

## PARAMETRIZACIÓN DE LEYES POTENCIALES DE DISTRIBUCIÓN DE VELOCIDADES EN LA VERTICAL EN EL RÍO PARANÁ

i) Pedro A. Basile <sup>(1),(2)</sup>, Marina L. Garcia <sup>(1),(2)</sup> y Gerardo A. Riccardi <sup>(1),(2),(3)</sup>

<sup>(1)</sup> Departamento de Hidráulica – Escuela de Ingeniería Civil (FCEIA – UNR)

<sup>(2)</sup> Centro Universitario Rosario de Investigaciones Hidroambientales (FCEIA – UNR)

<sup>(3)</sup> Consejo de Investigaciones de la Universidad Nacional de Rosario (CIUNR)  
Riobamba 245 bis. (2000) Rosario. Sta Fe. Argentina

E-mail: pbasile@fceia.unr.edu.ar

### RESUMEN

En este trabajo se presenta el análisis de 47 perfiles de velocidad, medidos a la altura del tramo Km 499–455 de la ruta de navegación del río Paraná. Para el conjunto de mediciones, la profundidad  $h$  varió entre 3.3 m y 18.2 m, mientras que, la velocidad media en vertical  $U$  varió entre 0.468 m/s y 1.256 m/s. Las distribuciones de velocidades observadas en cada vertical se compararon con la ley logarítmica y con la ley potencial. En primer lugar, la velocidad de corte ( $u_*$ ) y la altura de rugosidad equivalente de Nikuradse ( $k_s$ ) fueron estimadas ajustando a los datos medidos la ley logarítmica:  $u(z)=a \log z + b$ , mediante regresiones lineales. El número de Reynolds del contorno, varió aproximadamente entre  $Re_*=200$  y  $Re_*=140000$ . Sucesivamente, para cada vertical, se estimaron los parámetros  $c$  y  $m$  de la ley de distribución potencial:  $u(z)/u_*=(z/z_0)^m$ , minimizando una función objetivo, definida mediante la suma del valor absoluto de los desvíos entre velocidad calculada y observada, y planteando como restricción la condición de total similitud entre la ley logarítmica y la ley potencial. El coeficiente  $c$  estimado, para cada vertical, varió entre 5.15 y 8.99, asimismo, el exponente  $m$  varió entre  $1/6$  y  $1/9$  aproximadamente. Los resultados indican que tanto la ley logarítmica como la ley potencial representan satisfactoriamente la distribución vertical de la velocidad para la totalidad de la profundidad de flujo. Para estimar una distribución de velocidades a partir de conocer la velocidad media en vertical, la profundidad y la rugosidad global, es más práctico parametrizar la ley potencial:  $u(z)/U=(m+1) (z/h)^m$ , expresando al exponente  $m$  en función de algún coeficiente de rugosidad global. Por lo tanto, a partir de los resultados obtenidos, se desarrollaron tres relaciones funcionales que vincularon el exponente  $m$  con: (i) el coeficiente de Chezy adimensional, (ii) el coeficiente de rugosidad de Manning y (iii) el factor de fricción de Darcy-Weisbach. Los coeficientes de determinación obtenidos en las tres regresiones son todos superiores a 0.8 y, en los tres casos, más del 94% de los datos están comprendidos entre  $\pm 10\%$  de variación de la ecuación de mejor ajuste.

**Palabras Clave:** Distribución de velocidades, Ley logarítmica, Ley potencial, Río Paraná.

## INTRODUCCIÓN

La ley logarítmica de distribución de la velocidad en vertical es ampliamente aceptada debido a que puede ser justificada con ciertos argumentos teóricos, como por ejemplo, la hipótesis de longitud de mezcla de Prandtl, el razonamiento dimensional de von Karman o el análisis asintótico de Millikan (Cheng, 2007).

Nezu y Nakagawa (1993) sostienen que la ley logarítmica es válida sólo en la región de la pared o capa interna y que las desviaciones a dicha ley deben ser tenidas en cuenta considerando una función de estela, tal como la propuesta por Coles (1956).

Algunos autores establecen que el espesor de la capa interna está comprendido entre el 15% y el 20% de la profundidad de flujo (Bathurst, 1982; Nezu y Nakagawa, 1993), otros estudios le otorgan un espesor mayor, específicamente del orden del 50% de la profundidad de flujo (Ferguson y Ashworth, 1992; Wilcock, 1996). Es necesario notar que, numerosos datos experimentales y de campo han evidenciado la validez de la ley logarítmica para la totalidad de la profundidad de flujo y, por lo tanto, en la mayoría de las aplicaciones prácticas sigue siendo útil suponer que dicha ley describe la distribución de la velocidad en toda la profundidad de flujo  $h$  (González et al., 1996).

Por otra parte, aún cuando la ley potencial sea considerada empírica, numerosas aplicaciones prácticas han demostrado que los perfiles de velocidad medidos en canales abiertos anchos son adecuadamente representados por la ley potencial (Hinze, 1975; González et al., 1996; Bergstrom et al., 2001).

Es necesario señalar que, tanto la ley logarítmica como la potencial no reproducen correctamente el perfil de velocidades en canales estrechos, con relación ancho/profundidad  $< 5$ , donde las corrientes secundarias hacen que la velocidad máxima se verifique por debajo de la superficie libre (Nezu y Rodi, 1986).

El objetivo del presente trabajo es evaluar la capacidad de la ley logarítmica de distribución de velocidades en vertical para representar mediciones realizadas en el río Paraná y, además, parametrizar la ley potencial utilizando dichas mediciones. Asimismo, se plantea como objetivo desarrollar relaciones funcionales entre el exponente de la ley potencial y distintos coeficientes de resistencia al escurrimiento, tales como, el coeficiente de Chezy adimensional, el coeficiente de rugosidad de Manning y el factor de fricción de Darcy-Weisbach.

Tales relaciones funcionales, en conjunción con la ley potencial, pueden ser utilizadas para obtener expeditivamente información sobre la distribución vertical de la velocidad a partir de conocer la velocidad media (o eventualmente la velocidad máxima), la profundidad de flujo y el coeficiente de rugosidad. Esta información resulta necesaria, en estudios de hidráulica fluvial para estimar, por ejemplo, perfiles de concentración de sedimentos en suspensión, procesos de erosión/sedimentación, transporte de sustancias contaminantes, etc..

## FUNDAMENTOS TEÓRICOS

La distribución vertical de la velocidad en flujos turbulentos en canales abiertos es muy compleja. Para flujo turbulento uniforme en un canal abierto ancho e hidráulicamente liso han sido identificadas tres regiones (Nakagawa et al., 1975). Indicando con  $z$  la coordenada vertical ( $z=0$  coincide con el fondo) y con  $h$  la profundidad de flujo, tales regiones son:

1) La región de la pared:  $z/h \leq 0.2$ , conocida como la capa interna en la teoría de capa límite, donde las escalas de longitud y de velocidad son  $\nu/u_*$  y  $u_*$ , respectivamente, donde  $\nu$  es la viscosidad cinemática del fluido y  $u_*$  es la velocidad de corte, definida como  $u_* = (\tau_b/\rho)^{1/2}$ , siendo  $\tau_b$  la tensión de corte sobre el fondo y  $\rho$  la densidad del fluido; esta es la región más importante para la producción de turbulencia de pared.

2) La región de la superficie libre:  $0.6 \leq z/h \leq 1$ , en esta región, correspondiente a la capa externa, las escalas de longitud y de velocidad son la profundidad de flujo  $h$  y la velocidad máxima  $u_{\text{máx}}$  respectivamente; esta región se encuentra influenciada sustancialmente por los procesos de la superficie libre y en ella es válida la ley de defecto de la velocidad.

3) La región intermedia:  $0.2 < z/h < 0.6$ , dentro de la capa externa, que no se encuentra fuertemente influenciada por cualquiera de las propiedades de la pared o de la superficie libre. En esta zona, la producción de energía turbulenta y la disipación son aproximadamente iguales, siendo  $z$  la escala de longitud y  $u_*$  la escala de velocidad.

Dentro de la región de la pared o capa interna, puede definirse una delgada subcapa (prácticamente inexistente en canales naturales) denominada subcapa viscosa, es decir, aproximadamente para  $z < 30 \nu/u_*$ , donde la distribución de velocidades se describe mediante la ley lineal:

$$\frac{u(z)}{u_*} = \frac{u_* z}{\nu} \quad (1)$$

mientras que, en la región  $30 \nu/u_* < z < 0.2 h$ , la distribución de la velocidad puede ser descripta mediante la ley logarítmica:

$$\frac{u(z)}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \left( \frac{u_* z}{\nu} \right) + 5.5 \quad (2)$$

donde  $\kappa$  es la constante de von Karman ( $\kappa=0.4$ ).

En canales con contornos hidráulicamente rugosos (turbulencia completamente desarrollada), dentro de la capa interna la escala de longitud es representada por la altura de rugosidad equivalente de Nikuradse  $k_s$  y la escala de velocidad por  $u_*$ . En general,  $k_s$  es función de la forma, altura y ancho de los elementos de rugosidad, así como de su distribución espacial. Las observaciones experimentales sugieren que cuanto más uniformes son y más uniformemente distribuidos están los elementos de rugosidad en el lecho del canal, más se acerca  $k_s$  a la altura real de las protuberancias (Schlichting, 1955). En este caso, la distribución de velocidades puede ser descripta mediante la ley logarítmica:

$$\frac{u(z)}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \left( \frac{z}{k_s} \right) + 8.5 \quad (3)$$

Los límites de comportamiento del régimen de flujo turbulento en canales abiertos pueden clasificarse en función del número de Reynolds del contorno:  $Re_* = u_* k_s/\nu$ , como hidráulicamente liso, transicional o hidráulicamente rugoso. Para  $Re_* < 5$  el régimen es hidráulicamente liso, para

$Re_* > 70$  es hidráulicamente rugoso y para el rango intermedio es transicional. Una expresión general, que sintetiza la ley de distribución logarítmica es:

$$\frac{u(z)}{u_*} = 5.75 \log\left(\frac{z}{k_s}\right) + B \quad (4)$$

donde la función de rugosidad  $B=f(Re_*)$  es igual a:  $B=5.5+5.75 \log Re_*$  para el régimen turbulento hidráulicamente liso y  $B=8.5$  para régimen turbulento rugoso. En este último caso, se deduce que  $z_0$ , es decir la altura desde el fondo donde  $u=0$ , es igual a:  $z_0=0.033 k_s$ .

La ley potencial es un modelo alternativo para representar la distribución vertical de la velocidad en canales abiertos. Chen (1991) presentó un modelo potencial generalizado de distribución de velocidades en canales abiertos y analizó los rangos de aplicación de diferentes exponentes. En general, la ley potencial se expresa como:

$$\frac{u(z)}{u_*} = c \left(\frac{z}{z_0}\right)^m \quad (5)$$

donde  $c$  y  $m$  son un coeficiente y un exponente, respectivamente. Sobre la base de consideraciones teóricas, Chen (1991) demuestra que, para que exista un acuerdo perfecto entre la ley potencial y la ley logarítmica, el producto de  $\kappa$ ,  $m$ ,  $c$  y  $e$  (donde  $e$  es la base de los logaritmos naturales) debe ser igual a 1. A partir de esta condición, sustituyendo los valores de  $e$  y  $\kappa$ , se obtiene la siguiente expresión:  $m=0.9197$ .

En la literatura se reporta que el exponente  $m$  varía entre  $1/4$  y  $1/12$  para diferentes contornos  $y$ , en el caso de adoptar la formulación de Manning, el exponente  $m$  es igual a  $1/6$  (Chen, 1991; Yen, 2002, Cheng, 2007).

## MEDICIONES DE CAMPO EN EL RÍO PARANÁ

Los datos utilizados en el presente estudio se corresponden con el relevamiento en el cauce principal del río Paraná, a la altura del tramo Km 449 - 455 de la ruta de navegación (Figura 1), realizado por la empresa EVARSA (FCEIA-UNR, 1997). El relevamiento batimétrico se realizó a partir de un mojón principal ubicado sobre margen derecha, donde fue instalado un GPS de referencia para el trabajo en modo diferencial. El otro equipo GPS se ubicó a bordo de la embarcación, que navegaba recorriendo los perfiles transversales relevados con una orientación predeterminada (con un acimut fijo), orientada mediante un GPS navegador.

La medición de profundidad de flujo se realizó con una ecosonda graficadora y las posiciones de la embarcación, a determinados tiempos, se marcaron sobre la faja de la ecógrafa. Simultáneamente se tomaron las coordenadas de dichos puntos con el GPS navegador, generándose de esta forma un archivo conteniendo las coordenadas geográficas y la hora de posición en cada punto. Estas posiciones en modo absoluto fueron luego convertidas, utilizando un programa del equipo y otro desarrollado por EVARSA que vincula ambos archivos a través de la hora y extrae las coordenadas a utilizar en el cálculo de conversión.

La conversión se efectuó de coordenadas geográficas del Sistema WGS 84 a Campo Inchauspe, y luego se obtuvieron las planas Gauss-Kruger, el primer elipsoide es el que utiliza el GPS. Las mediciones se realizaron con los siguientes equipos: GPS Geodésico monofrecuencia ASHTECH - DIMENSION, mediante el método estático diferencial, GPS navegador GARMIN 45, y Ecosonda RAYTHEON DE 719 B.

Se realizaron mediciones de velocidades en cuatro secciones transversales dentro del tramo (ver Figura 1). En las cuatro secciones transversales se midieron perfiles de velocidades en un total de 47 verticales. En cada vertical se midieron velocidades en 5 puntos de la profundidad de flujo  $h$  a saber: cerca de la superficie, 0.2  $h$ , 0.6  $h$ , 0.8  $h$  y cerca del fondo (profundidades medidas desde la superficie libre) más un punto interpolado a 0.4  $h$ . A tales fines se utilizó un correntómetro marca OTT, con contrapeso. Las mediciones se realizaron durante intervalos de 60 s, dos veces en cada punto. El tiempo de muestreo se encuentra comprendido dentro del rango óptimo (Buffin-Bélanger y Roy, 2005). En caso de diferencias mayores a un 10 % se realizó una tercera medición, y luego el valor adoptado fue la media aritmética. Los números de vuelta de la hélice se registraron mediante un contador electrónico.

Las profundidades totales en cada vertical se midieron con un cable conductor graduado, desde la superficie de agua hasta la base del contrapeso, una vez que éste tocó el fondo. Las profundidades parciales de cada punto de medición en cada vertical se determinaron con el mismo cable conductor graduado, como la distancia desde la superficie de agua hasta el eje del correntómetro. Para el conjunto de mediciones, la profundidad de flujo  $h$  varió entre 3.3 m y 18.2 m, mientras que, la velocidad media en vertical  $U$  varió entre 0.468 m/s y 1.256 m/s (ver Tabla 1).

Las mediciones se efectuaron desde una embarcación anclada, ubicada sobre la alineación de cada sección de afloramientos. Las mismas fueron materializadas con jalones en ambos márgenes. Las distancias desde la costa hasta cada vertical, donde se midieron los perfiles de velocidad se determinaron mediante una estación total electrónica PENTAX PTS 10. Además, en algunas verticales, se realizaron muestreos del sedimento del lecho y del sedimento en suspensión.

## **METODOLOGÍA DE CÁLCULO IMPLEMENTADA**

Existen varios métodos para estimar  $u_*$ , el más simple, para flujo uniforme ( $S_b=S_w=S_f$ ), consiste en estimar  $u_*$  como  $u_*=(ghS_b)^{0.5}$ , donde  $g$  es la aceleración de la gravedad y  $S_b$  es la pendiente del fondo del canal. Si el flujo no es uniforme  $S_b$  es reemplazada por la pendiente de fricción  $S_f$  o eventualmente por la pendiente de la superficie libre  $S_w$ . La correcta evaluación de las pendientes locales, es decir, en las proximidades de la sección medida no es siempre factible; por lo tanto,  $u_*$  es generalmente estimada con otros métodos.

Un método alternativo, comúnmente usado para determinar los valores locales de  $u_*$  conjuntamente con  $k_s$  se basa en el ajuste de la distribución de la velocidad media temporal medida a la ley logarítmica, este método, denominado también método de una ecuación, debe ser usado cuando se cuenta solamente con valores de velocidad media temporal en cada posición a lo largo de la profundidad. Sin embargo, cuando se encuentran disponibles mediciones de las componentes fluctuantes de la velocidad, para determinar  $u_*$  y  $k_s$  es más adecuado aplicar el método de las dos ecuaciones (Dancey y Diplas, 2008).

En nuestro caso solo se cuenta con velocidades medias temporales, por lo tanto, a los pares de valores ( $u, z$ ) de cada perfil se le ajustó, mediante una regresión lineal, una ecuación del tipo:

$$u(z) = a \log z + b \quad (6)$$

Consecuentemente, de (6) y (3) se obtiene:

$$u_* = \frac{a}{5.75} \quad , \quad \log k_s = \frac{1}{5.75} \left( 8.5 - \frac{b}{u_*} \right) \quad (7a) \text{ y } (7b)$$

El cálculo de los parámetros  $c$  y  $m$  de la ley potencial se realizó con la función Solver de Excel® minimizando la función objetivo, definida como la suma del valor absoluto de los desvíos entre la velocidad calculada y la observada, es decir:

$$SDU = \sum_{k=1}^N |u_{\text{cal.}} - u_{\text{obs.}}| \quad (8)$$

y considerando la restricción para la total similitud entre la ley logarítmica y la ley potencial:

$$cm = 0.9197 \quad (9)$$

donde  $N$  es el número total de velocidades observadas en cada vertical.

Los parámetros ajustados de la ley potencial pueden ser de utilidad para estimar una distribución de velocidades a partir de conocer la velocidad media en vertical, la profundidad y el coeficiente de rugosidad. En efecto, en modelos hidrodinámicos cuasi-2D o 2DH completos, puede ser necesario conocer la distribución vertical de la velocidad a los efectos de estudiar expeditivamente otros procesos, como por ejemplo, la distribución vertical de sedimentos en suspensión en la columna de agua. En estos casos, es más práctico parametrizar la ley potencial expresada en función de  $U$  y  $h$ .

A partir de (5) es posible determinar el valor de  $z$  para el cual  $u(z)=U$ , donde  $U$  es la velocidad media en la vertical. Integrando y operando algebraicamente se obtiene:

$$z = \frac{h}{(m+1)^{1/m}} \quad (10)$$

Por lo tanto, reemplazando (10) en (5), la velocidad media queda expresada como:

$$\frac{U}{u_*} = \frac{c}{(m+1)} \left( \frac{h}{z_0} \right)^m \quad (11)$$

Consecuentemente, de (5) y (11) se obtiene:

$$\frac{u(z)}{U} = (m+1) \left( \frac{z}{h} \right)^m \quad (12)$$

Es decir, el perfil de velocidades queda expresado en función de la velocidad media en vertical y la profundidad de flujo. En el caso de los modelos hidrodinámicos cuasi-2D o 2DH completos dichas variables se calculan, en cada punto de la grilla computacional, a partir de

especificar un coeficiente de rugosidad. Por lo tanto, a los efectos de estimar el perfil, se desarrollaron relaciones funcionales que vincularon el exponente  $m$  con el coeficiente de Chezy adimensional ( $C_f$ ), con el coeficiente de rugosidad de Manning ( $n$ ) y con el factor de fricción de Darcy-Weisbach ( $f$ ):

$$C_f = \frac{C}{\sqrt{g}} = \frac{U}{u_*}, \quad n = \frac{h^m}{C_f \sqrt{g}}, \quad f = \frac{8}{C_f^2} = \frac{8 g n^2}{h^{2m}} \quad (13a), (13b) \text{ y } (13c)$$

Las relaciones funcionales se desarrollaron realizando regresiones entre los valores ajustados del exponente  $m$  de la ley potencial y los valores de los coeficientes de rugosidad y conducción calculados mediante las ecuaciones (13).

Finalmente, otra manera de expresar la ley potencial es en función de  $u_{\text{máx}}$  y  $h$ . Teniendo en cuenta que la velocidad máxima se observa para  $z=h$ , de (5) se obtiene:

$$\frac{u_{\text{máx}}}{u_*} = c \left( \frac{h}{z_0} \right)^m \quad (14)$$

Por lo tanto, de (5) y (14) se deriva la ley potencial, expresada en función de  $u_{\text{máx}}$  y  $h$ , de la siguiente manera:

$$\frac{u(z)}{u_{\text{máx}}} = \left( \frac{z}{h} \right)^m \quad (15)$$

Comparando (12) y (15) se deduce que  $u_{\text{máx}}=(m+1) U$ .

## ANÁLISIS DE RESULTADOS

En la Tabla 1 se presentan, para el conjunto de mediciones consideradas en el presente estudio, los valores de los coeficientes  $a$  y  $b$  determinados a partir del proceso de ajuste de la ley logarítmica a los datos de velocidad observados en cada vertical y los correspondientes valores estimados de la velocidad de corte  $u_*$  y de la altura de rugosidad equivalente de Nikuradse  $k_s$ . Si bien el número de Reynolds asociado a la velocidad de corte no se reporta en la Tabla 1, el mismo varía aproximadamente entre  $Re_*=200$  y  $Re_*=140000$ , es decir, el régimen puede efectivamente tipificarse como hidráulicamente rugoso.

Asimismo, en la Tabla 1, se presentan los valores de los parámetros de la ley potencial de distribución de velocidades en vertical. El coeficiente  $c$  estimado de la ley potencial, para cada vertical, varió entre 5.15 y 8.99, mientras que, el exponente  $m$  varió entre 1/6 y 1/9 aproximadamente. Es decir, el rango de variación del exponente  $m$  es bastante estrecho y se ubica dentro de los valores límites, físicamente plausibles, reportados en la literatura. En efecto, una ecuación de resistencia al flujo puede ser derivada a partir de una expresión de la velocidad media y el mismo exponente puede ser utilizado para representar la resistencia al flujo en la forma de una función potencial de distribución de la velocidad. Por ejemplo, la conocida ecuación de Manning implica que la velocidad media es proporcional a la potencia 1/6 de la profundidad de flujo y el mismo exponente puede ser utilizado en una función potencial de distribución de velocidades. El valor de  $m=1/6$  es recomendado por Chen (1991) para la mayoría de las situaciones prácticas. Por

otra parte, otros valores de  $m$  variando entre  $1/4$  y  $1/12$  han sido reportados en la literatura (Chen, 1991). En condiciones de rugosidades elevadas del lecho, tales como cantos rodados grandes, el valor de  $m$  puede incrementarse hasta  $1/4$  o  $1/2$  (Bray y Davar, 1987; Smart et al., 2002). En la Figura 2 se observa la variación del exponente  $m$  con  $Re^*$  para el conjunto de datos utilizados.

En la Figura 3 se presentan algunos de los perfiles de velocidad calculados con la ley logarítmica y con la ley potencial, conjuntamente con los valores de velocidad medidos en las diferentes profundidades. Los resultados indican que tanto la ley logarítmica como la ley potencial representan satisfactoriamente la distribución vertical de la velocidad para la totalidad de la profundidad de flujo. Particularmente, la capacidad de la ley potencial para representar el perfil de velocidades en canales naturales en toda la profundidad de flujo ha sido puesta de manifiesto entre otros por Bergstrom et al. (2001).

En las Figuras 4, 5 y 6 se observa la dependencia del exponente  $m$  del coeficiente de Chezy adimensional, del coeficiente de rugosidad de Manning y del factor de fricción de Darcy-Weisbach, respectivamente. En dichas Figuras se presentan, además, las respectivas curvas de regresión y los límites de confianza de  $\pm 10\%$ . Las relaciones funcionales obtenidas a partir de tales regresiones se expresan como:

$$m = 1.1605 C_f^{-0.7522} \quad (R^2=0.819) \quad (16)$$

$$m = 0.9874 n^{0.5392} \quad (R^2=0.858) \quad (17)$$

$$m = 0.5308 f^{0.3761} \quad (R^2=0.819) \quad (18)$$

Es necesario señalar que los coeficientes de determinación obtenidos en las tres regresiones son todos superiores a 0.8 y, en todos los casos, más del 94% de los datos están comprendidos entre  $\pm 10\%$  de variación de la ecuación de mejor ajuste.

Corroborando la validez de las relaciones funcionales derivadas, es necesario notar que, Hinze (1975) propuso una expresión donde se relaciona empíricamente el exponente  $m$  con el factor de fricción  $f$  de Darcy-Weisbach, ya sea para régimen hidráulicamente liso o rugoso, mediante:  $m = \alpha f^{0.5}$ , con  $\alpha = 0.8 - 1$ . La misma relación, pero con  $\alpha = 0.88$ , ha sido precedentemente utilizada por Zimmermann y Kennedy (1978) para estimar el perfil de velocidades en tramos de meandros.

## CONCLUSIONES

Se ha realizado el análisis de 47 perfiles verticales de velocidad medidos a la altura del tramo Km 449–455 de la ruta de navegación del río Paraná. Los valores locales estimados de velocidad de corte y altura de rugosidad equivalente, mediante el método de una ecuación, resultan satisfactorios. Los resultados indican que tanto la ley logarítmica como la ley potencial representan adecuadamente la distribución vertical de la velocidad para la totalidad de la profundidad de flujo.

Asimismo, los valores determinados de los parámetros de la ley potencial de distribución de la velocidad en la vertical,  $c$  y  $m$ , se ubican dentro de los valores límites, físicamente plausibles, reportados en la literatura. En particular, el rango de variación del exponente  $m$  es bastante estrecho, los valores estimados varían aproximadamente entre  $1/6 - 1/9$ . Tales valores pueden vincularse con la ecuación de resistencia al flujo de Manning, donde la velocidad media es proporcional a la potencia  $1/6$  de la profundidad de flujo.



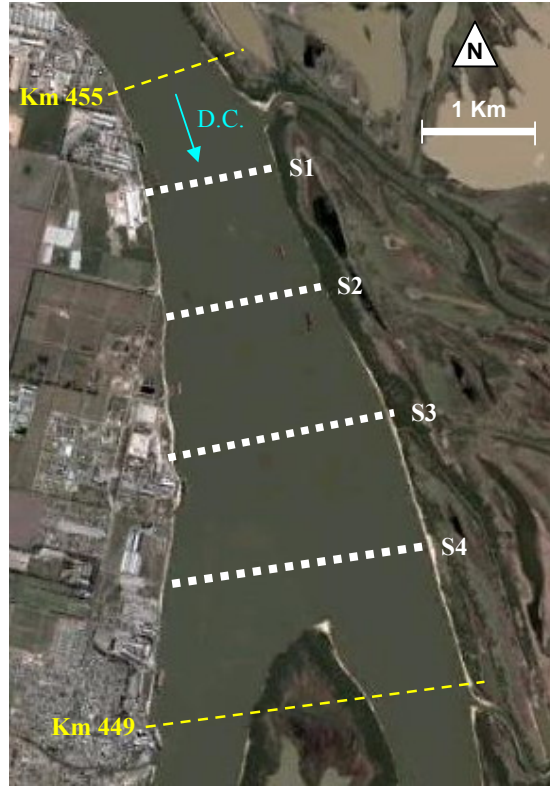
Los valores estimados de los coeficientes  $C_f$ ,  $n$  y  $f$  parecen consistentes con las condiciones morfológicas, sedimentológicas e hidráulicas locales reinantes en cada vertical. Las ecuaciones de regresión entre el exponente  $m$  y los coeficientes mencionados precedentemente, exhiben coeficientes de determinación superiores a 0.8 y, en todos los casos, más del 94% de los datos están comprendidos entre  $\pm 10\%$  de variación de la ecuación de mejor ajuste. Dichas relaciones funcionales, en conjunción con la ley potencial, pueden ser utilizadas para obtener expeditivamente información sobre la distribución vertical de la velocidad a partir de conocer la velocidad media (o eventualmente la velocidad máxima), la profundidad de flujo y el coeficiente de rugosidad.

## BIBLIOGRAFÍA

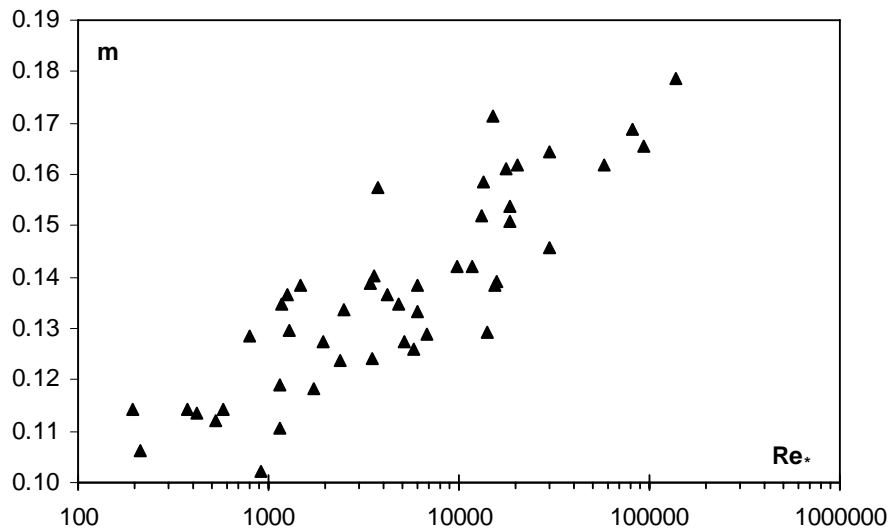
- Bathurst, R.** (1982). *Theoretical aspects of flow resistance*. Dynamics of Gravel-Bed Rivers. R.D. Hey, J.C. Bathurst y C.R. Thorne (Eds). Wiley, 83-105.
- Bergstrom, D.J.; M.F. Tachie y R. Balachandar** (2001). “Application of power laws to low Reynolds number boundary layers on smooth and rough surfaces”. *Phys. Fluids*, 13(11), 3277-3284.
- Buffin-Bélanger, T. y A.G. Roy** (2005). “1 min in the life of a river: selecting the optimal record length for the measurement of turbulence in fluvial boundary layers”. *Geomorphology*, 68, 77-94.
- Bray, D.I. y K.S. Davar** (1987). “Resistance to flow in gravel-bed rivers”. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 14(1), 77-86.
- Coles, D.** (1956). “The law of the wake in the turbulent boundary layer”. *Journal of Fluid Mechanics*, 1(2), 191-226.
- Chen, C.L.** (1991). “Unified theory on power laws for flow resistance”. *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, 117(3), 371-389.
- Cheng, N.S.** (2007). “Power-law index for velocity profiles in open channel flows”. *Advances in Water Resources*, 30, 1775-1784.
- Dancey, C.L. y P. Diplas** (2008). “Statistical uncertainty and the estimation of log law parameters”. *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, 134(9), 1353-1356.
- FCEIA-UNR** (1997). *Estudio y proyecto de la obra de dragado de acceso al puerto de PASA S.A.* Informe final, Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura, Universidad Nacional de Rosario.
- Ferguson, R. y P.J. Ashworth** (1992). *Spatial patterns of bed load transport and channel change in braided and near-braided rivers*. Dynamics of Gravel-Bed Rivers. P. Billi, R. Hey, C.R. Thorne y P. Tacconi (Eds). Wiley, 477-496.
- González, J.A.; C.S. Melching y K.A. Oberg** (1996). “Analysis of open-channel velocity measurements collected with an Acoustic Doppler Current Profiler”. Proc. First International Conference on New Emerging Concepts for Rivers. Chicago, Illinois, USA.
- Hinze, J.O.** (1975). *Turbulence*. McGraw Hill Series in Mechanical Engineering, New York.
- Nakagawa, H.; I. Nezu y H. Ueda** (1975). “Turbulence of open channel flow over smooth and rough beds”. Proc. Japan Society of Civil Engineering (JSCE), 241, 155-168.
- Nezu, I. y H. Nakagawa** (1993). *Turbulence in open channel flows*. Balkema publishers, Rotterdam, Holanda.
- Nezu, I. y H. Rodi** (1986). “Open channel flow measurements with a Laser Doppler anemometer”. *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, 112(5), 335-355.
- Schlichting, H.** (1995). *Boundary layer theory*. McGraw Hill Book Co. 1 Ed., N.York.
- Smart, G.M.; M.J. Duncan y J.M. Walsh** (2002). “Relatively rough flow resistance equations”. *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, 128(6), 568-578.
- Wilcock, P.** (1996). “Estimating local bed shear stress from velocity observations”. *Water Resources Research*, 32(11), 3361-3366.
- Yen, B.C.** (2002). “Open channel flow resistance”. *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, 128(1), 20-39.
- Zimmermann, C. y J.F. Kennedy** (1978). “Transverse bed slopes in curved alluvial streams”. *Journal Engineering Mech., ASCE*, 104(HY1), 33-48.

**Tabla 1.** Resumen de parámetros hidráulicos y coeficientes obtenidos en las diferentes verticales.

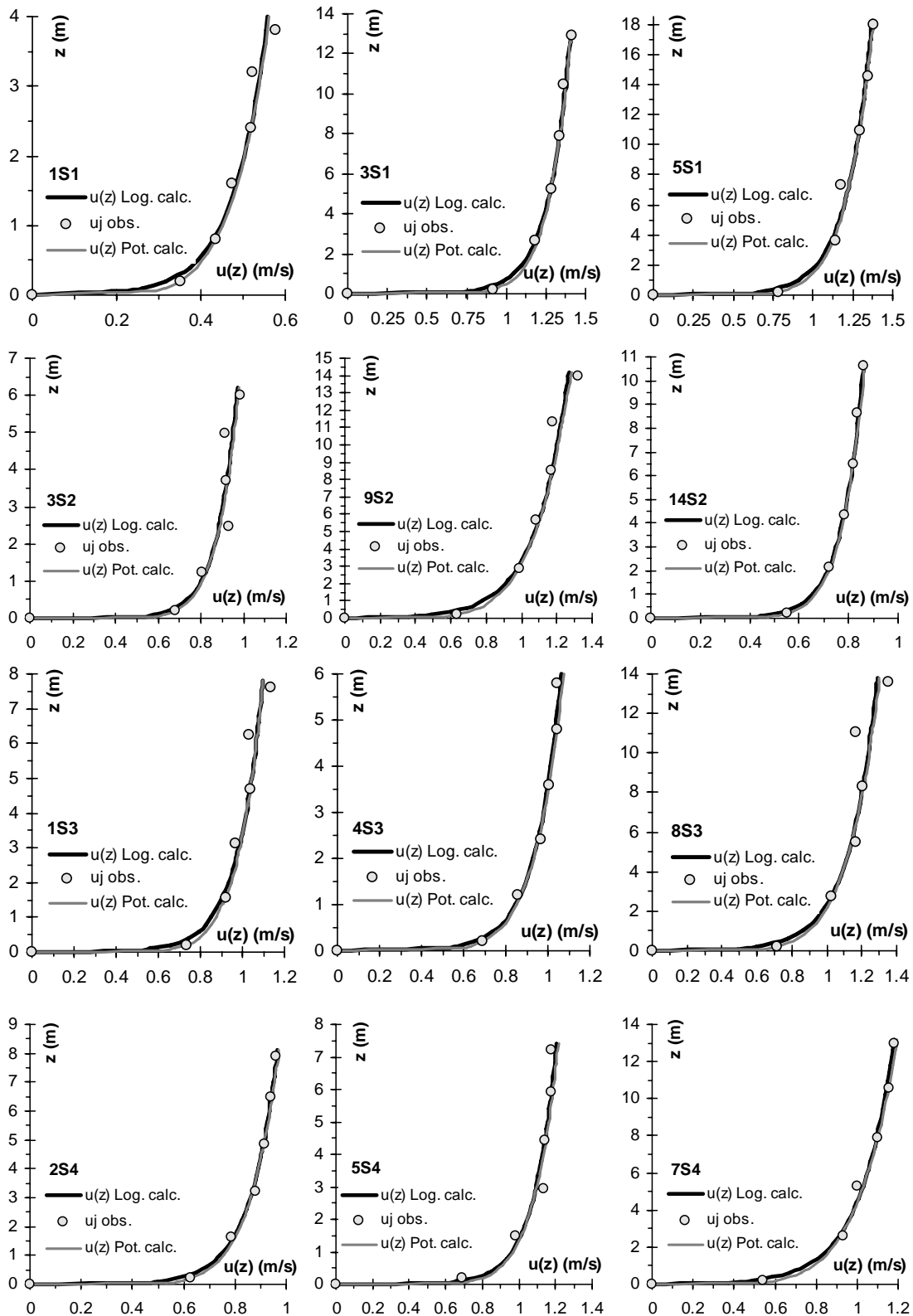
Vert. Nº	U (m/s)	h (m)	a	b	u <sub>*</sub> (m/s)	k <sub>s</sub> (m)	C <sub>f</sub> (-)	c (-)	m (-)	n (s/m <sup>1/3</sup> )	f (-)
1S1	0.468	4.0	0.1856	0.4474	0.03228	0.11687	14.51	5.838	0.1575	0.0274	0.0380
2S1	0.836	11.5	0.2633	0.6843	0.04579	0.07574	18.25	6.634	0.1386	0.0245	0.0240
3S1	1.256	13.1	0.3214	1.0483	0.05590	0.01647	22.46	8.998	0.1022	0.0185	0.0159
4S1	1.223	16.5	0.4084	0.9199	0.07103	0.16819	17.22	6.469	0.1422	0.0276	0.0270
5S1	1.200	18.2	0.3636	0.9127	0.06323	0.09291	18.97	7.292	0.1261	0.0243	0.0222
6S1	1.162	18.2	0.4305	0.8082	0.07487	0.39894	15.52	6.304	0.1459	0.0314	0.0332
7S1	1.060	16.1	0.3658	0.7804	0.06362	0.22124	16.67	7.121	0.1292	0.0274	0.0288
8S1	0.927	13.4	0.3348	0.7079	0.05823	0.23113	15.92	5.802	0.1585	0.0303	0.0316
9S1	0.844	11.9	0.3195	0.6525	0.05557	0.27290	15.19	5.363	0.1715	0.0321	0.0347
10S1	0.705	5.9	0.2222	0.6435	0.03864	0.03821	18.26	6.650	0.1383	0.0224	0.0240
11S1	0.605	3.3	0.1947	0.6040	0.03386	0.02377	17.85	7.160	0.1284	0.0208	0.0251
1S2	0.669	6.0	0.2944	0.5711	0.05120	0.34545	13.08	5.715	0.1609	0.0326	0.0468
2S2	0.827	7.8	0.2907	0.6978	0.05056	0.11963	16.35	6.897	0.1333	0.0257	0.0299
3S2	0.864	6.2	0.2154	0.8015	0.03746	0.00572	23.07	8.670	0.1061	0.0168	0.0150
4S2	0.980	7.1	0.2836	0.8706	0.04932	0.02561	19.86	6.726	0.1367	0.0210	0.0203
5S2	1.006	8.8	0.3192	0.8502	0.05551	0.06527	18.13	6.551	0.1404	0.0239	0.0243
6S2	1.053	9.4	0.3449	0.8765	0.05998	0.08649	17.56	7.217	0.1274	0.0242	0.0259
7S2	1.084	11.8	0.3095	0.9021	0.05383	0.03661	20.13	7.211	0.1275	0.0217	0.0197
8S2	1.083	12.9	0.4002	0.8214	0.06960	0.26656	15.57	6.100	0.1508	0.0302	0.0330
9S2	1.070	14.2	0.4201	0.7828	0.07306	0.41200	14.64	5.596	0.1644	0.0337	0.0373
10S2	1.106	16.0	0.4664	0.7563	0.08111	0.71894	13.64	5.683	0.1618	0.0367	0.0430
11S2	1.037	17.7	0.4599	0.6722	0.07998	1.03906	12.96	5.450	0.1688	0.0400	0.0476
12S2	0.947	17.6	0.4573	0.5645	0.07953	1.75324	11.90	5.148	0.1786	0.0448	0.0565
13S2	0.882	15.4	0.4138	0.5622	0.07197	1.31714	12.26	5.562	0.1654	0.0409	0.0532
14S2	0.765	10.8	0.1992	0.6549	0.03464	0.01551	22.07	8.207	0.1121	0.0189	0.0164
1S3	0.964	7.8	0.2750	0.8515	0.04783	0.02409	20.15	8.302	0.1108	0.0199	0.0197
2S3	0.914	7.1	0.2998	0.7946	0.05214	0.06727	17.53	7.409	0.1241	0.0232	0.0260
3S3	0.880	4.5	0.2819	0.8254	0.04903	0.03550	17.96	7.779	0.1182	0.0212	0.0248
4S3	0.931	6.0	0.2778	0.8473	0.04831	0.02681	19.26	7.104	0.1295	0.0209	0.0216
5S3	0.992	8.3	0.3436	0.8324	0.05976	0.11368	16.60	7.143	0.1288	0.0253	0.0290
6S3	1.063	10.2	0.3972	0.8407	0.06908	0.22998	15.39	6.605	0.1392	0.0287	0.0338
7S3	1.129	11.8	0.3516	0.9270	0.06115	0.06946	18.46	6.727	0.1367	0.0242	0.0235
8S3	1.110	13.8	0.3756	0.8625	0.06532	0.15203	16.99	6.477	0.1420	0.0273	0.0277
9S3	1.148	14.7	0.3981	0.8477	0.06923	0.22330	16.59	6.646	0.1384	0.0279	0.0291
10S3	0.901	11.9	0.3253	0.6843	0.05657	0.23695	15.93	6.052	0.1520	0.0292	0.0315
11S3	0.716	10.1	0.1846	0.6190	0.03210	0.01334	22.31	8.094	0.1136	0.0186	0.0161
1S4	0.853	12.5	0.3284	0.6441	0.05711	0.32880	14.93	5.987	0.1536	0.0315	0.0359
2S4	0.850	8.1	0.2445	0.7436	0.04252	0.02735	20.00	7.731	0.1190	0.0205	0.0200
3S4	0.670	4.9	0.1737	0.6367	0.03021	0.00650	22.18	8.060	0.1141	0.0173	0.0163
4S4	0.965	6.2	0.2523	0.8942	0.04388	0.00859	22.00	8.060	0.1141	0.0179	0.0165
5S4	1.059	7.4	0.2821	0.9597	0.04906	0.01192	21.59	8.060	0.1141	0.0186	0.0172
6S4	0.941	12.0	0.3119	0.7556	0.05424	0.11368	17.34	6.646	0.1384	0.0260	0.0266
7S4	0.999	13.2	0.3802	0.7545	0.06612	0.31173	15.11	5.689	0.1617	0.0321	0.0350
8S4	0.913	11.7	0.2764	0.7628	0.04807	0.05230	19.00	6.885	0.1336	0.0233	0.0222
9S4	0.823	8.0	0.2598	0.7141	0.04518	0.05365	18.21	7.440	0.1236	0.0227	0.0241
10S4	0.625	6.7	0.1936	0.5682	0.03367	0.03494	18.58	6.818	0.1349	0.0222	0.0232
11S4	0.668	5.4	0.2467	0.5988	0.04290	0.11247	15.58	6.818	0.1349	0.0257	0.0330



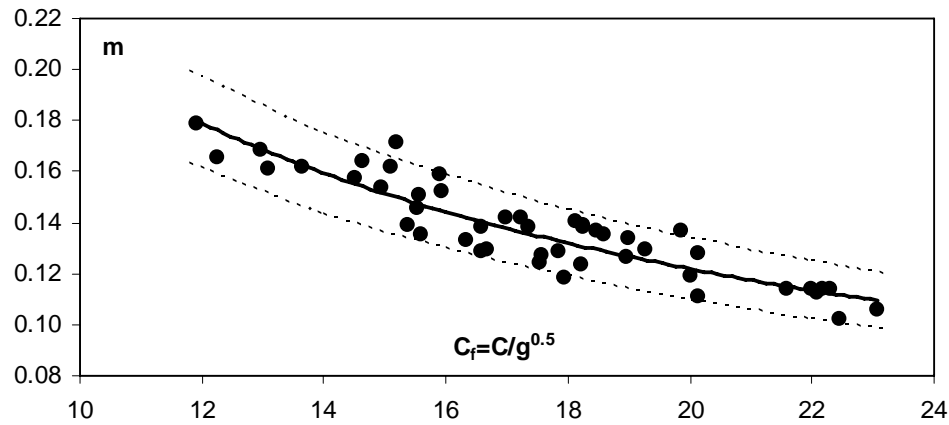
**Figura 1.** Secciones de medición en el tramo Km 449-455 del río Paraná.



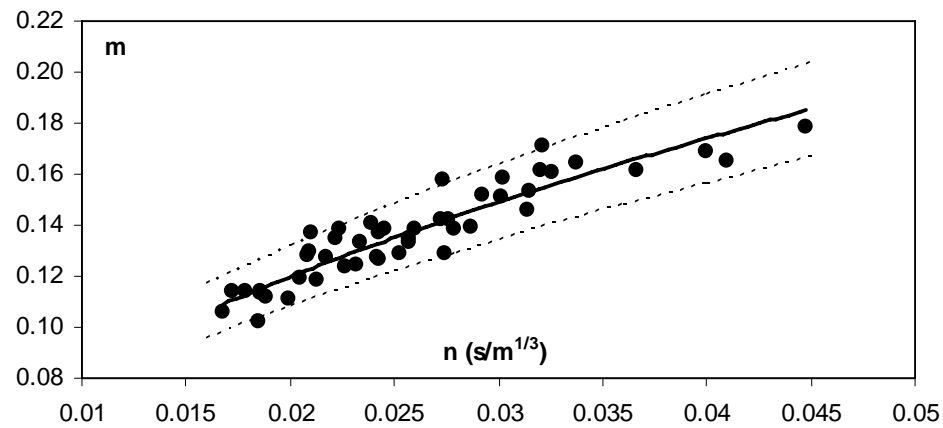
**Figura 2.** Variación de  $m$  en función de  $Re^*$  para el conjunto de datos utilizados en el estudio.



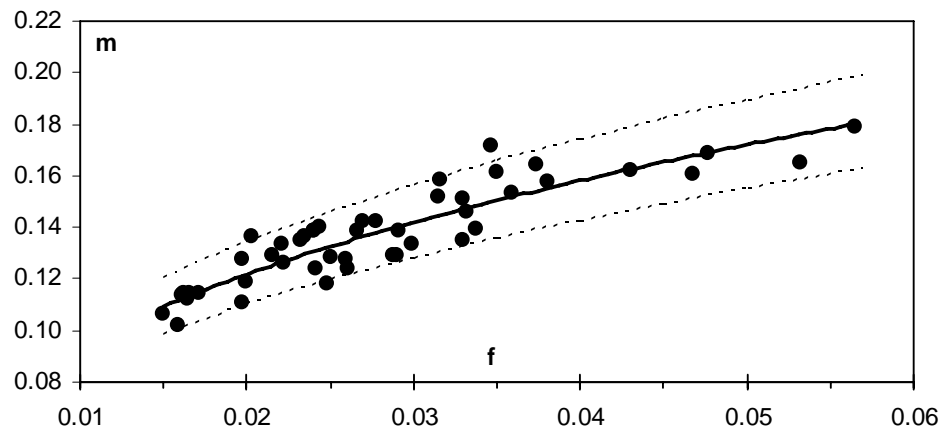
**Figura 3.** Comparación entre leyes de distribución de velocidades calculadas (ley logarítmica y ley potencial) y velocidades observadas a diferentes profundidades en algunas verticales.



**Figura 4.** Relación entre el exponente  $m$  y el coeficiente de Chezy adimensional  $C_f$ .  
 $m=1.1605 C_f^{-0.7522}$ ,  $R^2=0.819$ .



**Figura 5.** Relación entre el exponente  $m$  y el coeficiente de rugosidad de Manning  $n$ .  
 $m=0.9874 n^{0.5392}$ ,  $R^2=0.858$ .



**Figura 6.** Relación entre el exponente  $m$  y el factor de fricción de Darcy-Weisbach  $f$ .  
 $m=0.5308 f^{0.3761}$ ,  $R^2=0.819$ .