AIHR **AIIH**

XXII CONGRESO LATINOAMERICANO DE HIDRÁULICA
CIUDAD GUAYANA, VENEZUELA, OCTUBRE 2006

ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO CONJUNTO DE VARIABLES DE SISTEMAS HIDROLÓGICOS CON DIFERENTES ESCALAS DE RESPUESTA

Gerardo Adrián Riccardi
Centro Universitario Rosario de Investigaciones Hidroambientales. Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura. Universidad Nacional de Rosario. Riobamba 245 bis, 2000 Rosario, Argentina.
Investigador CIC-CIUNR, e_mail: riccardi@fceia.unr.edu.ar

RESUMEN:

En este trabajo se presenta el análisis del comportamiento conjunto de variables hidrológicas tal como lluvias en una pequeña cuenca de llanura y alturas hidrométricas en un gran río. El trabajo se origina en un necesidad concreta del diseño hidráulico de obras en la zona de influencia de los niveles del río Paraná sobre la capacidad de descarga del tributario arroyo Ludueña en la zona de desembocadura de este último, en la ciudad de Rosario, provincia de Santa Fe, Argentina. El problema en estudio plantea requerimientos acerca de la independencia de las variables aleatorias consideradas, sobre la probabilidad de ocurrencia conjunta y la necesidad de analogías estadístico-matemáticas para la definición de funciones de densidad de probabilidades. El trabajo se compone del análisis de independencia de las variables y la determinación de funciones de densidad de probabilidades y de distribución acumulada conjunta, marginales y condicionales en un espacio poblacional bidimensional.

ABSTRACT:

The analysis of the joint behavior of hydrological variables as daily rainfall applied to a small river basin and water levels in a large river is presented. The work is originated in a real necessity of hydraulic work designers that needs to known the influence zone of the water levels of Paraná River on the discharge capacity of the tributary Ludueña stream. This fact takes place in the mouth zone of this last one, in the city of Rosario, Province of Santa Fe, Argentina. The studied problem takes into account requirements about the independence of the random variables considered, the probability of whole occurrence and the necessity of statistical-mathematical analogies in order to get probability density functions. The work is constituted by the independence analysis of the variables and the determination of joint probability density function, the joint cumulative distribution function and marginal and conditional joint distribution in a two-dimensional population.

PALABRAS CLAVE: interacción de sistemas hidrológicos; comportamiento hidrológico conjunto; probabilidad de ocurrencia conjunta; probabilidad marginal; probabilidad condicional.

INTRODUCCIÓN

En sistemas hidrológicos de llanura es habitual que las desembocaduras de pequeños cursos de agua a cuerpos de agua de gran importancia se produzcan a nivel sin saltos o formación de secciones de control que produzcan el desacople hidrodinámico de ambos regímenes. Esta características hace que las medidas no estructurales y obras hidráulicas que se planifiquen, diseñen y ejecuten en la zona de interacción de ambos sistemas hídricos deban ser estudiadas considerando la estadística del comportamiento conjunto de ciertas variables de los dos sistemas.

Cuando se consideran simultáneamente dos o más variables aleatorias, su comportamiento conjunto se determina por una ley de probabilidades conjuntas que puede a su vez describirse mediante una función de distribución acumulada conjunta (Benjamin y Cornell, 1970). Si ambas variables aleatorias son continuas pueden considerarse mediante una función de densidad de probabilidades conjuntas (FDP) y la correspondiente función de distribución acumulada (FDA).

Por otro lado algunas funciones relacionadas con la FDP conjunta suelen ser también de interés como el caso del análisis de una variable en particular sin considerar la otra y el caso del comportamiento de una variable condicionando el valor de la otra.

El primer caso se trata de la FDP Marginal, la que se determina sumando las FDP conjuntas sobre los valores de la variable descartada

El segundo caso de función relacionada con la FDP conjunta está vinculada con la descripción de las probabilidades relativas de una de las variables fijado el valor de la otra (en un valor único o en un rango). Si esta probabilidad relativa se normaliza, se llega a la denominada FDP condicional.

En este trabajo se analiza el comportamiento conjunto de las variables lluvias máximas en 24 horas sobre la cuenca del arroyo Ludueña (como variable observada y representativa de la respuesta hidrológica de la cuenca) y las alturas hidrométricas del río Paraná, mediante la determinación de las FDP y FDA conjunta, marginales y condicionales.

DESARROLLO DEL TRABAJO

Breve Reseña acerca de Probabilidad, Función de Densidad de Probabilidades, de Distribución de Probabilidades, Funciones Marginales y Condicionales

FDP conjunta: cuando se considera el comportamiento conjunto de dos variables aleatorias continuas (x e Y) la probabilidad de que X esté en el intervalo (x,x+dx) e Y en (y,y+dy) es $f_{X,Y}(x,y)$ dx dy. La función $f_{X,Y}(x,y)$ se denomina función de densidad de probabilidades (FDP) conjunta (Benjamin y Cornell, 1970). La probabilidad de ocurrencia conjunta de X e Y en alguna región del espacio muestral se determina integrando la FDP conjunta:

$$P\left[\left(x_1 \le X \le x_2\right) \text{ y } \left(y_1 \le Y \le y_2\right)\right] = \int_{x_1}^{x_2} \int_{y_1}^{y_2} f_{X,Y}(x,y)\ dy\ dx \qquad [1]$$

Asimismo la FDP debe satisfacer que:

$$\int_{x_1}^{x_2} \int_{y_1}^{y_2} f_{X,Y}(x,y)\ dy\ dx = 1 \qquad \text{y} \qquad f_{X,Y}(x,y) \ge 0 \qquad [2]$$

FDA conjunta: la función de distribución acumulada (FDA) conjunta puede calcularse a partir de la FDP conjunta de la manera:

$$F_{X,Y}(x,y) = P\left[\left(X \le x\right) \text{ y } \left(Y \le y\right)\right] = P\left[\left(-\infty \le X \le x\right) \text{ y } \left(-\infty \le Y \le y\right)\right] = \int_{-\infty}^{x} \int_{-\infty}^{y} f_{X,Y}(x_0, y_0)\, dy_0\ dx_0 \qquad [3]$$

FDP marginal: ciertas funciones relacionadas con la FDP conjunta son de interés. El comportamiento de una variable en particular sin considerar la otra se describe mediante la FDP marginal, que se determina a partir de la suma sobre todos los valores de la variable descartada. Para no considerar Y en el estudio del comportamiento de X, solo se necesita integrar la FDP conjunta sobre todos los valores de Y, y determinar la FDP marginal de X:

$$f_X(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_{X,Y}(x,y)\ dy \qquad [4]$$

FDA marginal: la función de distribución acumulada marginal de X es por lo tanto:

$$F_X(x) = P[X \le x] = \int_{-\infty}^{x} f_X(x_0)\ dx_0 \qquad [5]$$

el mismos camino pueden seguirse para la determinación de $f_Y(y)$ y $F_Y(y)$.

FDP condicional: se trata de la función de densidad de probabilidades de una variable dada la otra, determinándose como la FDP conjunta dividido la FDP marginal de la variable fijada. La expresión en el caso de la FDP condicional de X dado Y puede escribirse como:

$$f_{X|Y}(x,y) = \frac{f_{X,Y(x,y)}}{f_Y(y)} \qquad [6]$$

en el caso de que $Y = y_0$ el divisor de ec. [6] es:

$$f_Y(y_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_{X,Y}(x,y_0)\ dx \qquad [7]$$

FDA condicional: está dada por:

$$F_{X|Y}(x,y) = P[X \le x | Y = y] = \int_{-\infty}^{x} f_{X|Y}(u,y)\ du \qquad [8]$$

Variables aleatorias independientes: según Benjamin y Cornell (1970) si la distribución condicional $f_{X|Y}(x,y)$ es idéntica a la distribución marginal $f_X(x)$, se dice que X e Y son variables aleatorias independientes estocásticamente. Si las variables aleatorias son independientes, los sucesos relacionados con X son independientes de los relacionados con Y. De verificarse tal independencia puede obtenerse que la FDP conjunta puede igualarse al producto de las marginales $f_{X,Y}(x,y) = f_X(x)\ f_Y(y)$ como así también la FDA $F_{X,Y}(x,y) = F_X(x)\ F_Y(y)$

Escenario de Estudio

El escenario hídrico de estudio se trata de la desembocadura del arroyo Ludueña en el río Paraná, en el distrito Rosario (provincia de Santa Fe , Argentina) (Figura 1), región caracterizada típicamente como de llanura. La desembocadura es completamente a nivel y el remanso generado a partir del régimen de niveles del río Paraná ejerce una influencia de importancia en un tramo entre 2 y 4 km hacia aguas arriba. Precisamente en este tramo la descarga de todas las obras hidráulicas existentes y a proyectar son (y serán) influenciadas por los niveles del río Paraná. Para describir la relación de escalas de aporte de ambos sistemas puede citarse que el río Paraná tiene un módulo de 18000 m^3/s en tanto que el sistema del Ludueña con una área de aporte de 800 km^2 genera una crecida de 300 m^3/s en el caso de un evento de período medio de retorno de 100 años. Analizando físicamente el proceso, es evidente que las lluvias en la cuenca del arroyo Ludueña por muy extremas que sean no pueden afectar la altura del río, por más que éste esté en estado de estiaje, y, si lo hacen es localmente y por muy poco tiempo. No obstante la evidencia física de la ausencia de una influencia importante en términos hidrológicos-hidráulicos del sistema hídrico del arroyo Ludueña sobre los niveles hidrométricos del río Paraná, fue objeto del presente trabajo analizar la presencia de algún grado de correspondencia a lo largo de los últimos 25 años entre la presentación de lluvias extremas en la cuenca y la presentación de niveles hidrométricos de cierta importancia. Para ejemplificar la necesidad de analizar el comportamiento conjunto puede citarse que la capacidad de evacuación de crecidas sin inundación del sistema del arroyo Ludueña es de alrededor de 300 m^3/s para alturas hidrométricas ordinarias del río Paraná (recurrencias de alturas menores a 10 años), en tanto que desciende a 250 m^3/s para alturas hidrométricas cercanas a los máximos históricos. Esta importante disminución de la capacidad de descarga se traduce directamente en un aumento del riesgo de inundación en una basta región de la zona urbana de la ciudad de Rosario.

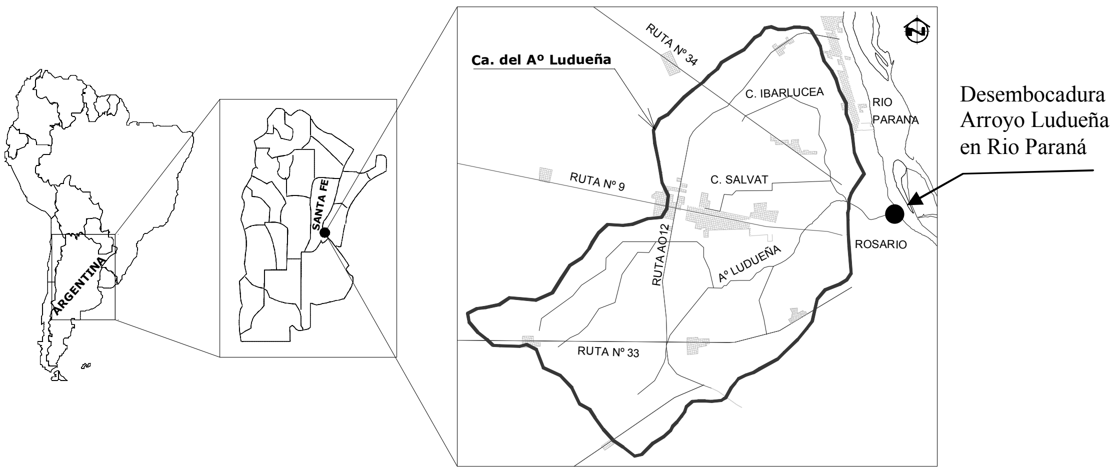


Figura 1.- Ubicación regional de la Cuenca Arroyo Ludueña y su desembocadura en Río Paraná

Variables Muestrales

El espacio muestral analizado fue de tipo bidimensional, siendo las variables muestrales consideradas la lluvia máxima anual de 24 horas de duración en una estación representativa de la cuenca del arroyo Ludueña (Estación Zavalla) y la altura hidrométrica vinculada el mismo día del río Paraná en la Estación Rosario. La serie de máximos anuales, considerada originalmente, estuvo constituida por pares de valores en 25 años de registros. En la Tabla Nº 1 se presentan los pares de valores observados simultáneamente en el momento de presentación de eventos de las lluvias máximas en 24 horas.

Tabla 1.- Variables Muestrales

	Lluvia en mm	Altura Hidrométrica en cm		Lluvia en mm	Altura Hidrométrica en cm		Lluvia en mm	Altura Hidrométrica en cm
1	246.9	402	9	107.4	327	17	84.7	480
2	185.2	148	10	100.5	409	18	81.3	250
3	138.2	431	11	99.6	472	19	81.0	413
4	132.2	396	12	98.5	285	20	79.4	392
5	117.8	390	13	93.5	437	21	76.4	484
6	117.4	409	14	90.0	552	22	76.4	214
7	109.1	452	15	85.5	214	23	76.0	441
8	107.4	428	16	85.0	349	24	75.5	462
						25	72.5	390

Nota: las variables han sido ordenadas de acuerdo a las lluvias máximas y en forma descendente.

Correlación entre Variables

Un primer paso para analizar la posible correlación entre variables fue precisamente la determinación del coeficiente de correlación definido por la conocida expresión:

$$\rho_{X,Y} = \frac{\mathrm{Cov}[X,Y]}{\sigma_X \, \sigma_Y} \qquad [9]$$

siendo Cov[X,Y] la covarianza entre las variables muestrales y σ_X y σ_Y los desvíos de cada una de las series de las variables.

El valor determinado del coeficiente fue de $\rho_{X,Y} = -0.156$ evidenciando una baja correlación negativa entre las variables entre las variables. Esto implica que la tendencia lineal entre ambas variables es débil. En la Figura 2 se grafican los valores muestrales:

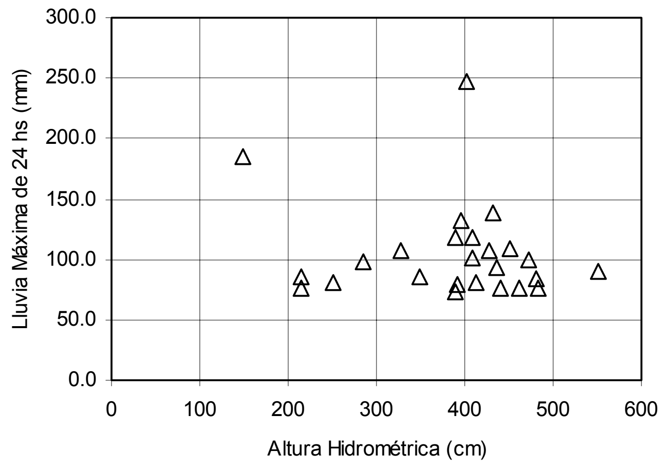


Figura 2.- Espacio Muestral Bidimensional

A los efectos en encontrar alguna otra relación se propusieron correlaciones de tipo polinómica de grado 2, logarítmica, exponencial y potencial. La evaluación del grado de correlación se realizó mediante el coeficiente R^2 determinándose en todos los casos valores muy bajos de tal indicador. En la Tabla 2 se presentan los coeficientes R^2 hallados.

Tabla 2.- Coeficiente R^2

Relación →	Lineal	Polinomio grado 2	Logarítmica	Exponencial	Potencial
R^2	0.0260	0.0275	0.0340	0.0308	0.0236

Analizando los valores que arrojan las diferentes correlaciones propuestas, puede inferirse que ambas variables presentan una dependencia sumamente baja. Esta baja dependencia verificada no necesariamente significa una independencia de las variables y sin análisis adicionales puede llevar a consideraciones erróneas en términos de independencia. En virtud de esto, a los efectos de indagar en profundidad el comportamiento conjunto se procedió a determinar las funciones de densidad de probabilidades conjunta, de distribución acumulada conjunta y las funciones de densidad y distribución marginales y condicionales.

Función de Densidad de Probabilidades a partir de las Frecuencias Relativas Observadas

A partir de los valores observados simultáneamente de lluvias máximas anuales de 24 horas de duración y alturas hidrométricas, considerando como continuas a ambas variables, y, considerando directamente que las frecuencias relativas observadas son probabilidades, puede obtenerse la función de densidad de probabilidades conjunta (FDP) “experimental” agregada en intervalos de valores de lluvia máxima y de alturas hidrométricas. La FDP se ilustra en la Tabla 3 considerando intervalos de alturas de 50 cm y de lluvia de 10 mm. Adicionalmente en la Tabla 3 se presentan los valores de las densidades de probabilidad marginales. El mínimo valor que “ve” la probabilidad experimental es de 0.04 resultante de al menos una ocurrencia entre 25 valores (longitud de la serie).

Tabla 3.- FDP conjunta considerando las frecuencias relativas de lluvias máximas en Zavalla y Alturas Hidrométricas del río Paraná

Alturas (cm)→ Lluvias (mm)↓	≤150	>150 ≤200	>200 ≤250	>250 ≤300	>300 ≤350	>350 ≤400	>400 ≤450	>450 ≤500	>500 ≤550	>550 ≤600	Marginal de lluvias
240<ll≤250	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	**0.04**	0.00	0.00	0.00	**0.04**
230<ll≤240	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
220<ll≤230	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
210<ll≤220	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
200<ll≤210	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
190<ll≤200	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
180<ll≤190	**0.04**	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	**0.04**
170<ll≤180	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
160<ll≤170	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
150<ll≤160	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
140<ll≤150	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
130<ll≤140	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	**0.04**	**0.04**	0.00	0.00	0.00	**0.08**
120<ll≤130	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
110<ll≤120	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	**0.04**	**0.04**	0.00	0.00	0.00	**0.08**
100<ll≤110	0.00	0.00	0.00	0.00	**0.04**	0.00	**0.08**	**0.04**	0.00	0.00	**0.16**
90<ll≤100	0.00	0.00	0.00	**0.04**	0.00	0.00	**0.04**	**0.04**	0.00	0.00	**0.12**
80<ll≤90	0.00	0.00	**0.08**	0.00	**0.04**	0.00	**0.04**	**0.04**	0.00	**0.04**	**0.24**
70<ll≤80	0.00	0.00	**0.04**	0.00	0.00	**0.08**	**0.04**	**0.08**	0.00	0.00	**0.24**
Marginal de alturas	**0.04**	0.00	**0.12**	**0.04**	**0.08**	**0.16**	**0.32**	**0.20**	0.00	**0.04**	

Ajuste de Modelos Probabilísticos a las Funciones de Distribución Acumulada Marginales y Condicionales

Si bien fue posible determinar la FDP conjunta a partir de las frecuencias relativas, la función resultante es de un limitado alcance ya que no puede definirse con mayor detalle en los entornos de las variables donde no se han observado en el ambiente físico.

En razón de lo anterior y con el objeto de establecer analogías estadístico-matemáticas se ajustaron modelos probabilísticos de extremos a las distribuciones acumuladas marginales y condicionales. Además, enfocando a un mejoramiento en los intervalos de confianza de las funciones de probabilidades ajustadas se procedió a trabajar con series de duración parcial.

Funciones Marginales: A partir de los valores observados en las variables por separado se construyeron las funciones de distribución acumuladas marginales. De acuerdo al test de Kolmogorov-Smirnov el modelo de mejor ajuste fue el de Gumbel. En la Figura 3(a) se ilustra el ajuste del Modelo Probabilístico de Gumbel (Función de Distribución Acumulada Marginal) a la serie de máximos anuales de la variable lluvia anual máxima en 24 horas en la cuenca.

En la Figura 3(b) se ilustra la distribución marginal de cotas hidrométricas del río Paraná en el puerto de Rosario. En ambas figuras se superpone la graficación de la función de distribución acumulada marginal establecida a partir del ajuste del modelo probabilístico de Gumbel con la probabilidad experimental. Los estadísticos muestrales de la serie marginal de lluvias indican un valor medio de 104.7 mm y un desvío estándar de 39.05 mm, en tanto que la serie marginal de alturas hidrométrica establece un valor medio de 471 cm y un desvío estándar de 71 cm.

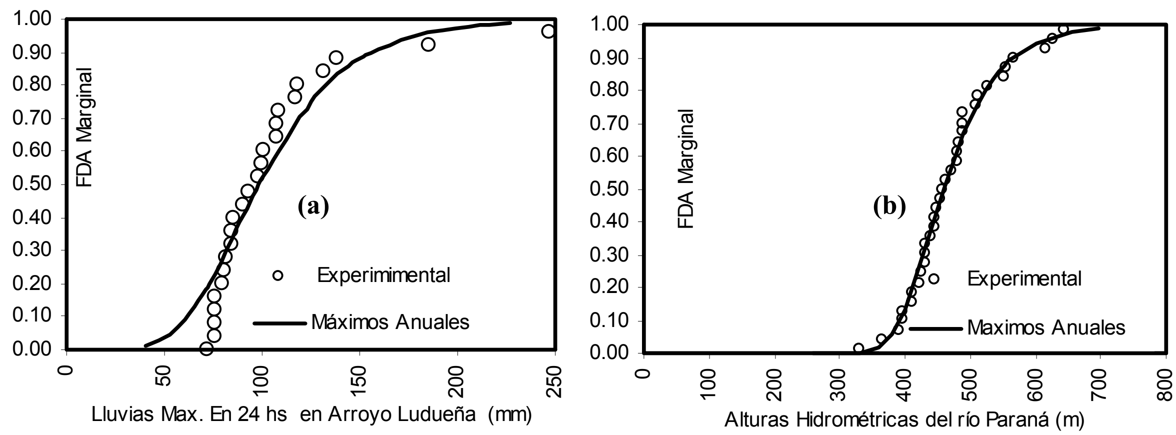


Figura 3.- Funciones de Distribución Acumulada Marginales. Ajuste con Modelo de Gumbel **(a)** lluvias para toda altura hidrométrica; **(b)** alturas hidrométricas para toda lluvia.

Series de Duración Parcial: es conocido que en la modelación de series de precipitaciones pueden utilizarse dos alternativas generales (Langbein, 1949; Rosbjerg et al., 1992), la primera consiste en la serie de máximos anuales la que considera solamente el evento mas grande en cada año. La segunda alternativa consiste en la utilización de series de duración parcial (SDP) o series de valores sobre un determinado umbral, la que incluye todos los máximos independientes mayores a un determinado umbral. Entre las ventajas atribuidas al uso de series parciales es la posibilidad de incorporar varios valores máximos (siempre que sean independientes) de un mismo año cuando estos valores en casos pueden superar los máximos de otros años, otra ventaja originada en la primera es la posibilidad de trabajar con mayor cantidad de valores lo que se traduce en una mejora en los intervalos de confianza, especialmente cuando se utilizan series condicionadas.

Hay varias relaciones generales entre la distribución de probabilidad para máximos anuales y la frecuencia de eventos en una serie de duración parcial. En un modelo de una serie de duración sea λ a la tasa promedio de tiempo de presentación de lluvias por encima de un determinado umbral x_0 y sea $G(x)$ la probabilidad de ocurrencia de lluvias menores que x (siempre $x>x_0$). La probabilidad de excedencia anual para una lluvia escrita de manera $1/T_a$, correspondiente a un período medio de retorno anual T_a , es relacionada a la correspondiente probabilidad de excedencia $q_e = [1-G(x)]$ para el nivel x en la serie de duración parcial por:

$$\frac{1}{T_a} = 1 - \exp\{-\lambda\, q_e\} = 1 - \exp\left\{-\frac{1}{T_p}\right\} \qquad [10]$$

donde $T_p = \dfrac{1}{(\lambda\, q_e)}$ [11]

es el período medio de retorno para lluvias de magnitud x en la serie de duración parcial.

Funciones Condicionales a partir de series de duración parcial: en el caso de estudio se consideró un umbral de lluvia de 30 mm, lo que generó una muestra de 229 pares de valores de las variables (lluvia y altura hidrométrica) en los 25 años de observación. A los efectos de lograr muestras de relativamente igual número de valores se procedió a subdividir la muestra en 11 series parciales condicionales en función de rangos de alturas del río y luego en cada serie parcial condicional se ajustó un modelo probabilístico, relacionándose luego la probabilidad de excedencia de la serie parcial con la excedencia anual mediante la expresión [11]. De este modo se lograron los ajustes de las 11 funciones de densidad y de distribución acumulada condicionales. En la búsqueda del modelo de mejor ajuste se probaron la distribución generalizada de Pareto, la distribución exponencial y la distribución de valor extremo de Gumbel. De acuerdo al test de Kolmogorov-Smirnov el modelo de mejor ajuste fue el de Gumbel.

A los efectos de evaluar el mejoramiento del ajuste de los modelos mediante series de duración parcial se procedió a comparar los intervalos de confianza generados con el ajuste de un modelo probabilístico a la serie de excedencia anual y a la serie de duración parcial. En la Figura 4, a modo ilustrativo, puede verse el mejoramiento apreciable logrado a través del uso de series de duración parcial en el caso de un intervalo de confianza del 95%. En este caso, la función de distribución acumulada condicional de lluvias para alturas hidrométricas H<= 3.00 m debió ajustarse con 5 puntos en el caso de la serie de máximos anuales y con 37 puntos en el caso de la serie de duración parcial.

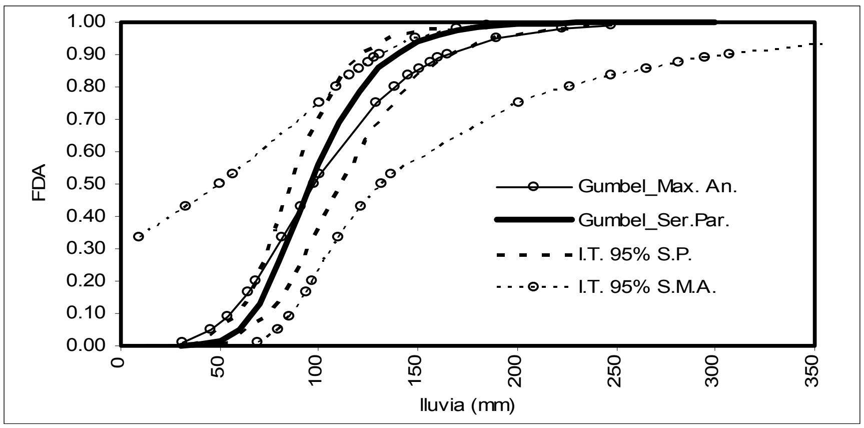


Figura 4.- Función de Distribución Acumulada Condicional para H<= 3.00 m

La tendencia a reducir notablemente el "ancho" de los intervalos para niveles de confianza del 95% se verificó en todas las FDA condicionales.

En vista a constatar la evidencia de independencia determinada en base al estudio de correlaciones entre variables se procedió a comparar las FDP condicionales con la FDP marginal de lluvias para toda altura. En la Figura 5 se presentan algunas de las FPD condicionales comparadas a las FDP marginal de lluvias. Es evidente que las funciones no son idénticas y puede afirmarse que las variables no son estocásticamente independientes. Por lo cual para toda determinación rigurosa de la probabilidad conjunta de ocurrencia de todo par de valores de las variables del espacio poblacional, debe contarse con la FDP conjunta .

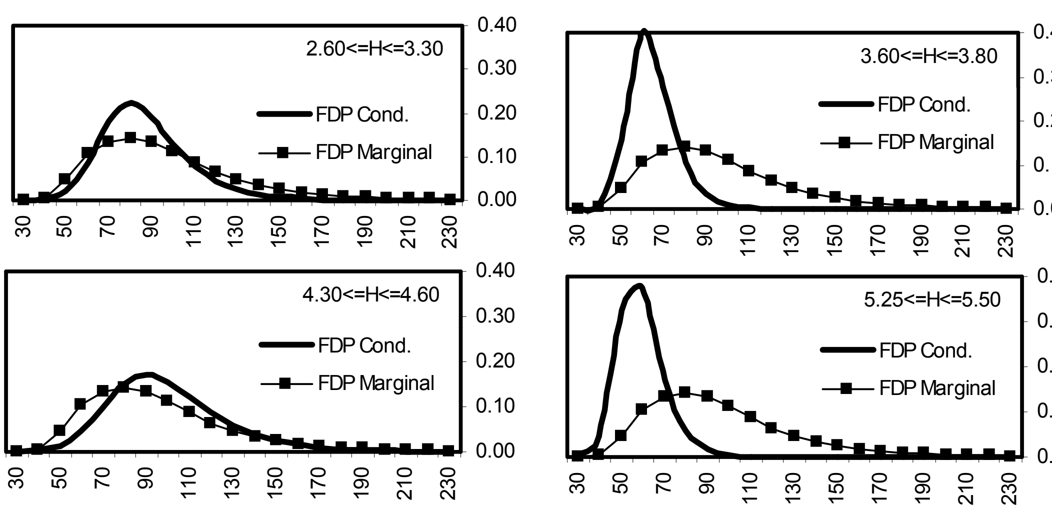


Figura 5.- Comparación FDP condicionales y marginal de Lluvias

Elaboración de la Función de Densidad de Probabilidad Conjunta: a partir del ajuste mediante modelos probabilísticos de las diferentes distribuciones condicionales se dedujo la función de densidad de probabilidad conjunta de las dos variables aleatorias en análisis. Dado que las distribuciones condicionales son valores normalizados, se deben multiplicar las funciones condicionales definidas en cada rango de las alturas hidrométricas por la probabilidad de ocurrencia de que la variable H esté en dicho rango (calculado a partir de la distribución marginal de alturas hidrométricas), lográndose la FDP conjunta de las variables. Es claro que al tratarse de una relación tridimensional (lluvias, alturas y FDP) su representación gráfica puede realizarse mediante una superficie o mediante curvas de igual densidad de probabilidad. En la Figura 6(a) se representa la FDP conjunta en forma de curvas de nivel. En la Figura 7 se ilustra la FDP conjunta en representación axonométrica. Es claro que la probabilidad de excedencia o de no excedencia se cuantifican integrando la superficie de la FDP conjunta entre los límites requeridos de las variables hidrológicas.

A los efectos ilustrativos se presenta en la Figura 6(b) la FDP conjunta simplificada construida a partir de la suposición de independencia donde la FDP conjunta se determina a partir del producto de las marginales ($f_{X,Y}(x,y) = f_X(x)\ f_Y(y)$). Se evidencia claramente la pérdida de información que puede representar la simplificación de independencia. Comparando los valores de probabilidad de excedencia de 10 pares de valores de las variables (tomados al azar) que establecen ambas FDA conjuntas los errores computados estuvieron en un rango entre el 5-30%.

CONCLUSIONES

Se ha analizado la interacción de las respuestas hidrológicas-hidráulicas de dos sistemas hidrológicos totalmente disímiles como lo son el sistema del río Paraná y el Sistema del Arroyo Ludueña. El estudió se ha basado en el análisis del comportamiento conjunto de las variables aleatorias alturas hidrométricas del río Paraná y lluvias máximas en 24 horas en una estación representativa de la cuenca del arroyo Ludueña.

Los resultados de la correlación entre variables indicaron una tendencia lineal débil entre ambas variables y también una dependencia sumamente baja. No obstante el indicio de independencia de las variables la comparación entre las distribuciones condicionales y marginal de lluvias estableció que no son idénticas por lo cual no se verifica la independencia estocástica.

La función de densidad de probabilidades conjunta se ha estableció en base a la multiplicación de las funciones condicionales por la marginal obteniéndose "perfiles transversales" de la FDP conjunta.

Todas las distribuciones de probabilidad acumulada fueron ajustadas de mejor manera según el test de Kolmogorov-Smirnov por la distribución de valor extremo de Gumbel.

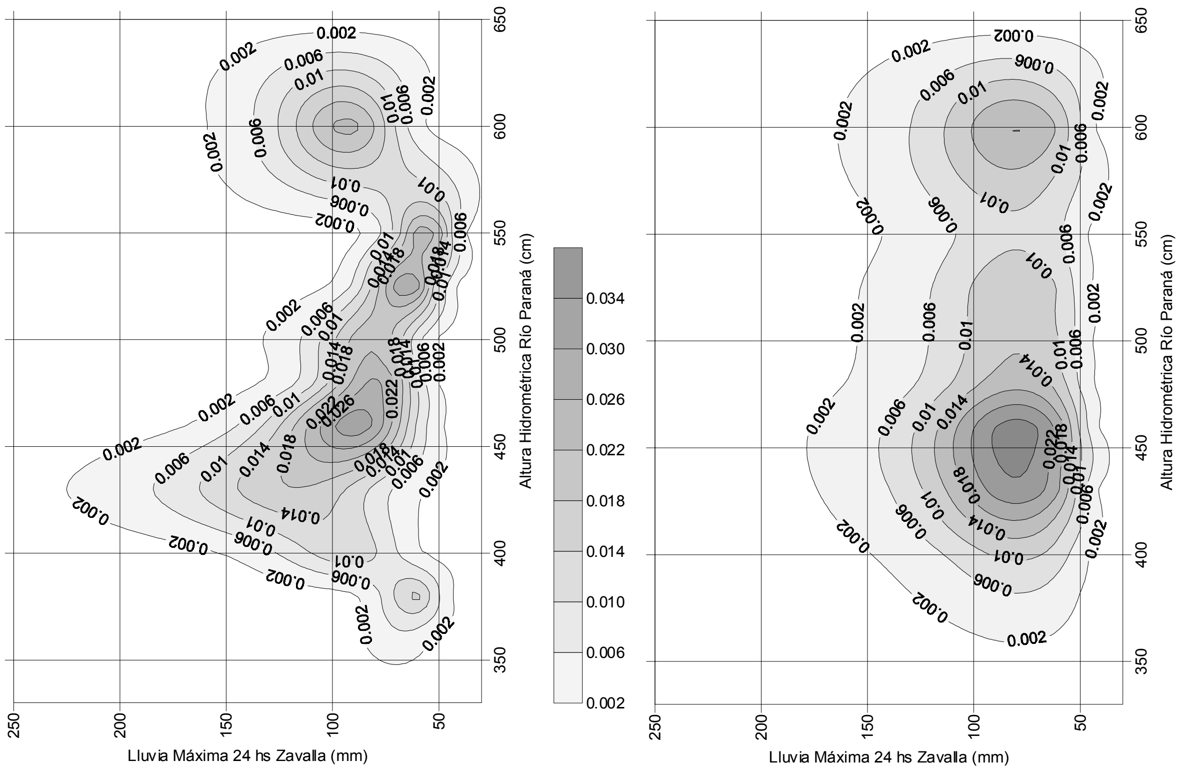
Se remarca, por último, que en casos de enlaces de sistemas hidrológicos a nivel, como es el caso en estudio, ha sido de fundamental importancia la apropiada descripción del comportamiento conjunto de las variables relevantes con influencia directa en el riesgo de inundaciones. La correcta determinación de las distribuciones marginales, condicionales y conjunta permite rápidamente la valorización de la probabilidad de excedencia de cualquier combinación de variables, lo que constituye una valiosa herramienta para el ingeniero proyectista para contar con una mayor certidumbre al momento de asociar recurrencias a determinados valores de variables hidrológicas, aplicado al diseño de obras hidráulicas.

REFERENCIAS

Benjamin, J.R. and Cornell C.A. , (1970), *Probability, Statistics, and Decision for Civil Engineers,* Mc-Graw-Hill Inc. , New York.

Langbein, W.B., (1949), *"Annual floods and the Partial Duration Flood Series*", EOS, Trans. AGU, 30(6), 879-881.

Rosbjerg, D., Madsen, H. and Rasmussen, P.F., (1972), *"Prediction in Partial Duration Series with Generalized Pareto distributed Exceedances"*, Water Resources Research, 28(11), 3001-3010.



(a) (b)

Figura 6.- FDP Conjunta en curvas de nivel.**(a)** A partir de FDP condicionales y marginales; **(b)** a partir de FDP marginales (suposición de independencia)

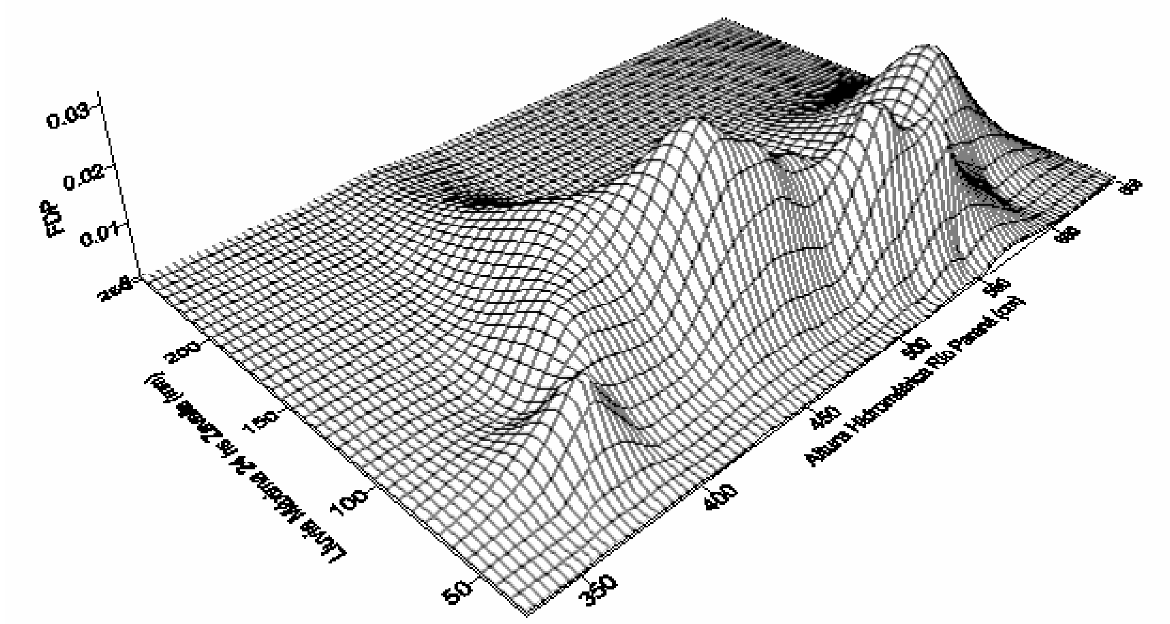


Figura 7.- FDP conjunta en vista axonométrica