

## PROPUESTA PARA EL ESCALAMIENTO DE PARAMETROS POR EFECTO DE LA DISCRETIZACIÓN ESPACIAL EN LA MODELACIÓN MATEMÁTICA DEL ESCURRIMIENTO SUPERFICIAL.

Hernán Stenta<sup>(1)</sup>, Gerardo Riccardi<sup>(1),(2)</sup> y Pedro Basile<sup>(1)</sup>

(1) Departamento de Hidráulica y CURIHAM. FCEIyA. Universidad Nacional de Rosario.

(2) CIUNR. Departamento de Hidráulica y CURIHAM. FCEIyA. Universidad Nacional de Rosario.  
Riobamba 245 bis (2000) Rosario, Argentina.-Telefax: +54+341-4808541 – e-mail: hstenta@fceia.unr.edu.ar

### RESUMEN

El objetivo del trabajo es investigar los efectos de la agregación espacial en la modelación matemática distribuida del escurrimiento superficial mediante la aplicación de un modelo matemático cuasi-bidimensional basado en esquemas de celdas con aproximación de onda difusiva. El estudio se focaliza en el mecanismo de propagación del flujo por lo cual no se consideran los efectos de la agregación espacial en los procesos hidrológicos involucrados en las pérdidas del escurrimiento. Se propone un procedimiento para el escalamiento de parámetros y cuantificar el grado de similitud alcanzado entre las variables hidrológicas de las diferentes discretizaciones. La similitud entre esquemas se plantea para las variables de flujo: caudal, velocidad y alturas medias de agua en todo el dominio espacial. Los parámetros propuestos para el escalamiento son: i) el coeficiente de rugosidad para flujo superficial en celda ( $n_v$ ); ii) la pendiente transversal dentro de la celda (ITC) que define la geometría de almacenamiento y conducción en la misma. Se obtienen relaciones teóricas de escalamiento bajo hipótesis simplificadoras. Posteriormente, se analizan los efectos de la discretización espacial en casos sencillos (cuencas teóricas simples con alteraciones del perfil longitudinal); allí mismo se estudian y deducen los efectos del escalamiento de los parámetros en las relaciones gobernantes del mecanismo propagatorio del flujo (vinculación entre altura, volumen y caudal). Se utiliza el concepto de conservar el almacenamiento de equilibrio para obtener similitud hidrológica en las variables de flujo entre los diferentes esquemas mediante el escalamiento de los parámetros. Los resultados indican que a medida que se incrementa el tamaño de la grilla es necesario incrementar el coeficiente de resistencia del flujo o reducir el parámetro ITC; para lograr similitud hidrológica e hidráulica. Se obtiene mayor similitud hidrológica e hidráulica mediante el escalamiento del parámetro ITC respecto al escalamiento de coeficiente de rugosidad para flujo superficial en celda; fundamentalmente en lo que respecta a similitud en alturas de agua en celdas. El escalamiento del parámetro ITC conserva las ecuaciones gobernantes del almacenamiento y conducción dentro de la celda y conserva el significado físico del coeficiente de rugosidad superficial. Los resultados obtenidos aplicando el procedimiento propuesto de escalamiento son de suma importancia para su utilización en cuencas reales.

**Palabras Clave:** cuencas rurales de llanura, modelación matemática distribuida, tamaños de celda, escurrimiento superficial, similitud hidrológica-hidráulica.

## INTRODUCCION

Los temas relacionados a los efectos de escala no son únicos en el ámbito de la hidrología; existen numerosas disciplinas en las cuales se ha abordado esta temática de estudio: meteorología y climatología; geomorfología, hidráulica de costas, biología, ciencia de los suelos y ciencias sociales (Blöschl y Sivapalan, 1995).

Los problemas de escala en hidrología surgen debido a que los procesos dominantes son diferentes a escalas diferentes. Por lo tanto, las descripciones de los procesos o parametrizaciones que han sido derivadas a una escala pequeña de laboratorio no necesariamente son verdaderas a escalas mayores, como la de una cuenca. Existen dos líneas complementarias de investigación dedicadas a abordar problemas de escala: a) la agregación de descripciones o variables de pequeñas escalas a escalas mayores y b) la desagregación de descripciones o variables de escalas grandes a escalas más pequeñas. Ambas, la agregación (upscaling) y la desagregación (downscaling) son inmensamente complicadas por las fuertes no linealidades presentes en el medio ambiente hidrológico (Blöschl et al., 1997).

Las investigaciones realizadas sobre el tema de los efectos de escala coinciden en que las diferentes representaciones de un mismo sistema generan respuestas hidrológicas diferentes y con la finalidad de obtener similitud hidrológica entre las diferentes representaciones un lineamiento posible es el de plantear el escalamiento de parámetros.

La representación de la topografía es de fundamental importancia a la hora de implementar un modelo matemático que permita reproducir la dinámica del flujo superficial; ya que ésta es uno de los principales factores que gobierna el movimiento del agua dentro del sistema hídrico. Trabajos tales como Moglen y Hartman (2001); Vieux (1993); Wolock y Price (1994); García et al. (2002) y Stenta (2008) coinciden en que a medida que aumenta el tamaño de grilla, la representación de la topografía es resuelta en forma más atenuada y esto se traduce en una disminución de los valores de las pendientes locales dentro del sistema. Al aumentar el tamaño de grilla se pierde la capacidad de reproducir la traza de los cursos; los cursos meandrosos son reproducidos con una longitud menor al disminuir la resolución; lo que se traduce en una disminución de la densidad de drenaje de la cuenca.

La adecuada representación de las variables hidrológicas e hidráulicas como por ejemplo caudal, altura de agua, velocidad y volumen definen y condicionan a su vez otros procesos “acoplados” de la dinámica hídrica superficial, como ser, por ejemplo, la remoción, transporte y deposición de sedimentos, nutrientes y contaminantes. De aquí surge la necesidad de conservar las relaciones y variables de flujo dominantes de la dinámica hídrica entre las diferentes representaciones de un mismo sistema.

Dooge (1986) remarcó que a diferencia de la teoría hidráulica, la cual cuenta con los números de Reynolds y Froude; en hidrología no existen principios de similitud para el comportamiento de una cuenca. Una relación de similitud podría permitir que los resultados del modelo sean aplicables a diferentes escalas manteniendo determinadas relaciones sobre un amplio rango de escalas.

Al no existir un criterio único y aceptado para plantear similitud hidrológica entre diferentes discretizaciones de una cuenca se aplicaron numerosos conceptos. Uno de ellos es el de conservar el almacenamiento de equilibrio entre las discretizaciones del sistema en estudio.

El almacenamiento de equilibrio en la cuenca tiene una importancia fundamental en el proceso de transformación lluvia – caudal y propagación de flujo. El almacenamiento de equilibrio puede definirse como el volumen de agua almacenado en la superficie de una cuenca impermeable bajo condiciones de lluvia espacialmente y temporalmente uniformes cuando el equilibrio cinemático completo en la cuenca ha sido alcanzado. Las modificaciones en el almacenamiento impactan en forma primaria en el tiempo al pico y en el caudal pico (Goodrich, 1990).

A modo de lograr similitud entre diferentes tamaños de grilla se plantea, en la mayoría de los casos, el ajuste de los parámetros del modelo. Para el escurrimiento superficial, el parámetro comúnmente escalado resulta el coeficiente de rugosidad para flujo superficial; y en modelos de onda cinemática, como alternativa, la longitud del plano de escurrimiento.

Dentro de un proceso en particular pueden realizarse diferentes grados de abstracción; este grado de abstracción también debe ser tenido en cuenta en el proceso de escalamiento. Por ejemplo en la modelación del escurrimiento superficial mediante onda cinemática los parámetros que usualmente se escalan son el coeficiente de rugosidad del plano ( $N$ ) y la longitud del plano ( $L$ ) (Pedraza et al., 2006).

Los parámetros de escalas mayores que se utilizan con las ecuaciones de detalle se denominan parámetros efectivos. Concretamente, un parámetro efectivo se refiere a un valor único del parámetro que es asignado a una parte o a todos los puntos del dominio; de manera tal que el modelo basado en el parámetro agregado genere la misma salida que el modelo basado en el parámetro con distribución detallada (Mackay y Riley, 1991).

Zaghloul (1981 y 1983) abordó el estudio de la discretización de una cuenca urbana utilizando el modelo SWMM. El autor destaca la importancia de conservar el almacenamiento de equilibrio entre el sistema de detalle y el sistema agregado. Para conservar dicho almacenamiento de equilibrio entre los sistemas el autor ajustó el ancho hidráulico del plano o “ancho de la cuenca”.

Goodrich (1990) utilizó el modelo KINEROSR (Woolhiser et al., 1990); basado en la ecuación de onda cinemática. Aplicó el concepto de conservar el almacenamiento de equilibrio entre el sistema de detalle y el esquema agregado como una de las reglas para obtener respuestas similares entre ambos sistemas. En base a estas reglas propuestas, las dimensiones equivalentes de los planos de la escala agregada se obtienen manteniendo el área y la longitud del plano y despejando el ancho que cumpla dicha condición. Las pendientes y los parámetros relacionados al tipo y uso del suelo del plano equivalente se definen utilizando información de la cuenca a escala de detalle y por medio de promedios ponderados por áreas. Resultando de ello que el único parámetro que permanece para ser definido para el plano equivalente es el coeficiente de rugosidad de manning. Este coeficiente, para el plano equivalente de escala agregada, es ajustado manteniendo el mismo almacenamiento de equilibrio que para el plano complejo (esquema de detalle); es decir, utiliza el concepto de almacenamiento de equilibrio para escalar el coeficiente de rugosidad del plano equivalente (esquema agregado). Afirma que la clave para mantener la equivalencia entre los sistemas durante el proceso de simplificación es la distorsión de la rugosidad hidráulica que permita conservar el almacenamiento de equilibrio. La interpretación de la distorsión del coeficiente de rugosidad está basada en la idea de una rugosidad computacional y no tiene significado físico.

Stenta (2008) y Stenta et al. (2011) realizaron un estudio sobre tres cuencas rurales utilizando el modelo CTSS8 (Riccardi, 2001) y plantearon el escalamiento de parámetros conservando el almacenamiento de equilibrio entre las diferentes discretizaciones. Se concluye que la conservación del almacenamiento de equilibrio y la forma del hidrograma en “S” en la sección de

control resulta adecuada como método para plantear similitud entre esquemas. Los resultados del escalamiento de parámetros indican que para la abstracción a nivel de celda utilizada en el modelo ( $ITC > 0$ ), a medida que aumenta el tamaño de la grilla es necesario incrementar el coeficiente de rugosidad superficial en valle ( $n_v$ ) o bien disminuir la pendiente transversal en celdas ( $ITC$ ) para obtener similitud hidrológica entre las diferentes discretizaciones. Se demostró que se obtienen resultados con mayor grado de similitud (principalmente en alturas de agua) si se escala la pendiente transversal en celdas respecto al escalamiento del coeficiente de rugosidad superficial en valle. Esto indica la importancia de contemplar el tipo de abstracción que se realiza a nivel de celda y su escalamiento al producirse el agregamiento del sistema y además se conserva el significado físico del coeficiente de rugosidad superficial.

El desarrollo de los trabajos descritos en el presente artículo se realizó en el marco de la Tesis Doctoral: Efectos del Tamaño de Grilla sobre la Modelación Matemática Distribuida del Esguerrimiento Superficial en Cuencas de Llanura. (Stenta, 2008).

## **DESCRIPCIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO Y PARAMETRIZACIÓN A NIVEL DE CELDA.**

Se utilizó el modelo matemático hidrológico-hidráulico, físicamente basado y espacialmente distribuido cuasi-bidimensional denominado CTSS8 (Riccardi, 2001). El sistema de modelación está basado en los esquemas de celdas originalmente propuestos por Cunge (1975). En sucesivas investigaciones se ha ampliado el campo de aplicación original (Riccardi, et. al, 1995 y 2002; Riccardi, 1997). Actualmente, el sistema permite la simulación de esguerrimiento superficial multidireccional en ambientes rurales y urbanos. En cada unidad de la capa superficial es posible plantear el ingreso de flujo proveniente de precipitación neta, aporte de caudales externos e intercambio de caudales con celdas adyacentes. Para la información necesaria de lluvia neta en cada celda se plantea la utilización de las metodologías reconocidas de Green y Ampt o del Servicio de Conservación del Suelo de EEUU (Chow, et. al, 1994). El esguerrimiento resultante puede ser propagado mediante un espectro de leyes de descarga desde aproximaciones cinemáticas a difusivas de la ecuación de momento, permitiendo el tránsito por ríos, canales y valles de inundación.

Para contemplar alternativas puntuales de flujo se incorporaron leyes de descarga para puentes, vertederos y alcantarillas. Las ecuaciones gobernantes consideradas son la de continuidad y distintas simplificaciones de la ecuación de cantidad de movimiento transformadas en formulaciones de descarga entre celdas. La distribución espacial de los parámetros y variables hidrológicas se realiza mediante la subdivisión de la cuenca en celdas de igual tamaño (cuadrangulares) interconectadas entre sí que definen el dominio del sistema hídrico a modelar. Las celdas son tipo Valle con predominio de flujo mantiforme y tipo Río con un sector de flujo concentrado (cauce principal) y un sector de valle de inundación (flujo mantiforme).

La ventaja fundamental de este modelo con aproximación de onda difusiva y simulación del flujo cuasi-bidimensional frente a otros modelos de tipo cinemático, está relacionada con la posibilidad de transmitir información en cualquier dirección del dominio bidimensional. Esto hace que no se deban prefijar los sentidos de esguerrimiento y especificar los funcionamientos hidráulicos de elementos (por ejemplos embalses); pudiendo el modelo discernir en cada paso de tiempo las direcciones del esguerrimiento superficial de acuerdo a los gradientes hidráulicos (Riccardi, 2005).

Horrit y Bates (2001) utilizan el modelo Lisflood-FP, basado en esquemas de celdas y aproximación de onda difusiva con intercambio de caudal entre celdas en sentido unidimensional.

En su trabajo, los autores concluyen que este tipo de aproximación resulta computacionalmente más simple y arroja resultados muy similares a los obtenidos con una discretización en diferencias finitas más compleja de la ecuación de onda difusiva.

El modelo CTSS8 es operado desde la plataforma computacional SIMULACIONES 2.0 (Stenta et al., 2005) desarrollada en entorno de Windows; la plataforma facilita el ingreso y definición de datos al modelo y el análisis e interpretación de los resultados.

### **Modelo Conceptual de Conducción y Almacenamiento a Nivel de Celda.**

#### **Variabilidad a nivel de celda**

Diferentes aproximaciones pueden ser establecidas para cuantificar la variabilidad de procesos hidrológicos dentro de una celda. Una de ellas asume que los parámetros y los procesos son uniformes dentro de cada celda y que la descripción de escala pequeña se aplica a la celda entera. Otra aproximación es la de incorporar dentro de la celda funciones de distribución de los parámetros en lugar de utilizar valores únicos. Por último, una tercera aproximación es la de parametrizar la variabilidad dentro de la celda sin acudir a la definición explícita de las ecuaciones locales (Blöschl y Sivapalan, 1995).

Moore y Burch (1986) realizaron la parametrización a nivel de celda para contemplar el escurrimiento superficial en surcos. En la parametrización propuesta, los surcos individuales no son modelados explícitamente; sino que incorporan el efecto agregado de un gran número de surcos representando dicho efecto por medio de una ley potencial entre el radio hidráulico y el área transversal (ambas variables en función del tirante de agua).

Panday y Huyakorn (2004) propusieron una curva parabólica para evaluar el almacenamiento en función del tirante de agua y consideran dos tipos de almacenamiento: almacenamiento debido a obstrucciones y almacenamiento en depresiones.

La representación del flujo superficial se puede plantear adecuadamente particionando en forma conveniente la variabilidad topográfica en variabilidad resuelta explícitamente y variabilidad parametrizada a nivel de celda (Grayson et al., 1995). La variabilidad resuelta en forma explícita (es decir variabilidad entre celdas) se representa por medio de las formas, pendientes y aspectos de las celdas individuales y su configuración relativa. La variabilidad parametrizada se representa por medio de una ecuación concentrada a nivel de celda.

El modelo matemático utilizado contempla ambas situaciones. Incorpora la resolución del escurrimiento superficial con variabilidad resuelta explícitamente entre celdas, planteada por medio de las ecuaciones de descargas entre celdas resultantes de la utilización de la ecuación de cantidad de movimiento de Saint Venant; determinando el tránsito de flujo por medio de los niveles de agua entre celdas; y la variabilidad parametrizada a nivel de celda por medio de la pendiente transversal en la misma, que define la relación entre niveles, volúmenes y caudales. Dicha abstracción contempla el efecto de concentración de flujo en surcos; micro canales o pequeños canales como representación de los procesos de escurrimiento superficial en el terreno real.

#### ***Conducción y almacenamiento en celdas tipo “valle”.***

El modelo conceptual utilizado por el modelo hidrológico-hidráulico CTSS8 parametriza la variabilidad de la morfología del terreno dentro de la celda (Figura 1.a variabilidad a nivel de sub-grilla o celda) considerando una sección triangular con un punto bajo central y pendientes laterales ITC (Figura 1.b). La sección transversal efectiva de almacenamiento y conducción es, entonces,

representada por una aproximación triangular, en la que la pendiente transversal es el parámetro geométrico ITC. El ancho de la celda y la pendiente transversal (ITC) en celda definen la altura máxima,  $h_{max}$ . Si la altura de agua en la celda supera el valor máximo  $h_{max}$ , el ancho ocupado en la sección es el ancho de la celda.

En este tipo de celdas es necesario definir la cota representativa del fondo de la celda, ancho de la celda (Tamaño de grilla de cálculo), pendiente transversal en celda (ITC) y coeficiente de resistencia para flujo superficial.

### **Conducción y almacenamiento en celdas tipo “río”.**

En las celdas donde se debe definir un curso de agua, el modelo permite la adopción de secciones de tipo triangular, rectangular o trapezoidal. El curso se ubica en el centro de la celda y para el valle, al igual que en el caso anterior, debe definirse la pendiente lateral en celda ITC (Figura 1.c). En este caso deben definirse las dimensiones geométricas del curso (ancho de fondo; taludes laterales y profundidad), la pendiente lateral del valle (ITC) y los coeficientes de resistencia para flujo superficial y en canal.

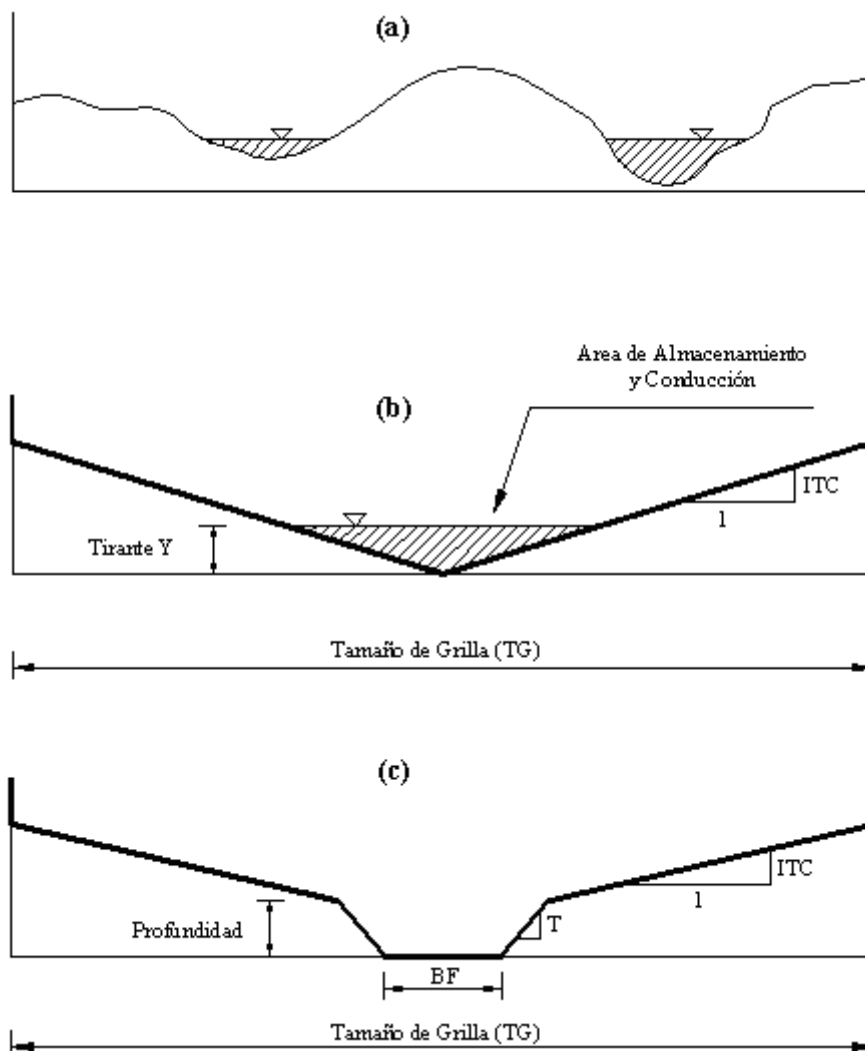


Figura 1. a) Relieve dentro de la celda; b) Parametrización en celdas tipo “valle” y c) Parametrización en celdas tipo “río”.

## DESCRIPCION Y DESARROLLO DE LOS TRABAJOS

Se presentan las relaciones de escalamiento de la rugosidad superficial en celda y de la pendiente transversal en celda obtenidas analíticamente bajo hipótesis simplificativas (flujo permanente y uniforme).

Posteriormente, se presentan una serie de casos simples sobre los cuales se estudian los efectos que se producen en las respuestas hidrológicas al escalar el coeficiente de rugosidad para flujo superficial en celda ( $n_v$ ) y la pendiente transversal en celda (ITC); al pasar de un tamaño de grilla (TG) dado a otro mayor y se analiza el grado de similitud obtenido de las variables hidrológicas.

Se analizan las modificaciones que se producen en las relaciones que gobiernan la propagación del flujo, como ser las relaciones entre altura y caudal, altura y volumen y caudal-volumen como resultado del escalamiento de parámetros.

Se utiliza el concepto de conservar el almacenamiento de equilibrio para obtener similitud hidrológica en las variables de flujo entre los diferentes esquemas mediante el escalamiento de los parámetros.

### **Expresiones Analíticas de Escalamiento de la Rugosidad Superficial en Celda y Pendiente Transversal en Celda.**

Mediante una serie de hipótesis simplificativas es posible obtener la relación teórica entre la rugosidad para flujo superficial en celda y el tamaño de la grilla y entre la pendiente trasversal en celda y el tamaño de la grilla. Es decir; se puede obtener la relación de escalamiento entre ambos parámetros y el tamaño de la grilla.

Se adopta como hipótesis simplificativa considerar al flujo como unidimensional; permanente y uniforme. Bajo estas condiciones se plantean dos tamaños de grilla: Esquema de mayor detalle asociado a un tamaño de grilla TGd y esquema agregado (de menor detalle), asociado a un tamaño de grilla TGa.

Para la relación de escalamiento de la rugosidad para flujo superficial en celda se plantea (Figura 2)

$$Ad = \left( \frac{TGa}{TGd} \right) \frac{yd^2}{ITC} \quad (1)$$

$$Aa = \frac{ya^2}{ITC} \quad (2)$$

Donde:

$yd$  = altura de agua en celda para TGd

$ya$  = altura de agua en celda para TGa

$Ad$  = Área transversal total para TGd

$Aa$  = Área transversal total para TGa

$ITC = ITCd = ITCa$  = Pendiente transversal en celda para TGd y para TGa

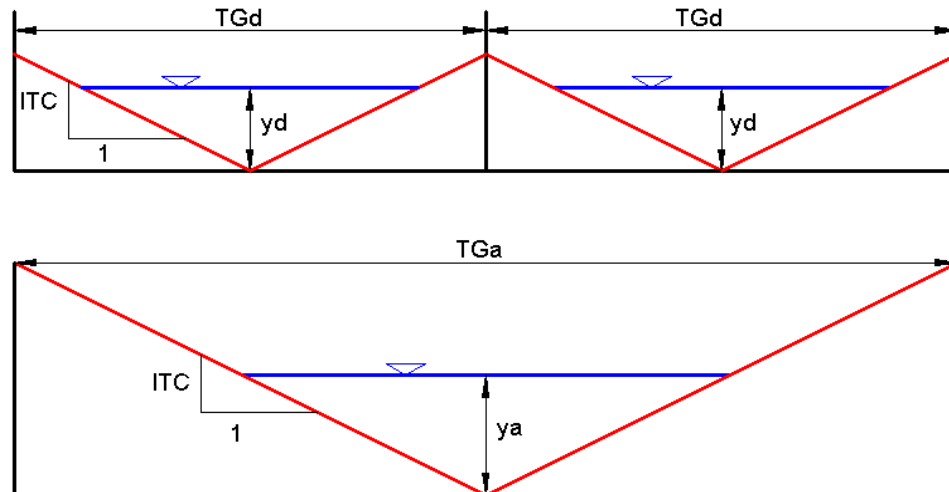


Figura 2. Esquema para relación de escalamiento de la rugosidad para flujo superficial en celda.

Planteando conservar el volumen de almacenamiento (asumiendo igual longitud de plano) entre ambos esquemas; igualando miembro a miembro las ecuaciones (1) y (2) se obtiene:

$$y_a = \sqrt{\left(\frac{T_{Ga}}{T_{Gd}}\right)} y_d \quad (3)$$

El caudal para TGd se calcula como:

$$Q_d = \frac{1}{n_d} A_d R_{Hd}^{2/3} S_d^{0.5} \quad (4)$$

$$R_{Hd} = \frac{A_d}{P_{Md}} \quad (5)$$

$$P_{Md} = 2 y_d \sqrt{\left(1 + \frac{1}{ITC^2}\right)} \quad (6)$$

$$R_{Hd} = \frac{y_d}{ITC} \frac{1}{2 \sqrt{\left(1 + \frac{1}{ITC^2}\right)}} \quad (7)$$

$$Q_d = \frac{1}{n_d} \left(\frac{T_{Ga}}{T_{Gd}}\right) \frac{y_d^2}{ITC} \left( \frac{y_d}{ITC} \frac{1}{2 \sqrt{\left(1 + \frac{1}{ITC^2}\right)}} \right)^{2/3} S_d^{0.5} \quad (8)$$

Donde:

$n_d$  = Rugosidad para flujo superficial en celda para TGd

$R_{Hd}$  = Radio Hidráulico para TGd



Sd = Pendiente longitudinal para TGd  
Pmd = Perímetro mojado para TGd

El caudal para TGa resulta:

$$Qa = \frac{1}{na} Aa RHa^{2/3} Sa^{0.5} \quad (9)$$

$$RHa = \frac{Aa}{PMa} \quad (10)$$

$$PMa = 2 ya \sqrt{\left(1 + \frac{1}{ITC^2}\right)} \quad (11)$$

$$RHa = \frac{ya}{ITC} \frac{1}{2 \sqrt{\left(1 + \frac{1}{ITC^2}\right)}} \quad (12)$$

$$Qa = \frac{1}{na} \frac{ya^2}{ITC} \left( \frac{ya}{ITC} \frac{1}{2 \sqrt{\left(1 + \frac{1}{ITC^2}\right)}} \right)^{2/3} Sa^{0.5} \quad (13)$$

Reemplazando (3) en (13) se tiene:

$$Qa = \frac{1}{na} \left( \frac{TGa}{TGd} \right) \frac{yd^2}{ITC} \left( \frac{\sqrt{\left( \frac{TGa}{TGd} \right)} yd}{ITC} \frac{1}{2 \sqrt{\left(1 + \frac{1}{ITC^2}\right)}} \right)^{2/3} Sa^{0.5} \quad (14)$$

Donde:

na = Rugosidad para flujo superficial en celda para TGa

RHa = Radio Hidráulico para TGa

Sa = Pendiente longitudinal para TGa

PMa = Perímetro mojado para TGa

Planteando similitud en caudales ( $Qd = Qa$ ); asumiendo las pendientes longitudinales iguales ( $Sd = Sa$ ) e igualando las ecuaciones (8) y (14) se obtiene:

$$na = nd \left( \frac{TGa}{TGd} \right)^{1/3} \quad (15)$$

En forma adimensional la ecuación (15) se puede escribir:

$$\frac{na}{nd} = \left( \frac{TGa}{TGd} \right)^{1/3} \quad (16)$$

La ecuación (15) es la relación de escalamiento para la rugosidad del flujo superficial en celda entre un esquema de detalle (TGd) y un esquema agregado (TGa). Dicha relación conserva caudales y volúmenes entre ambos esquemas; con lo que se requiere incrementar la rugosidad del flujo superficial en celda. Asimismo; la ecuación (3) indica que no es posible conservar las alturas de agua en celdas entre ambos esquemas.

Para la relación de escalamiento de la pendiente transversal en celda se plantea (Figura 3):

$$Ad = \left( \frac{TGa}{TGd} \right) \frac{yd^2}{ITCd} \quad (17)$$

$$Aa = \frac{ya^2}{ITCa} \quad (18)$$

Donde:

yd = altura de agua en celda para TGd

ya = altura de agua en celda para TGa

Ad = área transversal total para TGd

Aa = área transversal total para TGa

ITCd = pendiente transversal en celda para TGd

ITCa = pendiente transversal en celda para TGa

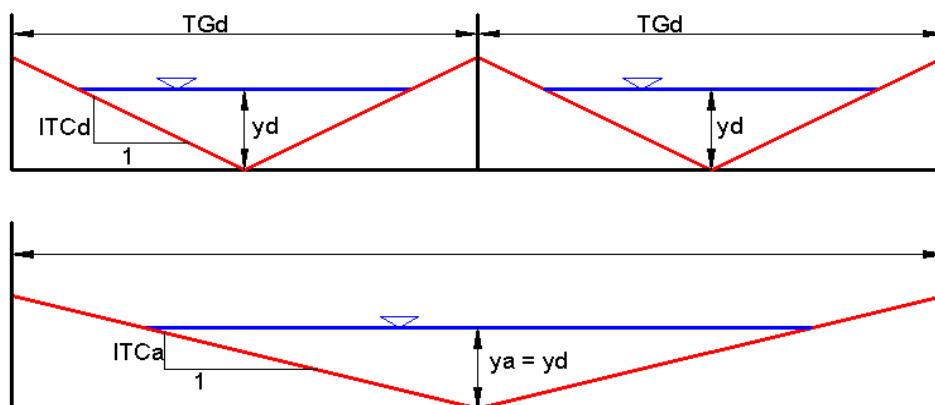


Figura 3. Esquema para relación de escalamiento de la pendiente transversal en celda.

Planteando conservar el volumen de almacenamiento entre ambos esquemas (asumiendo igual longitud entre esquemas) y alturas de agua en celda; igualando miembro a miembro las ecuaciones (17) y (18) se obtiene:

$$ITCa = ITCd \left( \frac{TGd}{TGa} \right) \quad (19)$$

El caudal para TGd se calcula como:

$$Qd = \frac{1}{n} Ad RHd^{2/3} Sd^{0.5} \quad (20)$$

$$RHd = \frac{Ad}{PMd} \quad (21)$$

$$PMd = 2 yd \sqrt{\left(1 + \frac{1}{ITCd^2}\right)} \quad (22)$$

$$RHd = \frac{yd}{ITCd} \frac{1}{2 \sqrt{\left(1 + \frac{1}{ITCd^2}\right)}} \quad (23)$$

$$Qd = \frac{1}{n} \left( \frac{TGa}{TGd} \right) \frac{yd^2}{ITCd} \left( \frac{yd}{ITCd} \frac{1}{2 \sqrt{\left(1 + \frac{1}{ITCd^2}\right)}} \right)^{2/3} Sd^{0.5} \quad (24)$$

Donde:

n= rugosidad para flujo superficial en celda

RHd = Radio Hidráulico para TGd

Sd = Pendiente longitudinal para TGd

PMd = perímetro mojado para TGd

El caudal para TGa se calcula como:

$$Qa = \frac{1}{n} Aa RHa^{2/3} Sa^{0.5} \quad (25)$$

$$RHa = \frac{Aa}{PMa} \quad (26)$$

$$PMa = 2 ya \sqrt{\left(1 + \frac{1}{ITCa^2}\right)} \quad (27)$$

$$RHa = \frac{ya}{ITCa} \frac{1}{2 \sqrt{\left(1 + \frac{1}{ITCa^2}\right)}} \quad (28)$$

$$Q_a = \frac{1}{n} \frac{y_a^2}{ITC_a} \left( \frac{y_a}{ITC_a} \frac{1}{2 \sqrt{\left(1 + \frac{1}{ITC_a^2}\right)}} \right)^{2/3} S_a^{0.5} \quad (29)$$

Donde:

$n$  = rugosidad para flujo superficial

$RH_a$  = Radio Hidráulico para  $TG_a$

$S_a$  = Pendiente longitudinal para  $TG_a$

$PM_a$  = perímetro mojado para  $TG_a$

Considerando entonces igualdad de alturas de agua en celda ( $y_d = y_a$ ); igualdad en caudales ( $Q_d = Q_a$ ) e igualdad de la pendiente longitudinal ( $S_d = S_a$ ); e igualando las ecuaciones (24) y (29) se obtiene:

$$\left( \frac{TG_a}{TG_d} \right) \frac{1}{ITC_d} \left( \frac{1}{ITC_d} \frac{1}{2 \sqrt{\left(1 + \frac{1}{ITC_d^2}\right)}} \right)^{2/3} = \frac{1}{ITC_a} \left( \frac{1}{ITC_a} \frac{1}{2 \sqrt{\left(1 + \frac{1}{ITC_a^2}\right)}} \right)^{2/3} \quad (30)$$

Reemplazando en la ecuación (30) la relación (19) se obtiene:

$$ITC_a = ITC_d \frac{\sqrt{\left(1 + \frac{1}{ITC_d^2}\right)}}{\sqrt{\left(1 + \left(\frac{TG_a}{TG_d} \frac{1}{ITC_d}\right)^2\right)}} \quad (31)$$

En forma adimensional la ecuación (31) se puede escribir:

$$\frac{ITC_a}{ITC_d} = \frac{\sqrt{\left(1 + \frac{1}{ITC_d^2}\right)}}{\sqrt{\left(1 + \left(\frac{TG_a}{TG_d} \frac{1}{ITC_d}\right)^2\right)}} \quad (32)$$

La ecuación (31) es la relación de escalamiento de la pendiente transversal en celda entre un esquema de detalle y un esquema agregado. Bajo las hipótesis adoptadas; esta relación de escalamiento conserva el almacenamiento en celda y caudales entre celdas. Además conserva las alturas de agua en celda a diferencia de la relación de escalamiento de la rugosidad para flujo superficial en celda.

### Análisis sobre una Cuenca Teórica Simple.

Se plantea una cuenca rectangular de 600 m de longitud y 50 m de ancho; pendiente uniforme  $S = 0.001$  y constituido por celdas de 25 m de lado (TG25 - esquema de detalle) y 50 m (TG50 - esquema agregado). El esquema queda constituido con 48 celdas para TG25 y con 12 celdas para TG50.

El caso de aplicación a una cuenca rectangular se utiliza para independizar del escalamiento los efectos producidos por las variabilidades en la representación de la topografía y de sus atributos derivados al modificarse el TG cuando se trata de un caso real de una cuenca hidrográfica. Se plantea, por lo tanto, un caso ideal para determinar las implicancias de escalar un parámetro u otro al pasar de un TG dado a otro más grande y su incidencia en las respuesta hidrológicas.

Para el esquema de detalle se considera un coeficiente de rugosidad para flujo superficial en celda  $n_v = 0.11 \text{ s/m}^{1/3}$ . Se supone una lluvia uniforme y constante de  $i = 10 \text{ mm/h}$  y duración  $t_d = 15 \text{ hs}$ , de modo de lograr el equilibrio completo del plano. Para verificar que el plano se encuentre en condiciones de equilibrio completo; es necesario cumplir con la condición de que la duración de la lluvia ( $t_d$ ) excede el tiempo de equilibrio del plano ( $t_e$ )

En estas condiciones, el tiempo de equilibrio de un plano equivalente se puede obtener mediante la siguiente expresión (Woolhiser, 1977):

$$T_e = \left( \frac{nL}{i^{2/3} S^{1/2}} \right)^{3/5} \quad (33)$$

Donde:  $n$  = coeficiente de rugosidad,  $L$  = Longitud del plano;  $S$  = Pendiente del plano;  $i$  = intensidad de lluvia neta. Para el caso planteado aquí las variables anteriores asumen los siguientes valores:  $n = 0.11 \text{ s/m}^{1/3}$ ,  $L = 600 \text{ m}$ ,  $S = 0.001$ ,  $i = 10/1000/3600 \text{ m/s}$ ; por lo que  $t_e = 4.5 \text{ hs} < t_d = 15 \text{ hs}$ . Se verifica equilibrio completo en el plano.

El caudal de salida en la sección de control sobre el ancho de 50 m es  $Q = i \times A = 10 / 1000 / 3600 * 600 * 50 \text{ m}^3/\text{s} = 0.083 \text{ m}^3/\text{s}$ .

Se estudian los siguientes casos para el esquema agregado:

**Caso a:** TG50\_a con igualdad en todos los parámetros a TG25;

**Caso b:** TG50\_b modificando solamente el coeficiente de rugosidad para flujo superficial en celda ( $n_v$ )

**Caso c:** TG50\_c modificando solamente la pendiente transversal en celda (ITC).

En la Tabla 1 se resumen los parámetros utilizados y el almacenamiento de equilibrio para los diferentes casos. En la Figura 4.a se muestran los hidrogramas en S correspondientes a cada caso.

Tabla 1. Parámetros y almacenamiento de equilibrio para TG25 y los diferentes casos de TG50.

	TG25	TG50_a	TG50_b	TG50_c
nv [s/m <sup>1/3</sup> ]	0.110	0.110	0.128	0.110
ITC	0.100	0.100	0.100	0.053
Sequil [m <sup>3</sup> ]	1020	927	1020	1024
Dif. Porcentual	-	-9.1	0.0	0.4

Se observa que los valores de los parámetros escalados obtenidos experimentalmente son similares a los que resultan de aplicar las relaciones teóricas (ec. (15) para el escalamiento de nv y ec. (31) para el escalamiento de ITC). Las diferencias se deben a las modificaciones en la pendiente hidráulica; en el caso en estudio la pendiente hidráulica no resulta igual a la pendiente del fondo por lo que no se cumplen las hipótesis planteadas en el desarrollo de la obtención de las relaciones teóricas. Las pendientes son diferentes ya que en el caso en estudio, para equilibrio completo, se tiene un perfil de flujo permanente y gradualmente variado.

El análisis se plantea sobre una misma área (la agregación de 4 celdas de 25 m en una única celda de 50 m de lado); esta última ubicada en la salida del plano (a los 600 m).

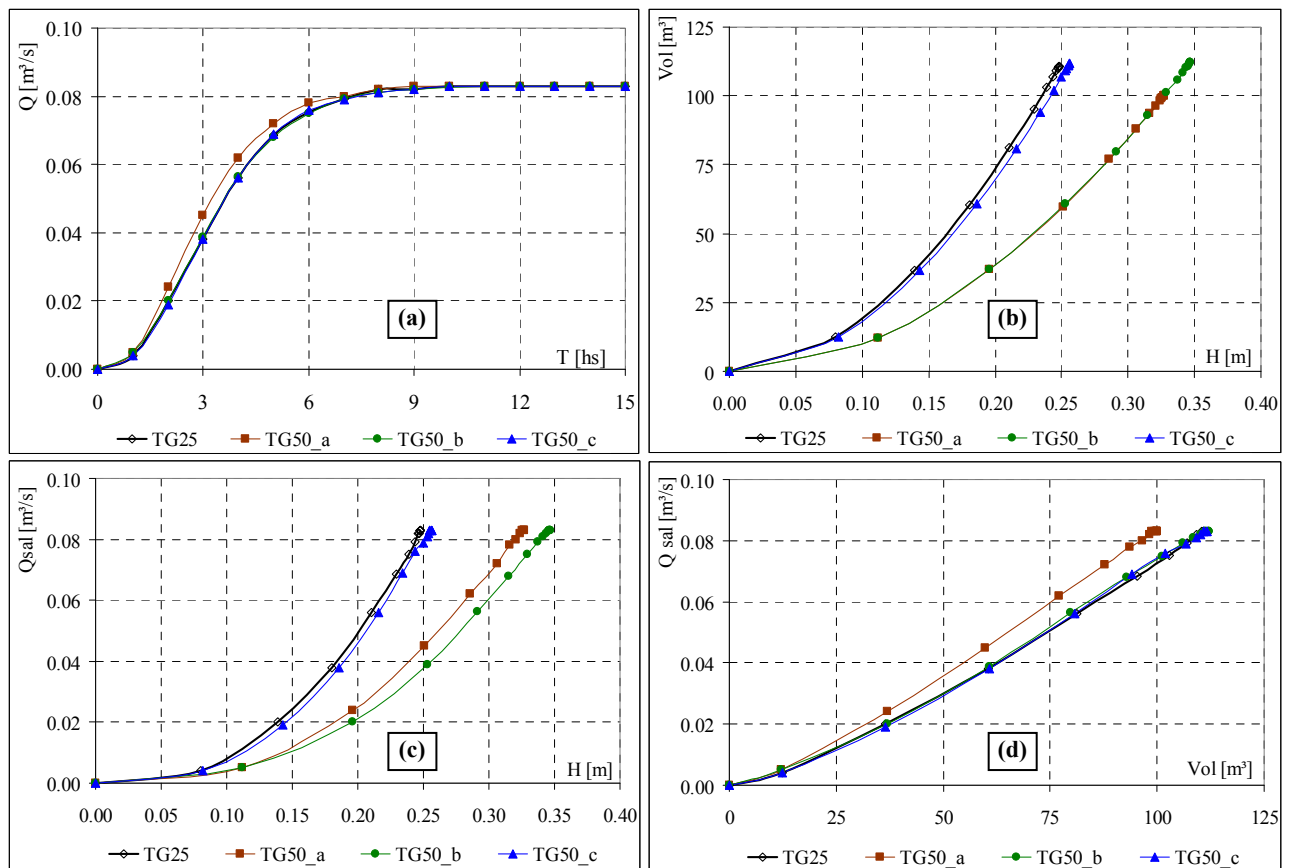


Figura 4. a) Hidrogramas a la salida del plano inclinado, b) Relación Altura vs. Volumen, c) Relación Altura vs. Caudal, d) Relación Volumen vs. Caudal.

En la Figura 4.a se muestran los hidrogramas a la salida del plano (a los 600 m); en la Figura 4.b se muestra la relación entre la altura y el volumen almacenado (H-Vol); la Figura 4.c muestra la relación entre la altura y el caudal de salida (H-Qs) y por último la Figura 4.d muestra la relación entre el volumen y caudal de salida (Vol-Qs).

El hidrograma y las curvas H-Vol; H-Qsal y Vol-Qsal se obtienen a partir de la variación temporal del caudal y las alturas en dicha celda. El volumen se obtiene en función de la altura de agua en celda y de la geometría de almacenamiento definida por medio de la pendiente transversal en celda (ITC).

Se observa (Figura 4.a) que a igualdad de parámetros, el esquema agregado (TG50\_a) genera una respuesta más rápida; curva de ascenso del hidrograma adelantada en el tiempo y por ende un almacenamiento de equilibrio menor en comparación con TG25 y no se mantienen las relaciones H-Vol, H-Qs y Vol-Qs. En este caso hipotético se evidencian los efectos de la agregación sobre las respuestas hidrológicas a igualdad de parámetros.

Debido a que los hidrogramas en S entre TG25 y TG50\_a son diferentes, las respuestas, en términos de caudales para una lluvia de duración menor al tiempo de equilibrio del plano serán diferentes.

Para TG50\_b, el escalamiento del coeficiente de rugosidad para flujo superficial en celda (aumento) contrarresta el efecto anterior y se obtiene un hidrograma similar en la salida a TG25 (conservando el almacenamiento de equilibrio) y se logra “mover” la relación Vol-Qs (Figura 4.d) hasta ajustarla a TG25; pero no se reproducen las relaciones H-Vol y H-Qs. Es decir, se reproducen los valores de caudales y volúmenes en el tiempo pero no se conservan las alturas de agua en celdas.

Para conservar los valores de caudales y volúmenes entre TG25 y TG50 es necesario producir una respuesta más atenuada para TG50, que se logra incrementando el coeficiente de rugosidad para flujo superficial en celda (caso TG50\_b); este incremento genera a su vez un aumento de las alturas de agua, lo que a su vez incrementa el volumen de almacenamiento en la celda y es posible reproducir la curva Vol-Qs entre ambas discretizaciones (TG25 y TG50\_b) con una pérdida en la representatividad de las alturas de agua.

Por último, para TG50\_c, disminuyendo ITC se preservan todas las relaciones; produciendo iguales hidrogramas y conservando el almacenamiento de equilibrio. Se logra una adecuada similitud, no sólo en términos de caudales, sino también en términos de alturas de agua. De igual modo que el caso anterior, es posible reproducir una respuesta más atenuada (caso TG50\_c) disminuyendo el valor de la pendiente transversal en celda, de este modo se logra incrementar el almacenamiento, conservando tanto las alturas de agua como los caudales para todo tiempo.

El escalamiento de los parámetros de rugosidad para flujo superficial en celda (TG50\_b) y de la pendiente trasversal en celda (TG50\_c) permiten reproducir las respuestas obtenidas para TG25 en términos de caudales; en cambio una adecuada similitud en términos de alturas de agua se obtiene con el escalamiento de la pendiente transversal (TG50\_c).

Se observa que escalando adecuadamente los parámetros (ya sea la rugosidad para flujo superficial en celda o la pendiente transversal en celda) se obtienen hidrogramas similares entre los diferentes tamaños de grilla; se conservan las relaciones entre caudal de salida y volumen en celda y se conserva el almacenamiento de equilibrio.

En este caso simple de una cuenca rectangular de pendiente uniforme, el escalamiento de parámetros interviene sobre la relación entre alturas de agua, volumen y caudal de salida de cada celda. En una cuenca real, a diferencia del caso hipotético planteado, el escalamiento de los parámetros está afectado además por la propia dinámica de la cuenca caracterizada por variabilidad espacial del relieve, por los efectos propios de la agregación al modificar dicho relieve y por el grado de presión antrópica (existencia de terraplenes y alcantarillas).

El planteo realizado y los resultados y conclusiones obtenidas para TG25 y TG50 se cumplen de igual forma para otros tamaños de grilla más pequeños o más grandes (es decir, áreas mayores o menores).

A continuación se presentan las comparaciones entre TG25 y TG50 de las variables altura, caudal, volumen y velocidad a lo largo de la cuenca, es decir, se considera la variable espacial, para tener en cuenta no solo lo que sucede en la sección de control, sino también a lo largo del plano.

Las comparaciones para las variables altura y volumen se realizaron entre cada celda de TG50 y las 4 celdas correspondientes de TG25 que se agregan al pasar a TG50; en cambio, para las variables de flujo caudal y velocidad se compararon en cada vinculación de TG50 y las 2 vinculaciones de TG25 (Figura 5).

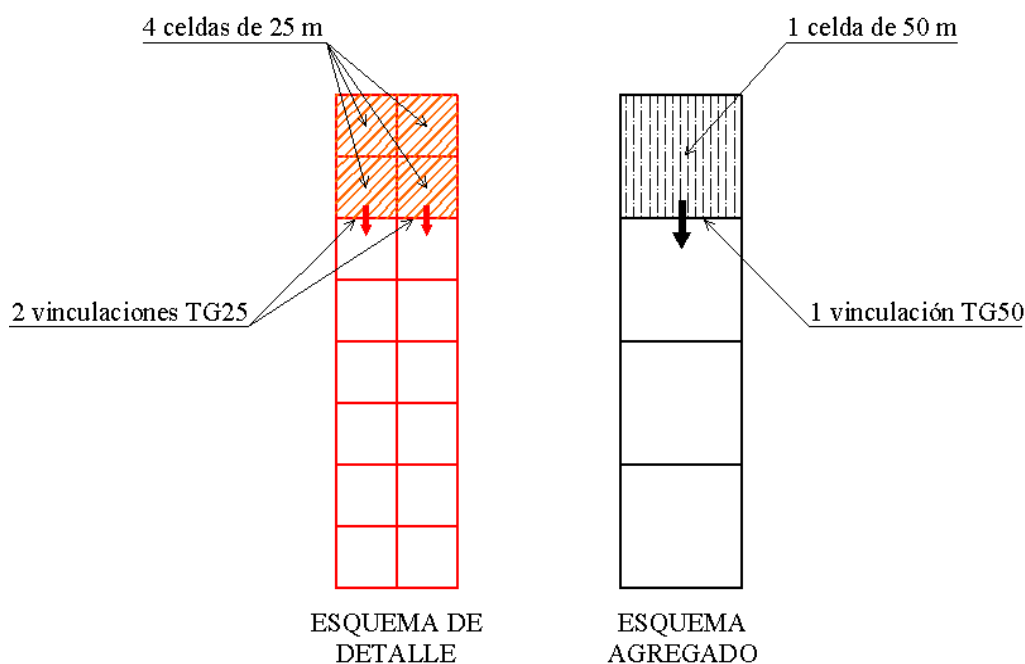


Figura 5. Esquema de detalle y esquema agregado. Celdas y vinculaciones.

En las Figuras 6.a. a 6.d. se muestran las correlaciones obtenidas entre TG25 y los diferentes casos de TG50 a lo largo del plano en términos de las alturas de agua en celdas (Figura 6.a); el volumen almacenado en celdas (Figura 6.b); los caudales entre celdas (Figura 6.c) y las velocidades medias de flujo en vinculaciones (Figura 6.d) para el estado de equilibrio completo del plano (hora 15). La velocidad media entre celdas se computa como la relación entre el caudal total entre celdas y el área mojada total.

En las Figuras 6.a y 6.d, en el eje de abscisas se representa los valores de las variables para TG25 y en las ordenadas para TG50.



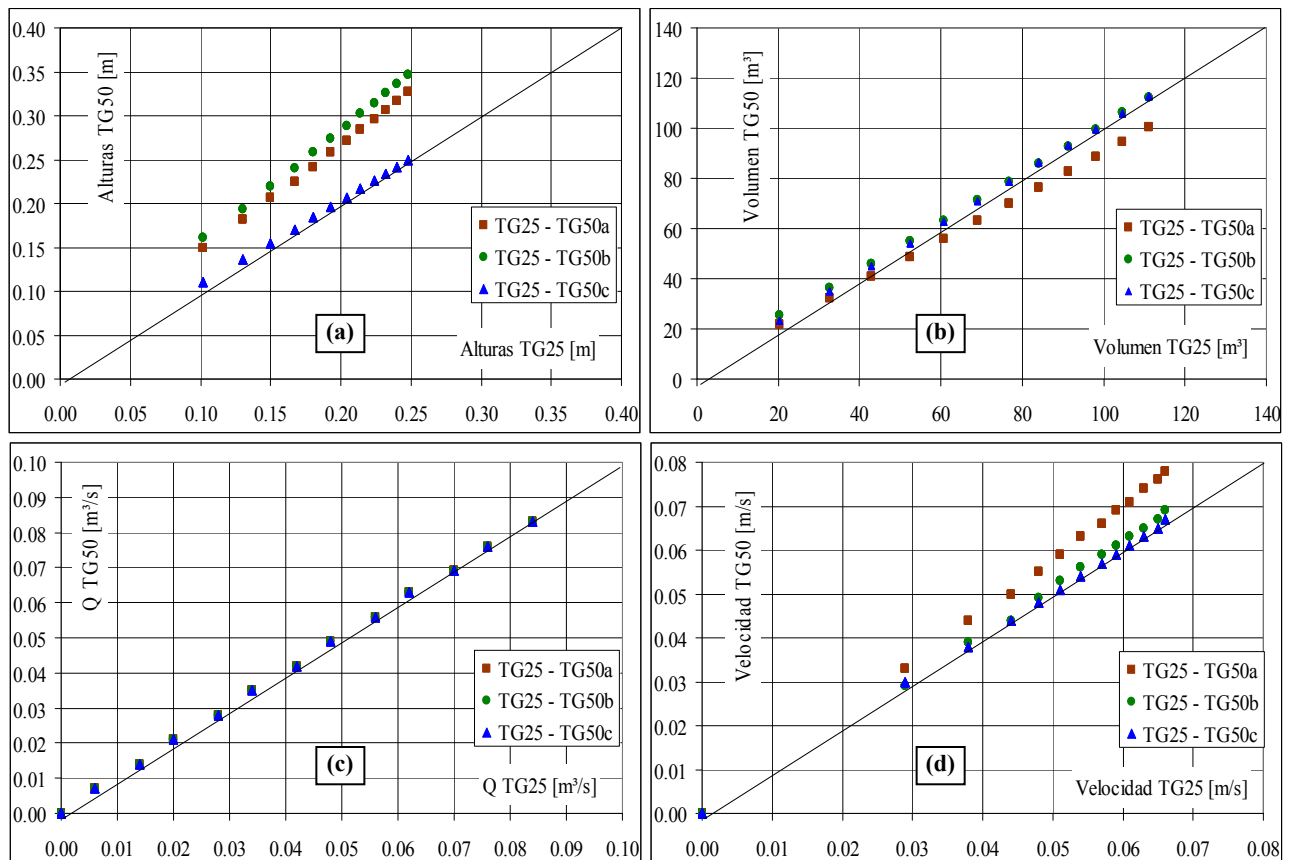


Figura 6. Comparación de las variables de flujo entre TG25 y TG50 para todo el dominio espacial. a) alturas de agua en celdas, b) volumen almacenado, c) caudal entre celdas y d) velocidad media entre celdas.

Se observa que lo analizado y expuesto para la celda de salida se reproduce a lo largo de todo el plano; es decir, los efectos producidos por la agregación del sistema analizados anteriormente y los resultados obtenidos con el escalamiento de los parámetros afectan no solo a la celda de salida sino que afectan a todo el dominio espacial del sistema.

En la Figura 6.a se observa que a igualdad de parámetros entre TG25 y TG50 las alturas son siempre mayores en TG50\_a que en TG25, por lo que no existe una adecuada similitud de esta variable y los volúmenes (Figura 6.b) son menores en TG50\_a que en TG25 en todo el rango. Los caudales (Figura 6.c) son todos iguales debido a que en la cuenca existe un estado de equilibrio completo y en este estado el caudal es función de la intensidad de la lluvia neta y del área de aporte aguas arriba del punto considerado. En cuanto a las velocidades (Figura 6.d) se observa que para TG50\_a son mayores que para TG25. En estas condiciones puede afirmarse que no existe similitud entre TG50\_a y TG25 en términos de alturas y velocidades, por lo que resulta necesario el escalamiento de los parámetros. Asimismo, se debe notar que a igualdad de todos los parámetros, el TG50\_a (mayor tamaño de grilla) genera una respuesta más rápida, debido a las alturas de agua mayores, volúmenes menores y velocidades más elevadas. El escalamiento de parámetros debe contrarrestar este efecto, por lo que es necesario incrementar el coeficiente de rugosidad para flujo superficial en celda o disminuir la pendiente transversal en celda en todas las celdas del esquema agregado con la finalidad de incrementar los mecanismos difusivos de este esquema.

Al escalar (aumentar) el coeficiente de rugosidad para flujo superficial en celda las variaciones en las variables de flujo para TG50 (caso TG50\_b) a lo largo del plano siguen la

tendencia indicada para la celda de salida, es decir, las alturas de flujo son aún mayores que en el caso de igualdad de parámetros. Esto se debe a que al incrementar el coeficiente de rugosidad para flujo superficial en celda, debe incrementarse la altura de agua para evacuar el mismo caudal (el caudal de equilibrio). A su vez, este incremento de altura produce un incremento de volumen con lo que se obtienen volúmenes similares a los de TG25; y se obtiene una reducción de la velocidad debido a que al incremento del coeficiente de rugosidad para flujo superficial en celda tiene un peso mayor en la ecuación de Manning que el incremento del radio hidráulico producido por el aumento de la altura de agua, a igualdad de todos los parámetros y para un mismo caudal. En estas condiciones se observa que el escalamiento del coeficiente de rugosidad para flujo superficial en celda genera similitud en términos de volúmenes y velocidades, pero no de alturas de agua.

Al escalar (reducir) la pendiente transversal en celda para TG50 (caso TG50\_c), las alturas de flujo a lo largo de la cuenca son similares a las alturas de TG25 (se reducen las alturas en comparación a los casos TG50\_a y TG50\_b); además los volúmenes almacenados y las velocidades son similares para todas las celdas del plano. Esto indica claramente las diferencias y las ventajas de escalar ITC por sobre el escalamiento del coeficiente de rugosidad que se traduce en la conservación de las relaciones altura-volumen, altura-caudal y caudal-volumen.

### **Efecto de Modificación de la Pendiente Longitudinal.**

Se presenta el mismo caso del punto anterior de un plano inclinado constituido con tamaño de grilla de 25 m (TG25); longitud  $L = 600$  m; ancho  $W = 50$  m; pendiente uniforme  $S = 0.001$ ; coeficiente de rugosidad para flujo superficial en celda  $n_v = 0.11 \text{ s/m}^{1/3}$  y pendiente transversal en celda ITC = 0.100. Se simula una lluvia uniforme de 10 mm/h y duración  $t_d = 15$  hs para lograr un estado de equilibrio completo del plano.

Para la discretización de menor resolución (TG50); de tamaño de grilla 50 m se estudian dos casos:

**Caso a:** TG50\_a con igualdad en todos los parámetros a TG25 e igual pendiente longitudinal del plano;

**Caso b:** TG50\_b con igualdad en todos los parámetros a TG25 y modificando la pendiente longitudinal.

El caso a, TG50\_a, corresponde a la misma discretización e iguales parámetros y pendientes que el **Caso a** de punto “Análisis sobre una Cuenca Teórica Simple”. En este caso se observa nuevamente (Figura 7) que para el esquema agregado se obtienen respuestas más rápidas, caudales adelantados en el tiempo y volumen de almacenamiento menor y no se conservan las relaciones H-Vol, H-Qs y Vol-Qs entre TG25 y TG50\_a.

Planteando conservar el almacenamiento de equilibrio entre TG25 y TG50\_b, se modifica la pendiente longitudinal del plano; los valores de almacenamiento de equilibrio y pendiente longitudinal se detallan en la Tabla 2. Para el caso TG50\_b se observa que es necesario reducir la pendiente longitudinal para conservar el almacenamiento de equilibrio.

Tabla 2. Parámetros; pendiente longitudinal y almacenamiento de equilibrio para TG25 y TG50.

	TG25	TG50_a	TG50_b
nv [s/m <sup>1/3</sup> ]	0.110	0.110	0.110
ITC	0.100	0.100	0.100
Pend. Long.	0.0010	0.0010	0.0008
Sequil [m <sup>3</sup> ]	1020	927	1024
Dif. Porcentual	-	-9.1	0.4

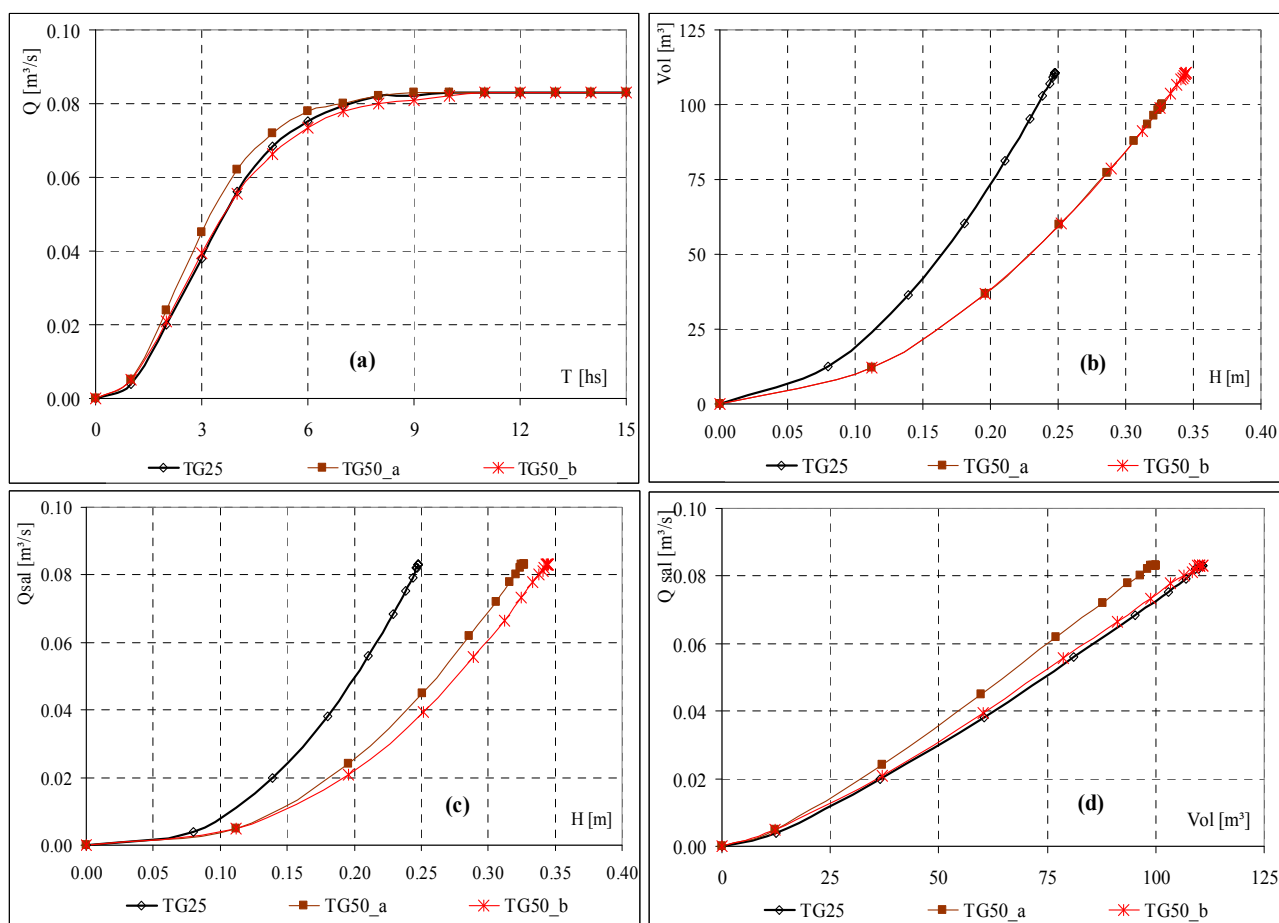


Figura 7. a) Hidrogramas a la salida del plano inclinado, b) Relación Altura vs. Volumen, c) Relación Altura vs. Caudal, d) Relación Volumen vs. Caudal

En las Figuras 7.b a 7.d se muestran las relaciones entre altura en celda y el volumen almacenado (H-Vol); la relación entre la altura y el caudal de salida (H-Qsal) y por último la relación entre el volumen y caudal de salida (Vol-Qsal); respectivamente.

Se observa que conservando el almacenamiento de equilibrio entre discretizaciones (TG25 y TG50\_b) se conservan las relaciones entre volumen y caudal de salida en la celda (Vol-Qsal) (Figura 7.d) y el hidrograma en S en la salida del plano y no se conservan las alturas de agua en celdas (Figura 7.b y 7.c).

Del mismo modo que lo planteado en el punto “Análisis sobre una Cuenca Teórica Simple”, a igualdad de todos los parámetros (TG25 y TG50\_a) se observa una respuesta más rápida para TG50; la cual se compensa en este caso disminuyendo la pendiente longitudinal del plano (TG50\_b).

Si las discretizaciones más gruesas (en una cuenca real) generan relieves más atenuados por el efecto de agregación espacial que la discretización de mayor nivel de detalle, esta atenuación del relieve puede compensar el efecto de agregación de las relaciones Vol-Qsal al pasar de un tamaño de grilla a otro más grande y puede no ser necesario escalar parámetros; ya sea el coeficiente de rugosidad para flujo superficial en celda o la pendiente transversal en celda. En todo caso si el efecto de atenuación en la respuesta hidrológica producto de la representación más atenuada del relieve compensa el efecto de agregación de las relaciones Vol-Qsal no es posible obtener similitud en términos de alturas; y sí en términos de caudales.

### **Caso de Pendientes Locales Variables.**

Se presenta otro caso simple en el que se analizan los efectos sobre las variables hidrológicas al producirse la agregación desde un tamaño de grilla de 250 m (TG250) a 1000 m (TG1000), asumiendo como mayor nivel de detalle TG250. Se analizan los efectos para el caso de agregación cuando se tiene un relieve ondulado (ya no uniforme como los casos planteados anteriormente).

Al producirse la agregación del sistema (pasar de TG250 a TG1000) se produce una pérdida en la representación del relieve. Las pendientes locales que reproducían con mayor detalle el relieve en TG250 se “pierden” al pasar a TG1000. Este efecto tiene influencia en las respuestas hidrológicas.

En todos los casos que se presentan se tiene una cuenca rectangular de 2 Km de longitud y 1 Km de ancho que encierra a 32 celdas de TG250 (8 en sentido longitudinal y 4 en sentido transversal) y a 2 celdas de TG1000.

Se plantean 3 perfiles longitudinales: I, II y III para TG250. El perfil (I) corresponde a una pendiente uniforme de  $S = 1 \%$ ; los perfiles (II) y (III) presentan quiebres de pendientes (Figura 8).

En el perfil (I) las pendientes locales son todas positivas (hacia aguas abajo) y del mismo valor que la pendiente media del tramo del 1 %. En el perfil (II) la modificación de las cotas de las celdas C4 y C5 generan pendientes diferentes a las del perfil (I). Entre las celdas C3 - C4 y C4 - C5 la pendiente local es de 0 %; y entre C5 - C6 la pendiente local es de + 3 %. En el perfil (III) la pendiente local entre C3 - C4 es de + 2 %; entre C4 - C5 es de - 1 % (el signo menos indica pendiente de sentido contrario a la pendiente general del plano) y entre C5 - C6 es de + 2 %.

Los perfiles y sus irregularidades son caracterizados por la pendiente media del tramo, por el promedio de los valores absolutos de las pendientes locales y por el desvío estándar de las pendientes locales. En la Tabla 3 se resumen estos valores.

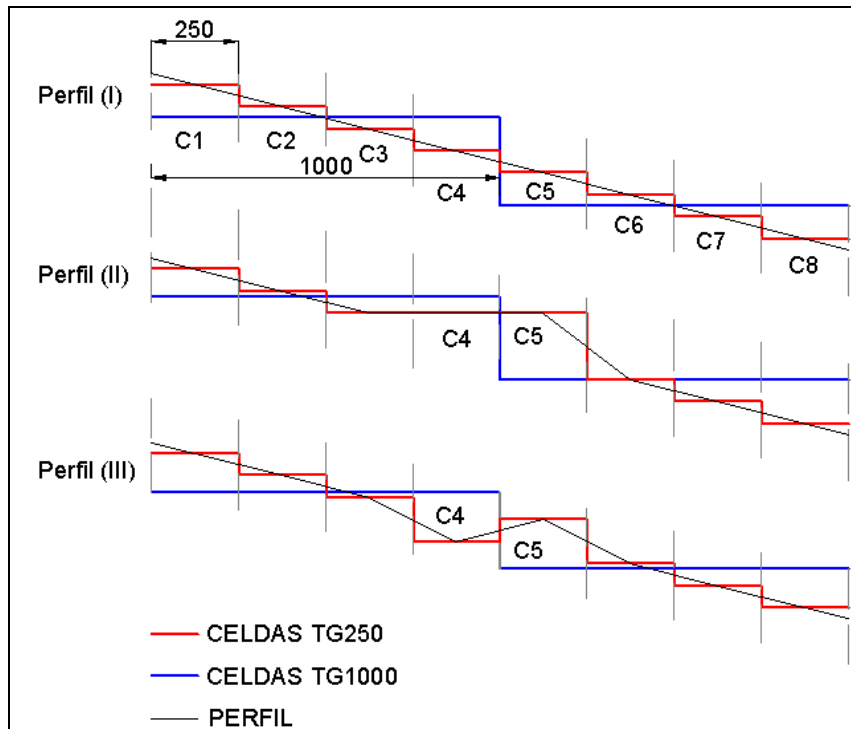


Figura 8. Perfiles longitudinales para TG250 y para TG1000.

Tabla 3. Valores representativos de las características de los Perfiles (I) a (III).

	Perfil (I)	Perfil (II)	Perfil (III)
Pendiente media de tramo [%]	1.0	1.0	1.0
Promedio de los valores absolutos de las pendiente locales [%]	1.0	1.0	1.3
Desvío Estándar de pendientes locales [%]	0.0	1.0	1.0

En todos los casos el valor de la pendiente media del tramo es la misma. El perfil (I) corresponde a una pendiente uniforme; el perfil (II) se diferencia del perfil (I) por el valor del desvío estándar, ya que todas las pendientes locales no son iguales a la pendiente media, lo que arroja un valor de desvío estándar diferente de cero y representa un relieve más irregular. El perfil (III) se diferencia del (II) en el valor del promedio de las pendientes locales, siendo este valor mayor para el (III) respecto al (II), representando un perfil aún más irregular. Los tres parámetros utilizados para caracterizar los diferentes perfiles pueden ser indicativos del grado de irregularidad del terreno; así, un incremento del desvío estándar y un incremento del promedio de los valores absolutos de las pendientes locales representa un perfil más irregular respecto a un perfil de pendiente uniforme.

Se asume que el valor de cota representativo de la celda para TG1000 es el valor promedio de las cotas de las celdas de TG250 que encierra la celda de TG1000. La cota de la celda para TG1000 representa el efecto de agregación del perfil, agrupándose la información de 16 celdas de TG250 en una única celda de TG1000.

Se estudian las modificaciones en las variables hidrológicas para el caso de un caudal circulante de  $Q = 2 \text{ m}^3/\text{s}$ . Los parámetros para TG250 son:  $nv = 0.1 \text{ s/m}^{1/3}$  e  $ITC = 0.04$ .

En todos los casos analizados se escalan el coeficiente de rugosidad para flujo superficial en celda ( $nv$ ) y la pendiente transversal en celda ( $ITC$ ) para TG1000 de modo que para el mismo caudal circulante  $Q = 2 \text{ m}^3/\text{s}$  se conserve el volumen almacenado (conservar la relación  $\text{Vol} - Q_{\text{sal}}$ ) para TG250, y se analizan las modificaciones en las alturas de agua.

**Perfil (I).** Se analizan los siguientes casos:

**Caso a:** TG1000\_a escalando para TG1000 el coeficiente de rugosidad para flujo superficial en celda de modo de conservar el volumen almacenado para TG250.

**Caso b:** TG1000\_b escalando para TG1000 la pendiente transversal en celda de modo de conservar el volumen almacenado para TG250.

En la Tabla 4 se resumen los valores de las variables y los parámetros escalados para ambos casos.

Tabla 4. Parámetros y variables de flujo para TG250 y los diferentes casos de TG1000.

	TG250	TG1000_a	TG1000_b
$nv \text{ [s/m}^{1/3}\text{]}$	0.100	0.154	0.100
ITC	0.04	0.04	0.01
$Q \text{ [m}^3/\text{s}\text{]}$	2.0	2.0	2.0
Volumen almacenado $\text{[m}^3\text{]}$	68228	68228	68267
Altura media $\text{[m]}$	0.422	0.835	0.422

En este caso (perfil I) valen las mismas consideraciones generales que para los casos planteados anteriormente como resultado de escalar  $nv$  e  $ITC$ ; es decir, la agregación del sistema de TG250 (mayor nivel de detalle) a TG1000 (esquema agregado) genera respuestas más rápidas en TG1000 debido a que no se conservan las relaciones alturas-volumen-caudal al producirse la agregación, lo que conduce a un escalamiento de parámetros. Por ello es que se deben aumentar los valores de rugosidad para flujo superficial en celda o bien disminuir la pendiente transversal en celda. En el Caso a (TG1000\_a) se conserva el caudal y el volumen entre esquemas pero no hay similitud entre las alturas de agua. Por el contrario, el Caso b (escalamiento de  $ITC$ , TG1000\_b) produce similitud en términos de alturas de agua y volúmenes para el caudal pasante de  $2 \text{ m}^3/\text{s}$ . En este ejemplo se estudia un solo punto de la curva  $\text{Vol}-Q_{\text{sal}}$ , pero es adecuado para los fines que interesan resaltar.

**Perfil (II).** Se analizan los siguientes casos:

**Caso a:** TG1000\_a escalando para TG1000 el coeficiente de rugosidad para flujo superficial en celda de modo de conservar el volumen almacenado para TG250.

**Caso b:** TG1000\_b escalando para TG1000 la pendiente transversal en celda de modo de conservar el volumen almacenado para TG250.

En la Tabla 5 se resumen los valores de las variables y los parámetros escalados para ambos casos.

Tabla 5. Parámetros y variables de flujo para TG250 y los diferentes casos de TG1000.

	TG250	TG1000_a	TG1000_b
nv [s/m <sup>1/3</sup> ]	0.100	0.175	0.100
ITC	0.04	0.04	0.0064
Q [m <sup>3</sup> /s]	2.0	2.0	2.0
Volumen almacenado [m <sup>3</sup> ]	75169	75057	75212
Altura media [m]	0.441	0.878	0.357

En este caso se observa que el perfil con pendiente no uniforme para TG250 presenta un volumen almacenado mayor que para el caso del perfil (I).

Nuevamente, el efecto de agregación del sistema al pasar de TG250 a TG1000 requiere el escalamiento de parámetros para lograr similitudes en las repuestas. Como se observa en la Tabla 5, es de esperar que los parámetros escalados compensen también el efecto de la agregación del perfil ondulado, y debido a que se produce una respuesta más lenta para TG250 (mayor almacenamiento) que en el caso de pendiente uniforme (perfil I), los parámetros escalados deben contemplar este efecto, y generan para TG1000 una mayor atenuación que los casos de TG1000 para el plano inclinado (perfil I). Por lo anterior resultan valores de rugosidad para flujo superficial en celda mayores ( $nv = 0.175 \text{ s/m}^{1/3}$ ) en comparación a la agregación de TG1000 para plano inclinado ( $nv = 0.154 \text{ s/m}^{1/3}$ , Tabla 4), o resultan valores de pendientes transversales menores,  $ITC = 0.0064$ , en comparación con TG1000 del plano inclinado ( $ITC = 0.01$ , Tabla 4). El escalamiento del coeficiente de rugosidad para flujo superficial en celda para TG1000 produce alturas medias mayores ( $h = 0.878 \text{ m}$ ) que las alturas para TG250 ( $h = 0.442 \text{ m}$ ); en cambio el escalamiento de la pendiente transversal en celda produce alturas próximas a las de TG250. El escalamiento de ITC permite obtener una mayor similitud en términos de alturas de agua respecto al escalamiento del coeficiente de rugosidad para flujo superficial en celda.

**Perfil (III).** Se analizan los siguientes casos:

**Caso a:** TG1000\_a escalando para TG1000 el coeficiente de rugosidad para flujo superficial en celda de modo de conservar el volumen almacenado para TG250.

**Caso b:** TG1000\_b escalando para TG1000 la pendiente transversal en celda de modo de conservar el volumen almacenado para TG250.

En la Tabla 6 se resumen los valores de las variables y los parámetros escalados para ambos casos.

Tabla 6. Parámetros y variables de flujo para TG250 y los diferentes casos de TG1000.

	TG250	TG1000_a	TG1000_b
nv [s/m <sup>1/3</sup> ]	0.100	0.182	0.100
ITC	0.04	0.04	0.0055
Q [m <sup>3</sup> /s]	2.0	2.0	2.0
Volumen almacenado [m <sup>3</sup> ]	77643	77275	77535
Altura media [m]	0.444	0.889	0.337

Se presenta nuevamente el efecto de agregación al pasar de TG250 a TG1000 para perfil ondulado. En este caso, a diferencia de los dos casos anteriores (Perfiles (I) y (II)), el perfil presenta un “bajo” debido a la existencia de una pendiente local en sentido contrario a la pendiente general del plano. El perfil (III) es más irregular que el (I) y (II).

Puede observarse que el volumen para TG250 es mayor que en los dos casos anteriores de perfiles (I) y (II). Este aumento de volumen almacenado se debe a las mayores alturas de flujo que debe alcanzar el agua en el sector del bajo para generar la pendiente hidráulica necesaria para escurrir hacia aguas abajo. Como se indicó, debido a que el volumen es función cúbica de la altura; el volumen es mayor en este caso respecto a los dos casos anteriores.

Los parámetros escalados para TG1000 deben compensar este efecto de incremento de volumen almacenado, ya sea mediante un incremento aún mayor del coeficiente de rugosidad para flujo superficial en celda o una disminución de la pendiente transversal en celda en comparación al caso anterior.

De esta forma se tiene un coeficiente de rugosidad para flujo superficial en celda  $n_v = 0.182 \text{ s/m}^{1/3}$ , mayor que los dos casos anteriores o bien un valor de  $ITC = 0.0055$ , menor que los casos anteriores.

Las alturas para TG1000\_a son superiores a las alturas de TG250 y para TG1000\_b las alturas medias son menores, nuevamente la mayor similitud en términos de aturas de agua se presenta para el caso del escalamiento de ITC.

En la Figura 9 se muestran los perfiles hidráulicos para TG250 y para el caudal  $Q = 2 \text{ m}^3/\text{s}$ , allí se observa la modificación de las alturas en celdas, lo que trae aparejado la variación de los volúmenes almacenados.

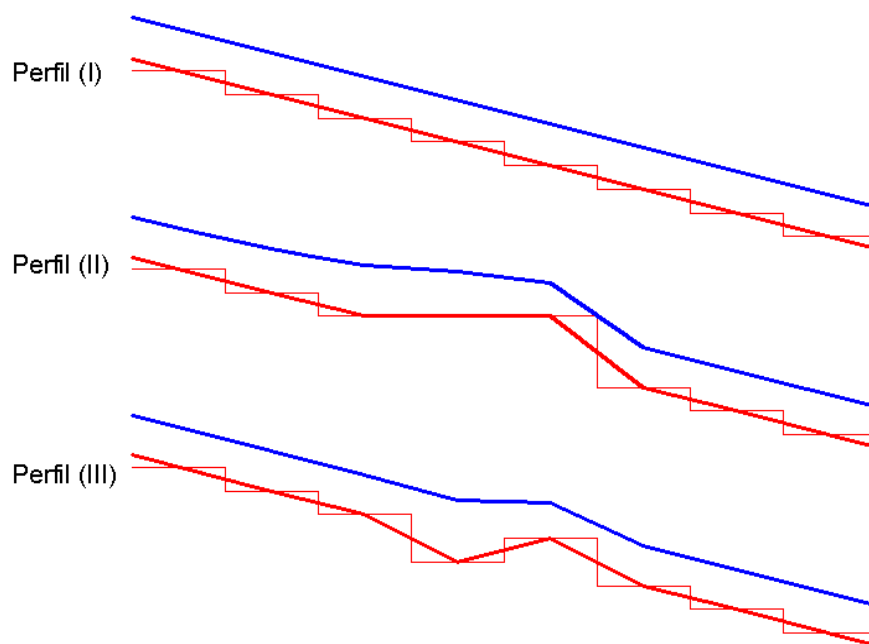


Figura 9. Perfiles hidráulicos para TG250.



## CONCLUSIONES

Las relaciones de escalamiento teóricas obtenidas indican que es posible conservar las respuestas en términos de caudales escalando tanto el coeficiente de rugosidad para flujo superficial en celda o la pendiente transversal en celda. Se evidencia, bajo las hipótesis adoptadas para la determinación de las relaciones teóricas, que el escalamiento de la pendiente transversal en celda permite conservar las alturas de agua en celda a diferencia del escalamiento del coeficiente de rugosidad para flujo superficial en celda. Este concepto es de fundamental importancia a la hora de proponer el escalamiento de parámetros en modelos físicamente basados, indicando que es posible conservar (dentro de determinados límites) las relaciones entre volumen-caudal y altura entre esquemas sin alterar el coeficiente de rugosidad para flujo superficial en celda.

La agregación del sistema de modelación genera respuestas hidrológicas diferentes a igualdad de todos los parámetros en un caso simple como un plano inclinado ya que en el proceso de agregación no se conservan las relaciones entre caudal y volumen, relaciones que determinan la propagación del flujo en el sistema. En estas condiciones no es posible obtener similitud hidrológica-hidráulica entre las variables de flujo.

Las respuestas son más rápidas (velocidades de flujo mayores y menores volúmenes) en los esquemas agregados a igualdad de parámetros y pendiente longitudinal.

Las relaciones entre caudal y volumen pueden aproximarse mediante el escalamiento de parámetros de modo de obtener similitud hidrológica-hidráulica de todas o algunas de las variables relevantes. Los parámetros propuestos para el escalamiento fueron el coeficiente de rugosidad para flujo superficial en celda y la pendiente transversal en celda.

El concepto utilizado para el escalamiento de parámetros; es decir, la conservación del almacenamiento de equilibrio, resulta adecuada para obtener similitud hidrológica en términos de reproducir la relación volumen – caudal de salida entre esquemas. El escalamiento del coeficiente de rugosidad para flujo superficial en celda no permite obtener similitud en términos de alturas de agua; en cambio esto es posible mediante el escalamiento de ITC.

La reducción de la pendiente longitudinal en los esquemas agregados puede contrarrestar el efecto de respuestas más rápidas debido a la no conservación de la relación entre volumen y caudal al producirse el agregamiento. Al reducirse la pendiente longitudinal en el esquema agregado se incrementan las alturas de agua; se atenúan los caudales y se incrementa el volumen de agua almacenado; lo que se traduce en la modificación de las relaciones entre volumen y caudal de salida. En el esquema agregado estas relaciones (Vol. vs Qsal.) pueden conservarse respecto al esquema de detalle modificando la pendiente longitudinal; y en el caso extremo pueden obtenerse relaciones similares entre volumen y caudal sin proceder al escalamiento de parámetros. En estos casos es posible obtener similitud en términos de caudales pero no es posible conservar las alturas de agua en celda entre el esquema de detalle y el esquema agregado; en este último esquema las alturas resultantes serán mayores a las del esquema de detalle.

Las irregularidades del perfil afectan el grado de similitud alcanzado mediante el escalamiento de los parámetros. Las perturbaciones locales del perfil alteran los perfiles longitudinales de flujo resultantes del proceso de propagación y se modifica el volumen almacenado en el tramo. A medida que se incrementa el grado de irregularidad del perfil, se generan alteraciones del perfil hidráulico y del volumen almacenado; de esta forma se reduce el grado de similitud (por

ejemplo en términos de alturas de agua) en comparación al caso ideal de un plano inclinado de pendiente uniforme.

El escalamiento del parámetro ITC con el tamaño de grilla permite; además de lograr mejores resultados para los casos simples estudiados, preservar el concepto físico del coeficiente de resistencia al escurrimiento; el cual es ampliamente utilizado y puede ser obtenido de tablas de uso habitual.

El trabajo se ha centrado el estudio en el mecanismo propagatorio del flujo y no se han considerado los efectos de la agregación espacial en los procesos hidrológicos involucrados en las pérdidas del escurrimiento como intercepción, almacenamiento superficial e infiltración. La representación de los procesos antes mencionados y su variabilidad en la escala de representación es un tema que permite abordajes futuros.

Los resultados obtenidos pueden ser utilizados para el análisis en cuencas reales, donde los efectos de la topografía, red de cursos y alteraciones producidas por terraplenes y obras de arte generan un ambiente hídrico complejo a la hora analizar los efectos de escala en el escurrimiento superficial.

## BIBLIOGRAFIA

- Blöschl, G. y Sivapalan, M.** (1995). “*Scale issues in hydrological Modelling: A Review*”. Hydrological Processes. Vol. 9, 251-290.
- Bloschl, G.; Sivapalan, M.; Gupta, V. y Beven, K.** (1997) “*Preface to the special section on scale problems in hydrology*”. Water Resources Research, Vol. 33, No. 12, pag. 2881.
- Cunge, J.** (1975) *Two Dimensional Modelling of Flood Plains. Cap. 17 Unsteady flow in open channels* (Ed. Mahmood K. and Yevjevich V.). Water Resources Publications, Fort Collins.
- Chow, V. T., Maidment, D. R. y Wags, L.M.** (1994) *Hidrología Aplicada*. Mac Graw-Hill, Bogotá. 554 p.
- Dooge, J.** (1986) “*Looking for hydrologic laws*”. Water Resorces Research. Vol. 22. (9) pp 46S-58S.
- García, S.; Francés, F. y Andreu, J.** (2002) “*Simulación hidrológica basada en SIG: Sensibilidad a factores de escala*”. Ingeniería del agua. Vol. 9. No. 3. pp. 295-308.
- Goodrich, D. C.** (1990). *Basin scale and runoff model complexity*. Technical Report No. HWR 91-010. Technical Reports on Natural Resource Systems. University of Arizona. Tucson, Arizona. 361 p.
- Grayson, R. B., Blöschl, G., y Moore, I. D.** (1995) *Distributed parameter hydrologic modeling using vector elevation data: THALES and TAPES-C*. in Singh, V. P. (Ed.), Computer Models of Watershed Hydrology. Fort Collins, CO, Water Resources Publications: 1130-1178.
- Horrit, M. S. y Bates, P. D.** (2001). “*Effects of spatial resolution on a raster based model of flood flor*”. Journal of Hydrology. Vol. 253. pp 239-249.
- Mackay, R. y Riley, M.** (1991). *The problem of scale in the modelling of groundwater flow and transport processes*. In Chemodynamics of Groundwater, Pro. Workshop November 1991, Mont Sainte-Odile, France. EAWAG, EERO, PIR “Environment” of CNRS, IMF Université Louis Pasteur Strasbourg, pp. 17-51.
- Moglen, G. E. y Hartman, G. L.** (2001). “*Resolution effects on hydrologic modeling parameters and peak discharge*”. Journal of hydrologic engineering. Vol. 6. No. 6. pp 490-497.
- Moore, I.D., y Burch, G. J.** (1986) “*Sediment transport capacity of sheet and rill flow: application of unit stream power theory*”. Wat. Resour. Res, 22, 1350-1360.

- Panday, S. y Huyakorn, P.** (2004) “*A Fully coupled physically-based spatially-distributed model for evaluating surface/subsurface flow*”. *Advances in Water Resources*. 27. 361-382.
- Pedraza, R.; Valentín Gómez, M.; Reyna, S.** (2006). “*Efectos de escala sobre la simulación del flujo de agua superficial en cuencas urbanas usando modelos basados en la onda cinemática*”. *Ingeniería del Agua*. Vol. 13. No. 2. pp 149-175.
- Riccardi, G.; Zimmermann, E. y Maurig, R.** (1995) “*Math. Modelling of flood for the delimitation of zones with inundation risk*”. *International Symposium on Runoff Computations for Water Projects*, IAHS, San Petesburgo.
- Riccardi, G.** (1997). “*The mathematical modelling for the delimitation of inundation risk zones*”. *Sustainability of Water Resources under Increasing Uncertainty*. IAHS Publication Nro 240, ISSN 0144-7815, Wallingford, pp.127-136.
- Riccardi, G.** (2001) *Un Sistema de Simulación Hidrológica-Hidráulica cuasi-2D multicapa para ambientes rurales y urbanos*. Tesis Doctoral, FCEFYN, UNC, Córdoba. 278 p.
- Riccardi, G.; Scuderi, C. y Stenta, H.** (2002) “*Modelado de Esguerrimiento Superficial con Alto Nivel de Detalle en la Cuenca del Arroyo Ludueña. Santa Fe. Argentina*”. XIX Congreso Nacional del Agua. Villa Carlos Paz, Argentina. CD-ROM ISBN 987-20378-1-7. Cap. Hidrología Superficial y Subterránea. T33. pp. 1-10.
- Riccardi, G.** (2005) *Modelación Matemática de Flujos a Superficie Libre*. Curso de Maestría en Recursos Hídricos en Zonas de Llanura. Fac. de Cs. Exactas, Ing. y Agrim. UNR.
- Stenta, H.; Rentería, J. P. y Riccardi, G.** (2005) “*Plataforma Computacional para Gestión de Información en la Simulación Hidrológica-Hidráulica del Esguerrimiento Superficial*”. XXº Congreso Nacional del Agua y IIIº Simposio de Recursos Hídricos del Cono Sur. Mendoza. ISBN 987-22143-0-1. CD-ROM Cap. Hidrología. T 74. pp 1-13.
- Stenta, H.** (2008) *Efectos del Tamaño de Grilla sobre la Modelación Matemática Distribuida del Esguerrimiento Superficial en Cuencas de Llanura*. Tesis Doctoral. Inédito. DH-CURIHAM, FCEIyA, Universidad Nacional de Rosario. 275 p.
- Stenta, H.; Riccardi, G.; Basile, P.** (2011). “*Propuesta para el Escalamiento de Parámetros por Efecto de la Discretización Espacial en la Modelación Matemática del Esguerrimiento Superficial en Cuencas de Llanura*”. XXIIIº Congreso Nacional del Agua 2011, Resistencia (Chaco). En evaluación.
- Vieux; B.** (1993) “*DEM aggregation and smoothing effects on surface runoff modelling*”. *Journal of Computing in Civil Engineering*. Vol. 7, No. 3. pp 310-338.
- Wolock, D. y Price, C.** (1994) “*Effects of digital elevation model map scale and data resolution on a topography-based watershed model*”. *Water Resources Research*. Vol. 30. No. 11. pp 3041-3052
- Woolhiser D. A.** (1977) *Unsteady free-surface flow problems. Mathematical models for surface water hydrology*. Wiley. New York. 195-213.
- Woolhiser, D.; Smith, R.; y Goodrich, D.** (1990). *KINEROS—A kinematic runoff and erosion model: Documentation and user manual*. Rep. No. ARS-77, USDA, Washington, D.C.
- Zaghloul, N.** (1981) SWMM model and level of discretization. *ASCE*. Vol. 107, No. HY11, pp. 1535-1545.
- Zaghloul, N** (1983). “*Sensitivity análisis of the SWMM runoff-transport parameters and the effects of catchment discretization*”. *Advances Water Resources*, Vol. 6, Dec. Pp. 214-223.