

APROXIMACIÓN BAYESIANA PARA ESTIMACION DE OCURRENCIAS DE LLUVIA APLICADA A BALANCES HIDRICOS MENSUALES SERIADOS.

Erik Zimmermann

CURIHAM. Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura. UNR.
Riobamba 245 bis (2000) Rosario. Telefax: 0341-4808541, erikz@fceia.unr.edu.ar

RESUMEN

El balance hídrico mensual de Thornthwaite y Mather constituye una herramienta sencilla y frecuentemente aplicable para estimar excedentes de agua que no son almacenados en el perfil del suelo. Combinándolo con el método empírico del US-SCS, el cual se aplica a láminas diarias de lluvia, es posible deducir de los excedentes la porción destinada al escurrimiento, y así, por diferencia estimar la infiltración neta que alimentaría un acuífero freático. Considerando que la información disponible es la precipitación mensual, para poder aplicar ambos métodos en forma serial durante una secuencia de años es necesario pronosticar el número de eventos de lluvia y la lámina caída en cada evento. En este trabajo se propone, en una primera instancia, una metodología basada en el teorema de Bayes para estimar el número de ocurrencias de eventos lluviosos en un mes considerado condicionando el pronóstico a la lámina mensual. El algoritmo fue aplicado en cuatro estaciones de la región meridional de Santa Fe, obteniéndose resultados satisfactorios al compararse más de 2000 pronósticos de ocurrencias de lluvia con los registros observados.

Palabras Claves: Balances Hídricos Mensuales, Aproximación Bayesiana, Infiltración neta.

ABSTRACT

The Thornthwaite and Mather water budget is a simple and frequently applicable tool to estimate surpluses of water, which are not stored in the soil profile. Combining it with the empiric method of the US-SCS, which is applied to daily rainfall records, it is possible to estimate the runoff, and this way, from the difference between surpluses and runoff, to estimate the net infiltration that would recharge a phreatic aquifer. In order to apply both methods in serial form during a sequence of years it is necessary to predict the number of rain events per months, and the rainfall depth for each event. In this work is proposed, firstly, a methodology based on the theorem of Bayes to estimate the number of occurrences of rainy events in a considered month conditioning the forecast to the monthly rainfall. The algorithm was applied in four stations of the southern region of Santa Fe province (Argentina), obtaining satisfactory results when compared to more than 2000 forecasts of rain occurrences with the observed records.

Key Words: Water Balance, Bayesian Approach, Net Infiltration.

INTRODUCCIÓN

En la mayoría de las situaciones, la información disponible para estimar valores de recarga en acuíferos freáticos es escasa, lo cual impide la aplicación de métodos directos de evaluación (ej. análisis de fluctuaciones de niveles freáticos, balances hídricos localizados, técnicas isotópicas, etc.). Es aquí donde cobran relevancia las metodologías sencillas que insumen información frecuentemente disponible. El método de balance hídrico de Thornthwaite, el cual requiere datos de temperaturas y precipitaciones medias mensuales, es un ejemplo de ello. El método puede utilizarse para estimar la infiltración neta, la cual puede definirse como la cantidad de agua que anualmente percola por la zona no saturada hacia el acuífero, previa deducción de la porción de agua que escurre superficialmente y la que se evapotranspira. La infiltración neta se corresponde aproximadamente con el total de la recarga subterránea.

La metodología de Thornthwaite y Mather (1957) contempla la estimación de la evapotranspiración mensual y el escurrimiento superficial mensual puede estimarse aplicando el método de la curva número del Servicio de Conservación de Suelos (USDA-SCS, 1986). Existen antecedentes previos de aplicación conjunta de ambos métodos, dando lugar al balance modificado de Thornthwaite-Mather (Scozzafava y Tallini, 2001, D'Elía et al., 2002, Paris et al., 2002).

El balance hídrico mensual de Thornthwaite puede aplicarse en condiciones medias (balance medio anual) como así también en forma de balances seriados, utilizando información mensual secuencial a lo largo de una serie de años. Esta última forma de aplicarse permite una estimación seriada de las variables del balance en las serie de años analizada y de sus desviaciones respecto a los valores medios, lo cual es muy importante a la hora de pronosticar evoluciones en el tiempo.

En la aplicación del balance modificado en forma seriada, considerando que la metodología de la curva número se aplica a eventos aislados y no a láminas de lluvia mensual, se requiere de la siguiente información: (a) el número de eventos lluviosos ocurridos en cada mes y (b) la lámina precipitada en cada uno de ellos. Dado que esta información con frecuencia es difícil de obtener se propone aquí, en primera instancia y para resolver el apartado (a) anterior, una metodología basada en el teorema de Bayes para estimar el número de ocurrencias de eventos lluviosos condicionado a la lámina de lluvia mensual.

BALANCE HÍDRICO MENSUAL PARA ESTIMAR LA INFILTRACION NETA

Modificación del método de Thornthwaite

Scozzafava y Tallini (2001) propusieron un cambio al método de Thornthwaite y Mather para determinar la contribución exclusiva de la infiltración neta, resultado que no puede lograrse con el método estándar. Allí, el sobrante de agua se refiere a todo el exceso de agua que no tiene por destino la humedad del suelo, sin distinguir la infiltración neta del escurrimiento. Para diferenciar las dos contribuciones, los autores, propusieron estimar el escurrimiento mensual (Q) con el método de SCS-CN. El valor de Q así estimado se sustrae a la lluvia total (P) y el balance de agua se computa basándose en un valor de lluvia ficticia (PF) que es igual a $P - Q$. La PF es la cantidad de agua disponible para la infiltración neta y para la evapotranspiración real. De esta manera, las ecuaciones originales del balance y el cálculo de los excedentes son válidos para estimar la infiltración neta, cuando Q ya se ha sustraído.

Método del SCS-CN

El CN es un parámetro entero en el rango de 0-100. Su variación tiene en cuenta varios factores, incluyendo el tipo de suelo (espesor, textura, estructura, humedad, etc.), uso de la tierra, condición de humedad antecedente y pendiente.

En el método del CN, se propone una fórmula de base empírica, contrastada con mediciones en parcelas experimentales, que permite cuantificar la máxima capacidad que tiene el complejo suelo-vegetación de almacenamiento instantáneo de humedad (S) durante un evento de precipitación dado:

$$S = \left(\frac{25,400}{CN} \right) - 254$$

donde S es una función de CN (USDA-SCS, 1986). Usando la ecuación previa, el escurrimiento (Q) se calcula como sigue:

$$\begin{aligned} Q_n &= 0 && \text{if } P_n < 0.2S \\ Q_n &= (P_n - 0.2S)^2 / (P_n + 0.8S) && \text{if } 0.2S < P_n < 4.2S \\ Q_n &= P_n - S && \text{if } P_n > 4.2S \end{aligned}$$

donde P_n es lluvia acumulada en un evento.

Dado que el procedimiento de Thornthwaite utiliza como datos disponibles valores mensuales, para estimar el escurrimiento mensual Q ($Q = \sum Q_n$) es necesario conocer el número de días lluviosos por mes y la lámina de lluvia por cada evento.

Se propone aquí, como primer paso, estimar el número N de eventos mensuales para aplicar el método del CN en forma seriada a lo largo de una secuencia de años. A continuación se describe la metodología propuesta en este trabajo.

APROXIMACIÓN BAYESIANA PARA LA ESTIMACION DEL NUMERO MENSUAL DE OCURRENCIAS DE EVENTOS LLUVIOSOS.

Suponemos tener valores de precipitación mensual, P, y un número al azar de eventos de lluvia N, en el mes considerado, el cual debe vincularse con P. Suponemos también conocidas la probabilidad *a priori* del número de eventos para el mes dado $f(N)$. Al respecto, se podría adoptar una función de distribución de probabilidad para N, ajustada para cada mes de año. Ahora, el pronóstico mejoraría si se utiliza una información adicional disponible: la precipitación mensual P.

Suponemos conocida la densidad de probabilidad condicional $f(P|N)$ correspondiente al monto de lluvia mensual asociado al número de eventos N. Entonces, según el teorema de Bayes puede determinarse la probabilidad *a posteriori*, $f(N|P)$, de la siguiente manera:

$$f(N | P) = \frac{f(P | N)f(N)}{f(P)} \quad (1)$$

siendo $f(P)$ la probabilidad que la precipitación del mes dado sea P . Según el teorema de probabilidades totales, se tiene que:

$$(2)$$

donde N_{max} es un número del máximo de eventos posible durante un mes que se analiza. El problema es que normalmente ni la probabilidad a priori de que el número de eventos sea N , $f(N)$ ni la probabilidad condicional $f(P|N)$ son conocidas. Todorovic (1967) estableció una función de distribución de eventos de lluvia del tipo Poisson. Esta propuesta es compartida por muchos investigadores: Eagleson (1972), Cox e Isham (1994), Arnaud y Lavabre (1999), Vanlesberg y Silber (1999), entre otros. Entonces, dado un periodo de tiempo de un mes en el cual se registran muestras de N tormentas, y dado el número medio de eventos, λ_1 , la función de la distribución de N del tipo de Poisson y, por ende la función de probabilidad *a priori* $f(N)$, puede escribirse de la siguiente manera:

$$f(N) = \frac{\lambda_1^N e^{-\lambda_1}}{N!} \quad (3)$$

El periodo considerado, un mes, debe ser meteorológicamente homogéneo, lo cual significa que la probabilidad de que una tormenta ocurra es la misma en cualquier momento en el periodo. Todorovic (1967, citado por Antigüedad et al., 1995) propuso una función de distribución acumulada para la precipitación total, P , producida por N tormentas mediante una distribución del tipo Gamma, según la siguiente ecuación:

$$F(P | N) = 1 - e^{-\lambda_2 P} \sum_{j=0}^{N-1} \frac{(\lambda_2 P)^j}{j!} \quad (4)$$

El significado físico de λ_2 es la inversa de la lámina media de la precipitación producida por una sola tormenta. La misma puede estimarse como:

$$\lambda_2 = \frac{\lambda_1}{P_m} \quad (5)$$

donde P_m es la lámina media mensual. Esta distribución condicional es de tipo Gamma y asumiéndose que λ_2 es invariable a lo largo del periodo homogéneo. La función de densidad de probabilidad puede ser obtenida por derivación de (4), según la siguiente formulación:

$$f(P | N) = \frac{\lambda_2^N e^{-\lambda_2 P} P^{N-1}}{(N-1)!} \quad (6)$$

Esta distribución de probabilidad condicional, también es del tipo Gamma (distribución de Erlang) cuyos parámetros son N y λ_2 (Montgomery y Runger, 1996). Combinando las ecuaciones (1), (2), (3), y (6) la función de distribución de la probabilidad *a posteriori* puede determinarse mediante:

$$f(N | P) = \frac{\frac{\lambda_2^N e^{-\lambda_2 P} P^{N-1}}{(N-1)!} \frac{\lambda_1^N e^{-\lambda_1}}{N!}}{\sum_{j=1}^{N_{max}} \frac{\lambda_2^{N_j} e^{-\lambda_2 P} P^{N_j-1}}{(N_j-1)!} \frac{\lambda_1^{N_j} e^{-\lambda_1}}{N_j!}} \quad (7)$$

Algoritmo para definir N óptimo condicionado a valores de P

1. Datos disponibles: Una serie de precipitaciones mensuales, P, y los valores de los promedios mensuales para los números de eventos de lluvia, N_m , y la respectiva lámina media mensual, P_m .
2. Asignar parámetros de las distribuciones probabilísticas: $\lambda_1=N_m$ y λ_2 estimada con (5).
3. Calcular para cada año y cada mes valores de la probabilidad *a posteriori* $f(N|P)$ usando (7), donde N varía de 1 a N_{max} .
4. Seleccionar un valor óptimo de N, N_{op} , para cada mes y año tal que $f(N_{op}|P)$ es la mayor de $f(N|P)$, con $N=1..N_{max}$.

APLICACIÓN DEL MODELO A REGISTROS PLUVIOMETRICOS REGIONALES.

La disponibilidad de información pluviométrica en la región de estudio permitió el contraste de la metodología propuesta con los registros de ocurrencias mensuales de eventos de lluvia, a lo largo de una serie de años y en diferentes estaciones de medición. Se contó con registros de más de veinte estaciones pluviométricas ubicadas en el sector meridional de la provincia de Santa Fe. La consistencia de la información fue analizada mediante dobles acumulaciones, contrastándose las estaciones entre sí (Zimmermann et al., 1988). Este análisis previo permitió seleccionar cuatro estaciones del conjunto, las que presentan períodos extensos de registros, buena cobertura geográfica de la región y de buena calidad de la información. Las estaciones seleccionadas y la cantidad de años de registros pluviométricos fueron los siguientes: Bombal, 51 años; Chovet, 51 años; Santa Teresa, 52 años y Empalme, 17 años (Figura 1).

Procesamiento de la información.

Las precipitaciones registradas en soporte papel (planillas de lluvias diarias) fueron volcados en archivos tipo ASCII, y posteriormente procesados con programas de lectura y clasificación específicamente diseñados para esta tarea. Se acumularon las ocurrencias de eventos lluviosos y las precipitaciones diarias a valores mensuales para la totalidad de las estaciones y los años de registros (Zimmermann, 2003). Los resultados del procesamiento, valores medios y desvíos estándares para cada estación y variable analizada se vuelcan a las Tablas 1 y 2.

Tabla 1. Promedios (negrita) y desvíos estándares (itálica) para las ocurrencias de lluvia.

ESTACIÓN	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SET	OCT	NOV	DIC	ANUAL
Bombal	5.73	4.98	5.80	4.25	3.20	2.98	2.92	2.22	3.39	5.84	5.33	5.47	52.12
	<i>2.44</i>	<i>2.43</i>	<i>3.14</i>	<i>2.65</i>	<i>2.61</i>	<i>2.45</i>	<i>2.64</i>	<i>2.09</i>	<i>2.36</i>	<i>2.87</i>	<i>2.67</i>	<i>2.91</i>	<i>10.34</i>
Chovet	5.29	4.90	5.75	3.98	2.88	2.59	2.16	2.20	3.29	5.57	5.65	5.55	49.80
	<i>2.43</i>	<i>2.33</i>	<i>2.61</i>	<i>2.22</i>	<i>2.08</i>	<i>1.92</i>	<i>1.51</i>	<i>2.14</i>	<i>1.98</i>	<i>2.74</i>	<i>2.36</i>	<i>2.74</i>	<i>9.00</i>
S.Teresa	4.23	3.62	4.48	3.42	1.79	1.75	1.94	1.96	3.08	4.23	4.40	4.38	39.29
	<i>2.08</i>	<i>2.13</i>	<i>2.46</i>	<i>1.96</i>	<i>1.58</i>	<i>1.47</i>	<i>1.61</i>	<i>1.56</i>	<i>2.01</i>	<i>2.16</i>	<i>1.94</i>	<i>2.18</i>	<i>6.65</i>
Empalme	5.71	5.41	4.82	4.41	3.65	3.65	2.76	2.94	3.88	5.94	5.53	5.06	53.76
	<i>2.60</i>	<i>2.62</i>	<i>2.32</i>	<i>3.32</i>	<i>2.98</i>	<i>1.50</i>	<i>1.89</i>	<i>2.99</i>	<i>2.20</i>	<i>3.40</i>	<i>2.53</i>	<i>2.70</i>	<i>13.90</i>

Se acumularon también los valores en intervalos anuales, observándose que los módulos pluviométricos crecen hacia el este (Fig. 1).

Tabla 2. Promedios (negrita) y desvíos estándares (itálica) para las precipitaciones mensuales

ESTACIÓN	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SET	OCT	NOV	DIC	ANUAL
----------	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-------

Bombal	109.80	100.18	143.02	77.90	41.86	31.84	40.57	28.86	55.69	98.05	84.20	110.71	922.67
	63.78	74.36	91.61	60.82	42.83	31.77	42.11	31.47	50.61	68.05	57.35	87.95	183.30
Chovet	109.72	104.31	139.29	75.94	36.47	35.10	31.90	24.14	49.73	97.98	93.78	99.39	898.75
	76.00	64.82	93.72	53.41	31.37	40.57	36.44	27.06	40.79	70.16	51.77	78.35	182.96
S.Teresa	105.35	106.79	137.15	78.29	43.38	35.71	37.71	30.87	61.81	94.81	92.23	103.31	927.40
	69.78	87.40	92.21	51.28	43.73	37.72	36.72	28.15	60.94	65.72	49.97	82.55	189.92
Empalme	134.44	160.47	111.59	73.94	48.82	54.47	43.62	43.71	85.76	117.97	99.44	122.41	1096.65
	106.25	121.63	74.39	58.91	51.87	40.51	41.71	46.26	64.62	79.00	60.95	104.59	298.11

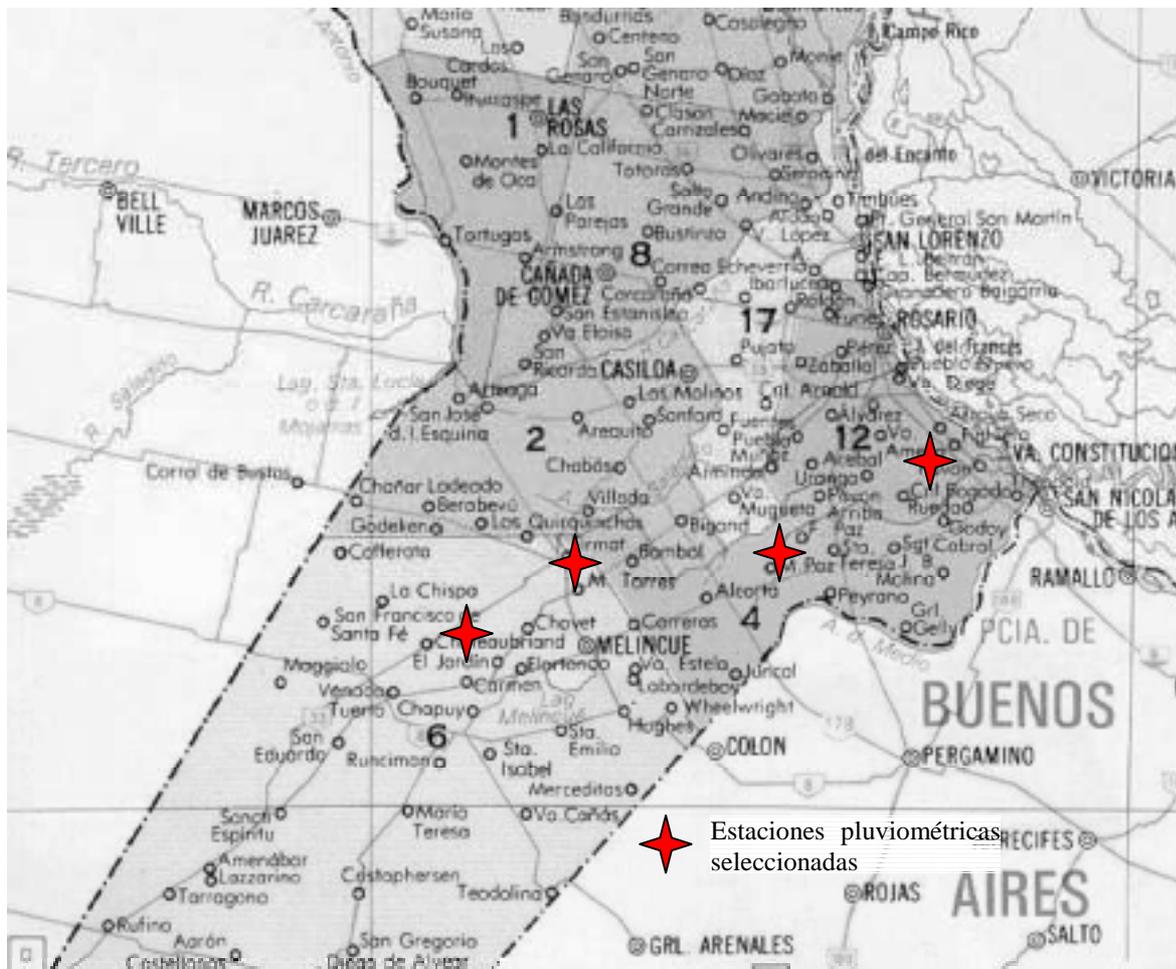


Figura 1. Región de estudio y ubicación de las estaciones pluviométricas

Análisis de estadísticos.

Respecto de las ocurrencias de eventos lluviosos, pudo observarse un comportamiento semejante en las estaciones de medición. En principio, los coeficientes de variación para los números de eventos mensuales oscilan entre el 40% y el 100%, lo cual pone de manifiesto una dispersión importante alrededor de los valores medios. Esto se ve acentuado durante los meses invernales. Este aspecto descriptivo de las muestras analizadas, evidencia la dificultad de pronosticar correctamente el número de ocurrencias de lluvias si ésta fuese considerada como una variable aleatoria independiente. Un pronóstico de N utilizando técnicas de generación aleatoria, como por ejemplo el método de Monte Carlo, resultaría en un amplio rango de valores para N . La posibilidad de condicionar el valor del número de ocurrencias a la precipitación mensual, como se propone en este trabajo, restringe grados de libertad a la variable y posibilita un mejor pronóstico.

Respecto de las precipitaciones mensuales, son válidas las observaciones realizadas anteriormente. La variabilidad de las precipitaciones mensuales es incluso superior a la registrada para las ocurrencias de lluvia. No obstante, dado que esta variable representa un insumo del modelo no afectará el desenvolvimiento del mismo.

Análisis paramétrico

Los estadísticos calculados para las estaciones de registro pluviométrico permiten determinar los valores de los parámetros λ_1 y λ_2 sabiendo que el primero representa el número medio mensual de ocurrencias de lluvia y el segundo puede estimarse aplicando la ecuación (5). Con el fin de que λ_1 sea comparable a resultados alcanzados por otros autores se los ha referido a intervalos diarios, es decir número medio de ocurrencias de lluvia en un período de un día. Las Tablas 3 y 4 presentan los valores medios regionales de los parámetros mencionados. Los mismos fueron comparados con valores promedios obtenidos por Vanlesberg y Silber (1999) para seis estaciones pluviométricas ubicadas en la zona norte de la provincia de Santa Fe. Estos autores utilizaron los mismos modelos probabilísticos que Antigüedad et al. (1995), e iguales a los que se presentan en este trabajo.

Puede observarse que los números medios de eventos mensuales λ_1 en el caso de las estaciones del norte santafecino son inferiores a las del sur santafecino. Como en esencia no hay gran variabilidad de los módulos pluviométricos en ambas regiones, esto puede deberse a los criterios empleados para la selección de eventos. Probablemente, para las estaciones seleccionadas por Vanlesberg y Silber se desestimaron tormentas pequeñas reduciéndose el número de eventos considerados. En el caso de las estaciones seleccionadas para este trabajo, se consideraron todos los eventos que fueron volcados a las planillas. Consecuentemente, considerando la ecuación (5), los valores de λ_2 también resultan inferiores para las estaciones del norte santafecino.

Tabla 3. Evolución mensual del coeficiente λ_1

Región	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SET	OCT	NOV	DIC
Sur de Santa Fe	0.170	0.166	0.169	0.133	0.094	0.091	0.080	0.076	0.111	0.174	0.173	0.165
Norte de S. Fe	0.117	0.107	0.113	0.105	0.061	0.053	0.048	0.042	0.066	0.102	0.109	0.110

Tabla 4. Evolución mensual del coeficiente λ_2

Región	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SET	OCT	NOV	DIC
Sur de Santa Fe	0.046	0.043	0.040	0.052	0.068	0.070	0.064	0.075	0.055	0.053	0.056	0.047
Norte de Santa Fe	0.029	0.028	0.026	0.029	0.039	0.049	0.059	0.062	0.042	0.035	0.032	0.036

RESULTADOS OBTENIDOS AL APLICAR LA METODOLOGÍA.

El método propuesto se aplicó a las series mensuales de precipitación de cada estación y en base a los parámetros obtenidos de los estadísticos, según se describió en el párrafo anterior. Como consecuencia de ello los resultados obtenidos se presentan en la tabla adjunta y se grafican en las Figuras 2 a 5.

Tabla 5. Resultados alcanzados para el pronóstico de N

Estación	N	N	Coefic. de Correlación
	Observado	Pronosticado	
Bombal	2658	2410	0.769
Santa Teresa	2043	1874	0.757

Chovet	2540	2343	0.812
Empalme	910	854	0.674

Como se observa en las rectas de ajuste (líneas de trazo) y en la tabla adjunta, se evidencia una tendencia general a subestimar el número de eventos. Como era esperable, la dispersión alrededor de las rectas de coincidencia indica claramente que la precipitación mensual no es la única variable que controla el número de eventos de lluvia del mes. Se pone de manifiesto que existen complejos factores climatológicos que dominan la variable estudiada y que, necesariamente, están fuera del alcance en la metodología propuesta. No obstante, teniendo en cuenta la simplicidad de la propuesta, y atendiendo a la información que frecuentemente está disponible, se puede considerar que la misma es satisfactoria.

La utilidad final de la metodología podrá evaluarse cuando se comparen las láminas de escurrimiento estimadas utilizando las precipitaciones observadas y las pronosticadas con este algoritmo. Para completar el cálculo podrá emplearse la metodología propuesta por Scozzafava y Tallini (2001) para estimar las láminas de los eventos de precipitación o bien deberá proponerse una metodología alternativa a la misma. Esta será una fase del trabajo a desarrollar.

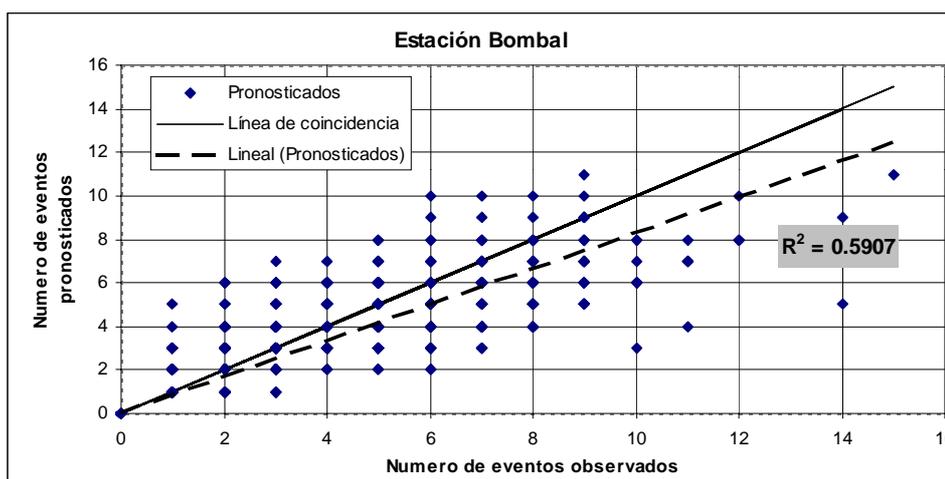


Figura 2. Número de ocurrencias de eventos de lluvia pronosticados y observados en estación Bombal

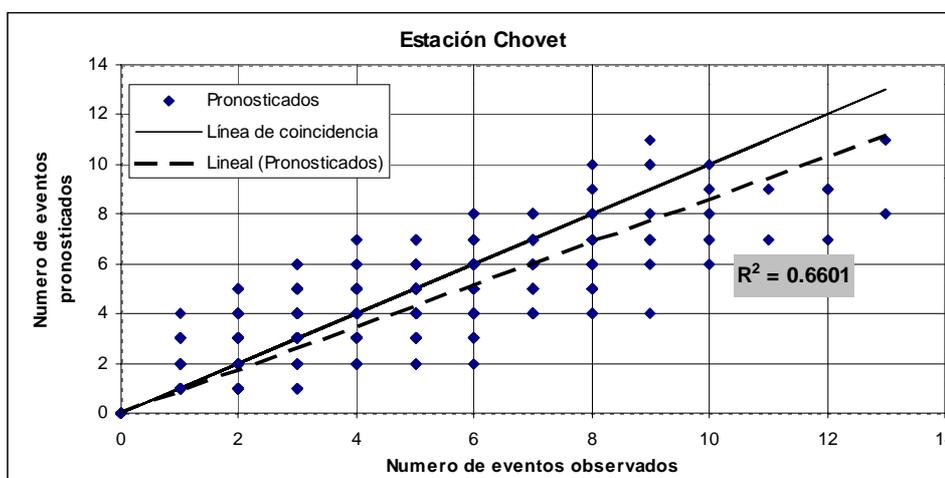


Figura 3. Número de ocurrencias de eventos de lluvia pronosticados y observados en estación Chovet

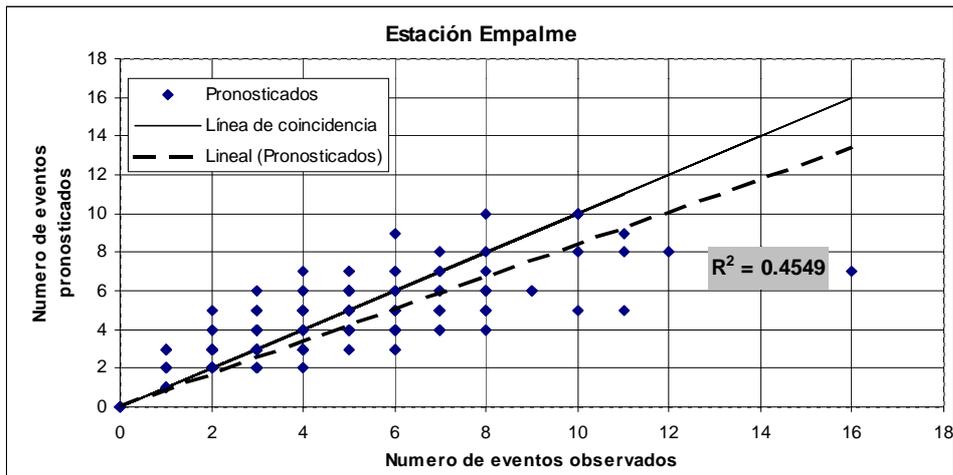


Figura 4. Número de ocurrencias de eventos de lluvia pronosticados y observados en estación Empalme

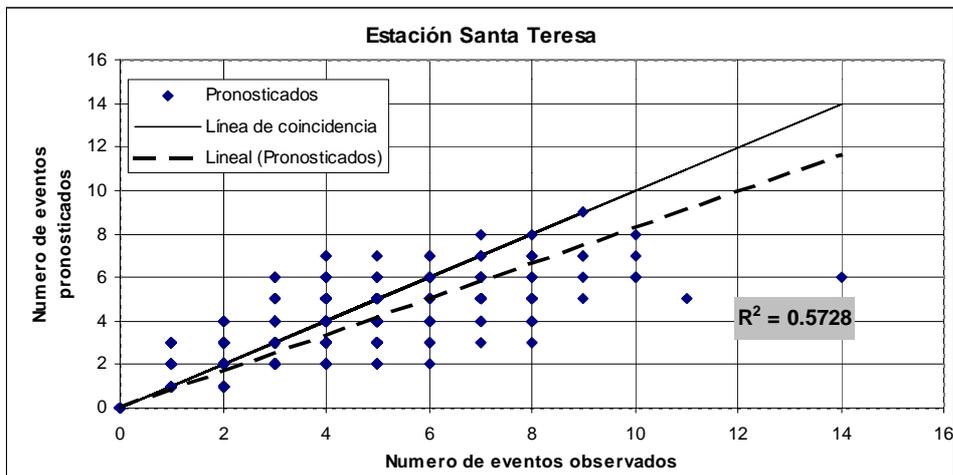


Figura 5. Número de ocurrencias de eventos de lluvia pronosticados y observados en estación Santa Teresa

CONCLUSIONES

El balance hídrico mensual de Thornthwaite y Mather, aplicado en forma seriada para una secuencia de años, permite estimar excedentes de agua que no son almacenados en el perfil del suelo. En combinación con el método empírico del US-SCS, es posible deducir de los excedentes la porción destinada a la infiltración neta que alimentaría un acuífero freático. Se propuso una metodología basada en el teorema de Bayes para estimar el número de ocurrencias de eventos lluviosos en un mes considerado condicionando el pronóstico a la lámina mensual. Se desarrolló un algoritmo para estimar el número más probable de eventos, el cual fue aplicado en cuatro estaciones de la región meridional de Santa Fe. Los resultados obtenidos resultaron satisfactorios al compararse más de 2000 pronósticos de ocurrencias de lluvia con los registros observados.

Dada la elevada varianza que presenta el número de ocurrencias de eventos lluviosos en los registros observados, considerar esta variable en forma aleatoria e independiente puede dar lugar a desviaciones importantes entre pronósticos y observaciones, en consecuencia, se considera que el método propuesto arroja resultados promisorios.

Deberá evaluarse a posteriori la performance del mismo mediante comparación de láminas

de escurrimiento estimadas utilizando las precipitaciones observadas y las pronosticadas con el algoritmo.

REFERENCIAS

- Antigüedad I, García Muñiz J, and Llamas J. (1995) A mathematical model for precipitation in the Basque Country, Spain. *Hydrological Sciences Journal*. **40** (3). 291-301. IAHS Press. Wallingford. UK.
- Arnaud P and Lavabre J. (1999) Using a stochastic model for generating hourly hyetographs to study extreme rainfalls. *Hydrological Sciences Journal*. **44** (3). 433-445. IAHS Press. Wallingford. UK.
- Cox, D.R. and Isham, V. (1994). Stochastic models of precipitation. In: Statistics for the environment 2: Water related issues, (ed. V. Barnett and K. Turkman), 3-18. Wiley, Chichester.
- D'Elía M, Paris M, Tujchneider O, and Pérez M. (2002) Groundwater recharge quantification in a west sector of the llanura pampeana, Argentina. In: International Conference on Balancing the Groundwater Budget. Darwin. Australia.
- Eagleson, P. S. (1972) Dynamics of floods frequency. *Water Resources Research*. **8** (4), 878-898.
- Montgomery D y G Runger (1996). Probabilidad y Estadística Aplicadas a la Ingeniería. ISBN 970-10-1017-5. Edit. McGraw-Hill. México.
- Paris M, D'Elia M, Perez M y Tujchneider O (2002) Análisis estocástico de variables hidrometeorológicas para la estimación de recarga de acuíferos. In: XXXII IAH Congress. Mar del Plata. Argentina.
- Scozzafava M. and Tallini M. (2001) Net Infiltration in the Gran Sasso Massif of central Italy using the Thornthwaite water budget and curve-number method. *Hydrogeology Journal*. **9** (5). 461-475. Springer-Verlag. Germany.
- Thornthwaite CW, Mather JR. (1957) Instructions and tables for computing potential evapotranspiration and the water balance. **10** (3). CW Thornthwaite Associates, Laboratory of Climatology, Elmer, NJ, USA.
- Todorovic P. (1967) Applied Probability Course Notes. Fort Collins, Colorado, USA.
- USDA-SCS (1986) National engineering handbook, sect 4, hydrology. US Department of Agriculture-Soil Conservation Service, Washington, DC, USA.
- Vanlesberg S. y Silber M. (1999) Modelo de Lluvia aplicado a la provincia de Santa Fe. Cuadernos del CURIHAM. **5** (2). 5-14. UNR Editora.
- Zimmermann E., Fava G. y Gómez G. (1988) Estudio hidrológico del A° Pavón (Santa Fe). Informe de avance N°1. Departamento de Hidráulica. FCEIA. UNR. Inédito.
- Zimmermann E. (2003) Aproximación Bayesiana Para La Estimacion De Ocurrencias De Eventos Lluviosos Aplicada A Balances Hidricos Mensuales Seriadados. Cuadernos del CURIHAM. PHI-UNESCO. **8** (2). En prensa.