

MODELACIÓN DE PROCESOS DE EROSIÓN-SEDIMENTACIÓN EN RÍOS CON LECHOS DE SEDIMENTOS HETEROGÉNEOS

Dr. Ing. Pedro Abel Basile

Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas
Centro Universitario Rosario de Investigaciones Hidroambientales
FCEIA – Universidad Nacional de Rosario
tel/fax: 041-808541
e-mail: pbasile@fceia.unr.edu.ar

RESUMEN: En el presente trabajo se describe e implementa un modelo matemático morfológico para sedimentos heterogéneos apropiado para simular dinámicamente el flujo hídrico, el transporte, los procesos de erosión/sedimentación del fondo y los cambios de composición granulométrica de la capa activa. El transporte se asume como una función de parámetros locales (hidrodinámicos y morfo-sedimentológicos), razón por la cual es válido para intervalos espaciales de discretización mayores que la longitud de adaptación de las partículas más finas transportadas en suspensión. El modelo es aplicado para simular numéricamente los cambios morfológicos y sedimentológicos impermanentes generados por la propagación de ondas de crecidas. En particular, mediante las simulaciones numéricas efectuadas, se estudiaron los cambios de la composición granulométrica del fondo asociados a procesos de sedimentación.

INTRODUCCIÓN

Un gran número de modelos matemáticos morfológicos no tienen en cuenta la influencia de la no-uniformidad granulométrica del lecho en los procesos de erosión/sedimentación. En general, dichos modelos consideran un diámetro representativo (por ejemplo el d_{50}) de la distribución granulométrica de los sedimentos que constituyen el fondo. Diferentes diámetros representativos pueden ser introducidos como dato inicial, el cual se mantiene invariado en el tiempo en cada punto computacional del dominio modelado. Por lo tanto, los mismos no pueden simular cambios espacio-temporales de la composición granulométrica del fondo.

Tales modelos pueden ser aplicados en ríos con lechos de sedimentos cuasi-uniformes, es decir aquellos para los cuales el desvío estándar geométrico $\sigma_g < 1.4$, y además con la condición de que la composición granulométrica no cambie significativamente en el tiempo. Estas condiciones son bastante restrictivas y en muchos casos resulta imposible flexibilizarlas, sobre todo cuando tanto el sedimento del fondo como el sedimento en ingreso por los contornos del dominio modelado poseen granulometrías no-uniformes o heterogéneas y además diferentes composiciones entre cada uno de ellos.

A partir de la introducción del concepto de capa activa o de mezcla (Hirano, 1971) y en base a las sucesivas investigaciones relacionadas con el transporte de sedimentos con granulometrías extendidas, los modelos morfológicos para sedimentos uniformes han expandido sus potencialidades, permitiendo simular además los cambios espacio-temporales que experimenta la composición granulométrica de los sedimentos del lecho (Ribberink, 1987; Armanini y Di Silvio, 1988; Basile y Di Silvio, 1994).

En el presente trabajo se describe e implementa un modelo matemático morfológico para sedimentos heterogéneos apropiado para simular dinámicamente el flujo hídrico, el transporte, los procesos de erosión/sedimentación del fondo y los cambios de composición granulométrica de la capa activa. Mediante la aplicación del mismo se analizaron los cambios de la composición granulométrica del fondo y del transporte asociados a procesos de sedimentación durante la propagación de ondas de crecidas.

PROCESOS FÍSICOS Y ECUACIONES GOBERNANTES

Submodelo de procesos morfológicos y sedimentológicos

La clásica ecuación de continuidad para sedimentos de granulometría uniforme puede ser escrita como:

$$(1-p)B \frac{\partial z_b}{\partial t} = - \frac{\partial T}{\partial x} \quad (1)$$

donde z_b es la cota del fondo, p es la porosidad del sedimento, B es el ancho de la sección transversal, T es el transporte volumétrico (función de la hidrodinámica y de un diámetro representativo), x es la coordenada espacial y t es la coordenada temporal. Una generalización de la ecuación (1) para el caso de sedimentos heterogéneos puede ser realizada considerando la composición granulométrica del sedimento que constituye el fondo: $f_i^*(x,z,t)$ con $i=1,2,\dots,N$ donde f_i^* es la fracción asociada a la clase i -ésima y N es el número total de clases granulométricas, z es la coordenada vertical respecto a un plano de referencia (para $z=z_b$ se tiene la superficie del fondo). Asumiendo que todas las partículas tienen la misma densidad, la ecuación de continuidad para una fracción específica i puede ser expresado como:

$$(1-p)B \frac{\partial}{\partial t} \int_0^{z_b} f_i^* dz = - \frac{\partial T_i}{\partial x} \quad (2)$$

El límite de $f_i^*(x,z,t)$ con $i=1,2,\dots,N$ para z que tiende a z_b representa la composición granulométrica de las partículas expuestas en la superficie del fondo. Dicha composición no es un parámetro adecuado para describir la granulometría del sedimento disponible directamente para el transporte. En efecto, en presencia de formas de fondo, la propagación de las mismas definirán una profundidad a lo largo de la cual todos los sedimentos serán remezclados, inclusive en condiciones de cuasi-equilibrio. Por consiguiente, existirá una

capa activa o de mezcla cuya altura δ estará relacionada con la altura de las formas de fondo o con las partículas de mayor diámetro.

Con esta premisa se puede realizar la siguiente suposición:

$$f_i^*(x, z, t) = \begin{cases} f_i(x, t) & \text{si } z_b - \delta < z < z_b \\ f_{np\ i}(x, z) & \text{si } z < z_b - \delta \end{cases} \quad (3)$$

Esto implica que la capa activa, de espesor δ y composición f_i , constituye un estrato de sedimentos directamente disponibles para el transporte (ver Figura 1). En dicha capa los sedimentos pueden considerarse bien mezclados a través del proceso de transporte, de modo tal que se puede asumir una composición granulométrica media f_i , la cual no depende de z . Sin embargo, la capa activa evidencia una dependencia espacial en el sentido longitudinal y temporal ya que f_i sufre modificaciones durante el proceso de transporte.

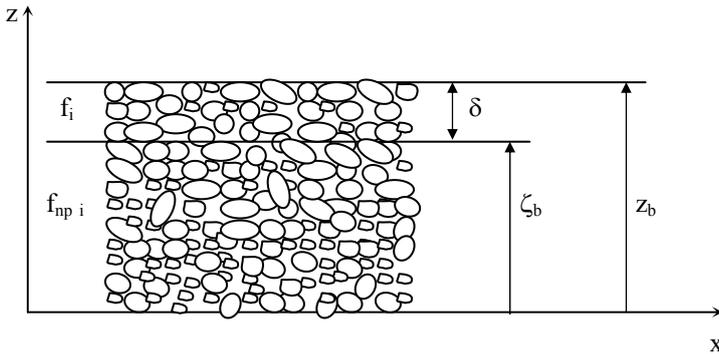


Figura 1: esquemización de la capa activa y del sedimento no perturbado.

Debajo de la capa activa se encuentra el sedimento no perturbado (substrato) con composición $f_{np\ i}$. Dicha composición puede variar arbitrariamente en x y z pero no puede cambiar directamente en el tiempo ya que en el substrato no se verifica transporte longitudinal. Existe sin embargo la posibilidad de intercambio de sedimentos entre la capa activa y el substrato a través de los procesos de erosión o sedimentación.

Sustituyendo (3) en (2) e integrando se obtiene:

$$(1-p)B \left[\frac{\partial(f_i \delta)}{\partial t} + f_i' \frac{\partial(z_b - \delta)}{\partial t} \right] = - \frac{\partial T_i}{\partial x} \quad (4)$$

donde f_i' es una composición de intercambio evaluada en la interfase entre la capa activa y el substrato. La composición f_i puede ser asociada con los procesos de erosión/sedimentación. En el caso de erosión el sedimento del substrato es incorporado a la capa activa. En el caso de sedimentación se puede asumir que el sedimento es transferido

directamente al substrato. Esto conduce a la siguiente relación para la composición de intercambio :

$$f'_i = \begin{cases} f_i & \text{si } \frac{\partial z_b}{\partial t} > 0 \text{ (se dim.)} \\ f_{np\ i} & \text{si } \frac{\partial z_b}{\partial t} < 0 \text{ (eros.)} \end{cases} \quad (5)$$

Los cambios temporales de la cota de fondo z_b se pueden obtener a partir de la ecuación (4) efectuando la sumatoria sobre el número total de clases granulométricas N . Recordando que:

$$\sum_{i=1}^N f'_i = \sum_{i=1}^N f_i = 1$$

y efectuando dicha sumatoria en la ecuación (4) se obtiene:

$$(1-p)B \frac{\partial z_b}{\partial t} = - \frac{\partial T}{\partial x} \quad (6)$$

donde T es el transporte volumétrico global expresado como:

$$T = \sum_{i=1}^N T_i \quad (7)$$

Por lo tanto con la ecuación (6) es posible determinar los cambios temporales de la cota del fondo z_b y con la ecuación (4) determinar los cambios temporales de la composición granulométrica de la capa activa f_i .

El espesor de la capa activa puede ser relacionado con la profundidad de la corriente hídrica h (Karim y Kennedy, 1981; Rahuel, 1989) mediante $\delta = \alpha h$ con $\alpha = 0.15$ o puede relacionarse con las partículas de mayor diámetro (Di Silvio, 1991) $\delta = 2 d_{90}$. Ribberink, 1987; la define como la mitad de la altura de duna. En este último caso sin embargo no existen actualmente predictores de altura de duna que contemplen explícitamente la influencia de sedimentos no uniformes. Experiencias de laboratorio en la formación de barras alternadas con sedimentos heterogéneos muestran una reducción de altura con respecto a experiencias similares efectuadas con sedimentos uniformes (S. Bruno, 1994).

En la ecuación (4) de balance en la capa activa y en la ecuación de la evolución de la cota de fondo (6) el transporte de sedimentos por fracciones T_i debe ser evaluado en función de los parámetros hidrodinámicos de la corriente hídrica y de las características morfológicas y sedimentológicas del río.

Submodelo de transporte en función de parámetros hidrodinámicos y morfo-sedimentológicos locales

La ecuación de Engelund y Hansen (1967) fue derivada mediante consideraciones teóricas y verificada con datos experimentales utilizando sedimentos uniformes con diámetros comprendidos entre 0.19 mm y 0.93 mm. Para sedimentos heterogéneos dicha ecuación ha sido adaptada para calcular el transporte por clases granulométricas realizando una corrección de la tensión de corte adimensional que exhibe cada partícula presente en el lecho (P. A. Basile, 1998). Introduciendo el transporte adimensional para la clase i-esima definido por G. Parker (1982), la ecuación corregida de Engelund y Hansen puede ser expresada como:

$$W_i^* = \alpha_{ch} \left(\frac{v}{u_*} \right)^2 \tau_{*i} \xi_{oi} \quad (8)$$

donde W_i^* es el transporte adimensional para la clase i-esima, el cual resulta independiente del diámetro y se obtiene dividiendo el transporte adimensional de Einstein (1950) por la potencia 3/2 de la tensión de corte adimensional correspondiente a cada partícula:

$$W_i^* = \frac{T_i [(s-1)g]}{B f_i u_*^3} \quad (9)$$

con T_i : transporte volumétrico correspondiente a la clase i-esima; $s=\rho_s/\rho$: gravedad específica del sedimento, siendo ρ_s la densidad del sedimento y ρ la densidad del agua; g : aceleración de la gravedad; f_i : fracción correspondiente a la clase i-esima presente en la capa activa y $u_*=(\tau_b/\rho)^{0.5}$ es la velocidad de corte, siendo τ_b la tensión de corte media sobre el fondo.

En la ecuación (8) el coeficiente α_{ch} adopta el valor de 0.05, pudiendo además ser objeto de calibración, v es la velocidad media de la corriente hídrica, τ_{*i} es la tensión de corte adimensional referida a la partícula de diámetro d_i :

$$\tau_{*i} = \frac{\tau_b}{g(\rho_s - \rho)d_i} \quad (10)$$

y ξ_{oi} es el coeficiente de protección-exposición correspondiente a la clase i-esima. En la presente formulación el mismo adopta la siguiente forma:

$$\xi_{oi} = \left(\frac{d_i}{d_m} \right)^b \quad (11)$$

donde b es el coeficiente de protección-exposición. Valores usuales de b pueden ser: 0.98 (Parker et al. 1982), 0.87 (Andrews, 1983), 0.94 (Diplas, 1986), 0.74 (Ashworth y Ferguson, 1989), 0.85 (Darby et al. 1996). Dicho coeficiente puede ser objeto de calibración. En los sedimentos heterogéneos las partículas finas se encuentran protegidas y las gruesas se encuentran más expuestas a la acción hidrodinámica de la corriente. Consecuentemente el coeficiente de protección-exposición producirá una disminución (aumento) de la tensión de corte adimensional para aquellas partículas que presentan diámetros menores (mayores) que un determinado diámetro de referencia. En la presente formulación el diámetro de referencia es igual a d_m , es decir, el diámetro medio aritmético de la distribución granulométrica del sedimento que constituye la capa activa, para el cual no es necesaria ninguna corrección:

$$d_m = \sum_{i=1}^N f_i d_i \quad (12)$$

con N número total de clases granulométricas adoptadas, el cual ha sido recientemente objeto de análisis, resultando ser función del desvío standard geométrico y de la asimetría de la distribución granulométrica de los sedimentos del lecho (P.A. Basile et al. 1998).

La corrección de la tensión de corte adimensional referida a una partícula de diámetro d_i es expresada en la ecuación (8) mediante el producto de las ecuaciones (10) y (11), es decir:

$$\tau_{*i}^{\text{corr.}} = \tau_{*i} \xi_{oi} = \frac{\tau_b}{g(\rho_s - \rho)d_i} \left(\frac{d_i}{d_m} \right)^b \quad (13)$$

el exponente b puede adoptar valores comprendidos entre 0 y 1. Con $b=0$ no se efectúa ninguna corrección, de todos modos es importante analizar las consecuencias que implica la adopción de $b=0$ como así también de $b=1$. Dichos valores establecen dos comportamientos extremos del transporte:

$$1) \ b=0 \rightarrow \xi_{oi} = 1 \rightarrow \tau_{*i}^{\text{corr.}} = \tau_{*i}$$

En este caso no existen efectos de protección-exposición, es decir no existe interacción entre partículas de diámetros diferentes, razón por la cual cada partícula conserva la movilidad intrínseca sugerida por su diámetro absoluto y el transporte es completamente selectivo. En esta situación se observa un fuerte desvío de la composición del transporte hacia partículas finas y un incremento del transporte global.

$$2) \ b=1 \rightarrow \xi_{oi} = \frac{d_i}{d_m} \rightarrow \tau_{*i}^{\text{corr.}} = \tau_{*m}$$

En este caso los efectos de protección-exposición son tan fuertes que anulan completamente la movilidad intrínseca sugerida por el diámetro absoluto de cada partícula, conduciendo a

la condición de igual movilidad. Con respecto a la situación analizada anteriormente, en este caso se observa que la composición del transporte es idéntica a la del fondo y que el transporte global es drásticamente reducido.

Submodelo hidrodinámico

A los submodelos anteriores se les debe asociar un submodelo hidrodinámico que brinde información sobre la evolución de los parámetros hidrodinámicos de la corriente hídrica. El submodelo hidrodinámico se basa en las ecuaciones de continuidad y cantidad de movimiento del flujo impermanente gradualmente variado:

Continuidad:

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \tag{14}$$

Cantidad de movimiento:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial(Q^2/A)}{\partial x} + g A \frac{\partial h}{\partial x} - g A S_b + g \frac{n^2 Q|Q|}{A^2 R^{4/3}} = 0 \tag{15}$$

con Q: caudal líquido, A: área mojada de la sección transversal, S_b: pendiente del fondo, R: radio hidráulico, n: coeficiente de rugosidad de Manning-Strickler. Este último es definido como: $n = \mu(d_{90})^{1/6}$, donde d₉₀ se expresa en m y $\mu = 0.038$ para la formulación de Strickler. El coeficiente μ puede ser objeto de calibración, mientras d₉₀ puede variar durante la evolución de la composición granulométrica de la capa activa, induciendo de este modo una variación espacio-temporal de n.

RESOLUCIÓN NUMÉRICA DEL CONJUNTO DE ECUACIONES GOBERNANTES

Las ecuaciones y variables dependientes se resumen en el Tabla siguiente:

Ecuaciones	Variables
Corriente hídrica (2) [Ec. (14) y (15)]	Q, h (2)
Cota de fondo (1) [Ec. (6)]	z _b (1)
Composición granulométrica (N) [Ec. (4)]	f _i (N)

Las ecuaciones correspondientes al submodelo hidrodinámico son resueltas mediante el esquema implícito de Preissmann utilizando la técnica del barrido doble. Las ecuaciones que describen la continuidad de la fase sólida se resuelven a través de un esquema de predicción-corrección. Para la predicción se utiliza un esquema FTBS (Forward Time Backward Space) mientras para la corrección se emplea el esquema de Preissmann (J.A. Cunge, 1980).

CONDICIONES INICIALES Y AL CONTORNO

Las condiciones iniciales están representadas por las características geométricas de las secciones transversales, la topografía, las características sedimentológicas del material del fondo (composición), los parámetros hidrodinámicos y las capacidades de transporte de sedimentos, a lo largo del río. Las condiciones al contorno son, considerando flujo subcrítico, la cota de fondo en el contorno entrante o el ingreso de sedimentos (en este caso la cota de fondo se deriva en función de los mismos), la relación altura-caudal (h, Q) o nivel-caudal (z_w, Q) en el contorno saliente y el caudal líquido $Q(t)$ en el contorno entrante.

APLICACIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO

El modelo matemático descrito precedentemente ha sido utilizado para simular numéricamente los cambios morfológicos y sedimentológicos impermanentes generados por la propagación de ondas de crecidas. En particular, mediante las simulaciones numéricas efectuadas, se estudiaron los cambios de la composición granulométrica del fondo asociados a procesos de sedimentación. En la Figura 2 se presentan los cuatro hidrogramas de entrada analizados. Se consideró un tramo esquemático de 10 Km de longitud y de sección rectangular con $B=30$ m. En la Figura 3 se presenta el perfil longitudinal del fondo. En la Figura 4 se muestra la correspondiente composición granulométrica inicial f_i con $i=1,2,3,4$. Los diámetros asociados son: $d_1=0.316$ mm, $d_2=3.16$ mm, $d_3=31.6$ mm $d_4=316$ mm. El paso de integración espacial fue de 250 m y el paso de integración temporal fue variable en función de las celeridades de la fase sólida. La altura de la capa activa se consideró variable temporal y espacialmente con $\delta=2d_{90}$. El coeficiente μ en la relación de Manning-Strickler fue constante e igual a 0.038, mientras n se consideró variable temporal y espacialmente en función de los cambios del d_{90} . Los coeficientes de la fórmula de transporte se adoptaron igual a $\alpha_{ch}=0.05$ y $b=0.8$, ambos constantes.

Análisis de resultados

En la Figura 5 se presenta el volumen total de sedimentos transportados a través de cada sección durante la propagación de los hidrogramas H1, H2, H3 y H4. Se observa que la evolución espacial de los volúmenes muestra un gradiente negativo, lo cual genera procesos de sedimentación, como se evidencia en la Figura 6 donde se grafica la diferencia entre la cota del fondo final y la inicial, para cada uno de los hidrogramas transitados. Las pequeñas diferencias de los procesos de sedimentación, correspondientes a los hidrogramas H1, H3 y H4 se deben a la combinación de caudal pico y volumen de escorrentía, los cuales determinan que el transporte generado por el tránsito de cada hidrograma sean similares. En

las Figuras 7, 8, 9 y 10 se expone la evolución espacial de la composición de la capa activa, como diferencia entre la composición final (una vez terminada la propagación) y la composición inicial, para cada hidrograma y cada clase granulométrica. Para cada uno de los hidrogramas se observa que, después que los mismos transitaron el tramo, la capa activa evidencia una disminución de las partículas correspondientes a la clase $i=1$ y un aumento de las restantes. Es decir, la tendencia es a constituir una composición relativamente más gruesa, si bien los cambios son relativamente modestos. La mayor diferencia se corresponde con el hidrograma H1, es decir con el de mayor caudal pico.

En la Figura 11 se presenta el hidrograma H1, la evolución temporal del transporte global T y del transporte de la clase $i=1$ ($d_1=0.316$ mm), en correspondencia con la sección $x=5$ Km. En la Figura 12 se presenta la correspondiente evolución temporal de la fracción de la clase $i=1$ en la capa activa, normalizada con la fracción inicial $f_1(t=0)$. Se observa que en el transcurso de la propagación dicha fracción muestra una variación de aproximadamente $\pm 15\%$. En particular, se nota un aumento de la misma durante la fase de crecimiento del hidrograma seguido de una disminución después que pasa el caudal pico. La máxima diferencia se alcanza antes del tránsito del caudal pico. En la Figura 13 se muestra la evolución temporal de la fracción de la clase $i=1$ presente en el transporte, normalizada con la fracción inicial $f_{T1}(t=0)$. La evolución es similar a la descrita precedentemente, sin embargo en este caso la variación respecto a la condición inicial es de $\pm 10\%$. Para los otros hidrogramas las evoluciones de la composición para la clase $i=1$ en la capa activa y en el transporte son análogos pero con porcentajes de variación más reducidos.

CONCLUSIONES

El modelo matemático morfológico para sedimentos heterogéneos es apropiado para simular dinámicamente el flujo hídrico, el transporte, los procesos de erosión/sedimentación del fondo y los cambios de la composición granulométrica de la capa activa. El transporte se calcula en función de parámetros hidrodinámicos y morfo-sedimentológicos locales y por lo tanto es válido para intervalos espaciales de discretización mayores que la longitud de adaptación de las partículas más finas transportadas eventualmente en suspensión.

Los cambios morfológicos y sedimentológicos inducidos por los hidrogramas propagados son relativamente modestos. Sin embargo se ha observado como funcionan los cambios, espaciales y temporales, de la composición granulométrica de la capa activa y del transporte, en un proceso general de sedimentación.

Para cada uno de los hidrogramas se observa que, después del tránsito de los mismos a lo largo del tramo de estudio, la capa activa evidencia, con respecto a la condición inicial, una disminución de las partículas más finas y un aumento de las de mayor diámetro. Es decir, muestra la tendencia a constituir una composición final ligeramente más gruesa. Dicha tendencia debe entenderse dentro del contexto de condiciones al contorno para la fase sólida utilizadas en las simulaciones, ya que un aumento sustancial de partículas finas en entrada hubiera revertido tal tendencia. En efecto, esto puede suceder durante eventos

extremos, cuando ingresan al río grandes cantidades de sedimentos de composición sustancialmente fina.

Dejando de lado la situación final, si se analiza la evolución temporal de la fracción f_1 presente en la capa activa se observa un aumento de la misma durante la fase de crecimiento del hidrograma (tendencia a composición más fina) seguido de una disminución después que transita el caudal pico (tendencia a composición más gruesa). Tal comportamiento es análogo para la fracción f_{T1} presente en el transporte.

BIBLIOGRAFIA

Armanini, A. y Di Silvio, G. (1988). *A one-dimensional Model for the Transport of Sediment Mixture in Non-equilibrium Condition.* Journ. Hydr. Research, IAHR, Vol. 26, N. 3, pp. 275-292.

Basile, P.A. y Di Silvio, G. (1994). *Interception and Rrelease of Sediments by Permeable Check-dams.* Proc. IAHR Workshop on Flood and Inundations Related to Large Earth Movements, Section C, pp.C3.1-C3.17, Trento, Italia.

Basile, P. A. (1994) *Modellazione dei meccanismi di intercettazione e rilascio di sedimenti da parte delle briglie permeabili.* Ph.D. Thesis, Università Degli Studi di Padova, Italia.

Basile, P. A.; Peviani, M. y Di Silvio G. (1995) *Sensitivity analysis of boundary conditions.* Proc. II Workshop FRIMAR, Ch. 9. Norwich, Inglaterra.

Basile, P. A. (1997) *Un modelo matemático morfológico unidimensional para ríos aluviales.* Revista de Estudios Sobre Cuestión Hidroambiental. Eds. CURIHAM-UNR, PHI, UNESCO. Vol. 3, N. 4, pp. 1-13.

Basile, P. A. y Peviani, M. (1998) *Transporte de sedimentos incoherentes heterogéneos y número de clases necesario para su cálculo.* Revista de Estudios Sobre Cuestión Hidroambiental. Eds. CURIHAM-UNR, PHI, UNESCO. Vol. 4, N. 1, pp. 83-96.

Basile, P. A. (1998) *Evaluación de ecuaciones de transporte adaptadas para sedimentos heterogéneos.* Revista de Estudios Sobre Cuestión Hidroambiental. Eds. CURIHAM-UNR, PHI, UNESCO. Vol. 4, N. 2, pp. 74-89.

Basile, P. A. y Riccardi, G.A. (1998) *Desarrollo y aplicación de un modelo morfológico cuasi-2D para simular numéricamente los procesos dinámicos de erosión y sedimentación en ríos aluviales.* Proc. XVII Congreso Nacional del Agua y II Simposio de Recursos Hídricos del Cono Sur. Tomo III, pp. 472-482.

Bruno, S. (1994). *Su alcuni problemi di instabilita in idraulica ambientale.* Ph.D. Thesis, Università Degli Studi di Padova, Italia.

Cunge, J.A.; Holly, F.M. y Verwey, A. (1980). *Practical Aspects of Computational River Hydraulics.* Pitman Publishing Limited, Londres.

Darby, S.E. y Thorne, C.R. (1996). *Numerical simulation of widening and bed deformation of straight sand-bed rivers I: Model development.* Journ. Hydr. Engrg., ASCE, Vol. 122, N. 4, pp.184-193.

Di Silvio, G. y Peviani, M. A. (1991). *Transport of a mixture of sand and gravel in suspension and as bed load: experiments and mathematical models.* Proc. International Symposium on the transport of suspended sediment and its mathematical modelling. Florencia. Italia.

Einstein, H.A. (1950) *The bed-load function for sediment transportation in open channel flows.* Technical Bulletin 1026, U.S.D.A. Soil Conservation Service.

Engelund, F. y Hansen A. (1967) *A monograph on sediment transport in alluvial streams.* Tech. Univ. Of Denmark.

Parker, G., Klingeman, P. y McLean, D. (1982) *Bed load and size distribution in paved gravel-bed streams.* Journal of the Hydraulic Division, ASCE. Vol. 108, N. HY4.

Ribberink, J. S. (1987). *Mathematical modelling of one-dimensional morphological changes in rivers with non-uniform sediment.* Communications on Hydr. and Geotechnical Engrg. R. 87-2, T.U. Delft, The Netherlands.

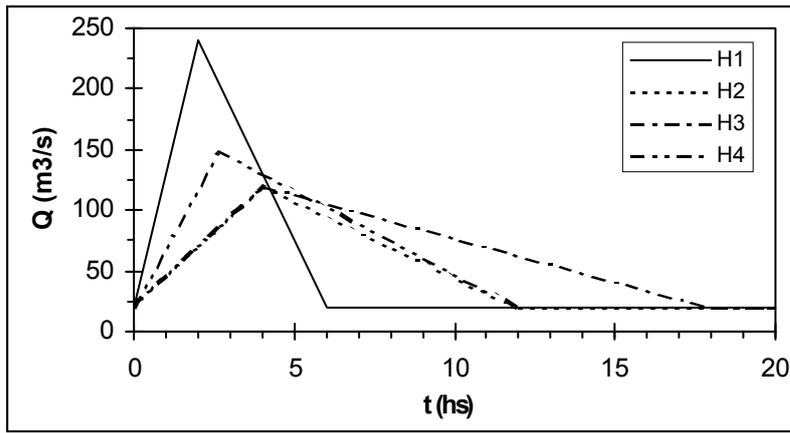


Figura 2: hidrogramas de entrada.

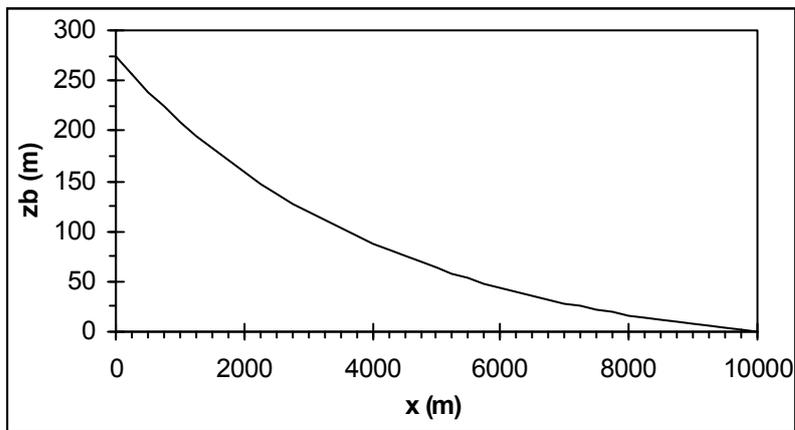


Figura 3: perfil longitudinal del fondo.

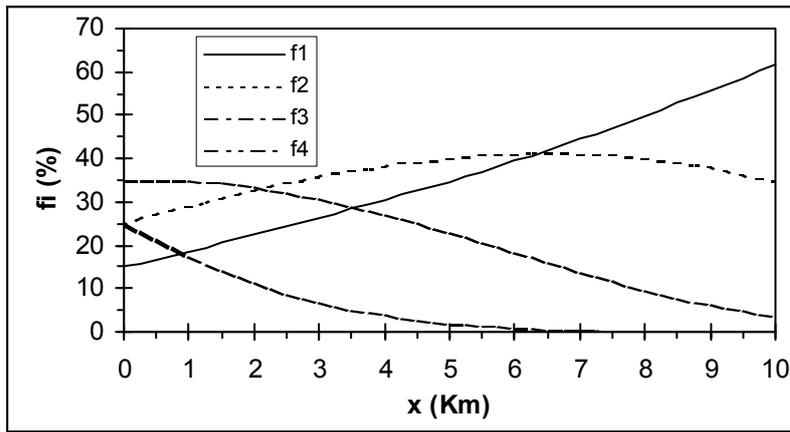


Figura 4: composición granulométrica inicial del fondo.

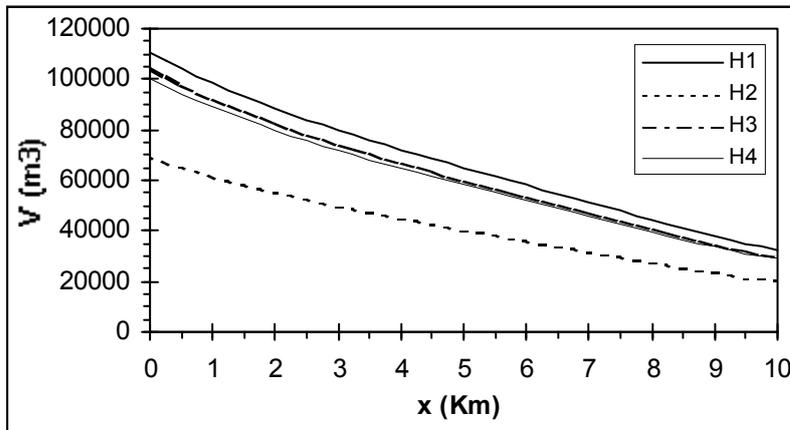


Figura 5: volumen total de sedimentos transportados a lo largo del tramo para cada hidrograma propagado.

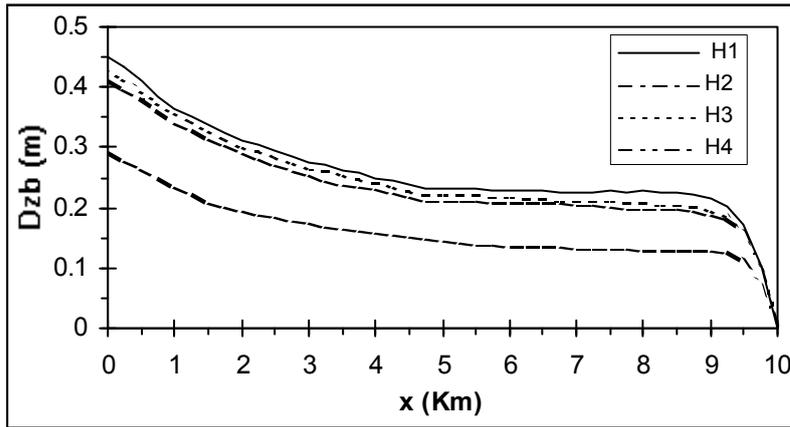


Figura 6: evolución espacial de la diferencia entre la cota de fondo final e inicial para cada hidrograma propagado.

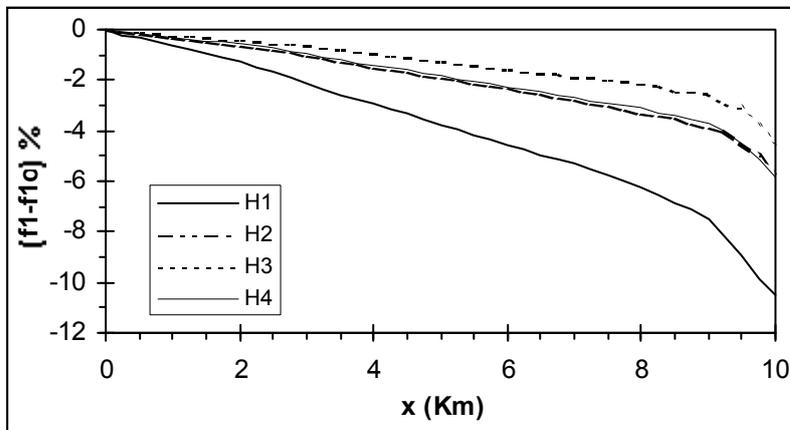


Figura 7: evolución espacial de la diferencia entre la fracción f_1 (en la capa activa) final e inicial, para cada hidrograma propagado.

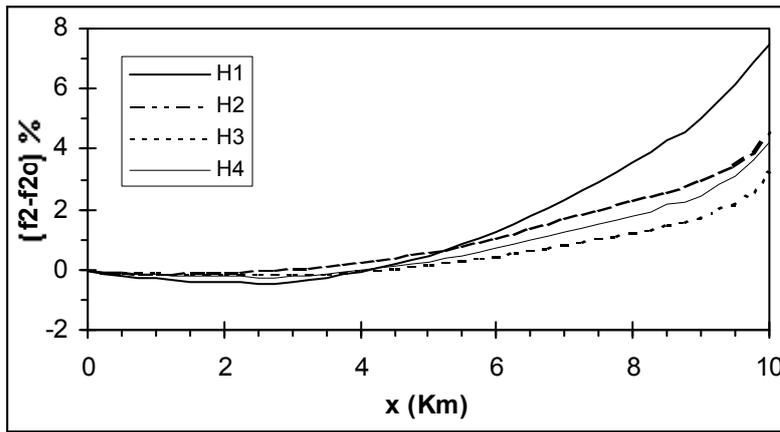


Figura 8: evolución espacial de la diferencia entre la fracción f_2 (en la capa activa) final e inicial, para cada hidrograma propagado.

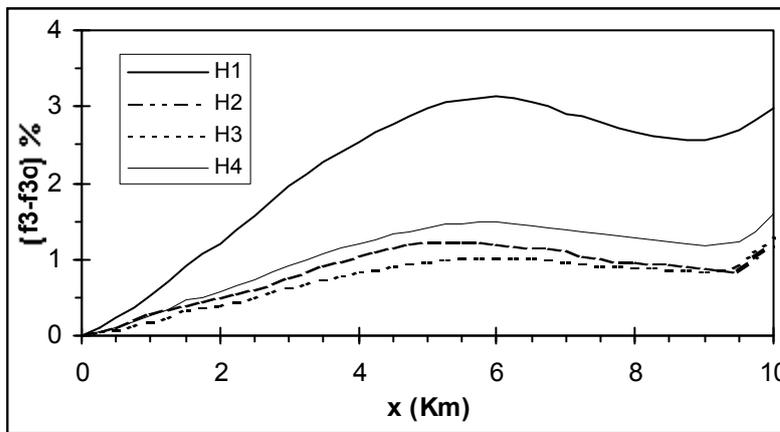


Figura 9: evolución espacial de la diferencia entre la fracción f_3 (en la capa activa) final e inicial, para cada hidrograma propagado.

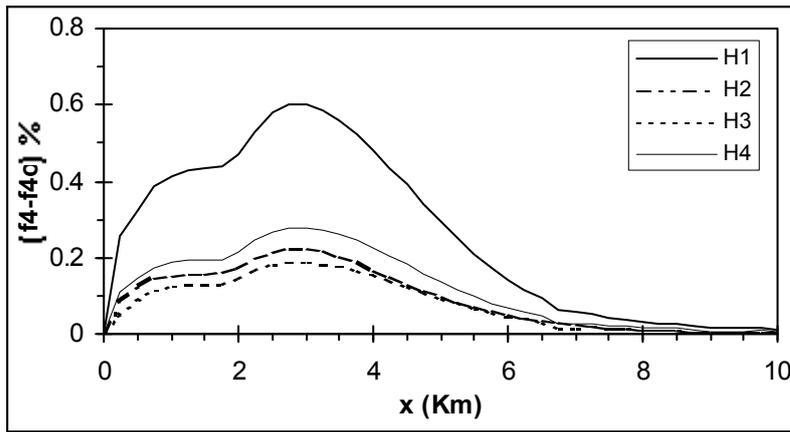


Figura 10: evolución espacial de la diferencia entre la fracción f_4 (en la capa activa) final e inicial, para cada hidrograma propagado.

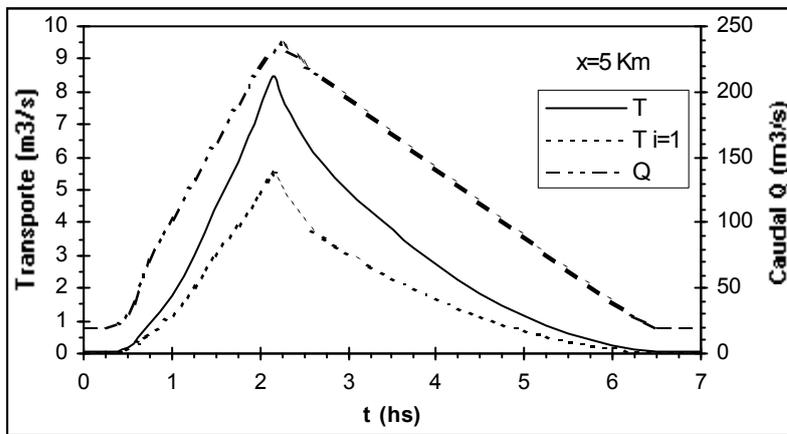


Figura 11: hidrograma H1, evolución temporal del transporte de la clase $i=1$ y del transporte global en correspondencia de la progresiva $x=5$ Km.

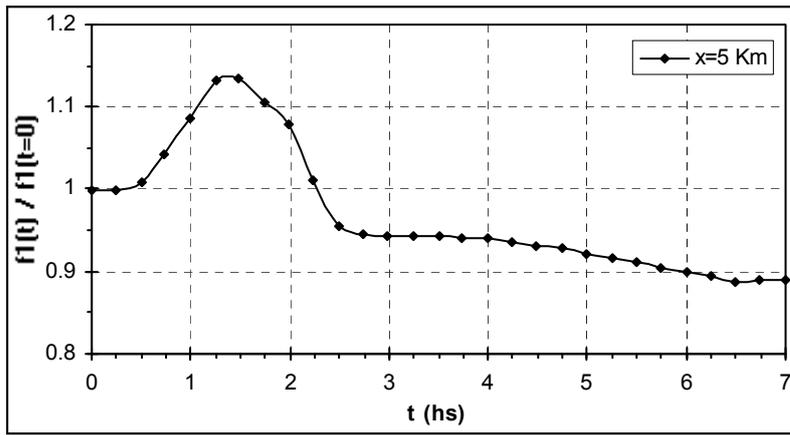


Figura 12: evolución temporal de la fracción f_1 presente en la capa activa normalizada con la correspondiente fracción inicial, en correspondencia de la progresiva $x=5$ Km. Hidrograma H1.

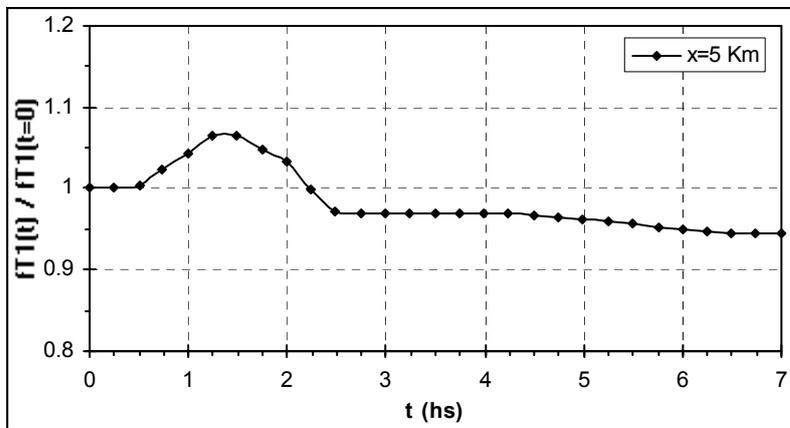


Figura 12: evolución temporal de la fracción f_{T1} presente en el transporte normalizada con la correspondiente fracción inicial, en correspondencia de la progresiva $x=5$ Km. Hidrograma H1.