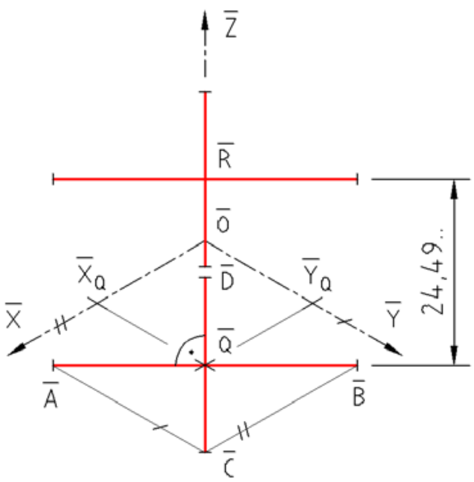


Fig. 19

tanto al proyectarse lo hará con la siguiente medida: 30mm x C_Z = 30mm x 0,816.. = 24,49..mm.

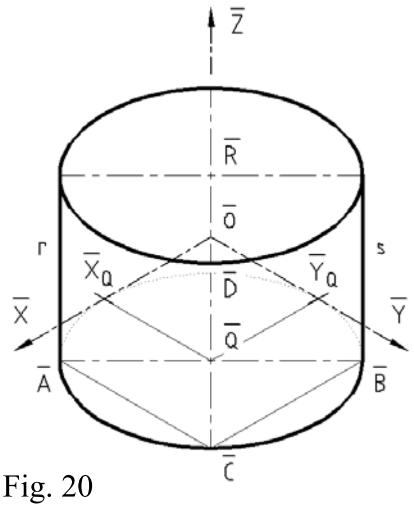


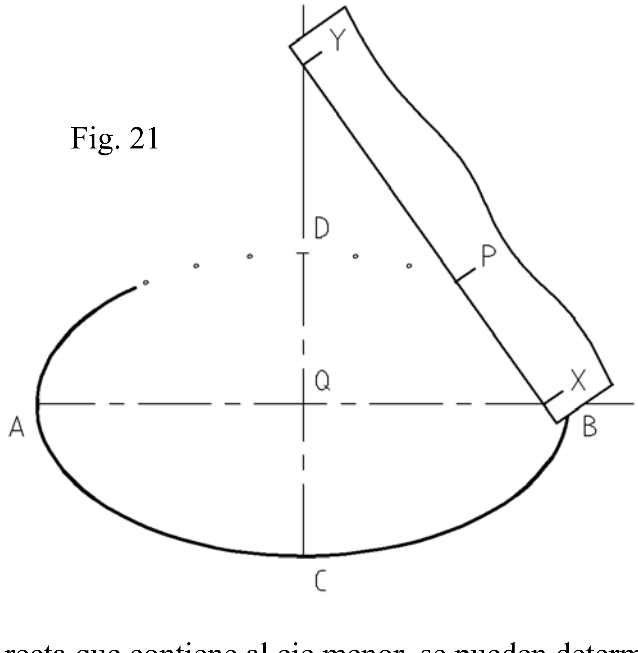
Fig. 20

5to Paso: Una vez determinados los ejes se deberá dibujar la elipse completa de centro $\overline{R}$ y media elipse de centro $\overline{Q}$, ya que la otra mitad resulta invisible y no debe dibujarse (para el trazado de las elipses utilice los procedimientos que se explican en el siguiente apartado). Se completa la proyec_ ción trazando las dos generatrices que conforman el contor_ no aparente de la superficie cilíndrica (ver Fig. 20), y que da el aspecto definitivo a la misma (generatrices r y s).

La proyección dibujada en la Fig. 20 debe realizarse trabajando con tres tonos o espesores, el más oscuro se utilizará para dibujar las partes visibles del cuerpo, un tono intermedio para aristas y contornos invisibles (si fuera imprescindible dibujarlas para la interpretación del cuerpo) las cuales deberán dibujarse en líneas de trazo, y el tono más débil para todos los trazados auxiliares (líneas auxiliares, ejes de elipse, etc.)

3) Construcción de una elipse por el método de la tira de papel.

Fig. 21



a) Dibujar el eje mayor AB y el eje menor CD.
b) Sobre el borde recto de una tira de papel se marcan los puntos X, P e Y tales que XP = QC, e YP = QA.
c) Ubicar el punto X en la recta que contiene al eje mayor , y el punto Y en la recta a la que pertenece el eje menor. En esta posición el punto P determina un punto de la elipse.
d) Cambiando la posición de la tira de papel, pero teniendo en cuenta que el punto X no puede salirse de la recta que contiene al eje mayor y el punto Y no puede salirse de la recta que contiene al eje menor, se pueden determinar varios puntos de la elipse.

Para el trazado de la elipse deben tenerse en cuenta las siguientes premisas: a) La elipse debe trazarse utilizando el pistolete o curvilíneo, b) Se debe trazar por cuartos, es decir, tratar de unir de un solo tramo con el curvilíneo desde el punto A hasta el D, luego del D al B, del B al C y del C al A, siempre y cuando pueda encontrar una curva en el curvilíneo que se adapte al cuarto que debe trazar, c) La elipse es una curva continua, es decir que no presenta quiebres o puntos angulosos.

4) Construcción de una elipse por el método de las circunferencias concéntricas.

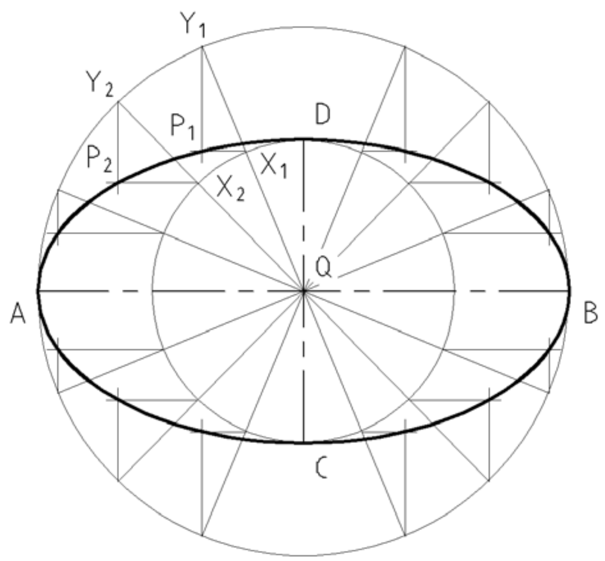


Fig. 22

a) Dibujar el eje mayor AB y el eje menor CD.
b) Con centro en Q, se trazan dos circunferencias de diámetros respectivamente iguales a los ejes dados.
c) Dibujar una recta, con cualquier ángulo, que pase por Q y localizar los puntos X_1 e Y_1 de intersección con las circunferencias. Por X_1 trazar una recta paralela al eje mayor, por Y_1 una recta paralela al eje menor, las cuales se cortan en P_1, punto de la elipse.
d) Por razones prácticas conviene dividir las circunferencias en un número de partes iguales y repetir el procedimiento, obteniendo otros puntos de la elipse.

5) Dibujo isométrico de circunferencias.

El procedimiento para realizar el dibujo isométrico de la superficie cilíndrica es semejante al ya descrito para realizar la proyección isométrica, en el cual la diferencia radica en la utilización de las escalas axonométricas en lugar de los coeficientes de reducción. En efecto, cuando se procede a

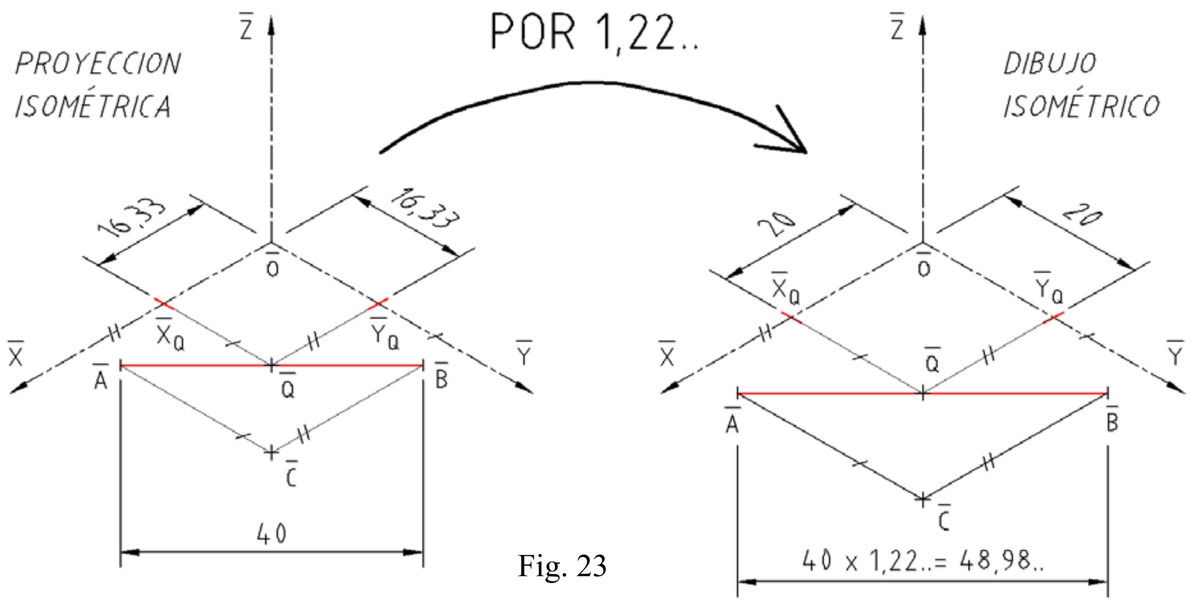


Fig. 23

ubicar el centro de la circunferencia de centro Q en el dibujo isométrico, cuyas coordenadas son 20mm en el eje X y 20mm en el eje Y, en lugar de multiplicarlas por los coeficientes de reducción respectivos, se multiplican por las escalas axonométricas, las cuales son para el dibujo isométrico $e_X = 1$, $e_Y = 1$ y $e_Z = 1$.

Para la Proyección isométrica:	Para el dibujo isométrico:
20 mm x C_X = 20 mm x 0,816..= 16,33.. mm	20 mm x e_X = 20 mm x 1 = 20 mm
20 mm x C_Y = 20 mm x 0,816..= 16,33.. mm	20 mm x e_Y = 20 mm x 1 = 20 mm

$$16{,}33..\text{ mm} \xrightarrow{\text{por } 1{,}22..} 20\text{ mm}$$

Para simplificar, "*todas las dimensiones del cuerpo* ***que pertenezcan o sean paralelas a los ejes coordenados****, se miden en las vistas y se llevan con la misma magnitud al dibujo isométrico*".

Recordemos que el dibujo isométrico es una ampliación, 1,22.. veces más grande, que la correspon_ diente proyección axonométrica de un cuerpo, con lo cual el diámetro de la circunferencia que se proyecta en verdadera magnitud en la proyección axonométrica, en el dibujo isométrico debe multiplicarse por 1,22 (ver Fig. 23).

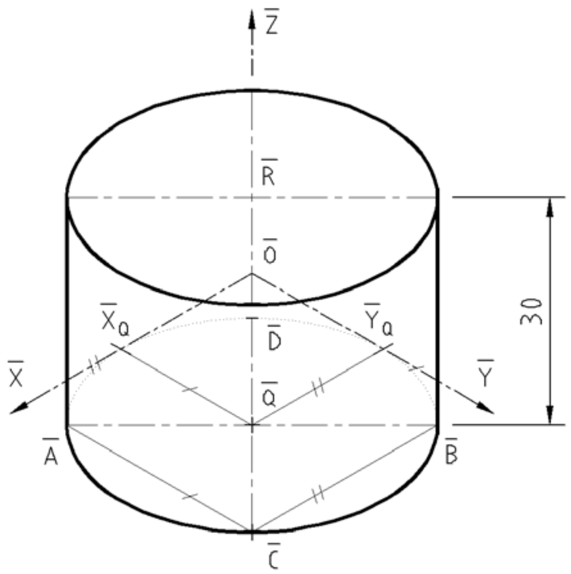


Fig. 24

Una vez determinados los ejes para la elipse de centro $\overline{Q}$, se deben dibujar los mismos ejes para la elipse de centro $\overline{R}$ (ver Fig. 24).

En las vistas de la superficie cilíndrica, la distancia entre centros de circunferencias es de 30 mm, por lo tanto la medida a llevar entre centros de las correspondientes elipses, en el dibujo isométrico, es también de 30 mm.

6) <u>Proyección axonométrica dimétrica normalizada de circunferencias</u>.

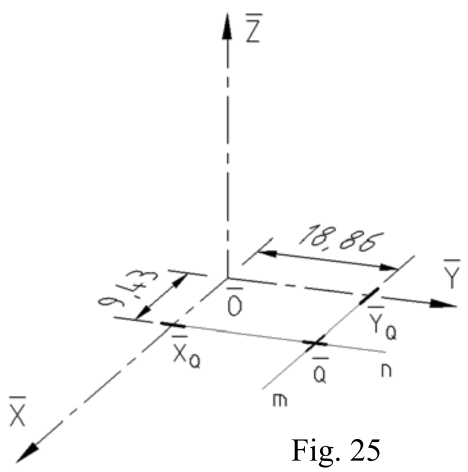


Fig. 25

<u>1er Paso</u>: Se debe determinar la proyección del centro Q de la circunferencia perteneciente al plano coordenado XY. Por lo tanto se debe afectar las coordenadas del centro Q por los correspondientes coeficientes de reducción (ver Fig. 25).

X_Q x C_X = 20 mm x 0,471.. = 9,43 mm

Y_Q x C_Y = 20 mm x 0,942.. = 18,86 mm

Se ubican los puntos $\overline{X}_Q$ e $\overline{Y}_Q$ sobre los ejes axonométricos $\overline{X}$ e $\overline{Y}$ respectivamente. Por ambos puntos se trazan las rectas m y n paralelas a los ejes axonométricos $\overline{X}$ e $\overline{Y}$, obteniendo así la proyección dimétrica normalizada del centro Q de la circunferencia.

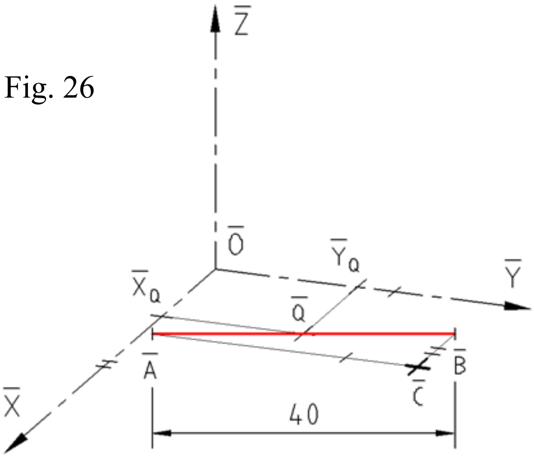


Fig. 26

<u>2do Paso</u>: Al igual que en la proyección isométrica, se debe ubicar la proyección del diámetro en verdadera magnitud, recordando que este se proyecta perpendi_ cular al eje axonométrico $\overline{Z}$. El diámetro AB proyec_ tado (de 40 mm) constituye el eje mayor de la elipse (ver Fig. 26).

<u>3er Paso</u>: Se debe determinar el "punto de paso" C, como vimos en la proyección isométrica, por lo tanto por $\overline{B}$ y $\overline{A}$ se trazan rectas paralelas a los ejes axono_ métricos $\overline{X}$ e $\overline{Y}$ respectivamente. Donde ambas rectas se cortan determinan la proyección dimé_ trica normalizada del punto de paso $\overline{C}$. Podemos observar como diferencia de la proyección isométrica que $\overline{QC}$ no resulta perpendicular a $\overline{AB}$, con lo cual $\overline{QC}$ no es el semieje menor. Por lo tanto $\overline{C}$ es solo un punto de paso de la elipse, y no el extremo del eje menor. Este último se debe determinar realizando el siguiente procedimiento basado en el método de la tira de papel:

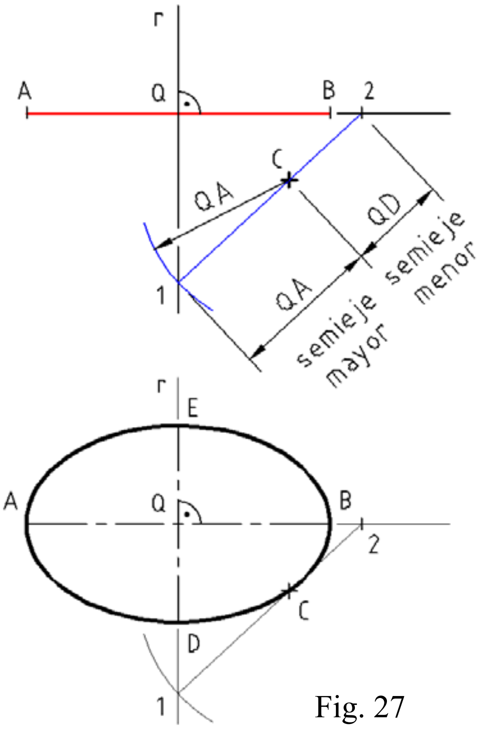


Fig. 27

Dado el eje mayor AB y un punto de paso C, se determina paso a paso, el eje menor DE y se traza la curva.

a) Por el centro Q trazar una recta r normal al eje mayor AB.

b) Con centro C y radio QA, trazar con compás un arco de circunferencia que corte a r en el punto 1.

c) Mediante un segmento de recta unir el punto 1 con C, y prolongar hasta cortar a la recta que contiene al eje mayor AB en el punto 2.

d) La distancia C2 representa la medida del semieje menor, es decir la mitad del eje menor (QD). Marcar los extremos D y E, de manera que C2 = QD = QE.

e) Con algunos de los procedimientos ya vistos, obtener puntos auxiliares de la elipse y trazar la misma.

<u>4to Paso</u>: Determinados los ejes de la elipse de centro $\overline{Q}$ se deben dibujar los mismos ejes, correspondientes a la elipse de centro $\overline{R}$. La distancia entre centros de circunferencia (medida en la

vista anterior) es de 30 mm, la cual debe multiplicarse por el coeficiente de reducción C_Z antes de llevarla al dibujo dimétrico normalizado. Es decir: 30 mm x 0,942.. = 28,28.. mm (ver Fig. 28).

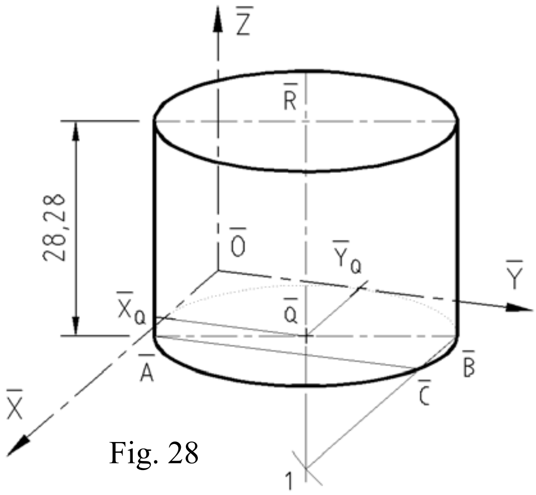


Fig. 28

5to Paso: Una vez dibujados los ejes de ambas elipses, se dibuja la elipse completa de centro $\overline{R}$ y media elipse de centro $\overline{Q}$, porque como ya se dijo anterior_ mente, la otra mitad de ésta última resulta invisible y no debe dibujarse a menos que resulte imprescindible para la interpretación del cuerpo. Se completa la proyección dimétrica normalizada de la superficie cilíndrica trazando las dos generatrices que conforman el contorno aparente de la proyección (ver Fig. 28).

Si la circunferencia perteneciera al plano coordenado ZX (ver Fig. 29), el diámetro que se proyecta en verdadera magnitud lo haría en la dirección perpendicular al eje axonométrico $\overline{Y}$. Al determinar el punto de paso C, se debe proceder al método basado en la tira de papel para determinar el eje menor.

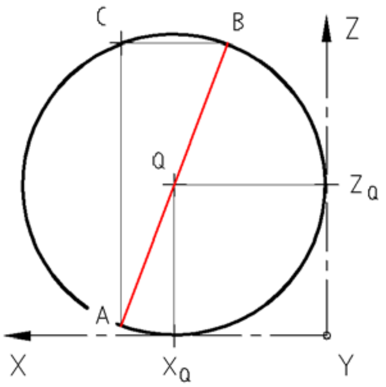
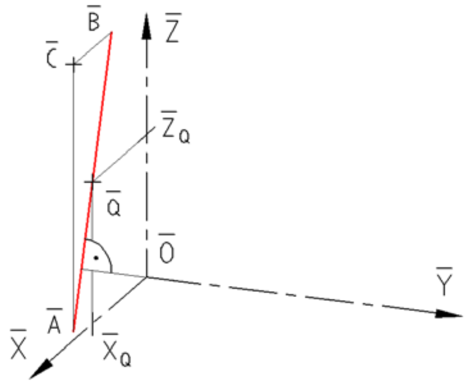


Fig. 29



Cuando la circunferencia pertenece al plano coordenado ZY (ver Fig. 30), el diámetro que se proyecta en verdadera magnitud lo hace en la dirección perpendicular al eje axonométrico $\overline{X}$. Al determinar el punto de paso C, queda determinado la medida del semieje menor $\overline{Q}\,\overline{C}$.

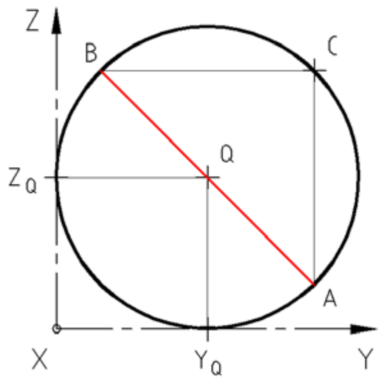
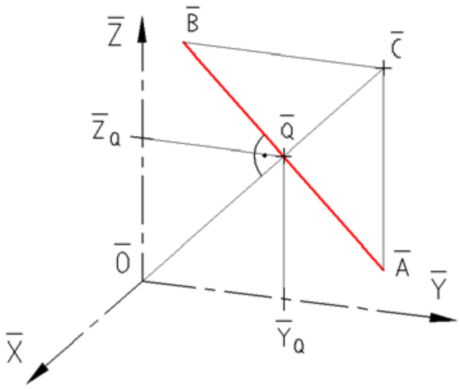


Fig. 30



7) Dibujo dimétrico normalizada de circunferencias.

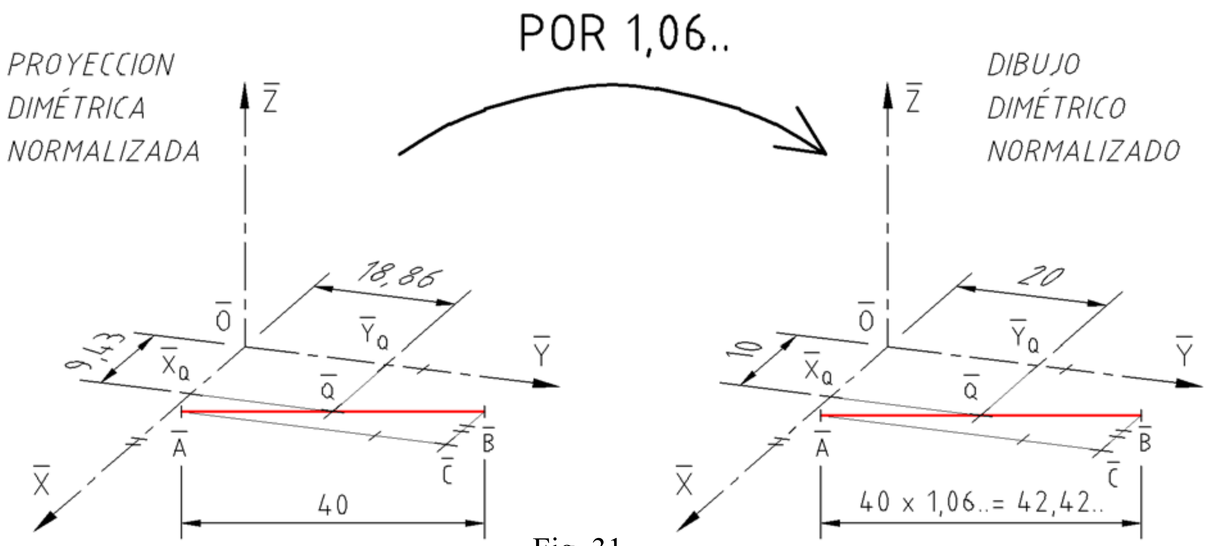


Fig. 31

El procedimiento para realizar el dibujo dimétrico normalizado de la superficie cilíndrica es semejante al descrito para realizar la proyección dimétrica normalizada, en el cual la diferencia radica en la utilización de las escalas axonométricas en lugar de los coeficientes de reducción. Es decir, cuando se procede a ubicar el centro de la circunferencia de centro Q en el dibujo dimétrico, cuyas coordenadas son 20mm en el eje X y 20mm en el eje Y, en lugar de multiplicarlas por los coeficientes de reducción respectivos, se multiplican por las escalas axonométricas, las cuales son para el dibujo dimétrico normalizado: $e_X = 1/2$, $e_Y = 1$ y $e_Z = 1$.

Para la Proyección dimétrica normalizada:	Para el dibujo dimétrico normalizado:
20 mm x C_X = 20 mm x 0,471..= 9,42.. mm	20 mm x e_X = 20 mm x 1/2 = 10 mm
20 mm x C_Y = 20 mm x 0,942..= 18,86.. mm	20 mm x e_Y = 20 mm x 1 = 20 mm

9,42.. mm —**por 1,06..**→ 10 mm

18,86.. mm —**por 1,06..**→ 20 mm

Para simplificar, "*todas las dimensiones del cuerpo **que pertenezcan o sean paralelas a los ejes coordenados**, se miden en las vistas y se llevan con la misma magnitud al dibujo dimétrico normalizado, salvo las que pertenezcan o sean paralelas al eje coordenado X, las cuales deben afectarse de la escala 1/2 antes de llevarlas al dibujo*".

Recordemos que el dibujo dimétrico normalizado es una ampliación, 1,06.. veces más grande, que la correspondiente proyección dimétrica normalizada de un cuerpo (ver Fig. 31), con lo cual el diámetro de la circunferencia que se proyecta en verdadera magnitud en la proyección axonométrica, en el dibujo dimétrico normalizado debe multiplicarse por 1,06.

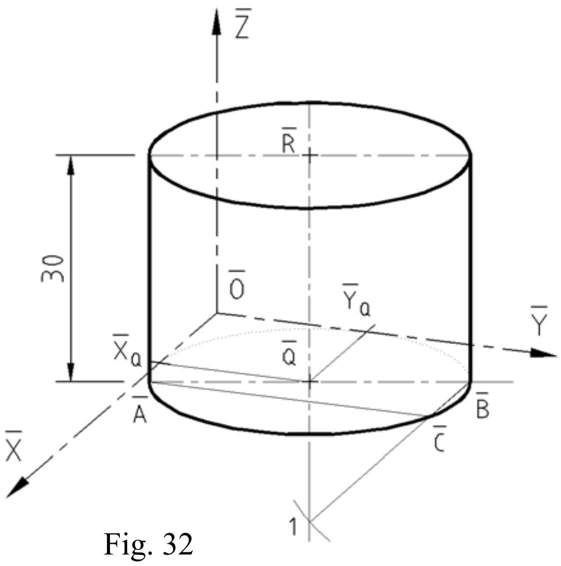


Fig. 32

La medida del eje mayor para la elipse de centro $\overline{Q}$ es: 40 mm x 1,06..= 42,42..mm, y el eje menor se encuentra a partir del punto de paso $\overline{C}$ realizando el método basado en la tira de papel explicado en la proyección axonométrica dimé_ trica normalizada.

Una vez determinados los ejes para la elipse de centro $\overline{Q}$, se deben dibujar los mismos ejes para la elipse de centro $\overline{R}$ (ver Fig. 32). En las vistas de la superficie cilíndrica, la distancia entre centros de circunferencias es de 30 mm, por lo tanto la medida a llevar entre centros de las correspondientes elipses, en el dibujo dimétrico normalizado, es también de 30 mm.

Proyección axonométrica oblicua

1) Definición: Es una proyección con rayos paralelos, en una dirección oblicua al plano de proyección π , es decir que se trata de una "proyección paralela oblicua" en la clasificación de los distintos Sistemas de Proyección. Los ejes coordenados de referencia, que representan las tres direcciones principales de un cuerpo en el espacio, se ubicarán de manera que dos de los ejes se encuentren paralelos al plano de proyección π y el tercero perpendicular a éste último. Según que plano coordenado se ubique paralelo al plano de proyección, distinguimos dos casos de proyección axonométrica oblicua:
   - A) Proyección axonométrica oblicua caballera o Perspectiva caballera.
   - B) Proyección axonométrica oblicua militar o Perspectiva militar.

2) Proyección axonométrica oblicua Caballera o Perspectiva Caballera.

a) Los ejes coordenados Z e Y se encuentran paralelos al plano de proyección π , con lo cual el plano coordenado ZY se encuentra paralelo a dicho plano de proyección. El eje coordenado X es perpendicular al plano de proyección ($Z \parallel \pi$, $Y \parallel \pi$, $ZY \parallel \pi$ y $X \perp \pi$). (Fig. 33)

b) Las aristas de un cuerpo que estén paralelas o pertenecientes a los ejes Z e Y se proyectarán en verdadera magnitud sobre el plano de proyección π . Las caras de un cuerpo que estén paralelas o pertenecientes al plano coordenado ZY se proyectarán en verdadera magnitud sobre el plano de proyección π. Es decir que los coeficientes a aplicar para los ejes axonométricos $\overline{Z}$ e $\overline{Y}$ son igual a 1 ($k_Z = k_Y = 1$). (Fig. 33)

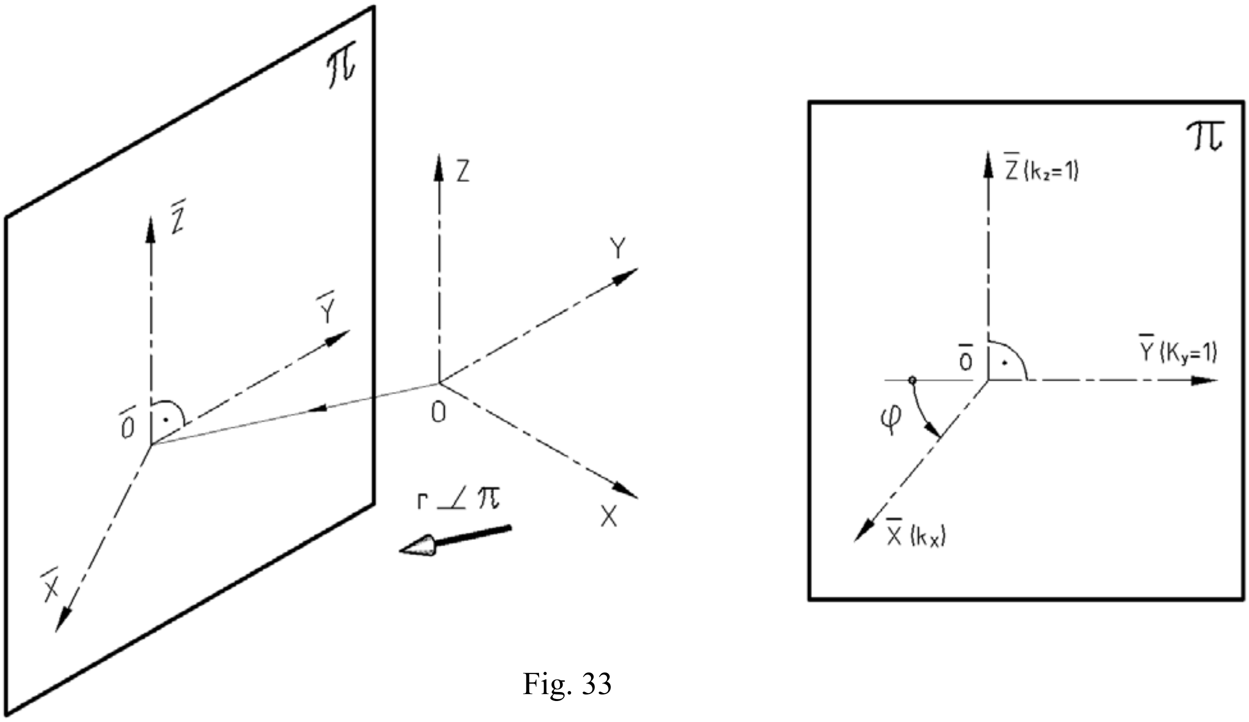


Fig. 33

c) La proyección de las aristas de un cuerpo que estén paralelas o pertenecientes al eje coordenado X, dependerá de la dirección del rayo de proyección r y del ángulo de inclinación ($\varepsilon\pi$) que forme r con el plano de proyección π. De esto último dependerá con que orientación se proyectará $\overline{X}$ (ángulo φ), y con que coeficiente de reducción kx. (Fig. 34)

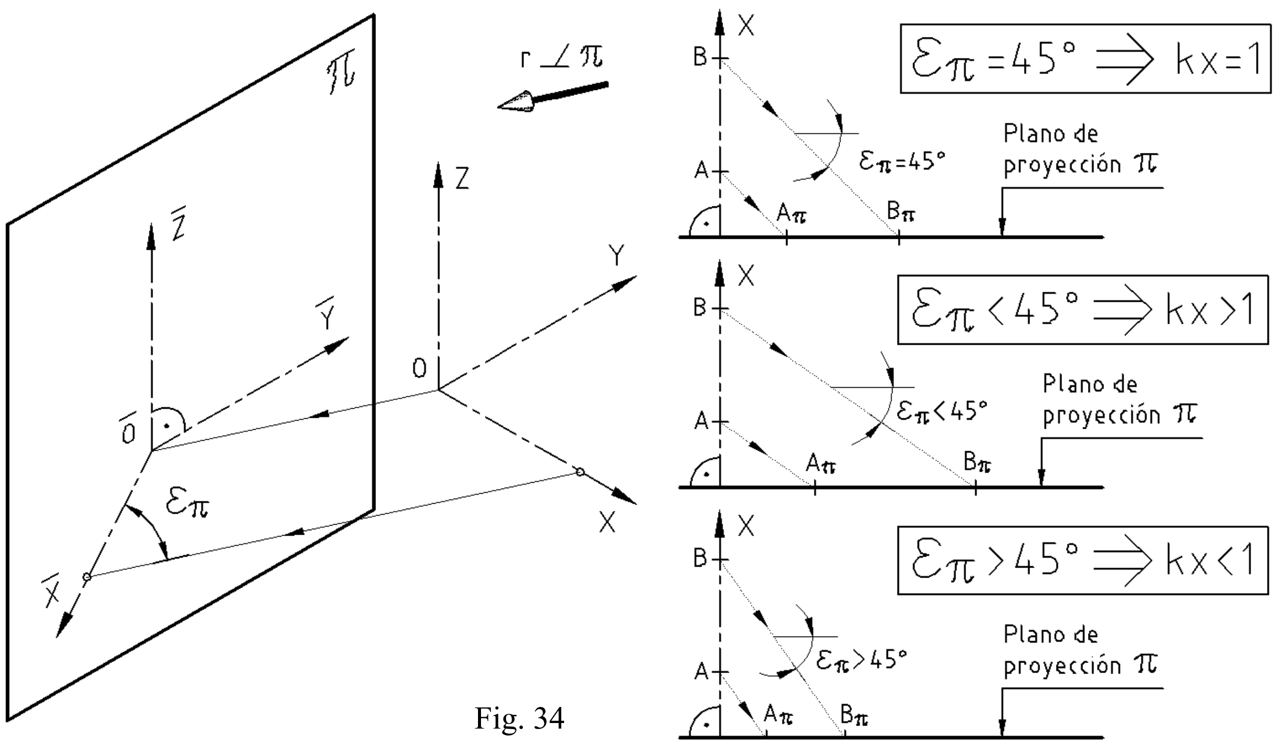


Fig. 34

d) En la aplicación práctica, según la forma del cuerpo a representar, se dispone el eje axonométrico $\overline{X}$ de la manera más conveniente. Los valores de φ y kx más utilizados son:

$$\varphi = 30º , 45º \text{ ó } 60º$$

$$kx = \frac{1}{2} , \frac{2}{3} \text{ ó } \frac{3}{4}$$

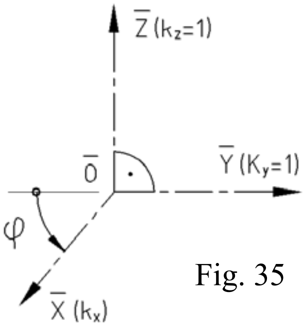


Fig. 35

e) Según la dirección que tenga el rayo de proyección, el eje coordenado X se proyectará en distintas posiciones respecto de los ejes axonométricos $\overline{Z}$ e $\overline{Y}$. Al respecto pueden distinguirse cuatro casos, los cuales se encuentran ejemplificados a continuación mediante la **Perspectiva Caballera de un cubo de 25 mm de lado**.

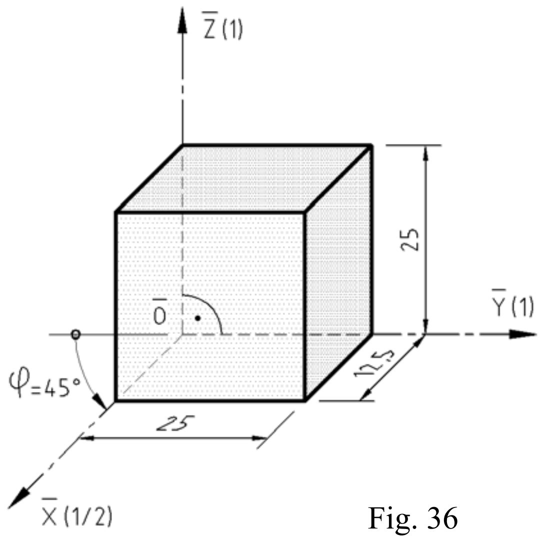


Fig. 36

Plano coordenado ZY paralelo al plano de proyec_ ción π (ky = kz = 1).

Eje axonométrico $\overline{X}$: Kx = $\frac{1}{2}$, φ = 45º

<u>Observación</u>: Cuando el cuerpo se observa desde "arriba a la derecha" hacia "abajo a la izquierda", φ varía en el siguiente entorno: 0º < φ < 90º

Son visibles la cara de adelante, la de arriba y la de la derecha (Fig. 36).

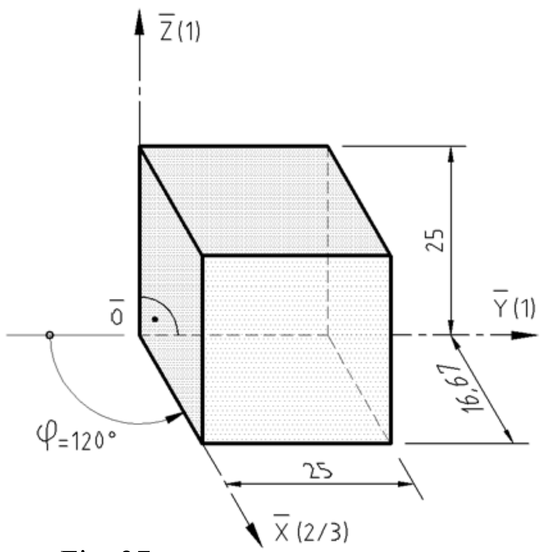


Fig. 37

Plano coordenado ZY paralelo al plano de proyec_ ción π (ky = kz = 1).

Eje axonométrico $\overline{X}$: Kx = $\frac{2}{3}$, φ = 120º

<u>Observación</u>: Cuando el cuerpo se observa desde "arriba a la izquierda" hacia "abajo a la derecha", φ varía en el siguiente entorno: 90º < φ < 180º

Son visibles la cara de adelante, la de arriba y la de la izquierda (Fig. 37).

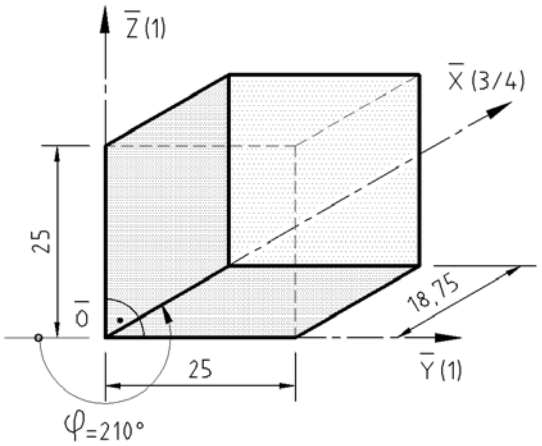


Fig. 38

Plano coordenado ZY paralelo al plano de proyec_ ción π (ky = kz = 1).

Eje axonométrico $\overline{X}$: Kx = $\frac{3}{4}$, φ = 210º

Observación: Cuando el cuerpo se observa desde "abajo a la izquierda" hacia "arriba a la derecha", φ varía en el siguiente entorno: 180º < φ < 270º

Son visibles la cara de adelante, la de abajo y la de la izquierda (Fig. 38).

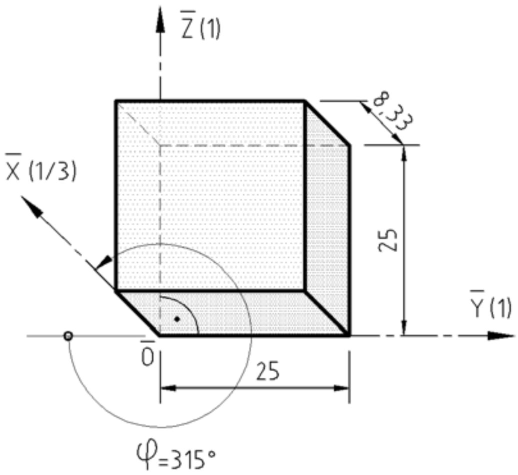


Fig. 39

Plano coordenado ZY paralelo al plano de proyec_ ción π (ky = kz = 1).

Eje axonométrico $\overline{X}$: Kx = $\frac{1}{3}$, φ = 315º

Observación: Cuando el cuerpo se observa desde "abajo a la derecha" hacia "arriba a la izquierda", φ varía en el siguiente entorno: 270º < φ < 360º

Son visibles la cara de adelante, la de abajo y la de la derecha (Fig. 39).

---

f) Otra variante de la Perspectiva Caballera es cuando los ejes coorde_ nados X y Z están paralelos al plano de proyección π , con lo cual el plano coordenado ZX se encuentra paralelo a dicho plano de proyección. El eje coordenado Y es perpendicular al plano de proyección (Z // π , X // π , ZX // π y Y ⊥ π). Las aristas de un cuerpo que estén paralelas o pertenecientes a los ejes Z e X se proyectarán en verdadera magnitud sobre el plano de proyección π, es decir que las caras de un cuerpo que estén paralelas o pertenecientes al plano coordenado ZX se proyectarán en verdadera magnitud sobre dicho plano π. Por lo tanto, los coeficientes a aplicar para los ejes axonométricos $\overline{Z}$ y $\overline{X}$ son igual a 1 ($k_Z = k_X = 1$). Para el eje $\overline{Y}$ el coeficiente ky podrá ser mayor, igual o menor que uno; generalmente se suele tomar menor que uno.

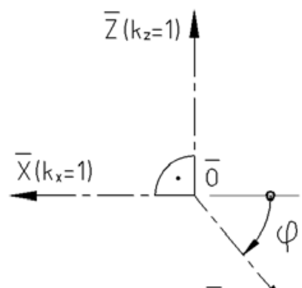


Fig. 40

3) Proyección axonométrica oblicua Militar o Perspectiva Militar.

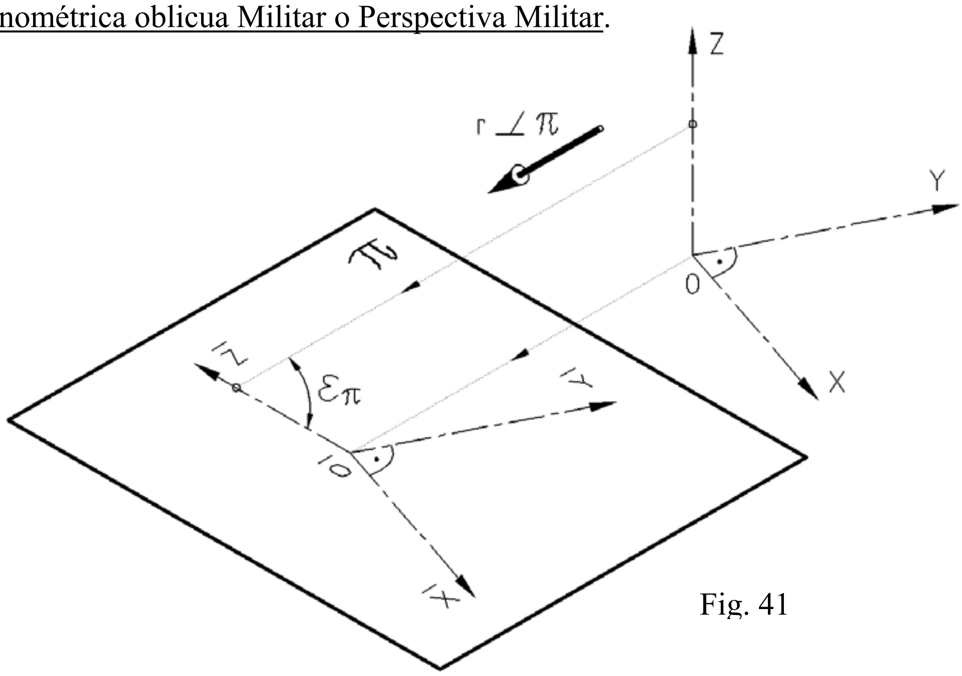


Fig. 41

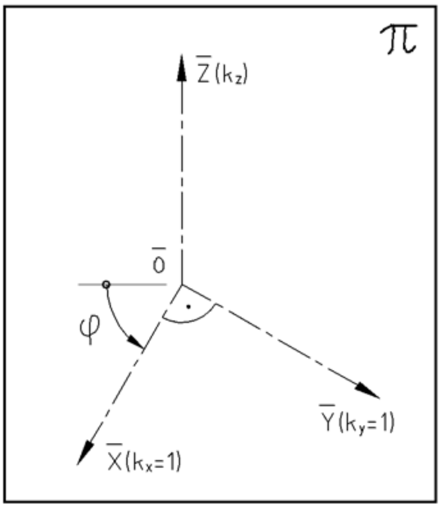


Fig. 42

a) Los ejes coordenados X e Y se encuentran paralelos al plano de proyección π , con lo cual el plano coordenado XY se encuentra paralelo a dicho plano de proyección. El eje coordenado Z es perpendicular al plano de proyección (X // π , Y // π , XY // π y Z ⊥ π). Ver Fig. 41 y 42.

b) Las aristas de un cuerpo que estén paralelas o pertenecientes a los ejes X e Y se proyectarán en verdadera magnitud sobre el plano de proyección π . Las caras de un cuerpo que estén paralelas o pertenecientes al plano coordenado XY se proyectarán en verdadera magnitud sobre el plano de proyección π. Es decir que los coeficientes a aplicar para los ejes axonométricos $\overline{X}$ e $\overline{Y}$ son igual a 1 ($k_X = k_Y = 1$).

c) La proyección de las aristas de un cuerpo que estén paralelas o pertenecientes al eje coordenado Z, dependerá del ángulo de inclinación (ε_π) que forme el rayo de proyección con el plano de proyección π. De esto último dependerá el coeficiente de reducción kz a aplicar en el eje axonométrico $\overline{Z}$, es decir:

$$\varepsilon_\pi = 45º \quad \Rightarrow \quad k_Z = 1$$
$$\varepsilon_\pi < 45º \quad \Rightarrow \quad k_Z > 1$$
$$\varepsilon_\pi > 45º \quad \Rightarrow \quad k_Z < 1$$

El eje axonométrico $\overline{Z}$ siempre se dibuja en sentido vertical, mientras que la disposición de los ejes axonométricos $\overline{X}$ e $\overline{Y}$ (perpendiculares entre sí) está dada por el ángulo φ (ver Fig. 42).

d) En la aplicación práctica, según la forma del cuerpo a representar, se disponen los ejes axonométricos perpendiculares $\overline{X}$ e $\overline{Y}$ de la manera más conveniente. Los valores de φ y k_Z más utilizados son:

$$\varphi = 30^\circ,\ 45^\circ \text{ ó } 60^\circ$$

$$k_Z = \tfrac{1}{2},\ \tfrac{2}{3} \text{ ó } \tfrac{3}{4}$$

e) Ejemplos de **Perspectiva Militar de un cubo de 25 mm de lado**:

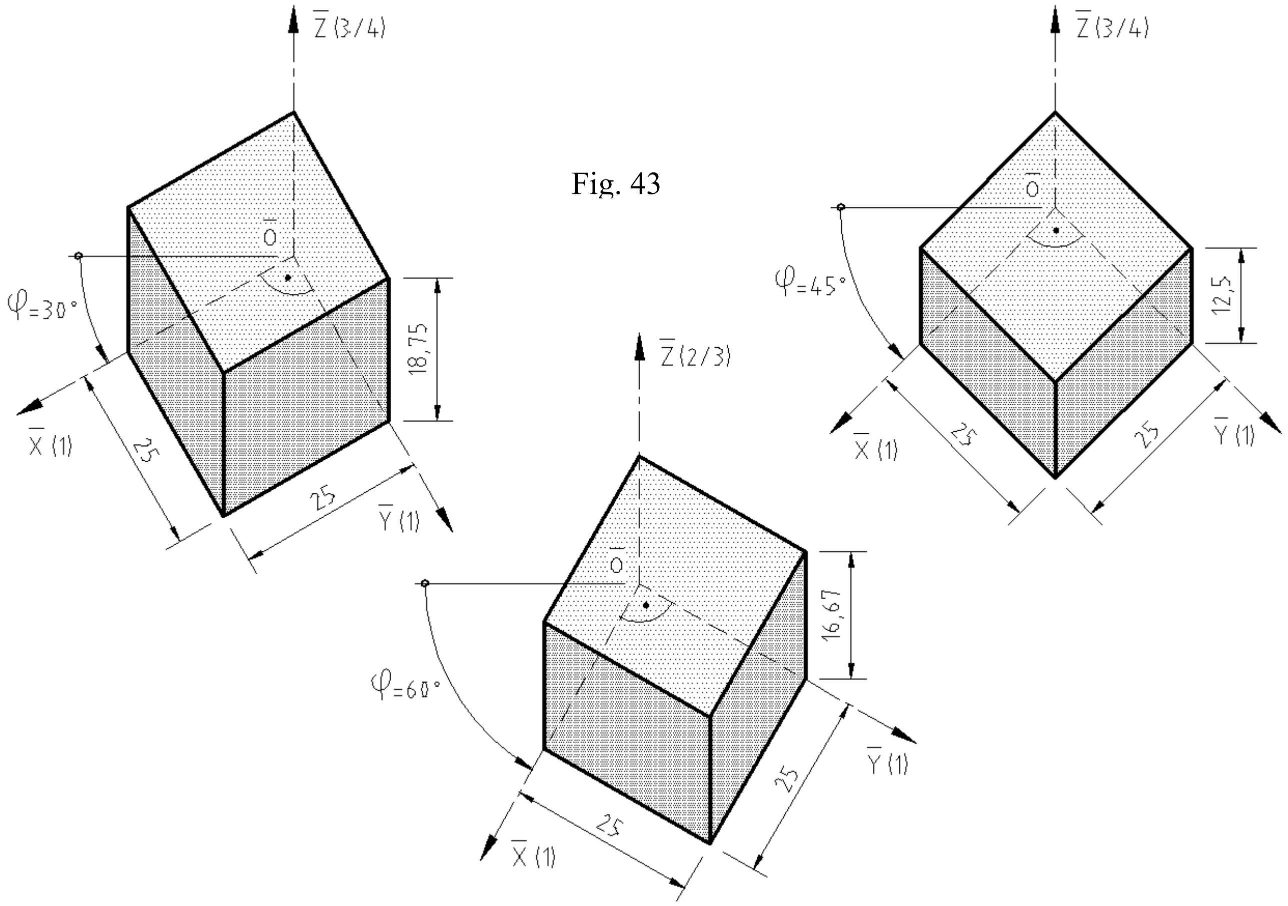


Fig. 43

4) Cuando es necesario representar un cuerpo que presenta contornos circulares pertenecientes al plano coordenado ZY ó ZX, se realiza una Perspectiva Caballera. Si los contornos circulares pertenecen al plano coordenado XY, se realiza una Perspectiva Militar.

En realidad, el término Perspectiva se utiliza en la Proyección Central, en el que todos los rayos de proyección parten de un centro de proyección. Representando un cubo con este Sistema de Pro_ yección las aristas que son paralelas fugan a un punto, como los puntos F_1 y F_2 (Fig. 44). Si bien la Perspectiva Caballera y la Militar corresponden a una Proyección Paralela Oblicua, y no a una Proyección Central, el término "Perspectiva" para ellas, es admitido por las Normas IRAM.

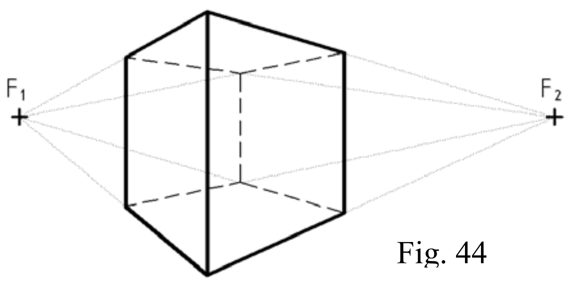
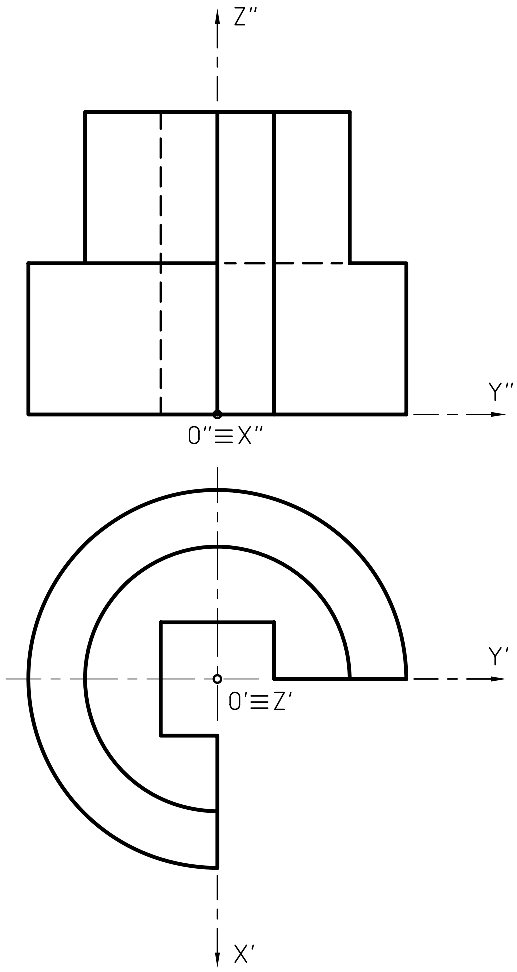
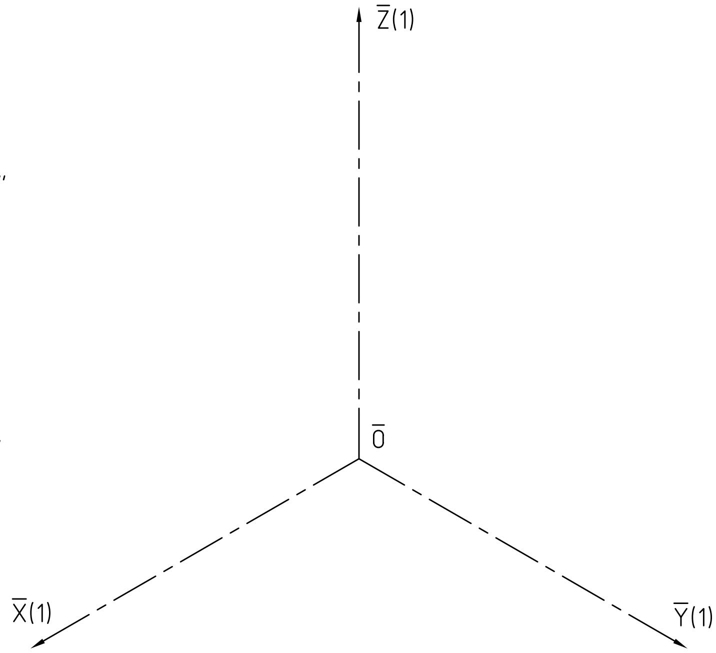
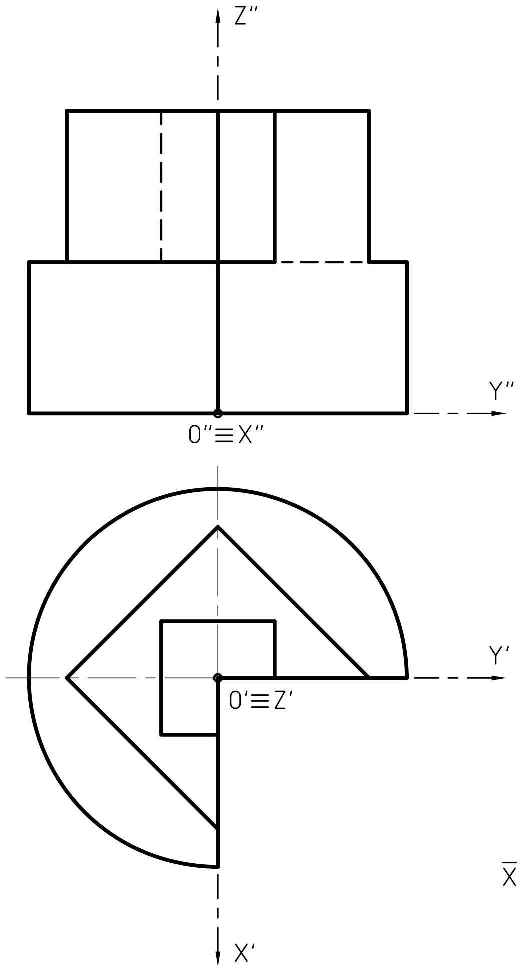


Fig. 44

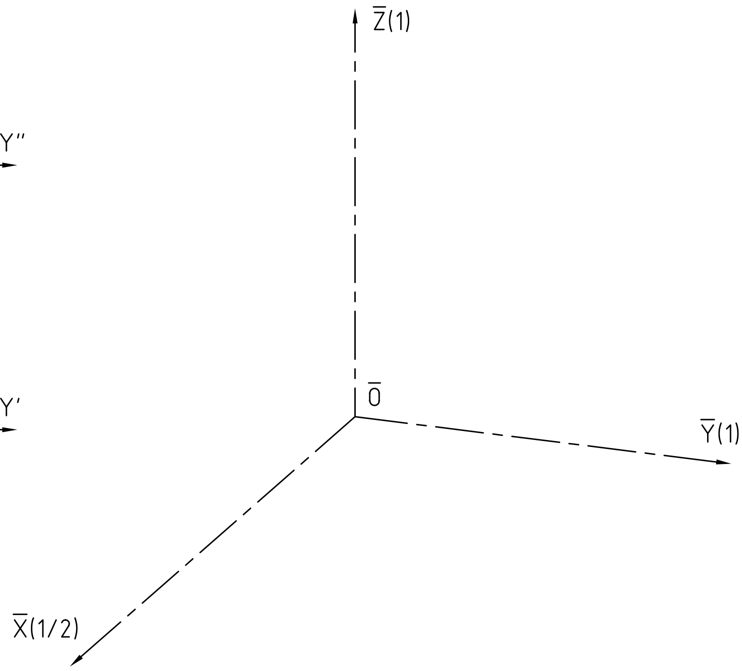


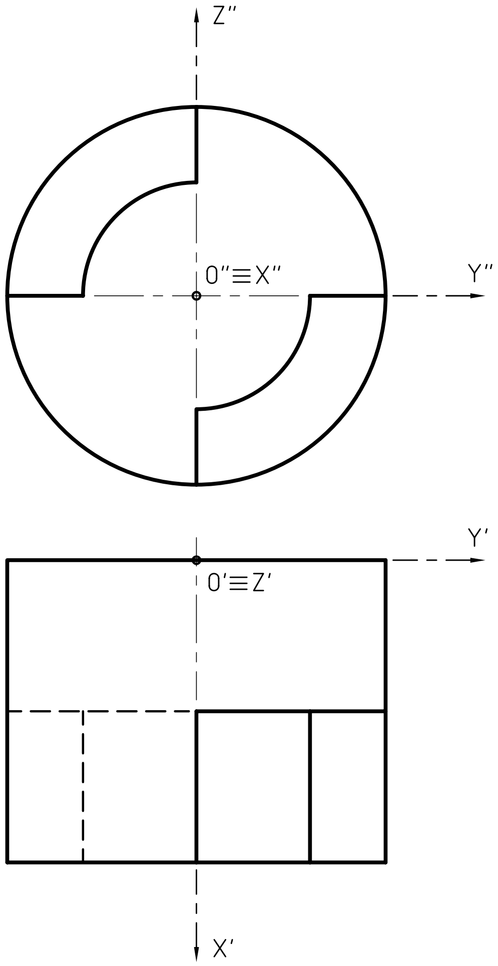
Realizar el Dibujo Isométrico de la pieza repre__
sentada por sus vistas.



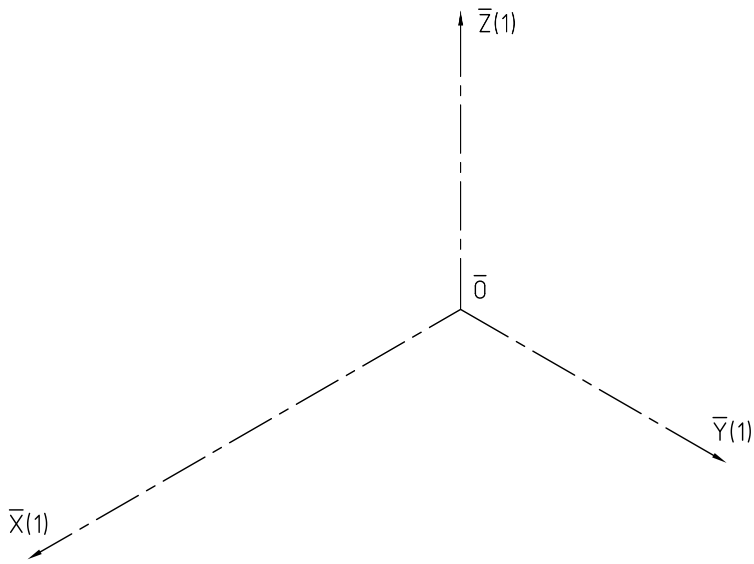


Realizar el Dibujo Dimétrico Normalizado de la pieza representada por sus vistas.

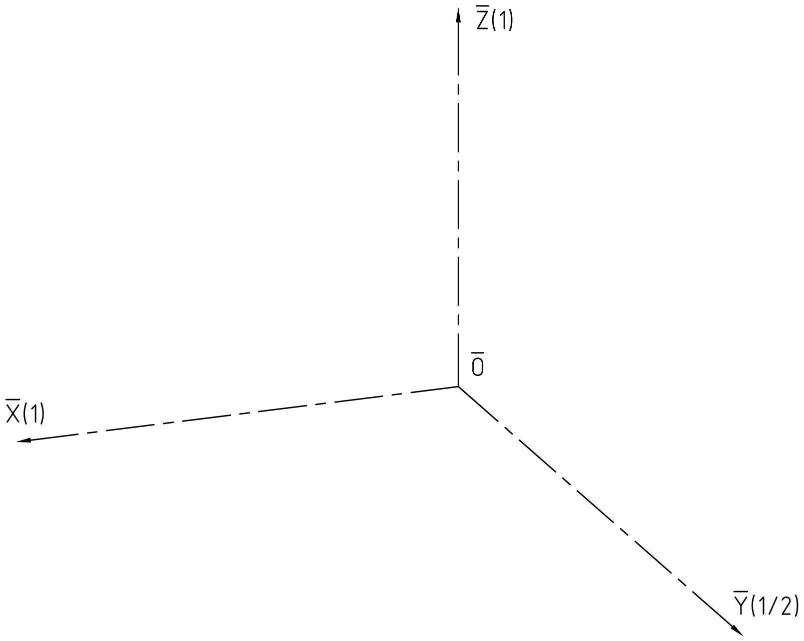




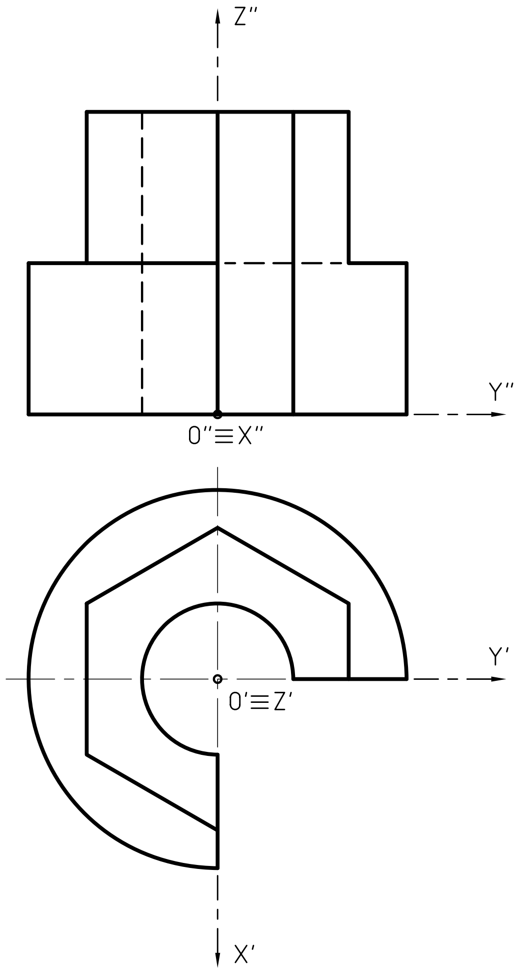
Realizar el Dibujo Isométrico de la pieza repre__ sentada por sus vistas.

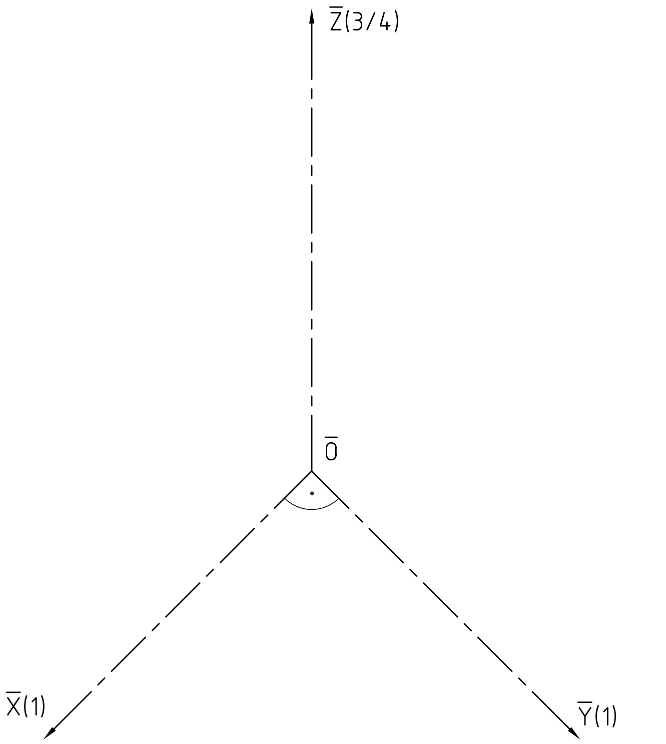


Realizar el Dibujo Dimétrico Normalizado de la pieza representada por sus vistas.

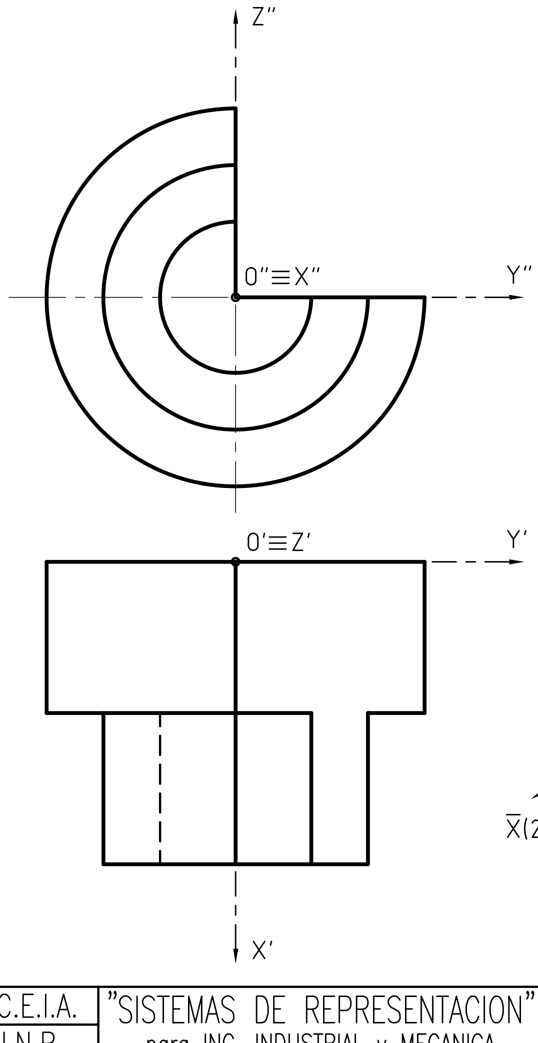


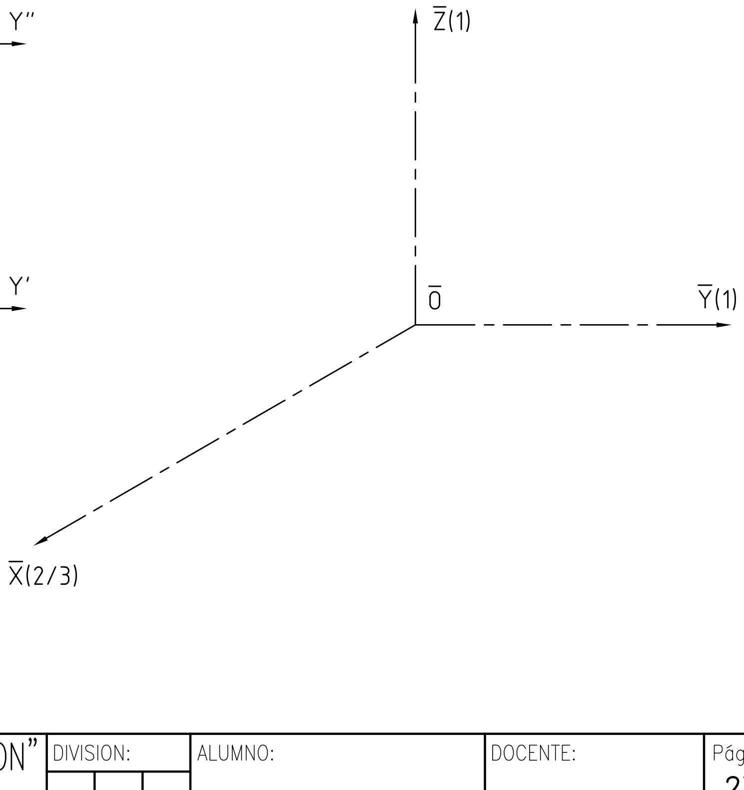
Realizar la Perspectiva Militar de la pieza repre__ sentada por sus vistas.



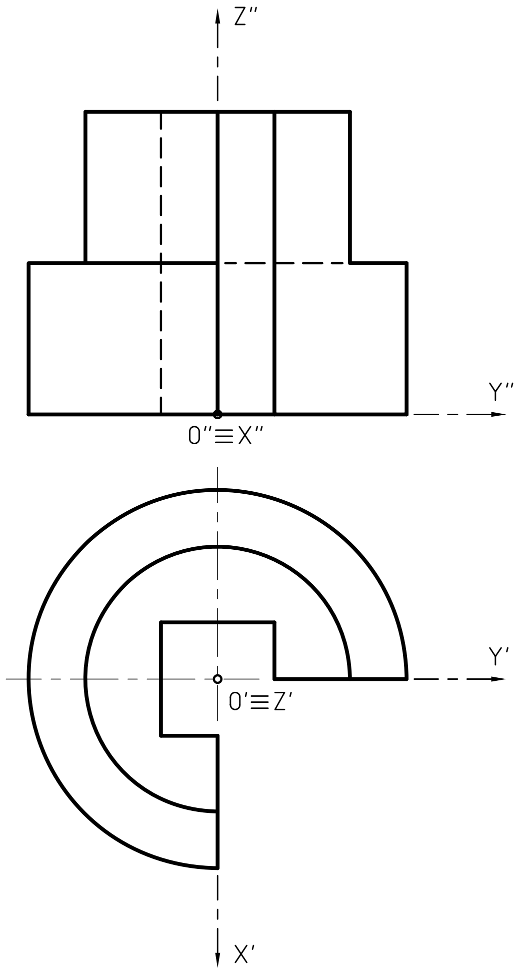


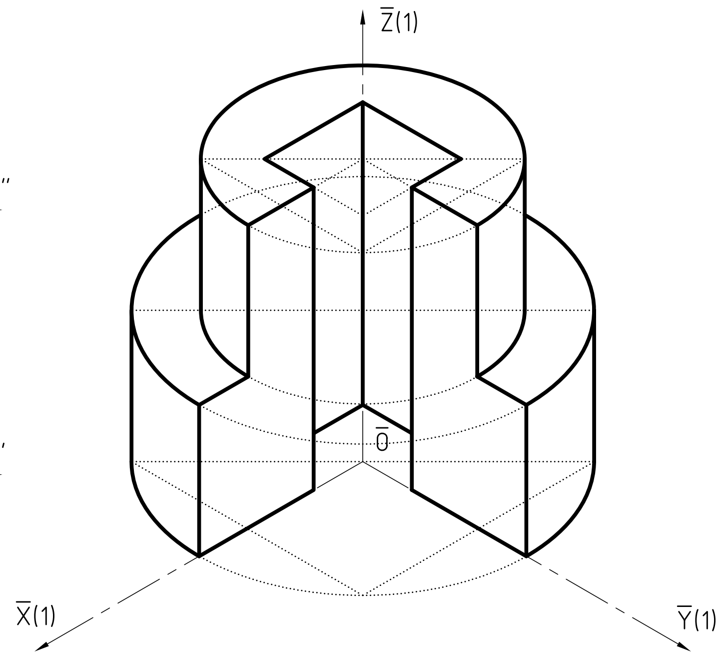
Realizar la Perspectiva Caballera de la pieza re__ presentada por sus vistas.



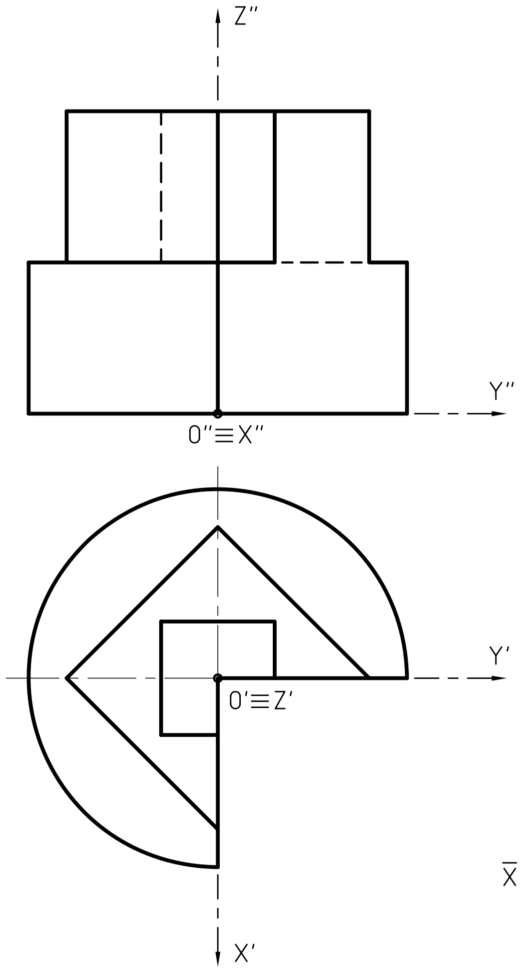


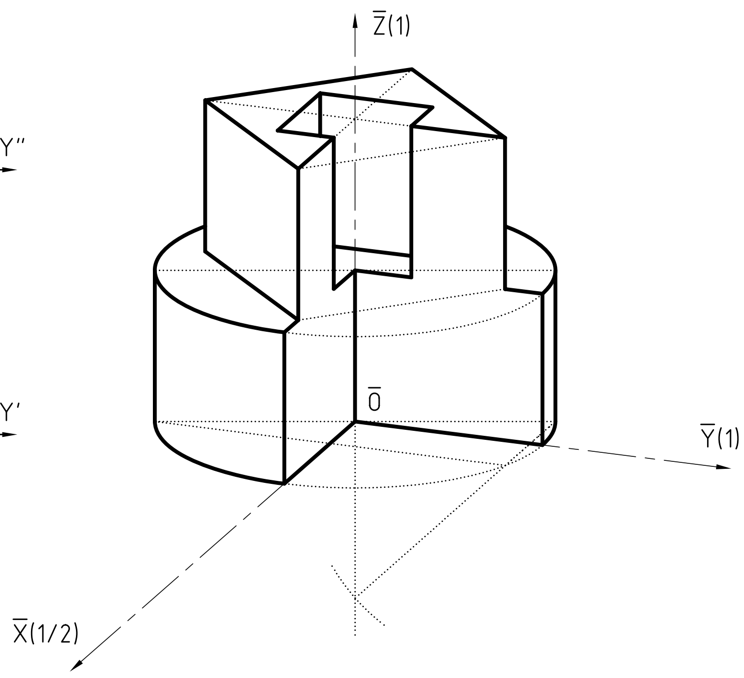
Realizar el Dibujo Isométrico de la pieza repre_ sentada por sus vistas.



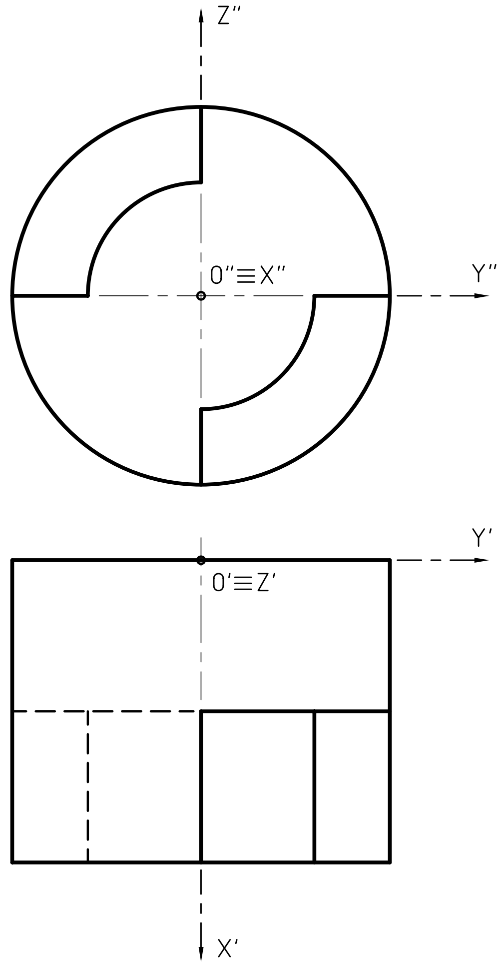


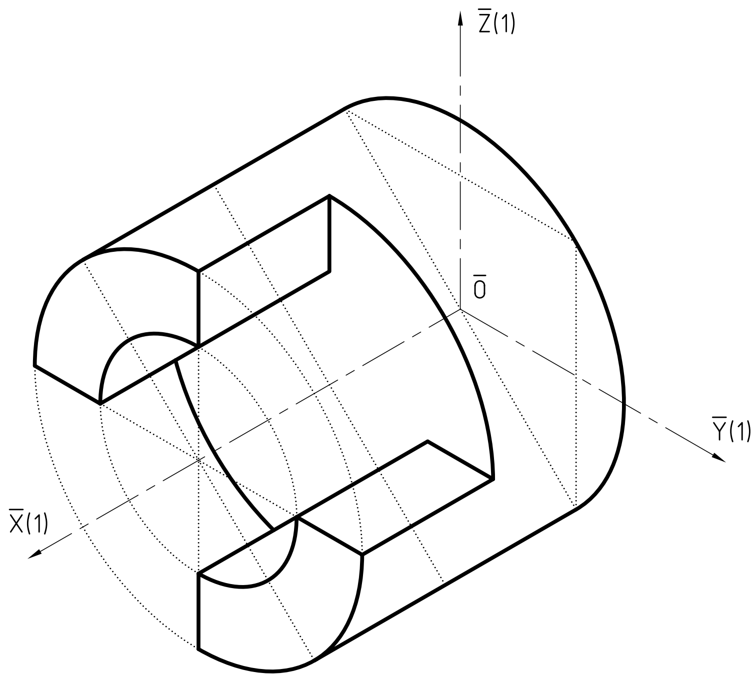
Realizar el Dibujo Dimétrico Normalizado de la pieza representada por sus vistas.



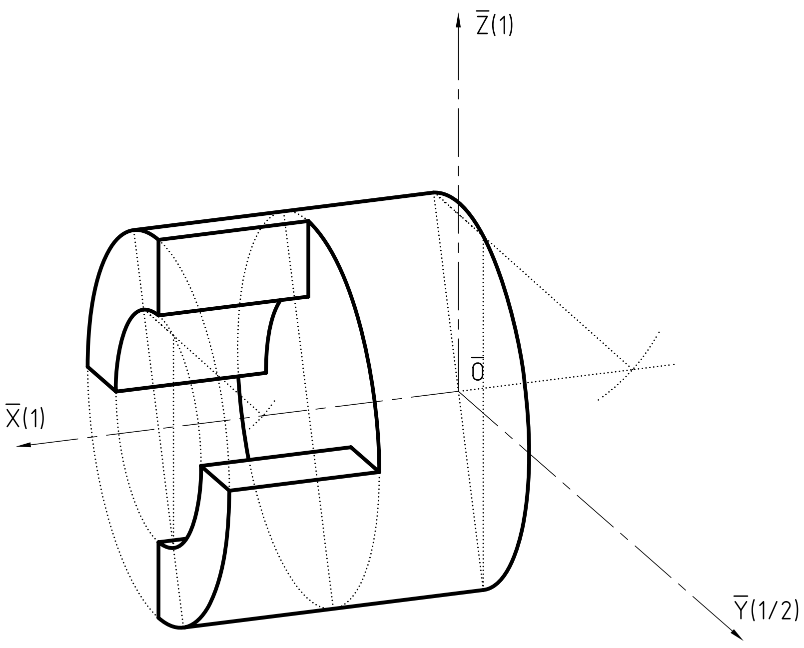


Realizar el Dibujo Isométrico de la pieza repre_ sentada por sus vistas.

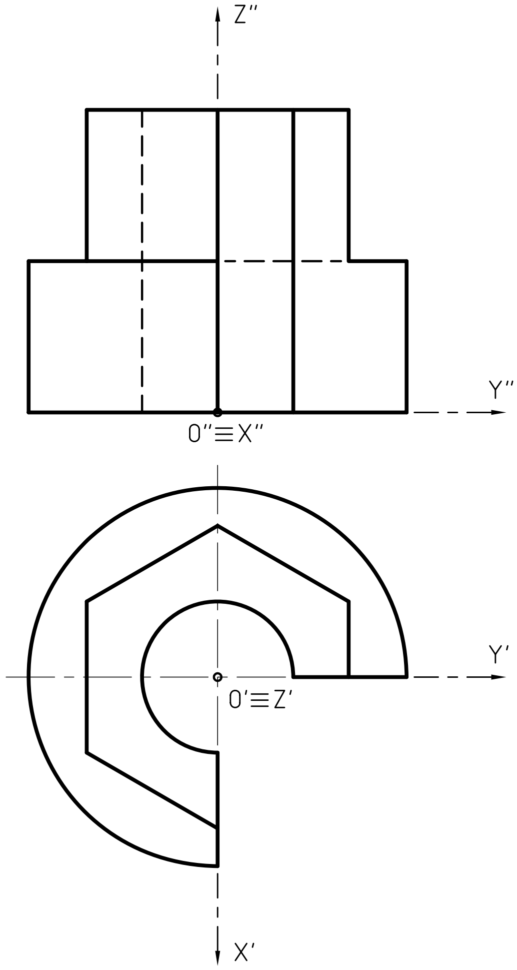


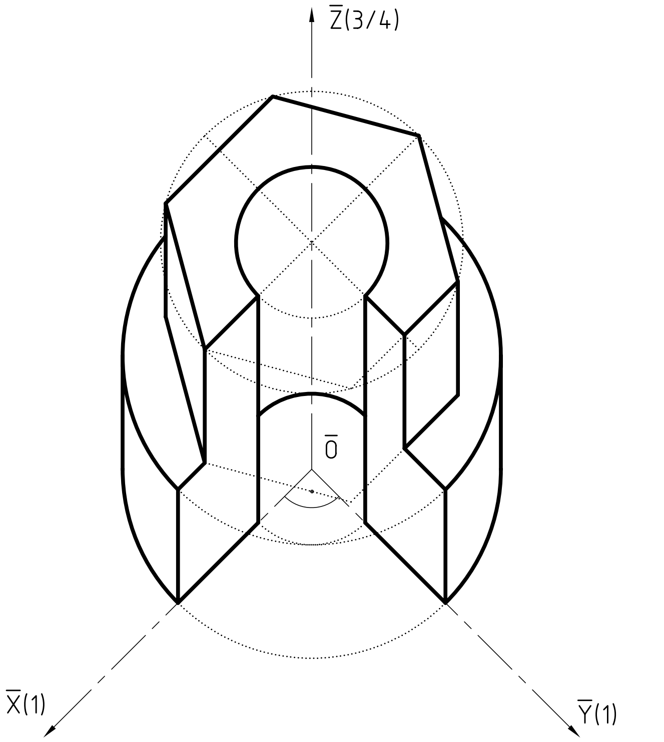


Realizar el Dibujo Dimétrico Normalizado de la pieza representada por sus vistas.



Realizar la Perspectiva Militar de la pieza repre_
sentada por sus vistas.





Realizar la Perspectiva Caballera de la pieza re_
presentada por sus vistas.