

## XIX CONGRESO LATINOAMERICANO DE HIDRAULICA - CORDOBA 2000

### MODELO NUMÉRICO PARA LA IDENTIFICACIÓN DE PARÁMETROS DE ACUÍFEROS MULTICAPA MEDIANTE PRUEBAS DE BOMBEO.

Erik D. Zimmermann  
CURIHAM. Universidad Nacional  
de Rosario. Argentina

Diosdado Pérez Franco  
ISPJAE, La Habana, Cuba.

#### RESUMEN

Se presenta un modelo numérico para la resolución del flujo estacionario en un sistema de acuíferos multicapa. En el planteo del modelo se aceptan las suposiciones de Dupuit-Forchheimer y la linealidad del flujo en todo su campo. La solución parte de la integración de las ecuaciones diferenciales a derivadas parciales mediante la técnica de diferencias finitas. El procedimiento de integración numérica involucra la resolución de un sistema de ecuaciones por la vía iterativa, no obstante la aplicación de un factor de relajación acelera notablemente el proceso de convergencia y es recomendable.

Mediante aplicaciones del modelo en acuíferos semiconfinados, se demuestra que el tamaño óptimo de grilla de discretización espacial, en el sentido radial al pozo, coincide con el espesor del acuitardo semipermeable.

La metodología propuesta consiste en calibrar los parámetros de acuíferos y acuitardos en función de minimizar los errores entre caudales calculados y observados de bombeo, partiendo del abatimiento en el pozo, aunque si se cuenta con pozos de observación pueden minimizarse los errores en los abatimientos.

Si bien la validación del método se ha realizado para acuíferos semiconfinados, puede realizarse una aplicación genérica a cualquier sistema multicapa, compuesto por una intercalación de acuíferos y acuitardos.

#### ABSTRACT

A numerical model for the solution of the steady flow in layered aquifer systems is presented. The Dupuit-Forchheimer's suppositions and a linear flow are accepted over the domain. A scheme of finite differences is proposed in order to solve the differential partial equations. An equation system is derived from the numerical procedure which is solved by means of an iterative method, nevertheless the application of a relaxation factor accelerates the convergence process notably and it is advisable.

By means of applications of the model in leaky aquifers, it is demonstrated that an optimal size of space discretization is equal to the thickness of the semi-pervious aquitard.

The proposed methodology consists on fitting the aquifer and aquitard parameters minimizing the errors among calculated and observed pumping discharges when the well drawdown is known. When piezometer data is available, the drawdown errors can be minimized.

Although the validation of the method has been carried out for leaky aquifer, it can be applied to any layered aquifer system, composed by a sequence of aquifer and aquitards.

## INTRODUCCIÓN

Un caso particular de heterogeneidad encontrada en medios porosos naturales, que alojan acuíferos, lo constituye la sucesión de estratos de diferentes texturas y conductividades hidráulicas. Estas sucesiones estratificadas pueden conformarse mediante la alternancia de capas de acuitardos semiconfinantes y acuíferos, dando lugar a los denominados acuíferos multicapa. Los estratos acuíferos se vinculan entre sí, conformando sistemas multiacuíferos.

Para la interpretación de ensayos de bombeo en éstos sistemas, usualmente, se utilizan modelos analíticos desarrollados para acuíferos confinados ó semiconfinados, en el mejor de los casos. Una descripción detallada del campo de flujo para sistemas multicapa puede mejorar sustancialmente la confiabilidad de los parámetros obtenidos mediante pruebas de bombeo.

El problema puede ser resuelto mediante el empleo de modelos numéricos generales, que resuelven la ecuación del flujo tridimensional a través de un medio poroso, aunque pueden plantearse otras alternativas más específicas para el problema a resolver. En este sentido se han desarrollado modelos numéricos y analítico-numéricos que aproximan soluciones al problema del bombeo de sistemas multicapa, generalmente bajo la suposición de fuerte contraste de conductividades hidráulicas entre los estratos, considerando el flujo vertical en los acuitardos y horizontal en los acuíferos. En esta línea, Hemker (1984) presenta una técnica combinada analítica y numérica para el caso de flujo estacionario hacia un pozo en acuíferos multicapa. Posteriormente, Hemker (1985) y Hemker y Maas (1987) extienden el trabajo al problema transitorio y para medios fisurados. Recientemente, Hemker (1999), generaliza el método híbrido analítico-numérico haciéndolo aplicable también a casos con estratificación de propiedades en la vertical, problemas de drenaje diferido y penetración parcial. La técnica se basa en la discretización en la dimensión vertical en una serie de capas, de propiedades homogéneas, aunque diferentes entre sí. Allí el flujo radial es tratado analíticamente y el flujo vertical es integrado mediante técnicas numéricas.

Bakker (1999) analiza el error en la descarga comparando una solución analítica exacta para el flujo estacionario, en un medio permeable y anisótropo, con la solución de Dupuit para medio homogéneo y considerado como multicapa. El problema es resuelto en coordenadas cartesianas. Posteriormente compara éstas soluciones con otra derivada mediante la aplicación de técnicas en diferencias finitas para el caso multicapa compuesto por tres acuíferos y dos acuitardos intermedios.

En este trabajo se propone un modelo alternativo estrictamente numérico, en diferencias finitas, para representar el comportamiento hidráulico de un sistema multiacuífero, basado en las consideraciones realizadas por Dupuit para flujo lineal estacionario hacia un pozo de captación.

## PLANTEO DEL MODELO

Considérese, en forma general, un sistema de acuíferos estratificados separados por acuitardos (Figura 1), para el cual se cumplen las siguientes condiciones:

- Los estratos acuíferos y acuitardos son homogéneos e isótropos, de extensión horizontal infinita y de espesor constante.

- El pozo de extracción presenta ventanas totalmente penetrantes en cada estrato acuífero, pudiendo seleccionarse los estratos que serán explotados.
- El bombeo del pozo se ha prolongado durante tiempo suficiente como para que los acuíferos hayan alcanzado un estado de equilibrio y el flujo pueda considerarse permanente.
- Se acepta la linealidad del flujo en todo su campo.
- Las líneas de corriente son horizontales en los estratos acuíferos y verticales en los estratos acuitardos. El potencial de velocidad es constante a lo largo de una vertical en cada estrato acuífero (suposición de Dupuit-Forchheimer).



Figura 1. Esquemización de un acuífero multicapa.

Aislando un estrato acuífero con sus acuitardos adyacentes, planteando la ecuación de continuidad en coordenadas cilíndricas para el régimen estacionario y aplicando la ley darciana para estimar los flujos horizontales del acuífero  $i$  y los flujos verticales en los acuitardos adyacentes, se tiene:

$$\frac{\partial^2 h_i}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial h_i}{\partial r} + \frac{h_{i-1} - h_i}{L_{i-1}^2} + \frac{h_{i+1} - h_i}{L_i^2} = 0 \quad (1)$$

donde  $L_{i-1}$  y  $L_i$  son los factores de goteo de los acuitardos superior e inferior, respectivamente, calculados como raíz cuadrada del producto de la transmisividad  $T_i$  del acuífero  $i$  y la resistencia  $c_i$  del acuitardo adyacente ( $L_i = \sqrt{T_i c_i}$ ),  $h_i$ ,  $h_{i-1}$  y  $h_{i+1}$  representan los potenciales de las capas acuíferas  $i$ ,  $i-1$  e  $i+1$ , respectivamente,  $r$  es la distancia radial tomada desde el pozo e  $i=1, 2, \dots, N$ . Las resistencias de las capas acuitardas son calculadas como las relaciones entre el espesor y su conductividad hidráulica vertical ( $c_i = d_i / K_{zi}$ ), Las condiciones de contorno fijadas para el problema serían:

- En el borde alejado del pozo, los potenciales de los acuíferos igualan al potencial del acuífero freático:  $r \rightarrow \infty, h_i = h_0$ .
- En el borde del pozo, los acuíferos pueden presentar potencial impuesto por el abatimiento del pozo en el caso de ser explotados ó potencial del freático si no son explotados:  $r = r_p, h_i = h_p$  ó  $h_i = h_0$ .
- El primer acuífero, no explotado, presenta potencial constante e igual a  $h_0$ .
- La capa impermeable del sustrato es simulada como un acuitardo con factor de goteo infinito.

### Discretización numérica mediante diferencias finitas

La ecuación (1) puede resolverse numéricamente planteando un esquema de diferencias finitas. En este trabajo se aplicó un esquema centrado para las diferencias en el espacio:

$$\frac{\partial^2 h_i}{\partial r^2} \approx \frac{h_{i,j+1} - 2h_{i,j} + h_{i,j-1}}{\Delta r^2} \quad (2) \quad \frac{1}{r} \frac{\partial h_i}{\partial r} \approx \frac{h_{i,j+1} - h_{i,j-1}}{2(j-1)\Delta r^2} \quad (3)$$

donde  $\Delta r$  es el intervalo de discretización espacial en la dirección radial al pozo y  $j=1, 2, 3, \dots, M$  representan los nodos sobre los cuales se evaluarán los potenciales. Reemplazando los cocientes de diferencias en la ecuación diferencial y resolviendo para el potencial de la capa  $i$ , se tiene:

$$h_{i,j} = \frac{a_1 h_{i,j+1} + a_2 h_{i,j-1} + a_3 h_{i-1,j} + a_4 h_{i+1,j}}{2 + a_3 + a_4} \quad (4)$$

donde los coeficientes  $a$  pueden obtenerse como:

$$a_1 = 1 + \frac{1}{2(j-1)}; \quad a_2 = 1 - \frac{1}{2(j-1)}; \quad a_3 = \frac{\Delta r^2}{L_{i-1}^2}; \quad a_4 = \frac{\Delta r^2}{L_i^2} \quad (5)$$

Planteando las ecuaciones (4) y (5) para cada estrato acuífero, junto a las condiciones de contorno establecidas para el problema, queda planteado un sistema de ecuaciones algebraicas, típico de los esquemas en diferencias que resuelven ecuaciones diferenciales elípticas. La forma de resolución más conveniente para los mismos es por la vía iterativa. En este trabajo se aplicó el algoritmo de Gauss-Seidel, que consiste en proponer una solución inicial para la totalidad de los nodos e iterar sobre el dominio aplicando las ecuaciones (4) y (5) hasta que las diferencias entre cada iteración sean inferiores a cierta tolerancia impuesta. El método también se conoce como método de los desplazamientos sucesivos ó método de Liebmann (Mc Cracken y Dorn, 1967).

Las iteraciones convergen más rápidamente si se afecta mediante un factor de peso a la ecuación (4), alcanzando el llamado método de relajación:

$$x = \frac{a_1 h_{i,j+1} + a_2 h_{i,j-1} + a_3 h_{i-1,j} + a_4 h_{i+1,j}}{2 + a_3 + a_4} \quad (4')$$

$$h_{i,j} = wx + (1-w)h_{i,j}^* \quad (4'')$$

donde  $w$  es un factor de peso mayor que la unidad y  $h_{i,j}^*$  es la solución en el nodo  $i,j$  para la iteración precedente.

- Las condiciones de contorno, aplicadas en los nodos correspondientes implicarían que  $h_{i,0} = h_p$  ó  $h_{i,0} = h_0$  en el borde del pozo,  $h_{i,M} = h_0$  en el borde alejado del pozo,  $h_{1,j} = h_0$  para el primer acuífero y  $L_N = \infty$  para el sustrato impermeable. El borde alejado del pozo puede considerarse a una distancia igual a  $6 L_{max}$ , donde  $L_{max}$  representa el mayor factor de goteo de los acuitardos considerados (Bakker 1999).

### Estimación de parámetros durante un ensayo de bombeo

Para la estimación de parámetros debe conocerse el abatimiento inicial y final del pozo una vez alcanzado el régimen estacionario, la geometría del sistema multicapa (espesores y profundidades) y una estimación de sus conductividades hidráulicas, por ejemplo, mediante análisis de textura y/o composición granulométrica.

Los abatimientos del pozo generalmente no se tienen en cuenta debido a que factores locales de pérdidas de carga afectan las mediciones. Sin embargo, constituye un dato relevante en la prueba de bombeo y debiera utilizarse, correcciones mediante, para los cálculos de las propiedades del acuífero. Pérez Franco (1994) propone una expresión general no lineal para el abatimiento en el pozo teniendo en cuenta la existencia de un

proceso de desarenado en el acuífero y de un prefiltro de gravas alrededor del pozo, demostrando que mediante un ensayo con dos caudales diferentes pueden determinarse las componentes del abatimiento.

Un segundo paso consiste en la resolución del sistema de ecuaciones (4) y (5) comparando la suma de caudales calculados de los estratos acuíferos con el valor de caudal extraído en el ensayo. Si los mismos no fuesen equivalentes, bajo alguna tolerancia de error, deberían modificarse las propiedades del acuífero multicapa hasta tanto se dé esta equivalencia. Para la estimación del caudal que cede cada capa acuífera se proponen dos metodologías:

- Estimar el caudal en un punto alejado del pozo, donde los gradientes se suavizan mediante la siguiente ecuación:

$$Q_i = (2J - 1)\pi\Delta r T_i \frac{h_{i,J+1} - h_{i,J}}{\Delta r} + \frac{2\pi\Delta r^2}{c_{i-1}} \sum_{j=1}^{J+1} j(h_{i-1,j} - h_{i,j}) + \frac{2\pi\Delta r^2}{c_i} \sum_{j=1}^{J+1} j(h_{i+1,j} - h_{i,j}) \quad (6)$$

donde  $J$  representa un nodo lo suficientemente alejado del pozo como para que la aproximación lineal del gradiente sea válida. En la ecuación (6) el primer término del miembro derecho representa el flujo cedido por el acuífero  $i$  y los demás términos representan el goteo de los acuíferos adyacentes.

- Estimar el caudal en el nodo cercano al pozo aplicando la formulación de Thiem para acuíferos confinados, modificada:

$$Q_i = 2\pi T_i \frac{h_{i,2} - h_p}{\ln \frac{r_p + \Delta r}{r_p}} + \pi\Delta r^2 \frac{h_{i-1,2} - h_{i,2}}{c_{i-1}} + \pi\Delta r^2 \frac{h_{i+1,2} - h_{i,2}}{c_i} \quad (7)$$

donde  $r_p$  es el radio del pozo y  $h_{i,2}$  es el primer nodo de la grilla espacial y del acuífero  $i$ . Los segundos términos de la derecha representan el goteo de los acuíferos.

En el caso de contar con abatimientos observados en piezómetros pueden compararse éstos con los descensos calculados en el modelo, configurando un segundo criterio de ajuste.

## APLICACIÓN DEL MODELO

Los ejemplos que se han recopilado de la bibliografía representan casos de acuíferos semiconfinados, compuestos por un estrato acuífero y un acuífero que lo suprayace.

### Acuífero semiconfinado de Dalem (Holanda)

El acuífero está compuesto por gruesos sedimentos arenosos, de unos 35 m de espesor, cubiertos por depósitos arcillosos semipermeables holocénicos, de unos 12 m de espesor. Se realizó una prueba de bombeo, de 8 hs. de duración, observándose los descensos en seis piezómetros cuando el régimen se aproximó a un estado estacionario. El caudal de extracción fue de 761 m<sup>3</sup>/d. Se obtuvieron los parámetros del acuífero y del acuífero mediante los métodos de De Glee, Hantush-Jacob y Ernst (citados en Kruseman y De Ridder, 1970), cuyos resultados se sintetizan en la Tabla 1.

Tabla 1. Parámetros del acuífero semi-confinado de Dalem.

	De Glee	Hantush-Jacob	Ernst
Transmisividad del acuífero, $T$ (m <sup>2</sup> /d)	2114	2018	1180 a 2300
Resistencia Hidráulica del acuífero, $c$ (días)	572	475	-
Factor de Goteo, $L$ (m)	1100	979	-

El método de De Glee está fundado en la solución exacta basada en la función de Bessel modificada de orden cero. El método de Hantush-Jacob utiliza una aproximación logarítmica del abatimiento (válida para  $r/L < 0,05$ ). El método de Ernst se basa en la descomposición del caudal del pozo ( $Q$ ) en una porción cedida por el acuitardo ( $Q'$ ) a la que se le adiciona el aporte cedido por el acuífero. Ernst considera que el acuífero puede tratarse como confinado con un caudal de extracción igual a  $Q-Q'$ . En el método de Ernst, no es posible estimar las propiedades del acuitardo y la variación de  $T$  reflejada en la *Tabla 1* obedece al uso de diferentes pares de piezómetros de observación para su determinación. El menor  $T$  se alcanzó utilizando los piezómetros más cercanos al pozo, lo cual está señalando que el acuífero no es homogéneo.

Tabla 2. Abatimientos máximos en régimen estacionario. Ensayo de bombeo "Dalem".

Piezómetro	P10	P10*	P30	P30*	P60	P90	P120	P400*
Abatimiento (m)	0.310	0.252	0.235	0.213	0.170	0.147	0.132	0.059

\* profundidad del filtro a 36 m. (el resto de los abatimientos se han registrado a 14 m de profundidad). La denominación del pozo corresponde a la distancia al pozo. Mediante extrapolación en gráfico semilogarítmico se obtuvo un descenso en el pozo de 0,56 m.

### Acuífero Dieterich (De Wiest 1965)

En la bibliografía señalada se presenta la curva abatimiento-distancia alcanzada en estado de equilibrio para el acuífero semiconfinado ubicado en las cercanías de Dieterich (Illinois, USA). El acuífero se halla cubierto por sedimentos semipermeables de unos 4,27 m (14') de espesor. Se realizó una prueba de bombeo, observándose los descensos en tres piezómetros cuando el régimen se aproximó a un estado estacionario. El caudal de bombeo fue de 136,26 m<sup>3</sup>/d (25 gpm). Se obtuvieron los parámetros del acuitardo y del acuífero mediante el método de Jacob, resultando una transmisividad del acuífero de 18,25 m<sup>2</sup>/d (1470 gpd/pie), una resistencia hidráulica del acuitardo de 1041 días y un factor de goteo de 137,9 m. Los abatimientos en los piezómetros de observación se detallan en *Tabla 3*.

Tabla 3. Abatimientos máximos en régimen estacionario. Ensayo de bombeo "Dieterich".

Piezómetro	PO1	PO2	PO3	pozo(*)
Distancia al pozo	3,05	30,48	76,20	
Abatimiento (m)	4,57	1,98	0,975	6,71

(\*) El abatimiento del pozo fue extrapolado en el gráfico semilogarítmico abatimiento - distancia.

### Análisis del tamaño de la grilla

El modelo numérico fue aplicado utilizando los parámetros obtenidos mediante las metodologías mencionadas anteriormente, bajo diferentes tamaños de la grilla espacial  $\Delta r$ . Con el fin de obtener un  $\Delta r$  óptimo se analizaron los errores relativos de caudales  $ER1$  y  $ER2$  aplicando las ecuaciones (7) y (6), respectivamente y errores absolutos de abatimientos  $EA1$  y  $EA2$  considerando la totalidad de los piezómetros y sólo los alejados del pozo, respectivamente. Los abatimientos fueron interpolados linealmente cuando la distancia al pozo no coincidía con nodos de la malla. El error  $EA2$  se tomó dado que el

barrido realizado para el paso de discretización espacial  $\Delta r$  abarcó el intervalo de 1-30 m., quedando fuera de cálculo los piezómetros cercanos al pozo, en algunos casos.

En el caso del acuífero Dalem, dada la dispersión de la transmisividad hallada por diferentes métodos (*Tabla 1*) se realizaron aplicaciones del modelo adoptando valores de 1200, 2000 y 2300 m<sup>2</sup>/d. Los descensos observados a diferentes profundidades se promediaron sobre una recta en el gráfico semilogarítmico, tomándose esta referencia para calcular los errores. La figura 2 muestra el comportamiento de los errores calculados frente a la variación del tamaño de la grilla para el caso donde  $T = 1200$  m<sup>2</sup>/d La figura 3 muestra lo mismo para el caso del acuífero Dieterich. La *Tabla 4* muestra el tamaño de grilla que minimiza los errores alcanzados.

Tabla 4. Errores mínimos y tamaño de la grilla.

		mín  ER1	mín  ER2	EA1 mín	EA2 mín
Acuífero	T= 1200 m <sup>2</sup> /d	0.028	0.057	0.046 m	0.029 m
		$\Delta r = 1$ m	$\Delta r = 1$ m	$\Delta r = 16$ m	$\Delta r = 17$ m
"Dalem"	T= 2000 m <sup>2</sup> /d	0.012	0.761	0.046 m	0.029 m
		$\Delta r = 5$ m	$\Delta r = 1$ m	$\Delta r = 16$ m	$\Delta r = 17$ m
	T= 2300 m <sup>2</sup> /d	0.008	1.026	0.046 m	0.029 m
		$\Delta r = 9$ m	$\Delta r = 1$ m	$\Delta r = 16$ m	$\Delta r = 17$ m
Acuífero	T = 18.25 m <sup>2</sup> /d	0.197	0.055	0.206 m	0.031 m
"Dieterich"		$\Delta r = 1$ m	$\Delta r = 1$ m	$\Delta r = 4$ m	$\Delta r = 6$ m

## DISCUSIÓN DE RESULTADOS

Como puede observarse en las gráficas, los errores en el cálculo de caudales, en términos generales, se minimizan cuando el tamaño de la grilla tiende a cero, aunque algunas funciones de error son más estables que otras. Estos errores son altamente sensibles a las variaciones de la transmisividad (*Tabla 4*) dado que en las ecuaciones utilizadas para su estimación, (6) y (7), este parámetro interviene en forma directa.

De las gráficas puede observarse que el error *ER2* (caudales calculados en una sección alejada del pozo) es menos sensible al tamaño de la grilla que el *ER1* de manera tal que ofrece mayor garantía a la hora de estimar la transmisividad del acuífero. El error *ER1* está condicionado por el intervalo  $\Delta r$  además de la transmisividad adoptada para el acuífero (*Figuras 2 y 3*).

Puede apreciarse en *Tabla 4* que, en el caso del acuífero "Dalem", los errores absolutos de los descensos permanecen invariables ante cambios de la transmisividad. De las ecuaciones (4) y (5), cuando la resistencia del acuitardo es grande los coeficientes  $a_3$  y  $a_4$ , que afectan los potenciales de los acuíferos adyacentes, son despreciables en comparación con los del propio acuífero,  $a_1$  y  $a_2$ . En los ejemplos la relación entre ellos es de 1:10000. Esto indica que aún cuando las variaciones de la transmisividad sean importantes no alcanzan a distorsionar las magnitudes entre éstos coeficientes, haciendo poco sensible las variaciones del potencial frente a éstas variaciones. Consecuentemente los abatimientos en el acuífero son prácticamente los mismos.

En relación al tamaño de la grilla, de las gráficas se observa que para un  $\Delta r$  semejante al espesor del acuitardo (10-20 m para el acuífero “Dalem” y 4-6 m para el acuífero “Dieterich”) se minimizan los errores en los abatimientos. Cuando la transmisividad del acuífero es pequeña, como en el caso del acuífero “Dieterich” la sensibilidad de los errores frente al tamaño de la grilla es considerable (*Figura 3*). Aquí cobran relevancia los coeficientes  $a_3$  y  $a_4$ .

Implícitamente definida, existe una grilla bidimensional planteada en el problema. La ecuación diferencial (1) representa una simplificación de la ecuación diferencial elíptica del flujo estacionario en  $r$  y  $z$ , siguiente:

$$K_r \left[ \frac{\partial^2 h_i}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial h_i}{\partial r} \right] + K_z \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0$$

donde  $K_r$  y  $K_z$  representan las conductividades hidráulicas en la dirección radial y vertical, respectivamente. En el caso de la expresión (1) el tamaño vertical de la grilla  $\Delta z$  está representado por el espesor del acuitardo, a través de su resistencia hidráulica:  $c = \Delta z / K_z$ . De esta manera los errores en los abatimientos se minimizan cuando  $\Delta r \cong \Delta z$ , es decir la grilla se hace cuadrada.

En teoría y para los casos estudiados, no existen restricciones para la convergencia de esquemas en diferencias de problemas elípticos cuando la grilla se distorsiona (Mc Cracken y Dorn 1967), no obstante aquí puede comprobarse la sensibilidad de los errores frente a éstas distorsiones.

Sería recomendable, entonces, la aplicación del modelo numérico adoptando un tamaño de grilla  $\Delta r$  igual al espesor del acuitardo, y calibrar los parámetros del acuífero en función de que los caudales obtenidos mediante la expresión (6) y el caudal bombeado en el ensayo coincidan. En segundo término y si existiesen piezómetros de observación, minimizar los errores en los abatimientos.

En consecuencia, se realizaron corridas con el modelo numérico para tamaños de grilla coincidentes con el espesor de los acuitardos respectivos y los resultados se exponen en la *Tabla 5*.

Tabla 5. Parámetros ajustados y errores obtenidos aplicando el modelo numérico.

	Tamaño de grilla, $\Delta r$ (m)	Transmisividad del acuífero, T (m <sup>2</sup> /d)	Factor de goteo, L (m)	Error en caudales, ER2 (%)	Error en abatimientos, EA1 (m)
Acuífero “Dalem”	12,0	1150	1100	2	0,043
Acuífero “Dieterich”	4,6	16	160	1,9	0,180

Los parámetros obtenidos mediante esta restricción impuesta al  $\Delta r$  son compatibles con los obtenidos por otros métodos y detallados al comienzo. Los errores en los caudales son muy pequeños y aún pueden reducirse dado que no se ha empleado proceso de minimización de errores sino solamente unas pocas pruebas manuales.

Debe tenerse presente que, en los ejemplos de aplicación, los abatimientos en el pozo no han sido publicados y aquí se los ha aproximado extrapolando la gráfica semilogarítmica de abatimiento vs. distancia. Esto introduce un error que indudablemente incide en la solución encontrada.

Si bien, en este trabajo, la resolución numérica de las ecuaciones del modelo se ha alcanzado mediante un código computacional en lenguaje FORTRAN, dada la simpleza de la formulación, podría organizarse un proceso de optimización de parámetros en una planilla de cálculo electrónica. A pesar de la importancia aparente del error absoluto

medio de los abatimientos en el caso del acuífero de Dieterich, el mismo error llevado a términos relativos es del orden del 5%.

Respecto a la velocidad de convergencia del método iterativo en función del factor de relajación la *Tabla 6* muestra el número de iteraciones necesarias para alcanzar diferencias de 0,001 m. en ambas aplicaciones en función de  $w$ :

Tabla 6. Número de iteraciones para garantizar la convergencia del esquema iterativo

	$w = 1$	$w = 1,2$	$w = 1,4$	$w = 1,6$	$w = 1,8$	$w = 2,0$
Acuífero "Dalem"	40	34	29	25	21	diverge
Acuífero "Dieterich"	338	264	207	156	101	diverge

Puede adoptarse un factor de relajación  $w$  de 1,8 dado que para el mismo la velocidad de convergencia se duplica para el caso del "Dalem" y se triplica para el caso del "Dieterich". No obstante se deberán realizar verificaciones para cada caso de aplicación.

## CONCLUSIONES

Se ha presentado un modelo numérico para la resolución del flujo estacionario en un sistema de acuíferos multicapa. En el planteo del modelo, los estratos acuíferos y acuitados son homogéneos e isotropos, de extensión horizontal infinita y de espesor constante. Se acepta la linealidad del flujo en todo su campo, las suposiciones de Dupuit-Forchheimer son válidas y las líneas de corriente son horizontales en los estratos acuíferos y verticales en los estratos acuitados. La solución parte de la integración de las ecuaciones diferenciales a derivadas parciales mediante la técnica de diferencias finitas.

Las aplicaciones realizadas en acuíferos semiconfinados determinaron que un tamaño óptimo de grilla de discretización espacial, en el sentido radial al pozo, coincide con el espesor del acuitado semipermeable.

Los datos requeridos para la aplicación consisten en el caudal de bombeo y el abatimiento del pozo, deducidas las pérdidas localizadas en su cara y en el empaquetado de gravilla. La aplicación del modelo numérico consiste en calibrar los parámetros del acuífero y acuitado en función de minimizar los errores entre caudales calculados y observados de bombeo. En segundo término y si existiesen piezómetros de observación, minimizar los errores en los abatimientos.

El procedimiento de integración numérica involucra la resolución de un sistema de ecuaciones por la vía iterativa, no obstante la aplicación de un factor de relajación acelera notablemente el proceso de convergencia y es recomendable.

El algoritmo planteado puede organizarse en una planilla de cálculo electrónica para facilitar los procesos de optimización de parámetros.

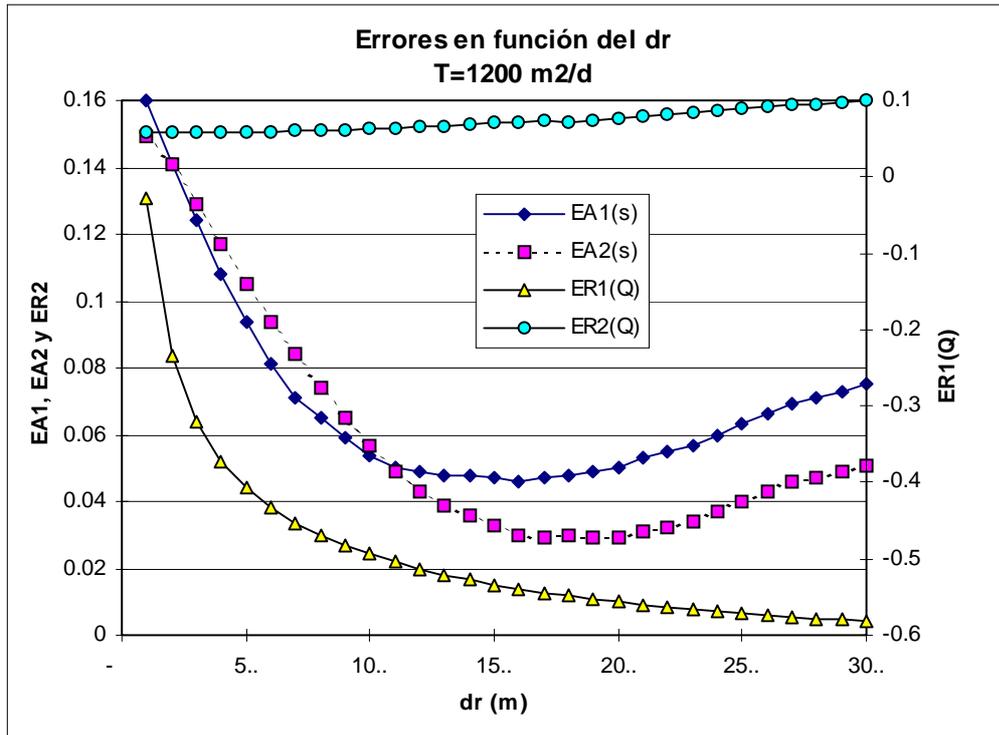
Si bien la validación del método se ha realizado para acuíferos semiconfinados, puede realizarse una aplicación genérica a cualquier sistema multicapa, compuesto por una intercalación de acuíferos y acuitados.

## AGRADECIMIENTOS

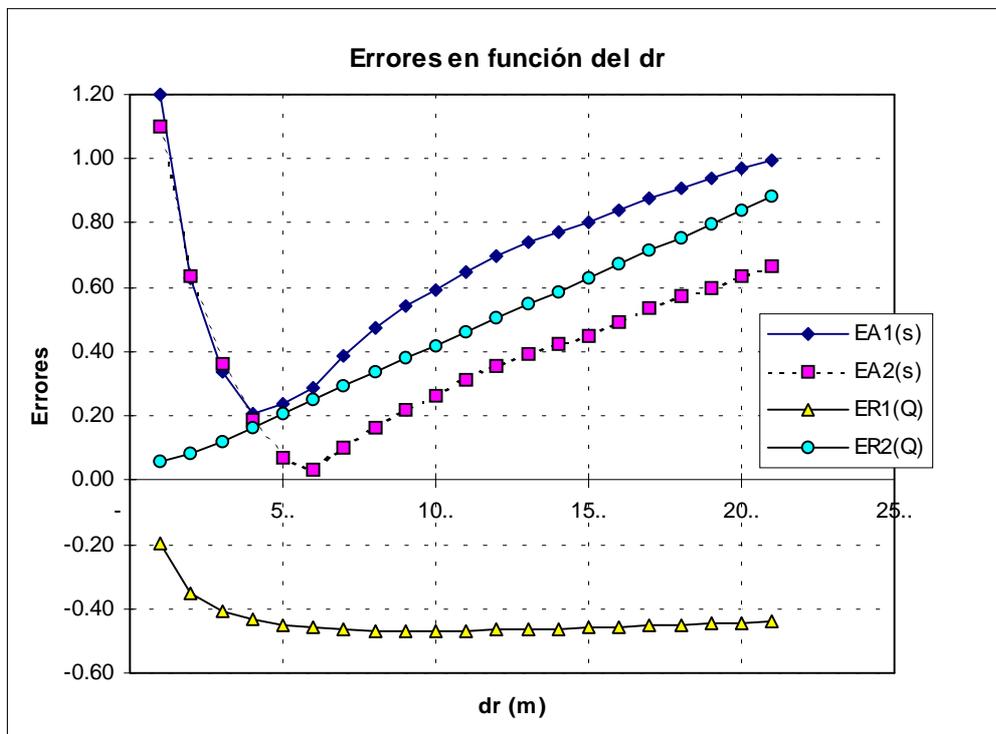
Este trabajo ha sido desarrollado en las dependencias del Centro de Investigaciones Hídricas del ISPJAE (Cuba) a cuyas autoridades se agradece la disponibilidad del lugar, y fue parcialmente financiado por la Secretaria de Ciencia y Tecnología de la Universidad Nacional de Rosario reconociendo su aporte.

## BIBLIOGRAFÍA

- Bakker M. (1999) Simulating groundwater flow in multi-aquifer systems with analytical and numerical Dupuit-models. *Journal of Hydrology*. 222. 55-64. Ed. Elsevier.
- De Wiest R.J.M. (1965) *Geohydrology*. Instituto Cubano del Libro. La Habana. Cuba. 366 p.
- Hemker C.J. (1984) Steady groundwater flow in leaky multiple-aquifer systems. *Journal of Hydrology*, 72. 355-374. Ed. Elsevier.
- Hemker C.J. (1985) Transient well flow in leaky multiple-aquifer systems. *Journal of Hydrology*, 81. 111-126. Ed. Elsevier.
- Hemker C.J., Maas C. Unsteady flow to wells in layered and fissured aquifer systems. *Journal of Hydrology*, 90. 231-249. Ed. Elsevier.
- Hemker C.J. (1999) Transient well flow in vertically heterogeneous aquifers. *Journal of Hydrology*. 225. 1-18. Ed. Elsevier.
- Kruseman G.P, De Ridder N.A. (1970) Analysis and evaluation of pumping test data. Bulletin 11. International Institute for Land Reclamation and Improvement, Wageningen, The Netherlands. 200 p.
- Mc Cracken D, Dorn W. (1967) *Métodos numéricos y programación FORTRAN*. Instituto cubano del libro. La Habana. Cuba. 476 p.
- Perez Franco D. (1994) EL abatimiento de un pozo de extracción y sus elementos componentes. XVI Congreso Latinoamericano de Hidráulica. Vol. 4. 83-92. Santiago. Chile.



**Figura 2. Análisis del tamaño de grilla en el acuífero "Dalem"**



**Figura 3. Análisis del tamaño de grilla en el acuífero "Dieterich"**