

HIDRÁULICA FLUVIAL: PROCESOS DE EROSIÓN Y SEDIMENTACIÓN, OBRAS DE CONTROL Y GESTIÓN DE RÍOS Hector Daniel Farias, José Daniel Brea, Carlos Marcelo García (Editores)

> Memorias del *Quinto Simposio Regional sobre HIDRAULICA DE RÍOS* Santiago del Estero, Argentina. 2-4 Noviembre de 2011 ISBN 978-987-1780-05-1 (Libro + CD-ROM)

# CALIBRACIÓN DE FUNCIONES PARA DESAGREGAR EN VERTICAL VELOCIDAD Y CONCENTRACIÓN DE SEDIMENTOS EN SUSPENSIÓN EN EL RÍO PARANÁ

Pedro A. Basile<sup>(1), (2)</sup>, Marina L. Garcia<sup>(1), (2)</sup> y Gerardo A. Riccardi<sup>(1), (2), (3)</sup>

 <sup>(1)</sup> Departamento de Hidráulica – Escuela de Ingeniería Civil (FCEIA – UNR)
 <sup>(2)</sup> Centro Universitario Rosario de Investigaciones Hidroambientales (FCEIA – UNR)
 <sup>(3)</sup> Consejo de Investigaciones de la Universidad Nacional de Rosario (CIUNR) Riobamba 245 bis. (2000) Rosario. Sta Fe. Argentina E-mail: <u>pbasile@fceia.unr.edu.ar</u>

#### RESUMEN

Se analizan perfiles de velocidad y transporte de sedimentos en suspensión medidos a la altura del tramo km 449–455 del río Paraná. Las distribuciones de velocidad observadas se compararon con la ley logarítmica y con la ley potencial. La velocidad de corte y la altura de rugosidad equivalente de Nikuradse fueron estimadas por el método de una ecuación. Se estimaron, además, los parámetros de la ley de distribución potencial. Los resultados indican que ambas leyes representan satisfactoriamente la distribución vertical de la velocidad en toda la profundidad de flujo. Para estimar una distribución de velocidades conociendo la velocidad media en vertical, la profundidad y la rugosidad global, es más práctico parametrizar la ley potencial expresada en función de tales variables y expresar el exponente m en función de algún coeficiente de rugosidad global. Consecuentemente, se desarrollaron tres funciones que vincularon el exponente m con el coeficiente de Chezy adimensional, el coeficiente de rugosidad de Manning y el factor de fricción de Darcy-Weisbach. La función de distribución de concentración de sedimentos en suspensión de Rouse-Van Rijn se calibró, ajustando la concentración en correspondencia con el nivel de referencia *a* dada por Van Rijn, de manera tal que el transporte en suspensión obtenido por la integración vertical del producto  $u(z) c_s(z)$  fuera igual al observado.

#### ABSTRACT

Velocity profiles and suspended sediment transport measured in a reach of the Paraná River (km 449-455) are analyzed. The observed velocity profiles were compared with the logarithmic law and the power law. The shear velocity and the equivalent roughness height of Nikuradse were estimated by the one equation method. Moreover, the parameters of the power law were also estimated. The results indicate that both laws represent successfully the vertical velocity distribution in the entire water depth. To estimate a vertical velocity profile knowing the mean velocity and the water depth is more convenient to parameterize the power law expressed in terms of these variables and express the exponent m in terms of some global roughness coefficient. Consequently, three functions that linked the exponent m with the dimensionless Chezy coefficient, the Manning roughness coefficient and the Darcy-Weisbach friction factor were developed. The distribution function of suspended sediment concentration of Rouse-Van Rijn was calibrated by adjusting the concentration at the reference level a, given by Van Rijn, so that the suspended sediment transport obtained by vertical integration of the product  $u(z) c_s(z)$  was equal to the observed one.

## INTRODUCCIÓN

La ley logarítmica de distribución de la velocidad en vertical es ampliamente aceptada debido a que puede ser justificada con ciertos argumentos teóricos, como por ejemplo, la hipótesis de longitud de mezcla de Prandtl, el razonamiento dimensional de von Karman o el análisis asintótico de Millikan (Cheng, 2007).

Nezu y Nakagawa (1993) sostienen que la ley logarítmica es válida sólo en la región de la pared o capa interna y que las desviaciones a dicha ley deben ser tenidas en cuenta considerando una función de estela, tal como la propuesta por Coles (1956).

Algunos autores establecen que el espesor de la capa interna esta comprendido entre el 15% y el 20% de la profundidad de flujo (Bathurst, 1982; Nezu y Nakawaga, 1993), otros estudios le otorgan un espesor mayor, específicamente del orden del 50% de la profundidad de flujo (Ferguson y Ashworth, 1992; Wilcock, 1996). Es necesario notar que, numerosos datos experimentales y de campo han evidenciado la validez de la ley logarítmica para la totalidad de la profundidad de flujo y, por lo tanto, en la mayoría de las aplicaciones prácticas sigue siendo útil suponer que dicha ley describe la distribución de la velocidad en toda la profundidad de flujo (González et al., 1996).

Por otra parte, aún cuando la ley potencial sea considerada empírica, en muchos trabajos se reporta que los perfiles de velocidad medidos en canales abiertos anchos son adecuadamente representados por la ley potencial (Hinze, 1975; González et al., 1996; Bergstrom et al., 2001).

Es necesario señalar que, tanto la ley logarítmica como la potencial no reproducen correctamente el perfil de velocidades en canales estrechos, con relación ancho/profundidad<5, donde las corrientes secundarias hacen que la velocidad máxima se verifique por debajo de la superficie libre (Nezu y Rodi, 1986).

El objetivo del presente trabajo es evaluar la capacidad de la ley logarítmica de distribución de velocidades en vertical para representar mediciones realizadas en el río Paraná y, además, calibrar la ley potencial utilizando dichas mediciones. Asimismo, se plantea como objetivo específico desarrollar relaciones funcionales entre el exponente de la ley potencial y distintos coeficientes de resistencia al escurrimiento, tales como, el coeficiente de Chezy adimensional, el coeficiente de rugosidad de Manning y el factor de fricción de Darcy-Weisbach. Por otra parte, a partir de mediciones de concentración media en vertical de sedimentos en suspensión del material del lecho, se propone calibrar la función de distribución de sedimentos de Rouse-Van Rijn.

Las relaciones funcionales entre el exponente m y los coeficientes de resistencia al flujo, en conjunción con la ley potencial, pueden ser utilizadas para obtener expeditivamente información sobre la distribución vertical de la velocidad a partir de conocer la velocidad media (o eventualmente la velocidad máxima), la profundidad de flujo y el coeficiente de rugosidad.

Las funciones u(z) y  $c_s(z)$  obtenidas son de utilidad en modelos 2DH completos o Cuasi-2DH para desagregar en la vertical velocidad y concentración de sedimentos en suspensión, conservando el valor medio de velocidad y el transporte de sedimentos en suspensión, calculados por el modelo en cada celda del dominio modelado.

## FUNDAMENTOS TEÓRICOS

### Funciones de distribución de la velocidad

La distribución vertical de la velocidad en flujos turbulentos en canales abiertos es muy compleja. Para flujo turbulento uniforme en un canal abierto ancho e hidráulicamente liso han sido identificadas tres regiones (Nakagawa et al., 1975). Indicando con z la coordenada vertical (z=0 coincide con el fondo) y con h la profundidad de flujo, tales regiones son:

1) La región de la pared: z/h  $\leq$  0.2, conocida como la capa interna en la teoría de capa límite, donde las escalas de longitud y de velocidad son v/u\* y u\*, respectivamente, donde v es la viscosidad cinemática del agua y u\* es la velocidad de corte, definida como u\*= $(\tau_b/\rho)^{1/2}$ , siendo  $\tau_b$  la tensión de corte sobre el fondo y  $\rho$  la densidad del agua; esta es la región más importante para la producción de turbulencia de pared.

2) La región de la superficie libre:  $0.6 \le z/h \le 1$ , en esta región, correspondiente a la capa externa, las escalas de longitud y de velocidad son la profundidad de flujo h y la velocidad máxima u<sub>máx</sub> respectivamente; esta región se encuentra influenciada sustancialmente por los procesos de la superficie libre y en ella es válida la ley de defecto de la velocidad.

3) La región intermedia: 0.2 < z/h < 0.6, dentro de la capa externa, que no se encuentra fuertemente influenciada por cualquiera de las propiedades de la pared o de la superficie libre. En esta zona, la producción de energía turbulenta y la disipación son aproximadamente iguales, siendo z la escala de longitud y u\* la escala de velocidad.

Dentro de la región de la pared o capa interna, puede definirse una delgada subcapa (prácticamente inexistente en canales naturales) denominada subcapa viscosa, es decir, aproximadamente para z<30  $\nu/u_*$ , donde la distribución de velocidades se describe mediante la ley lineal:

$$\frac{\mathbf{u}(z)}{\mathbf{u}_*} = \frac{\mathbf{u}_* z}{\mathbf{v}} \tag{1}$$

mientras que, en la región 30 v/u $_* < z < 0.2$  h, la distribución de la velocidad puede ser descripta mediante la ley logarítmica:

$$\frac{\mathbf{u}(\mathbf{z})}{\mathbf{u}_*} = \frac{1}{\kappa} \ln\left(\frac{\mathbf{u}_* \mathbf{z}}{\mathbf{v}}\right) + 5.5 \tag{2}$$

donde  $\kappa$  es la constante de von Karman ( $\kappa$ =0.4).

En canales con contornos hidráulicamente rugosos (turbulencia completamente desarrollada), dentro de la capa interna la escala de longitud es representada por la altura de rugosidad equivalente de Nikuradse  $k_s$  y la escala de velocidad por u\*. En general,  $k_s$  es función de la forma, altura y ancho de los elementos de rugosidad, así como de su distribución espacial. Las observaciones experimentales sugieren que cuanto más uniformes son y más uniformemente distribuidos están los elementos de rugosidad en el lecho del canal, más se acerca  $k_s$  a la altura real de las protuberancias (Schlichting, 1955). En este caso, la distribución de velocidades puede ser representada por la ley logarítmica:

$$\frac{u(z)}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln\left(\frac{z}{k_s}\right) + 8.5$$
(3)

Los límites de comportamiento del régimen de flujo turbulento en canales abiertos pueden clasificarse en función del número de Reynolds del contorno:  $Re_*=u_*k_s/v$ , como hidráulicamente liso, transicional o hidráulicamente rugoso. Para  $Re_*<5$  el régimen es hidráulicamente liso, para  $Re_*>70$  es hidráulicamente rugoso y para el rango intermedio es transicional. Una expresión general, que sintetiza la ley de distribución logarítmica es:

$$\frac{u(z)}{u_*} = 5.75 \log\left(\frac{z}{k_s}\right) + B$$
(4)

donde la función de rugosidad B=f(Re\*) es igual a: B=5.5+5.75 log Re\* para el régimen turbulento hidráulicamente liso y B=8.5 para régimen turbulento rugoso. En este último caso, se deduce que  $z_0$ , es decir la altura desde el fondo donde u=0, es igual a:  $z_0$ =0.033 k<sub>s</sub>.

La ley potencial es un modelo alternativo para representar la distribución vertical de la velocidad en canales abiertos. Chen (1991) presentó un modelo potencial generalizado de distribución de velocidades en canales abiertos y analizó los rangos de aplicación de diferentes exponentes. En general, la ley potencial se expresa como:

$$\frac{u(z)}{u_*} = \beta \left(\frac{z}{z_0}\right)^m \tag{5}$$

donde  $\beta$  y m son un coeficiente y un exponente, respectivamente. Sobre la base de consideraciones teóricas, Chen (1991) demuestra que, para que exista un acuerdo perfecto entre la ley potencial y la ley logarítmica, el producto de  $\kappa$ , m,  $\beta$  y e (donde e es la base de los logaritmos naturales) debe ser igual a 1. A partir de esta condición, sustituyendo los valores de e y  $\kappa$ , se obtiene la siguiente expresión: m  $\beta$ =0.9197.

En la literatura se reporta que el exponente m varía entre 1/4 y 1/12 para diferentes contornos y, en el caso de adoptar la formulación de Manning, el exponente m es igual a 1/6 (Chen, 1991; Yen, 2002, Cheng, 2007).

#### Función de distribución de concentración de sedimentos en suspensión

La ecuación básica que describe el perfil vertical de concentración de sedimentos en suspensión en condiciones de equilibrio se escribe como:

$$-\mathbf{w}_{s}\mathbf{c}_{s} + \overline{\mathbf{w}'\mathbf{c}_{s}'} = 0 \tag{6}$$

donde  $w_s$  es la velocidad de caída de la partícula de sedimento,  $c_s$  es la concentración volumétrica de sedimentos en suspensión, promediada en el período de la turbulencia (en el sentido de Reynolds). El segundo término es el producto de las fluctuaciones turbulentas de velocidad vertical w y concentración  $c_s$ , promediado en el período de la turbulencia. Como relación de cierre se puede utilizar la ley de Fick:

$$\overline{w'c'_{s}} = -\varepsilon_{s} \frac{dc_{s}}{dz}$$
(7)

por lo tanto, reemplazando (7) en (6) se obtiene:

$$w_{s} c_{s} + \varepsilon_{s} \frac{dc_{s}}{dz} = 0$$
(8)

La (8) está indicando que el flujo de sedimentación (primer término), se equilibra con el flujo hacia arriba producido por el efecto de la turbulencia (segundo término). Este último se dirige hacia arriba para gradientes de concentración negativos (ver ec. (7)), consecuentemente, la concentración de sedimentos en suspensión en equilibrio decrece a medida que z se incrementa. La turbulencia produce la difusión de sedimento desde las zonas de alta concentración (cerca del lecho) hacia las zonas de baja concentración (cerca de la superficie del agua).

Para resolver la (8) se asume que el coeficiente de difusión turbulenta del sedimento es igual al coeficiente de difusión turbulenta de momentum de la fase líquida, es decir:

$$\varepsilon_{s}(z) = \kappa u_{*} z \left( 1 - \frac{z}{h} \right)$$
(9)

Reemplazando (9) en (8) e integrando entre el nivel de referencia a y z, se obtiene (Rouse, 1937):

$$\frac{c_{s}(z)}{c_{sa}} = \left[ \left( \frac{h-z}{z} \right) \left( \frac{a}{h-a} \right) \right]^{\alpha}$$
(10)

donde a es un nivel de referencia a partir del fondo,  $\alpha$  es el parámetro de suspensión o número de Rouse:  $\alpha = w_s / \kappa u_* y c_{sa}$  es la concentración en correspondencia con el nivel de referencia a, la cual puede expresarse mediante la ecuación de Van Rijn (1984a):

$$c_{sa} = \alpha_a \; \frac{d_{50}}{a} \; \frac{T^{1.5}}{D_*^{0.3}} \tag{11}$$

donde  $\alpha_a$  es un coeficiente de proporcionalidad,  $\alpha_a=0.015$ ;  $d_{50}$  = diámetro del sedimento del lecho para el cual el 50% es más fino; a=0.5  $\Delta$ , siendo  $\Delta$  la altura de duna, o a=3 d<sub>90</sub> si no existen formas de fondo, con a<sub>min</sub>=0.01 h; T=parámetro de transporte y D<sub>\*</sub> = diámetro adimensional.

#### MEDICIONES DE CAMPO EN EL RÍO PARANÁ

Los datos utilizados en el presente estudio se corresponden con las mediciones realizadas por la empresa EVARSA (FCEIA-UNR, 1997) en el cauce principal del río Paraná, a la altura del tramo Km 449 - 455 de la ruta de navegación (Figura 1).

#### Relevamiento Topobatimétrico

El relevamiento batimétrico se realizó a partir de un mojón principal ubicado sobre margen derecha, donde fue instalado un GPS de referencia para el trabajo en modo diferencial. El otro

equipo GPS se ubicó a bordo de la embarcación, que navegaba recorriendo los perfiles transversales relevados con una orientación predeterminada (con un acimut fijo), orientada mediante un GPS navegador.

La medición de profundidad de flujo se realizó con una ecosonda graficadora y las posiciones de la embarcación, a determinados tiempos, se marcaron sobre la faja de la ecógrafa. Simultáneamente se tomaron las coordenadas de dichos puntos con el GPS navegador, generándose de esta forma un archivo conteniendo las coordenadas geográficas y la hora de posición en cada punto. Estas posiciones en modo absoluto fueron luego convertidas, utilizando un programa del equipo y otro desarrollado por EVARSA que vincula ambos archivos a través de la hora y extrae las coordenadas a utilizar en el cálculo de conversión.

La conversión se efectuó de coordenadas geográficas del Sistema WGS 84 a Campo Inchauspe, y luego se obtuvieron las planas Gauss-Kruger, el primer elipsoide es el que utiliza el GPS. Las mediciones se realizaron con los siguientes equipos: GPS Geodésico monofrecuencia ASHTECH - DIMENSION, mediante el método estático diferencial, GPS navegador GARMIN 45, y Ecosonda RAYTHEON DE 719 B.

# Medición de perfiles de velocidad

Se realizaron mediciones de velocidades en cuatro secciones transversales dentro del tramo (ver Figura 1). En las cuatro secciones transversales se midieron perfiles de velocidades en un total de 47 verticales. En cada vertical se midieron velocidades en 5 puntos de la profundidad de flujo h a saber: cerca de la superficie, 0.2 h, 0.6 h, 0.8 h y cerca del fondo (profundidades medidas desde la superficie libre) más un punto interpolado a 0.4 h. A tales fines se utilizó un correntómetro marca OTT, con contrapeso. Las mediciones se realizaron durante intervalos de 60 s, dos veces en cada punto. El tiempo de muestreo se encuentra comprendido dentro del rango óptimo (Buffin-Bélanger y Roy, 2005). En caso de diferencias mayores a un 10 % se realizó una tercera medición, y luego el valor adoptado fue la media aritmética. Los números de vuelta de la hélice se registraron mediante un contador electrónico.

Las profundidades totales en cada vertical se midieron con un cable conductor graduado, desde la superficie de agua hasta la base del contrapeso, una vez que éste tocó el fondo. Las profundidades parciales de cada punto de medición en cada vertical se determinaron con el mismo cable conductor graduado, como la distancia desde la superficie de agua hasta el eje del correntómetro. Para el conjunto de mediciones, la profundidad de flujo h varió entre 3.3 m y 18.2 m, mientras que, la velocidad media en vertical U varió entre 0.468 m/s y 1.256 m/s (ver Tabla 1).

Las mediciones se efectuaron desde una embarcación anclada, ubicada sobre la alineación de cada sección de aforos. Las mismas fueron materializadas con jalones en ambas márgenes. Las distancias desde la costa hasta cada vertical, donde se midieron los perfiles de velocidad se determinaron mediante una estación total electrónica PENTAX PTS 10.

## Extracción de muestras de sedimentos en suspensión

En forma simultánea con las mediciones de los perfiles de velocidad se extrajeron muestras de sedimentos en suspensión integradas en la vertical. Las extracciones se efectuaron en 5 verticales comunes a algunas de las verticales donde se midieron los perfiles de velocidades en cada sección. Para ello se aprovechó la posición de la embarcación anclada con posterioridad a la medición de las velocidades.

Para extraer las muestras se utilizó un captador integrador en la vertical tipo USD 77, con boquillas, tiempo de muestreo y velocidades de descenso e izado seleccionadas acorde a la velocidad de corriente y profundidad de cada vertical. En cada vertical se extrajeron tres muestras independientes con el doble propósito de obtener un valor de concentración media representativo y un mayor volumen de muestra, para posibilitar el análisis granulométrico de las mismas.

# Extracción de muestras de material del lecho

Las extracciones de muestras de material del lecho se realizaron en coincidencia con las mismas verticales donde se extrajeron las muestras de sedimentos en suspensión. A tales fines se utilizó el mismo sistema de posicionamiento usado anteriormente en las mediciones de concentraciones captación.

Las mismas se efectuaron utilizando como captadores conos de arrastre y draga de mordazas tipo Tamura, ambos equipos fueron accionados desde la embarcación. En el primero de los casos se desechó la parte superior de la muestra, disturbada por el eventual lavado de los tamaños finos durante el proceso de izado.

# Análisis de concentraciones

Para todas las muestras de sedimentos en suspensión (60 en total, correspondientes a 3 extracciones de 5 verticales en 4 secciones) se determinaron en laboratorio las concentraciones de sedimentos, separando la carga de lavado o finos (pasante tamiz 230) de las arenas.

El procedimiento empleado fue reducción de volumen de agua por decantación y luego por evaporación en baños termostáticos, y posterior secado en estufa. La separación de tamaños se realizó mediante tamizado por vía húmeda.

Los pesos secos de sedimentos se obtuvieron utilizando una balanza electrónica analítica marca OHAUS AS-200, de alta precisión (diezmilésima de gramo).

La determinación de las concentraciones medias de cada vertical se realizó ponderando las concentraciones de cada muestra por el correspondiente volumen de agua. Para el cálculo de las concentraciones de sedimentos finos (wash load) se tuvo en cuenta la cantidad de sólidos disueltos totales presentes en el volumen de agua reducido, posteriormente evaporado. Para el conjunto de mediciones, la concentración media asociada al material del lecho  $C_s$  de sedimentos en suspensión varió entre 5.6 ppm en peso y 51.6 ppm en peso, mientras que, la concentración de carga de lavado varió entre 96.9 ppm en peso y 138.2 ppm en peso.

## Análisis granulométricos

En el caso del material del lecho, se realizó para cada muestra (20 en total) un análisis granulométrico en laboratorio de sedimentología. El procedimiento empleado fue la separación de fracciones mediante tamizado por vía seca. Los tamaños de tamices se eligieron acorde a las características de cada muestra.

Para la fracción arenas, de las muestras de sedimento en suspensión, se efectuó también un análisis granulométrico. Para ello se utilizaron tamices de 3" con aberturas de malla correspondientes a tamaños de arenas finas. En los casos de muy bajas concentraciones, para las verticales próximas a la margen izquierda, el análisis se realizó a muestras integradas según líneas de corriente.

Con los resultados obtenidos se construyeron las correspondientes curvas granulométricas de material del lecho y de arenas transportadas en suspensión. El  $d_{50}$  correspondiente al material del lecho varió entre 0.26 mm y 0.30 mm, mientras que, el  $d_{50}$  correspondiente al sedimento en suspensión del material del lecho varió entre 0.08 mm y 0.12 mm aproximadamente.

#### METODOLOGÍA DE CÁLCULO IMPLEMENTADA

Existen varios métodos para estimar u\*, el más simple, para flujo uniforme  $(S_b=S_w=S_f)$ , consiste en estimar u\* como u\*=  $(ghS_b)^{0.5}$ , donde g es la aceleración de la gravedad y S<sub>b</sub> es la pendiente del fondo del canal. Si el flujo no es uniforme S<sub>b</sub> es reemplazada por la pendiente de fricción S<sub>f</sub> o eventualmente por la pendiente de la superficie libre S<sub>w</sub>. La correcta evaluación de las pendientes locales, es decir, en las proximidades de la sección medida no es siempre factible; por lo tanto, u\* es generalmente estimada con otros métodos.

Un método alternativo, comúnmente usado para determinar los valores locales de u $_*$  conjuntamente con  $k_s$  se basa en el ajuste de la distribución de la velocidad media temporal medida a la ley logarítmica, este método, denominado también método de una ecuación, debe ser usado cuando se cuenta solamente con valores de velocidad media temporal en cada posición a lo largo de la profundidad. Sin embargo, cuando se encuentran disponibles mediciones de las componentes fluctuantes de la velocidad, para determinar u $_*$  y  $k_s$  es más adecuado aplicar el método de las dos ecuaciones (Dancey y Diplas, 2008).

En nuestro caso solo se cuenta con velocidades medias temporales, por lo tanto, a los pares de valores (u,z) de cada perfil se le ajustó, mediante una regresión lineal, una ecuación del tipo:

$$\mathbf{u}(\mathbf{z}) = \mathbf{c}_1 \log \mathbf{z} + \mathbf{c}_2 \tag{12}$$

Consecuentemente, de (12) y (3) se obtiene:

$$u_* = \frac{c_1}{5.75}$$
 ,  $\log k_s = \frac{1}{5.75} \left( 8.5 - \frac{c_2}{u_*} \right)$  (13a) y (13b)

El cálculo de los parámetros  $\beta$  y m de la ley potencial se realizó con la función Solver de Excel® minimizando la función objetivo, definida como la suma del valor absoluto de los desvíos entre la velocidad calculada y la observada, es decir:

$$SDU = \sum_{j=1}^{N} |u_{cal.} - u_{obs.}|_{j}$$
(14)

y considerando la restricción para la total similitud entre la ley logarítmica y la ley potencial:

$$m\beta = 0.9197$$
 (15)

donde N es el número total de velocidades observadas en cada vertical.

Los parámetros ajustados de la ley potencial pueden ser de utilidad para estimar una distribución de velocidades a partir de conocer la velocidad media en vertical, la profundidad y el coeficiente de rugosidad. En efecto, en modelos hidrodinámicos cuasi-2D o 2DH completos, puede ser necesario conocer la distribución vertical de la velocidad a los efectos de estudiar expeditivamente otros procesos, como por ejemplo, el transporte de sedimentos en suspensión en la columna de agua. En estos casos, es más práctico parametrizar la ley potencial expresada en función de U y h.

A partir de (5) es posible determinar el valor de z para el cual u(z)=U, donde U es la velocidad media en la vertical. Integrando y operando algebraicamente se obtiene:

$$z = \frac{h}{(m+1)^{1/m}}$$
(16)

por lo tanto, reemplazando (16) en (5), la velocidad media queda expresada como:

$$\frac{U}{u_*} = \frac{\beta}{(m+1)} \left(\frac{h}{z_0}\right)^m$$
(17)

consecuentemente, de (5) y (17) se obtiene:

$$\frac{u(z)}{U} = (m+1)\left(\frac{z}{h}\right)^m$$
(18)

Es decir, el perfil de velocidades queda expresado en función de la velocidad media en vertical y la profundidad de flujo. En el caso de los modelos hidrodinámicos cuasi-2D o 2DH completos dichas variables se calculan, en cada punto de la grilla computacional, a partir de especificar un coeficiente de rugosidad. Por lo tanto, a los efectos de estimar el perfil, se desarrollaron tres relaciones funcionales que vincularon el exponente m con el coeficiente de Chezy adimensional ( $C_f$ ), con el coeficiente de rugosidad de Manning (n) y con el factor de fricción de Darcy-Weisbach (f):

$$C_{f} = \frac{C}{\sqrt{g}} = \frac{U}{u_{*}}, \qquad n = \frac{h^{m}}{C_{f}\sqrt{g}}, \qquad f = \frac{8}{C_{f}^{2}} = \frac{8 g n^{2}}{h^{2m}}$$
 (19a), (19b) y (19c)

Las relaciones funcionales se desarrollaron realizando regresiones entre los valores ajustados del exponente m de la ley potencial y los valores de los coeficientes de rugosidad y conducción calculados mediante las ecuaciones (19).

Finalmente, otra manera de expresar la ley potencial es en función de  $u_{máx}$  y h. Teniendo en cuenta que la velocidad máxima se observa para z=h, de (5) se obtiene:

$$\frac{u_{máx}}{u_*} = \beta \left(\frac{h}{z_0}\right)^m$$
(20)

por lo tanto, de (5) y (20) se deriva la ley potencial, expresada en función de  $u_{máx}$  y h, de la siguiente manera:

$$\frac{u(z)}{u_{máx}} = \left(\frac{z}{h}\right)^m$$
(21)

comparando (18) y (21) se deduce que  $u_{máx}=(m+1)$  U.

En lo que respecta al sedimento, se calibró la función de distribución de concentración de sedimentos dada por la ec. (10). La metodología consistió en determinar la concentración en correspondencia con el nivel de referencia a,  $c_{sa}$ , dada por la ec. (11), ajustando el coeficiente de proporcionalidad  $\alpha_a$ , de manera tal que el transporte en suspensión calculado mediante la integración numérica de la expresión:

$$q_{scal} = \int_{a}^{h} c_{s}(z) u(z) dz$$
(22)

fuera igual al valor del transporte en suspensión observado, es decir, al determinado a partir del valor de concentración media observada, de la velocidad media registrada y de la profundidad de flujo:  $q_{s obs} = C_s U h$ . El nivel de referencia a se determinó mediante a=0.5  $\Delta$ , donde la altura de duna  $\Delta$  se calculó con el predictor de resistencia de lecho móvil de Van Rijn (1984b).

#### ANÁLISIS DE RESULTADOS

En la Tabla 1 se presentan, para algunas de las mediciones consideradas en el presente estudio, los valores de los coeficientes  $c_1 y c_2$ , determinados a partir del proceso de ajuste de la ley logarítmica a los datos de velocidad observados en cada vertical, el valor estimado de la velocidad de corte u\* y de la altura de rugosidad equivalente de Nikuradse k<sub>s</sub>. Si bien el número de Reynolds asociado a la velocidad de corte no se reporta en la Tabla 1, el mismo varia aproximadamente entre R<sub>e</sub>\*=200 y R<sub>e</sub>\*=140000, es decir, el régimen turbulento pude efectivamente tipificarse como hidráulicamente rugoso.

Asimismo, en la Tabla 1, se presentan los valores de los parámetros de la ley potencial de distribución de velocidades en vertical. El coeficiente  $\beta$  estimado de la ley potencial, para cada vertical, varió entre 5.15 y 8.99, mientras que, el exponente m varió entre 1/6 y 1/9 aproximadamente. Es decir, el rango de variación del exponente m se bastante estrecho y se ubica dentro de los valores límites, físicamente plausibles, reportados en la literatura. En efecto, una ecuación de resistencia al flujo puede ser derivada a partir de una expresión de la velocidad media y el mismo exponente puede ser utilizado para representar la resistencia al flujo en la forma de una función potencial de distribución de la velocidad. Por ejemplo, la conocida ecuación de flujo y el mismo exponente puede ser utilizado en una función potencial de distribución de la velocidad por Chen (1991) para la mayoría de las situaciones prácticas. Por otra parte, otros valores de m variando entre 1/4 y 1/12 han sido reportados en la literatura (Chen, 1991). En condiciones de rugosidades elevadas del lecho, tales como cantos rodados grandes, el valor de m puede incrementarse

hasta 1/4 o 1/2 (Bray y Davar, 1987; Smart et al., 2002). En la Figura 2 se observa la variación del exponente m con Re\* para el conjunto de datos utilizados.

En la Figura 3 se presenta el histograma de frecuencia relativa de la relación entre el coeficiente  $\alpha_a$  ajustado y el originalmente propuesto por Van Rijn. Se observa que tal relación varía entre 0.5 y 1.5 para el 86 % de los casos analizados. Teniendo en cuenta la variabilidad y complejidad del proceso de transporte de sedimentos, puede decirse que los valores obtenidos son satisfactorios.

En las Figuras 4 a 7 se presentan algunos de los perfiles de velocidad calculados con la ley logarítmica y con la ley potencial, conjuntamente con los valores de velocidad medidos en las diferentes profundidades. Los resultados indican que tanto la ley logarítmica como la ley potencial representan satisfactoriamente la distribución vertical de la velocidad para la totalidad de la profundidad de flujo.

Particularmente, la capacidad de la ley potencial para representar el perfil de velocidades en canales naturales en toda la profundidad de flujo ha sido puesta de manifiesto entre otros por Bergstrom et al. (2001). En las Figuras 8 a 11 se presenta el perfil de concentración de sedimentos en suspensión de material del lecho calculado, conjuntamente con los perfiles de velocidad calculados y observados.

En las Figuras 12 a 14 se observa la dependencia del exponente m del coeficiente de Chezy adimensional, del coeficiente de rugosidad de Manning y del factor de fricción de Darcy-Weisbach, respectivamente. En dichas Figuras se presentan, además, las respectivas curvas de regresión y los límites de confianza de  $\pm$  10%. Las relaciones funcionales obtenidas a partir de tales regresiones se expresan como:

$m = 1.1605 C_{f}^{-0.7522}$	$(R^2=0.819)$	(23)

$m = 0.9874 n^{0.5392}$ (R <sup>2</sup> =0.858) (2	(24)	)
--	------	---

$$m = 0.5308 f^{0.3761}$$
 (R<sup>2</sup>=0.819) (25)

Es necesario señalar que los coeficientes de determinación obtenidos en las tres regresiones son todos superiores a 0.8 y, en todos los casos, más del 94% de los datos están comprendidos entre  $\pm 10\%$  de variación de la ecuación de mejor ajuste.

Sustentando la validez de las ecuaciones derivadas, se señala que, Hinze (1975) propuso una expresión donde se relaciona empíricamente el exponente m con el factor de fricción f de Darcy-Weisbach, ya sea para régimen hidráulicamente liso o rugoso, mediante: m=r  $f^{0.5}$ , con r=0.8-1. La misma relación, pero con r=0.88, ha sido precedentemente utilizada por Zimmermann y Kennedy (1978) para estimar el perfil de velocidades en ríos aluviales.

## CONCLUSIONES

Se ha realizado el análisis de 47 perfiles verticales de velocidad medidos a la altura del tramo Km 449–455 de la ruta de navegación del río Paraná. Los valores locales estimados de velocidad de corte y altura de rugosidad equivalente, mediante el método de una ecuación, resultan satisfactorios. Los resultados indican que tanto la ley logarítmica como la ley

potencial representan adecuadamente la distribución vertical de la velocidad para la totalidad de la profundidad de flujo.

Asimismo, los valores determinados de los parámetros de la ley potencial de distribución de la velocidad en la vertical,  $\beta$  y m, se ubican dentro de los valores límites, físicamente plausibles, reportados en la literatura. En particular, el rango de variación del exponente m es bastante estrecho, los valores estimados varían aproximadamente entre 1/6 - 1/9. Tales valores pueden vincularse con la ecuación de resistencia al flujo de Manning, donde la velocidad media es proporcional a la potencia 1/6 de la profundidad de flujo.

Los valores estimados de los coeficientes  $C_f$ , n y f parecen consistentes con las condiciones morfológicas, sedimentológicas e hidráulicas locales reinantes en cada vertical. En las ecuaciones de regresión entre el exponente m y los coeficientes de resistencia al flujo, más del 94% de los datos están comprendidos entre ±10% de variación de la ecuación de mejor ajuste. Dichas relaciones funcionales, en conjunción con la ley potencial, pueden ser utilizadas para obtener expeditivamente información sobre la distribución vertical de la velocidad a partir de conocer la velocidad media (o eventualmente la velocidad máxima), la profundidad de flujo y el coeficiente de rugosidad.

Las funciones u(z) y  $c_s(z)$  calibradas son de utilidad en modelos 2DH completos o Cuasi-2DH para desagregar en la vertical velocidad y concentración de sedimentos, conservando el valor medio de velocidad y el transporte de sedimentos en suspensión, calculados por el modelo en cada celda del dominio modelado.

*Agradecimiento.* Los autores desean expresar su agradecimiento a la Universidad Nacional de Rosario por el apoyo brindado en el marco de los proyectos PID-UNR 19-I269 y PID-UNR 19-I263.

## LISTA DE SÍMBOLOS

В	: función de rugosidad
$c_1, c_2$	: coeficientes ec. regresión log.
$C_{\mathrm{f}}$	: coeficiente de Chezy adimensional
c <sub>s</sub>	: concentración de sedimentos en suspensión (media temporal)
Cs	: concentración de sedimentos en suspensión media en la vertical
cs'	: pulsación de la concentración de sedimentos en suspensión
c <sub>sa</sub>	: concentración en correspondencia con el nivel de referencia a
D*	: diámetro adimensional
d <sub>50</sub>	: diámetro del sedimento del lecho para el cual el 50% es más fino
d <sub>90</sub>	: diámetro del sedimento del lecho para el cual el 90% es más fino
f	: factor de fricción de Darcy-Weisbach
g	: aceleración de la gravedad
h	: profundidad de flujo
ks	: altura de rugosidad equivalente de Nikuradse
m	: exponente de la ley potencial
n	: coeficiente de rugosidad de Manning
$q_s$	: transporte de sedimentos en suspensión por unidad de ancho
Re*	: número de Reynolds del contorno:
S <sub>b</sub>	: pendiente del fondo
$S_{f}$	: pendiente de fricción
$S_w$	: pendiente de la superficie libre del agua
Т	: parámetro de transporte
u	: velocidad (media temporal)
U	: velocidad media en la vertical

u*	: velocidad de corte
u <sub>máx</sub>	: velocidad máxima
w`	: pulsación de la velocidad de flujo asociada a la coordenada z
Ws	: velocidad de caída de la partícula de sedimento
Z	: coordenada vertical
Z <sub>0</sub>	: altura desde el fondo donde u=0
$\Delta$	: altura de duna
α	: parámetro de suspensión o número de Rouse
$\alpha_{a}$	: coeficiente de proporcionalidad en la ec. para c <sub>sa</sub> de Van Rijn
β	: coeficiente de la ley potencial
ε <sub>s</sub>	: coeficiente de difusión turbulenta del sedimento
к.	: constante de von Karman
ν	: viscosidad cinemática
ρ	: densidad del agua
$ au_{ m b}$	: tensión de corte sobre el fondo

#### **REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- **Bathurst, R.** (1982). *Theoretical aspects of flow resistance*. Dynamics of Gravel-Bed Rivers. R.D. Hey, J.C. Bathurst y C.R.Thorne (Eds). Wiley, 83-105.
- Bergstrom, D.J.; M.F. Tachie y R. Balachandar (2001). "Application of power laws to low Reynolds number boundary layers on smooth and rough surfaces". *Phys. Fluids*, 13(11), 3277-3284.
- Buffin-Bélanger, T. y A.G. Roy (2005). "1 min in the life of a river: selecting the optimal record length for the measurement of turbulence in fluvial boundary layers". *Geomorphology*, 68, 77-94.

Bray, D.I. y K.S. Davar (1987). "Resistance to flow in gravel-bed rivers". Canadian Journal of Civil Engineering, 14(1), 77-86.

- **Coles, D.** (1956). "The law of the wake in the turbulent boundary layer". *Journal of Fluid Mechanics*, 1(2), 191-226.
- Chen, C.L. (1991). "Unified theory on power laws for flow resistance". *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, 117(3), 371-389.
- Cheng, N.S. (2007). "Power-law index for velocity profiles in open channel flows". Advances in Water Resources, 30, 1775-1784.
- **Dancey, C.L. y P. Diplas** (2008). "Statistical uncertainty and the estimation of log law parameters". *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, 134(9), 1353-1356.
- **FCEIA-UNR** (1997). *Estudio y proyecto de la obra de dragado de acceso al puerto de PASA S.A.* Informe final, Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura, Universidad Nacional de Rosario.
- Ferguson, R. y P.J. Ashworth (1992). "Spatial patterns of bed load transport and channel change in braided and near-braided rivers". Dynamics of Gravel-Bed Rivers. P.Billi, R.Hey, C.R.Thorne y P.Tacconi (Eds). Wiley, 477-496.
- González, J.A.; C.S. Melching y K.A. Oberg (1996). "Analysis of open-channel velocity measurements collected with an Acoustic Doppler Current Profiler". *First International Conference on New Emerging Concepts for Rivers*. Chicago, Illinois, USA.
- Hinze, J.O. (1975). Turbulence. McGraw Hill Series in Mechanical Engineering, New York.
- Nakagawa, H.; I. Nezu y H. Ueda (1975). "Turbulence of open channel flow over smooth and rough beds". Japan Society of Civil Engineering (JSCE), 241, 155-168.
- Nezu, I. y H. Nakagawa (1993). Turbulence in open channel flows. Balkema publishers, Rotterdam, Holanda.
- Nezu, I. y H. Rodi (1986). "Open channel flow measurements with a Laser Doppler anemometer". *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, 112(5), 335-355.
- Schlichting, H. (1995). Boundary layer theory. McGraw Hill Book Co. 1 Ed., N.York.
- Smart, G.M.; M.J. Duncan y J.M. Walsh (2002). "Relatively rough flow resistance equations". Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 128(6), 568-578.
- Van Rijn, L.C. (1984a). "Sediment Transport, Part II: Suspended Load Transport". Journal of Hydraulic Engineering, 110 (11), 1613-1641.

Van Rijn, L.C. (1984b). "Sediment Transport, Part III: Bed Forms and Alluvial Roughness". Journal of Hydraulic Engineering, 110 (12), 1733-1754.

**Wilcock, P.** (1996). "Estimating local bed shear stress from velocity observations". *Water Resources Research*, 32(11), 3361-3366.

Yen, B.C. (2002). "Open channel flow resistance". Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 128(1), 20-39.

Zimmermann, C. y J.F. Kennedy (1978). "Transverse bed slopes in curved alluvial streams". *Journal Engineering Mech.*, ASCE, 104(HY1), 33-48.

Vert. U f h C1 **C**2 u∗ ks Cf β m n  $(s/m^{1/3})$ N⁰ (m/s) (m) (m/s) (m) (-) (-) (-) (-) 0.468 4.0 0.1856 0.4474 0.03228 0.11687 5.838 0.1575 0.0274 1S1 14.51 0.0380 1.256 13.1 0.3214 1.0483 0.05590 0.01647 22.46 8.998 0.1022 0.0185 0.0159 3S1 4S1 1.223 16.5 0.4084 0.9199 0.07103 0.16819 17.22 6.469 0.1422 0.0276 0.0270 5S1 1.200 18.2 0.3636 0.9127 0.06323 0.09291 18.97 7.292 0.1261 0.0243 0.0222 3S2 0.864 6.2 0.2154 0.8015 0.03746 0.00572 23.07 8.670 0.1061 0.0168 0.0150 1.053 0.3449 0.8765 17.56 0.0259 6S2 9.4 0.05998 0.08649 7.217 0.1274 0.0242 9S2 1.070 14.2 0.4201 0.7828 0.07306 0.41200 14.64 5.596 0.1644 0.0337 0.0373 14S2 0.765 10.8 0.1992 0.6549 0.03464 0.01551 22.07 0.0189 0.0164 8.207 0.1121 0.964 7.8 0.8515 20.15 0.0197 1S3 0.2750 0.04783 0.02409 8.302 0.1108 0.0199 4S3 0.931 6.0 0.2778 0.8473 0.04831 0.02681 19.26 7.104 0.1295 0.0209 0.0216 1.129 11.8 0.3516 0.9270 0.06946 6.727 0.0242 0.0235 7S3 0.06115 18.46 0.1367 1.110 13.8 0.3756 0.15203 0.0277 8S3 0.8625 0.06532 16.99 6.477 0.1420 0.0273 2S4 0.850 8.1 0.2445 0.7436 0.04252 0.02735 20.00 7.731 0.1190 0.0205 0.0200 4S4 0.965 6.2 0.2523 0.8942 0.04388 0.00859 22.00 8.060 0.1141 0.0179 0.0165 5S4 1.059 7.4 0.2821 0.9597 0.04906 0.01192 21.59 8.060 0.1141 0.0186 0.0172 0.999 13.2 0.3802 0.0321 7S4 0.7545 0.06612 0.31173 15.11 5.689 0.1617 0.0350

 Tabla 1.- Resumen de parámetros hidráulicos y coeficientes obtenidos en algunas verticales.



Figura 1.- Secciones de medición en el tramo Km 449-455 del río Paraná.



Figura 2.- Variación de m en función de Re\* para el conjunto de datos utilizados en el estudio.



Figura 3.- Histograma de frecuencia relativa de la relación de  $\alpha_a$ .



Figura 4.- Comparación entre velocidades calculadas (ley logarítmica y ley potencial) y velocidades observadas en algunas verticales de la sección S1



Figura 5.- Comparación entre velocidades calculadas (ley logarítmica y ley potencial) y velocidades observadas en algunas verticales de la sección S2.



Figura 6.- Comparación entre velocidades calculadas (ley logarítmica y ley potencial) y velocidades observadas en algunas verticales de la sección S3.



Figura 7.- Comparación entre velocidades calculadas (ley logarítmica y ley potencial) y velocidades observadas en algunas verticales de la sección S4.



Figura 8.- Perfiles de distribución de velocidad y concentración de sedimentos en suspensión en vertical 4S1.



Figura 9.- Perfiles de distribución de velocidad y concentración de sedimentos en suspensión en vertical 6S2.



Figura 10.- Perfiles de distribución de velocidad y concentración de sedimentos en suspensión en vertical 7S3.



Figura 11.- Perfiles de distribución de velocidad y concentración de sedimentos en suspensión en vertical 4S4.



Figura 12.- Relación entre el exponente m y el coeficiente de Chezy adimensional  $C_{f}$ . m=1.1605  $C_{f}$ - $^{0.7522}$ , R<sup>2</sup>=0.819.



Figura 13.- Relación entre el exponente m y el coeficiente de rugosidad de Manning n.  $m=0.9874 n^{0.5392}, R^2=0.858.$ 



Figura 14.- Relación entre el exponente m y el factor de fricción de Darcy-Weisbach f. m=0.5308 f<sup>0.3761</sup>, R<sup>2</sup>=0.819.















Instituto de Recursos Hídricos

Facultad de Ciencias Exactas y Tecnologías

Universidad Nacional de Santiago del Estero

Instituto Nacional del Agua

Subsecretaría de Recursos Hídricos

Agencia Nacional de Promoción Cient. y Tec.





Producción

0

del Agua



po del E Consejo Prof. de la Ingeniería y Arq.

Asociación Argentina Asoc. Internacional de Recursos Hídricos de Investig.Hidroamb.





Comisión Regional del Río Bermejo









