

TRANSPORTE DE SEDIMENTOS INCOHERENTES HETEROGÉNEOS Y NÚMERO DE CLASES GRANULOMÉTRICAS NECESARIAS PARA SU CÁLCULO

Pedro A. Basile⁽¹⁾ y Máximo A. Peviani⁽²⁾

⁽¹⁾CURIHAM-FCEIA-UNR, Riobamba 245bis. 2000 Rosario. Argentina.

e-mail: pbasile@fceia.unr.edu.ar

⁽²⁾ISMES S.p.A – STA, Via Pastrengo, 9. 24068 Seriate. Italia.

e-mail: mpeviani@ismes.it

RESUMEN: El presente trabajo concierne la determinación del número de clases granulométricas que debe ser utilizado en el cálculo del transporte sólido en lechos fluviales caracterizados por sedimentos incoherentes fuertemente heterogéneos. Dicha determinación reviste particular importancia en la economía de tiempo computacional, cuando se realizan simulaciones numéricas mediante modelos matemáticos morfológicos que plantean continuidad sólida por fracciones. En el caso de distribuciones granulométricas log-normales, el aumento del momento de segundo orden es suficiente para explicar el correspondiente aumento del número de clases necesario para acotar el error en el transporte (Ni Ni Thein, 1989). Sin embargo, las distribuciones granulométricas fuertemente extendidas, típicas de ríos en áreas de montaña, se apartan considerablemente de las distribuciones log-normales. En estos casos, el momento de segundo orden es inadecuado e insuficiente por si solo para explicar el aumento o disminución del número de clases. En efecto, un aumento del mismo no implica un aumento del número de clases, debiéndose considerar además el valor que asume el momento de tercer orden (asimetría) de la distribución granulométrica.

INTRODUCCIÓN

En los cursos de agua naturales, caracterizados por lechos de sedimentos incoherentes fuertemente no-uniformes, el cálculo del transporte sólido se efectúa básicamente dividiendo la distribución granulométrica en un determinado número de intervalos de clase o fracciones y considerando oportunamente los correspondientes efectos de protección y exposición. Las ecuaciones desarrolladas para sedimentos uniformes y cuasi-uniformes, aplicadas en los casos de sedimentos fuertemente no-uniformes, mediante la utilización de un diámetro representativo (por ejemplo el d_{50}), no han conducido a resultados satisfactorios, en particular para condiciones hidrodinámicas no muy distantes de las críticas para el inicio de movimiento de las partículas que constituyen el fondo (P.A. Basile, 1990). Un abordaje de éste tipo no podría, de todos modos, contemplar la modelación de los complejos procesos de selección granulométrica longitudinal y de acorazamiento dinámico inducidos por las variaciones espacio-temporales de los parámetros hidrodinámicos (G.Parker et al, 1982). Por lo tanto, la evaluación del transporte de sedimentos incoherentes heterogéneos ha sido orientada hacia el cálculo del transporte por fracciones granulométricas (H.A.Einstein, 1950; F.B.Toffaletti, 1969). Einstein (1950) fue el primero que elaboró una formulación en este sentido, introduciendo dos parámetros típicos de éste tipo de cálculo: la fracción relativa a la clase i -ésima del material presente en el fondo f_i , y un coeficiente de interacción entre partículas de diámetros diferentes ξ_i denominado coeficiente de protección-exposición.

Como consecuencia de lo expresado anteriormente cualquier fórmula de transporte puede ser oportunamente adaptada para el cálculo por fracciones incorporando dichos parámetros (W.R.White y T.J.Day, 1982; G.Di Silvio y S.Brunelli, 1989). Resta sin embargo el problema

de definir el número óptimo de intervalos de clase en los cuales dividir la curva granulométrica característica del material presente en el fondo. El problema, formal desde el punto de vista rigurosamente estadístico, es muy importante en la modelación matemática morfológica de cauces aluviales caracterizados por una acentuada no-uniformidad granulométrica. En este caso se debe adoptar un número de clases tal que permita, por un lado acotar el error en el transporte (debido a una discretización de la distribución granulométrica en un número de clases menor que el original o dato) y además que dicho número no conduzca a un aumento excesivo del tiempo global de la simulación numérica.

Un análisis en este sentido fue efectuado por Ni Ni Thein (1989). Las conclusiones del estudio llevado a cabo son válidas para régimen uniforme de la corriente hídrica, tensión de corte ligeramente superior a la crítica para el movimiento incipiente de los sedimentos y distribuciones granulométricas log-normales. Ni Ni Thein observó que el número de clases necesario para acotar el error en el transporte disminuye a medida que la tensión de corte aplicada aumenta respecto a la crítica. Además, determinó que el mismo aumenta con el aumento del desvío standard de la distribución. El primer comportamiento surge como consecuencia del análisis de las ecuaciones de transporte de fondo con umbral crítico cuando se consideran elevados valores de la tensión de corte aplicada, en este caso el transporte es independiente del diámetro (P.A: Basile; 1990, 1994). La segunda conclusión está relacionada con la adopción de distribuciones granulométricas log-normales de los sedimentos del fondo, como se demostrará en el presente trabajo.

En los cursos de agua de montaña el fondo presenta una vasta gama de diámetros, las correspondientes distribuciones granulométricas son fuertemente extendidas y completamente diferentes de las distribuciones log-normales típicas de ríos aluviales con fondos arenosos heterogéneos. En efecto, las distribuciones granulométricas de los sedimentos que constituyen el fondo de ríos de montaña presentan una marcada asimetría negativa y son además frecuentemente caracterizadas por una acentuada bimodalidad, es decir una ausencia casi absoluta de diámetros comprendidos entre 1 mm y 10 mm (G.Parker, 1991).

En el presente trabajo han sido analizadas distribuciones granulométricas típicas de cauces aluviales con fondos arenosos, es decir con desvíos standard moderados y asimetrías prácticamente despreciables y además distribuciones típicas de ríos de montaña, dotadas de fuertes asimetrías negativas y elevados desvíos standard. Además, en este último caso han sido analizadas distribuciones bimodales. En el análisis han sido utilizadas las ecuaciones de transporte sin umbral crítico de G. Di Silvio (1983) y de Engelund & Hansen (1967), además se utilizó la ecuación de Meyer Peter y Müller (MPM) modificada por S.Yalin, 1977.

ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA DE LAS DISTRIBUCIONES GRANULOMÉTRICAS

La representación aritmética lineal en términos de diámetros resulta inadecuada para describir las características estadísticas de las distribuciones granulométricas. Por este motivo es útil recurrir a una escala apropiada en función del logaritmo de los diámetros. La escala sedimentológica ϕ es definida como:

$$\phi = -\log_2(d) \quad (1)$$

donde d es el diámetro expresado en mm.

Consideremos una distribución granulométrica genérica cuya función de probabilidad acumulada de los diámetros $F(\phi)$ puede ser escrita matemáticamente mediante la siguiente expresión:

$$dF = f(\phi) d\phi \quad (2)$$

donde $f(\phi)$ es la función de densidad de probabilidad.

Los parámetros estadísticos característicos de las distribuciones granulométricas son definidos en la escala ϕ de la siguiente manera:

- media:
$$\phi_m = \int_{-\infty}^{\infty} \phi f(\phi) d\phi \quad (3)$$

- varianza:
$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (\phi - \phi_m)^2 f(\phi) d\phi \quad (4)$$

- asimetría:
$$\mu = \int_{-\infty}^{\infty} (\phi - \phi_m)^3 f(\phi) d\phi \quad (5)$$

En los ríos de montaña las distribuciones granulométricas de los sedimentos del fondo son caracterizadas por asimetrías negativas ($\mu < 0$), esto implica una distribución asimétrica a la derecha respecto a la distribución normal caracterizada por asimetría nula ($\mu = 0$).

Es necesario notar que por definición:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(\phi) d\phi = 1 \quad (6)$$

La medida adimensional de la asimetría de una distribución puede ser expresada mediante la relación entre el cuadrado de la asimetría y la potencia cúbica de la varianza (potencia sexta del desvío standard):

$$\beta = \frac{\mu^2}{\sigma^6} \quad (7)$$

El respectivo diámetro medio geométrico d_g y el correspondiente desvío standard geométrico σ_g pueden ser obtenidos a través de las ecuaciones (1), (3) y (4) como:

$$d_g = 2^{-\phi_m} \quad (8)$$

$$\sigma_g = 2^{\sigma} \quad (9)$$

para una distribución normal resulta $\sigma = 0$ y por lo tanto $\sigma_g = 1$.

El diámetro medio aritmético en función de los diámetros en escala ϕ puede ser expresado como:

$$d_m = \int_{-\infty}^{\infty} 2^{-\phi} f(2^{-\phi}) d2^{-\phi} \quad (10)$$

El diámetro para el cual un porcentaje x del material es más fino (con x igual al 50, 90, etc.) es obtenido a través de la siguiente expresión:

$$d_x = 2^{-\phi_x} \quad (11)$$

El d_{90} por ejemplo es generalmente utilizado para evaluar la rugosidad de grano y para calcular la altura de la capa activa o de mezcla (mixing layer) en el caso fondo plano.

DISTRIBUCIONES GRANULOMÉTRICAS ANALIZADAS

En el presente estudio han sido utilizadas 13 distribuciones granulométricas, de las cuales 4 (S1, S2, S3 y S4) correspondientes a ríos con lechos aluviales arenosos, caracterizadas por desvíos standard moderados y asimetrías despreciables. Las 9 distribuciones restantes corresponden a ríos de montaña y son caracterizadas por fuertes asimetrías negativas y elevados desvíos standars. En este último caso, 5 de ellas son unimodales (G1, G2, G3, G4 y G5) y 4 bimodales (B1, B2, B3 y B4). En la Figura 1 se presentan las diferentes distribuciones granulométricas.

En la Tabla 1 se presenta un resumen de las características sedimentológicas y los parámetros estadísticos de los sedimentos empleados. Para las distribuciones correspondientes a los ríos de lechos arenosos el diámetro medio geométrico varía entre: $0.24 \text{ mm} < d_g < 0.52 \text{ mm}$, mientras el desvío standard geométrico varía entre: $1.8 < \sigma_g < 2.2$. Las primeras dos distribuciones (S1 y S2) son simétricas, para ambas la asimetría adimensional β es nula. Las distribuciones S3 y S4 son ligeramente asimétricas y presentan el mismo valor $\beta=0.02$, sin embargo la S3 posee asimetría positiva ($\mu>0$) mientras la S4 presenta asimetría negativa ($\mu<0$).

Con respecto a las distribuciones unimodales correspondientes a los ríos de montaña, el diámetro medio geométrico varía entre: $10 \text{ mm} < d_g < 78 \text{ mm}$, mientras el desvío standard geométrico varía entre: $5 < \sigma_g < 7$ y la asimetría adimensional varía entre: $0.5 < \beta < 1.7$. Para las distribuciones bimodales se consideró una ausencia casi absoluta de diámetros comprendidos entre 1 mm y 10 mm. Cabe señalar que todas estas últimas distribuciones, típicas de ríos de montaña, poseen una elevada asimetría negativa, como lo confirman las numerosas investigaciones de campo realizadas (W.R.White y T.J.Day, 1982; Shaw and Kellerhals, 1982).

ECUACIONES DE TRANSPORTE IMPLEMENTADAS

En el análisis han sido implementadas las ecuaciones de transporte sin umbral crítico de G. Di Silvio (1983) y de F. Engelund & A. Hansen (1967), adaptadas para el cálculo del transporte sólido por clases granulométricas mediante un coeficiente de protección-exposición general que modifica el transporte de cada una de las clases. Además se utilizó la ecuación de Meyer Peter y Müller (MPM) obtenida por S.Yalin, 1977; asociada a un coeficiente de protección-exposición que modifica la tensión de corte adimensional crítica de cada clase (Ashida y Michiue, 1971).

El transporte volumétrico para la clase i -ésima T_i puede ser expresado mediante la ecuación de G. Di Silvio (1983) como:

$$T_i = \alpha f_i \frac{Q^m S^n}{B^p d_i^q} \xi_{oi} \quad (12)$$

donde Q es el caudal líquido, S es la pendiente del fondo, B es el ancho de la sección, d_i y f_i son respectivamente el diámetro y la fracción correspondientes a la clase i -ésima. Los coeficientes asumen los siguientes valores $\alpha=0.08$, $m=1.8$, $n=2.1$, $p=0.8$, $q=1.2$. El coeficiente de protección-exposición es expresado como:

$$\xi_{oi} = \left(\frac{d_i}{d_m} \right)^b \quad (13)$$

donde d_m es el diámetro medio aritmético y el exponente $b=0.8$. La ecuación (12) ha sido aplicada en ríos de montaña en numerosos estudios (G.Di Silvio y M.A.Peviani, 1991)

La ecuación de Engelund y Hansen (1967), adaptada para el cálculo del transporte por fracciones, puede ser escrita como:

$$\frac{T_i}{B\sqrt{(s-1)gd_i^3}} = 0.05 f_i \left(\frac{v}{u_*} \right)^2 \tau_{*i}^{5/2} \xi_{oi} \quad (14)$$

donde s es la gravedad específica del sedimento, g es la aceleración de la gravedad, v es la velocidad media de la corriente hídrica, u_* es la velocidad de corte y τ_{*i} es la tensión de corte adimensional referida a la clase i -ésima.

El exponente b en la expresión (13) adopta valores comprendidos entre 0 y 1. Estos valores establecen dos comportamientos extremos del transporte. Para $b=0$ el transporte dado por la (14) será completamente selectivo (no existen efectos de interacción entre partículas, es decir cada una conserva la movilidad intrínseca sugerida por su diámetro). Para $b=1$ los efectos de protección y exposición son tan fuertes que conducen a la condición de igual movilidad para todas las partículas presentes en el sedimento del fondo. El valor de b adoptado en la implementación de la ecuación (14) fue igual al utilizado en la ecuación (12), es decir $b=0.8$.

La ecuación de MPM, oportunamente modificada, puede ser escrita como:

$$\frac{T_i}{B\sqrt{(s-1)gd_i^3}} = 8f_i \left(\tau_{*i} - \xi_{ci} \tau_{*ci} \right)^{3/2} \quad (15)$$

donde τ_{*i} es la tensión de corte adimensional aplicada y τ_{*ci} es la tensión de corte adimensional crítica (condición de Shields), ambas referidas a la clase i -ésima. El coeficiente de protección-exposición ξ_{ci} adopta la siguiente forma:

$$\xi_{ci} = \begin{cases} 0.85(d_m/d_i) & \text{si } (d_i/d_m) < 0.4 \\ \left[\frac{\log 19}{\log 19(d_i/d_m)} \right]^2 & \text{si } (d_i/d_m) \geq 0.4 \end{cases} \quad (16)$$

El transporte sólido global se determina mediante la sumatoria sobre el número total de clases granulométricas:

$$T = \sum_{i=1}^N T_i \quad (17)$$

La composición granulométrica del transporte se determina fácilmente en función de la relación entre el transporte de cada clase y el transporte global $f_{ii}=T_i/T$.

PROCEDIMIENTO DE CÁLCULO Y DETERMINACIÓN DEL ERROR EN EL TRANSPORTE

A los efectos de sistematizar el procedimiento de cálculo se desarrolló el programa computacional STATRA, el cual efectúa básicamente el cálculo de los parámetros estadísticos y del transporte por fracciones partiendo de una determinada distribución granulométrica. Esta última es discretizada en un número finito de clases granulométricas. Cada clase es representada por su respectivo diámetro medio en la escala ϕ , ϕ_i y por la correspondiente fracción β_i . Los parámetros estadísticos, descriptos en el punto 2, son calculados en forma discreta para un número de clases granulométricas N variable entre 2 y 100 ($2 < N \leq 100$). Asimismo se calcula contemporáneamente el transporte sólido para cada clase T_i y el correspondiente transporte global $T = \sum T_i$. Los valores de los parámetros estadísticos y del transporte sólido, calculados para un número arbitrario $N=100$, se consideran valores asintóticos a los verdaderos, es decir, aquellos que se obtendrían para $N \rightarrow \infty$.

En función de las ecuaciones descriptas en el punto 3, la relación entre el transporte global calculado para un número genérico de clases N y el calculado para un número de clases $N=100$ puede ser expresada como:

- Di Silvio:
$$\frac{T(N)}{T(100)} = \left[\frac{d_m(100)}{d_m(N)} \right]^b \frac{\sum_{i=1}^N f_i d_i^{b-q}}{\sum_{i=1}^{100} f_i d_i^{b-q}}, \quad N = 2, 3, \dots, 100 \quad (13)$$

donde $T(100)$ e $d_m(100)$ son respectivamente el transporte sólido global y el diámetro medio aritmético calculados mediante una discretización de la curva granulométrica en 100 clases.

- Engelund y Hansen:
$$\frac{T(N)}{T(100)} = \left[\frac{d_m(100)}{d_m(N)} \right]^b \frac{\sum_{i=1}^N f_i d_i^{b-1}}{\sum_{i=1}^{100} f_i d_i^{b-1}}, \quad N = 2, 3, \dots, 100 \quad (18)$$

- MPM:
$$\frac{T(N)}{T(100)} = \frac{\sum_{i=1}^N d_i^{3/2} f_i [\tau_{*i} - \tau_{*ci} \xi_{ci}(N)]^{3/2}}{\sum_{i=1}^{100} d_i^{3/2} f_i [\tau_{*i} - \tau_{*ci} \xi_{ci}(100)]^{3/2}}, \quad N = 2, 3, \dots, 100 \quad (19)$$

El error en el cálculo del transporte considerando un número genérico de clases N puede ser expresado como:

$$E_T(N) = \frac{|T(100) - T(N)|}{T(100)} \quad (20)$$

PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

En la Figura 2 (a, b y c) se presenta, para la ecuación de G. Di Silvio (1983), el error en el cálculo del transporte sólido en función del número de clases granulométricas adoptadas. Como tendencia general se observa que el error disminuye, a medida que aumenta el número de clases, siguiendo aproximadamente una ley exponencial rápidamente decreciente. En todos los casos se observa que para $N=20$ el error es prácticamente despreciable. Para realizar un análisis comparativo resulta útil fijar un error admisible, igual por ejemplo al 5%, y ver como varía el número de clases para las distintas distribuciones utilizadas. En el caso de las distribuciones típicas de lechos arenosos (Figura 2a) el número de clases necesario para acotar el error en dicho valor es $N=3$. Si consideramos las distribuciones granulométricas extendidas unimodales (Figura 2b) el número de clases necesario varía entre $N=5$ (distribución G5) y $N=9$ (distribución G1). En estos casos se observa claramente como, no obstante el desvío standard geométrico permanezca constante, el número de clases necesario se incrementa con el aumento de la asimetría de la distribución. En efecto, estas dos distribuciones presentan el mismo valor del desvío standard geométrico $\sigma_g=5$, pero la asimetría adimensional es igual a 0.5 para la distribución G5 e igual a 1.7 para la distribución G1. Además, si la asimetría disminuye el número de clases disminuye no obstante el desvío standard geométrico aumente (distribuciones G1, G2 y G3) y si la simetría permanece constante y disminuye el desvío standard geométrico, el número de clases disminuye (distribuciones G3, G4 y G5). Para las distribuciones granulométricas extendidas bimodales, considerando un error igual al 5%, el número de clases necesario es $N=5$ (distribución B1) y $N=6$ para las restantes.

En la Figura 3 (a, b y c) se presenta, para la ecuación de F. Engelund y A. Hansen (1967), el error en el cálculo del transporte sólido en función del número de clases granulométricas adoptadas. Los resultados obtenidos son similares a los recabados mediante la aplicación de la ecuación de G. Di Silvio (1983).

En las Figuras 4, 5, 6, 7, 8 y 9 se presentan los resultados obtenidos a través de la aplicación de la ecuación de MPM para las distribuciones S3, G1, G2, G3, G5 y B3 respectivamente. En cada Figura se expone el error en el cálculo del transporte sólido en función del número de clases granulométricas adoptadas, para distintos valores de la tensión de corte adimensional referida al diámetro medio aritmético. Se observa que, para un error determinado, el número de clases necesario disminuye a medida que aumenta la tensión de corte adimensional aplicada. Análogamente se puede decir que, para un número de clases determinado, el error en el transporte disminuye cuando uno se aleja de la condición de movimiento incipiente. Para realizar una comparación entre las distintas distribuciones consideramos la condición más desfavorable, es decir la referida a $\tau_{*m}=0.07$ (ligeramente superior a la tensión de corte adimensional crítica) y acotamos el error en un valor igual al 5%. En el caso de la distribución S3 el número de clases necesario es $N=5$ (un resultado similar se obtiene para las demás distribuciones de arenas). En el caso de la distribución G5 el número de clases necesario es $N=7$ mientras que para la distribución G1 el mismo es $N=14$. También en esta situación se observa que la asimetría de la distribución juega un rol fundamental en la determinación del número de clases. En efecto, comparando las distribuciones G1, G2 y G3 se observa que respectivamente el desvío standard geométrico aumenta y la asimetría adimensional disminuye, favoreciendo la utilización de un número menor de clases granulométricas. Con respecto a las distribuciones granulométricas extendidas bimodales, el

número de clases debe ser igual a $N=9$ para todas las distribuciones, excepto la B1, para la cual se requieren solo 5 clases granulométricas.

CONCLUSIONES

Las distribuciones granulométricas fuertemente extendidas, típicas de ríos de montaña, se apartan considerablemente de las distribuciones log-normales características de ríos aluviales con fondos arenosos heterogéneos. En el primer caso, el valor del desvío standard resulta inadecuado e insuficiente por si solo para determinar el número de clases necesario que limite el error en el cálculo del transporte. En efecto, un aumento del mismo no implica un aumento del número de clases, debiéndose considerar además el valor que asume la asimetría de la distribución granulométrica. Si la asimetría disminuye, el número de clases también disminuye no obstante el desvío standard aumente.

Los modelos matemáticos morfológicos plantean la continuidad sólida por clases granulométricas, en los mismos, determinar el número de clases necesario para calcular el transporte implica llegar a un compromiso entre tiempos de las simulaciones y errores. La adopción de un número reducido de clases es beneficioso porque disminuye el tiempo de la simulación pero como contrapartida se generarán errores significativos en la evaluación del transporte y de los correspondientes cambios morfo-sedimentológicos. Dichos errores deberán ser inexorablemente compensados ajustando considerablemente los coeficientes de la ecuación de transporte. En estas situaciones es oportuno fijar un error máximo admisible que permita reducir los tiempos de simulación. En el presente estudio se ha observado que el número de clases necesario aumenta desproporcionadamente si se consideran errores menores que 5%. Por lo tanto, a los fines de optimizar los tiempos de simulación, resulta oportuno fijar el error entorno al 5%.

Considerando las distribuciones granulométricas fuertemente extendidas correspondientes a ríos de montaña y en el caso que sean utilizadas ecuaciones sin umbral crítico, del tipo de las implementadas en el presente estudio, se puede concluir que el número de clases varía entre 5 y 9, en función del valor que asume el desvío standard geométrico y la asimetría adimensional. En el caso que sean aplicadas ecuaciones con umbral crítico, del tipo MPM, el número de clases depende además del valor de la tensión de corte adimensional referida al diámetro medio aritmético. Si consideramos tensiones de corte ligeramente superiores a la crítica, el número de clases varía entre 7 y 14. Esta es sin embargo la condición hidrodinámica más desfavorable para determinar el número de clases. En los ríos de montaña, cambios morfológicos sustanciales se producen ante tensiones de corte aplicadas aproximadamente 2 a 3 veces mayores que la correspondiente tensión de corte crítica. En esas condiciones sería lícito disminuir ulteriormente el número de clases (simulación de cambios morfo-sedimentológicos durante crecidas importantes).

Con respecto a las distribuciones correspondientes a lechos arenosos podemos concluir que si se utilizan ecuaciones sin umbral crítico, el número de clases necesario es igual a $N=3$, mientras utilizando ecuaciones con umbral crítico el mismo aumenta hasta $N=5$.

REFERENCIAS

- Basile, P. A.; 1990.** *Sediment transport of non-uniform grainsize materials*. Tesis 25 Curso Internacional de Hidrología, Universidad de Padua, Italia.
- Basile, P. A.; 1994.** *Modellazione dei meccanismi di intercettazione e rilascio dei sedimenti da parte delle briglie permeabili*. Tesis de Doctorado en Hidrodinámica Universidad de Padua. Bibliotecas Nacionales de Roma y Florencia.
- Di Silvio, G. y Brunelli, S.; 1989.** *Experimental investigation on bed load and suspended load transport in mountain streams*. Proc. International Workshop on Fluvial Hydraulics of Mountain Regions, Trento, Italia.
- Di Silvio, G. y Peviani, M. A.; 1991.** *Transport of a mixture of sand and gravel in suspension and as bed load: experiments and mathematical models*. Proc. International Symposium on The transport of suspended sediment and its mathematical modelling. Florencia. Italia.
- Di Silvio, G.; 1983.** *Modelli matematici per lo studio di variazioni morfologiche dei corsi d'acqua a lunga e breve scala temporale*. Studi e Ricerche N.356. Istituto de Hidráulica. Universidad de Padua. Italia.
- Einstein, H. A.; 1950.** *The bed load function for dediment transportation in open channel flows*. Technical Bulletin 1026, USDA Soil conservation Service.
- Engelund, F. Y Hansen, A.; 1967.** *A monograph on sediment transport in alluvial streams*. Tech. Univ. of Denmark.
- Ni Ni Thein; 1989.** *One-dimensional morphological modelling of graded sediments*. Informe interno Q697 Delft Hydraulics. The Netherlands.
- Parker, G. e Klingeman, P.; 1982.** *On why gravel bed streams are paved*. Water Resources Research. Vol. 18 N. 5, pp 1409-1423.
- Parker, G., Klingeman, P. e McLean, D.; 1982.** *Bed load and size distributions in paved gravel-bed streams*. Journal of the Hyd. Division, ASCE. Vol. 108 N. HY4, pp 544-571.
- Parker, G.; 1991.** *Some random notes on grain sorting*. Proc. of the Grain Sorting Seminar, Ascona, Suiza, 21-26 Octubre 1991.
- Ribberink, J. S.; 1987.** *Mathematical modelling of one-dimensional morphological changes in rivers with non-uniform sediment*. Communications on Hydr. and Geotechnical Engrg. R. 87-2, TU Delft, The Netherlands.
- White, W. R. e Day T. J.; 1982.** *Transport of graded gravel bed material*. In Gravel-bed Rivers, R.D Hey, J.C. Bathurst, C.R. Thorne, eds., John Wiley and Sons, pp 181-224.

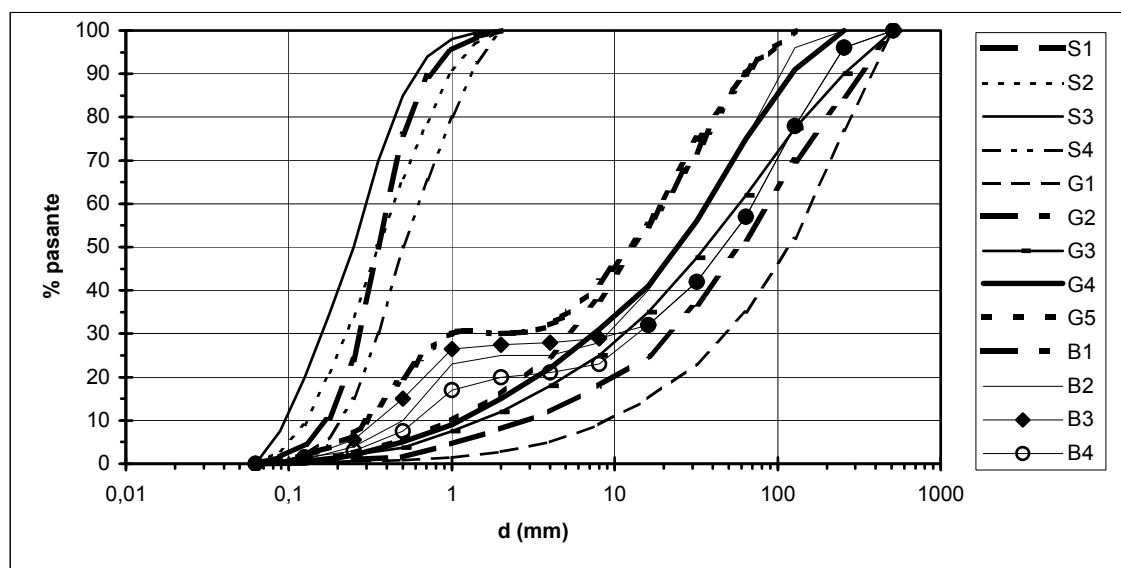


Figura 1: distribuciones granulométricas analizadas.

Distrib. Nombre	d_{16} (mm)	d_{50} (mm)	d_{84} (mm)	d_m (mm)	d_g (mm)	σ_g (-)	β (-)
S1	0.20	0.35	0.61	0.42	0.35	1.8	0.00
S2	0.15	0.35	0.82	0.47	0.35	2.2	0.00
S3	0.11	0.25	0.49	0.31	0.24	2.0	0.02
S4	0.26	0.50	1.12	0.65	0.52	2.0	0.02
G1	17.45	117.98	316.12	155.14	77.64	5.0	1.70
G2	6.35	58.35	244.44	110.72	40.89	6.0	0.80
G3	3.17	36.06	183.54	85.72	25.77	7.0	0.50
G4	2.21	24.25	94.52	45.63	16.32	6.0	0.50
G5	2.00	13.05	48.50	23.86	10.02	5.0	0.50
B1	0.40	12.26	50.80	23.73	6.50	8.0	0.30
B2	0.69	24.68	86.14	40.96	12.73	8.0	0.60
B3	0.53	46.31	161.27	77.21	17.39	12.0	0.60
B4	0.93	46.31	161.27	77.97	22.95	9.0	0.90

Tabla 1: resumen de características sedimentológicas y parámetros estadísticos de las distintas distribuciones granulométricas.

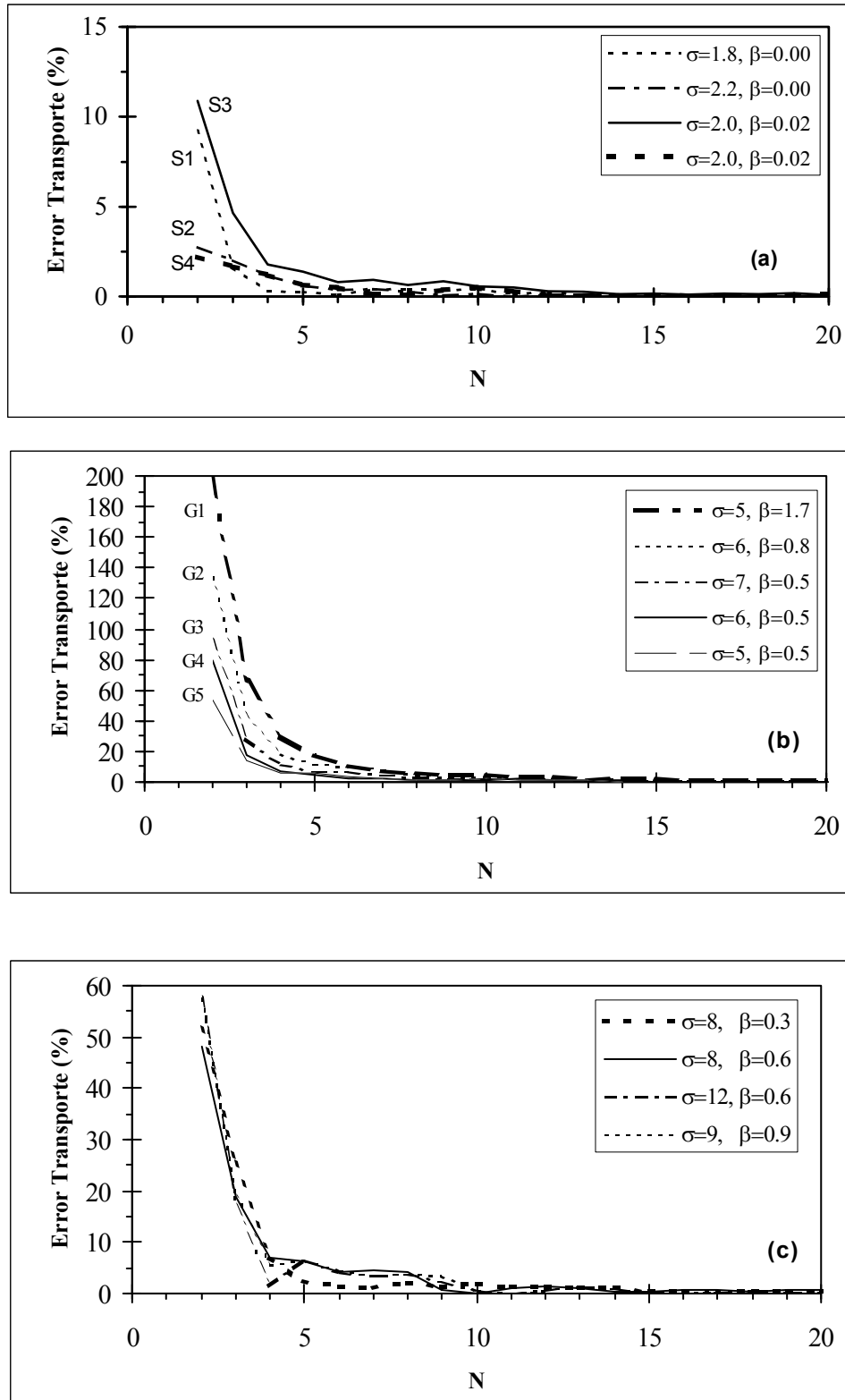


Figura 2: error en el cálculo del transporte en función del número de clases granulométricas, utilizando la ecuación de G. Di Silvio (1983). **(a):** distribuciones de arenas, **(b):** distribuciones extendidas unimodales, **(c):** distribuciones extendidas bimodales.

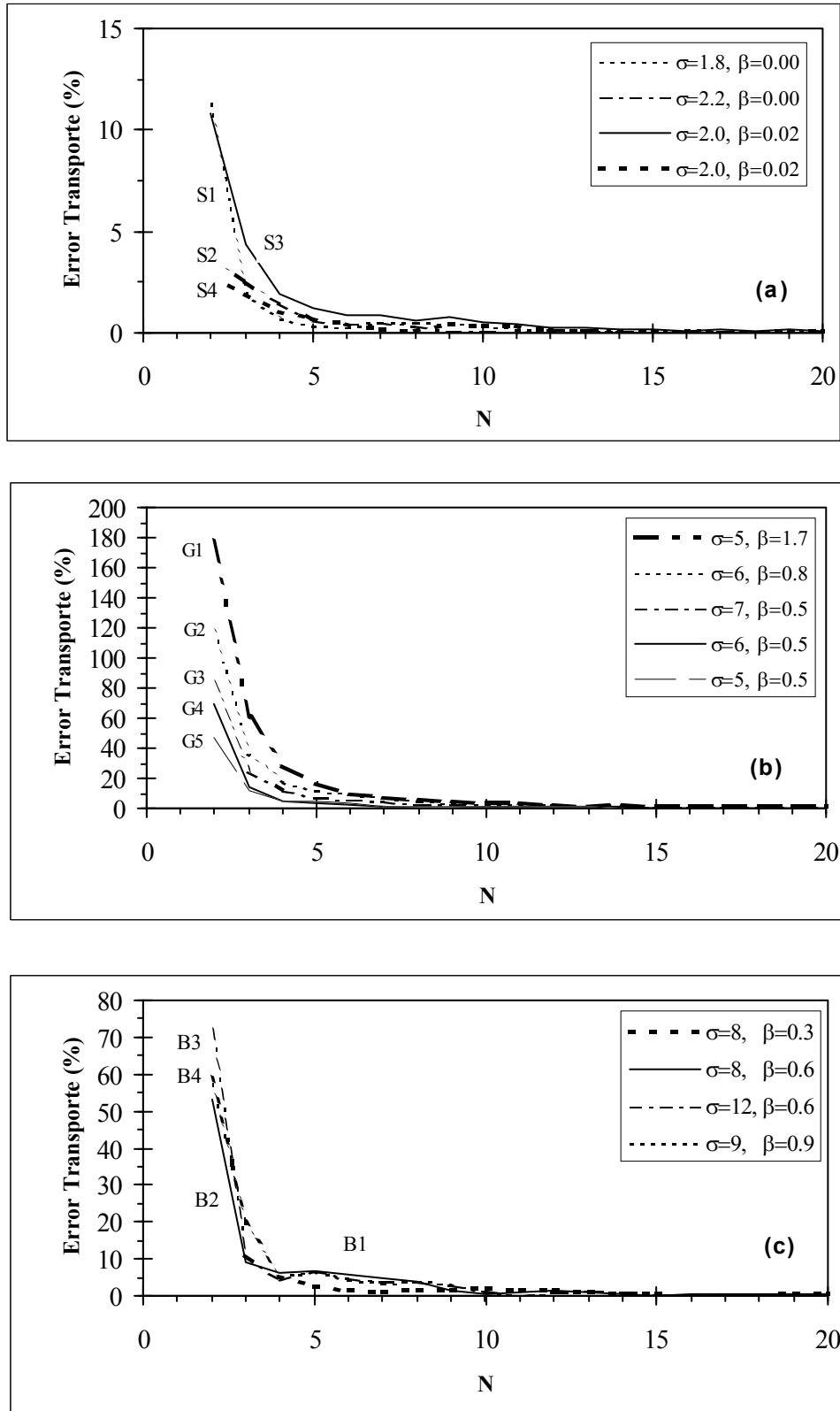


Figura 3: error en el cálculo del transporte en función del número de clases granulométricas, utilizando la ecuación de Engelund & Hansen (1967). **(a):** distribuciones de arenas, **(b):** distribuciones extendidas unimodales, **(c):** distribuciones extendidas bimodales.

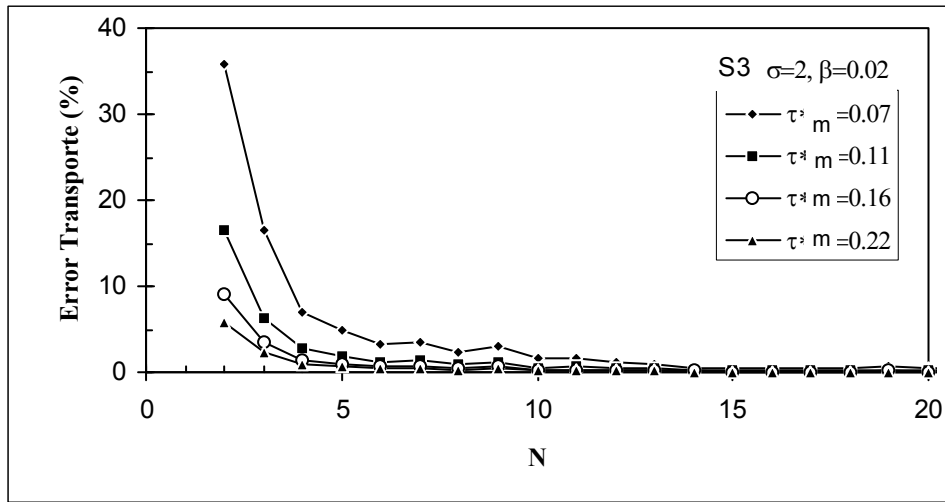


Figura 4: error en el transporte en función de N. Distribución S3. Ecuación de MPM.

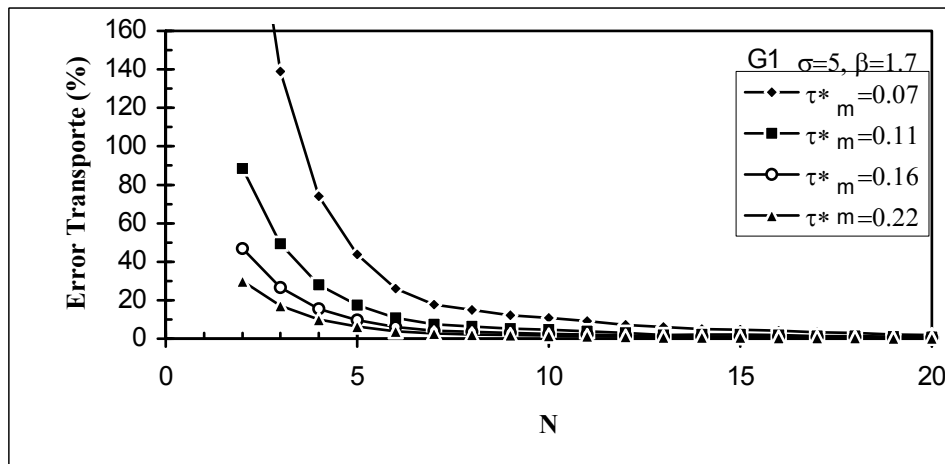


Figura 5: error en el transporte en función de N. Distribución G1. Ecuación de MPM.

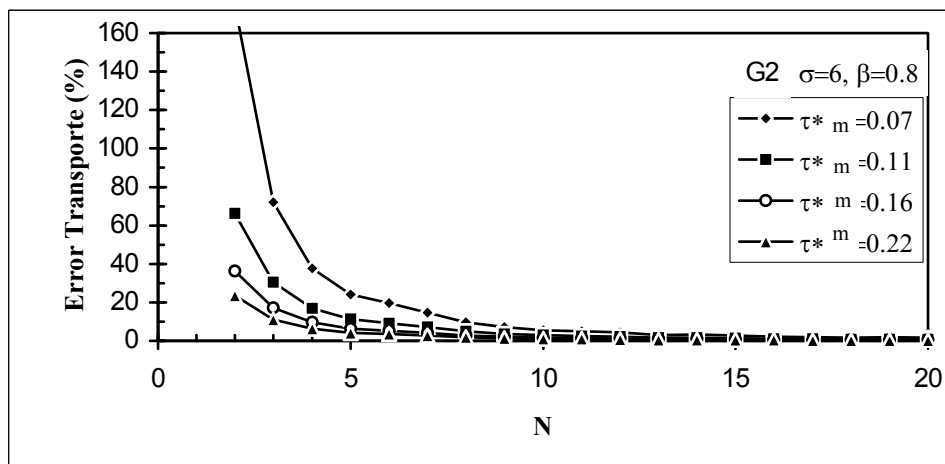


Figura 6: error en el transporte en función de N. Distribución G2. Ecuación de MPM.

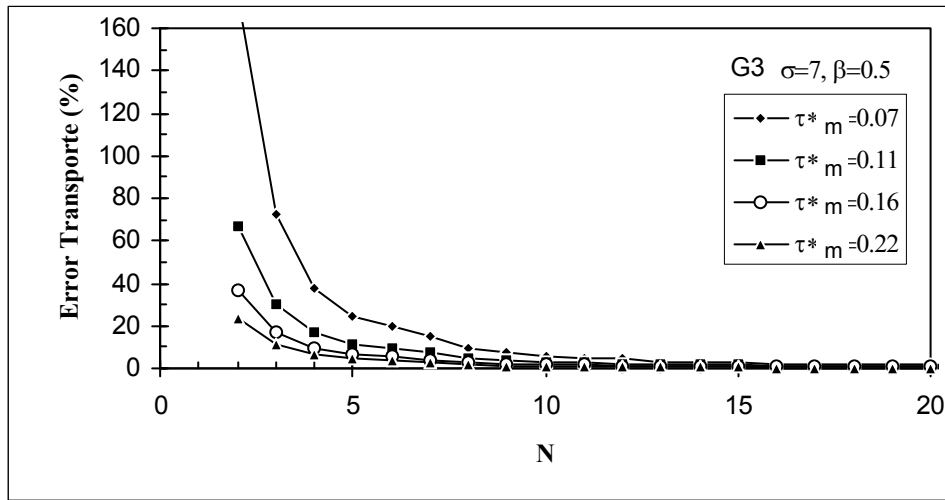


Figura 7: error en el transporte en función de N. Distribución G3. Ecuación de MPM.

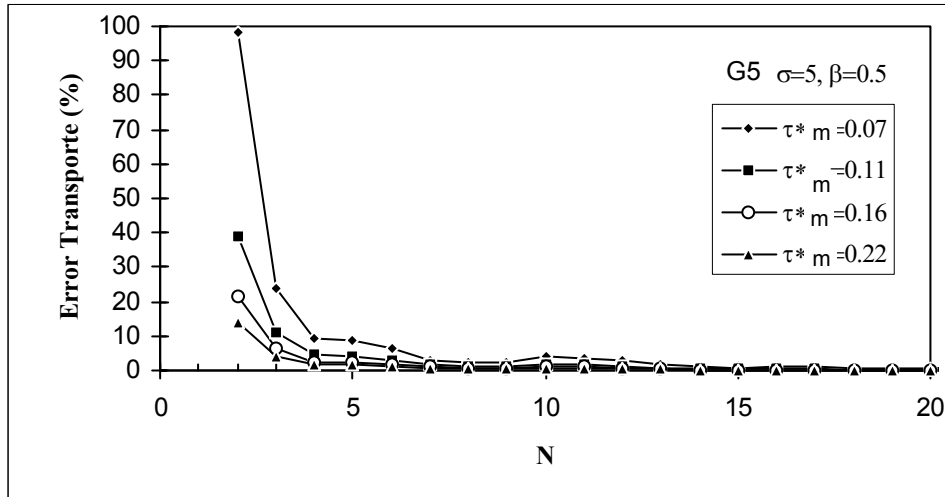


Figura 8: error en el transporte en función de N. Distribución G5. Ecuación de MPM.

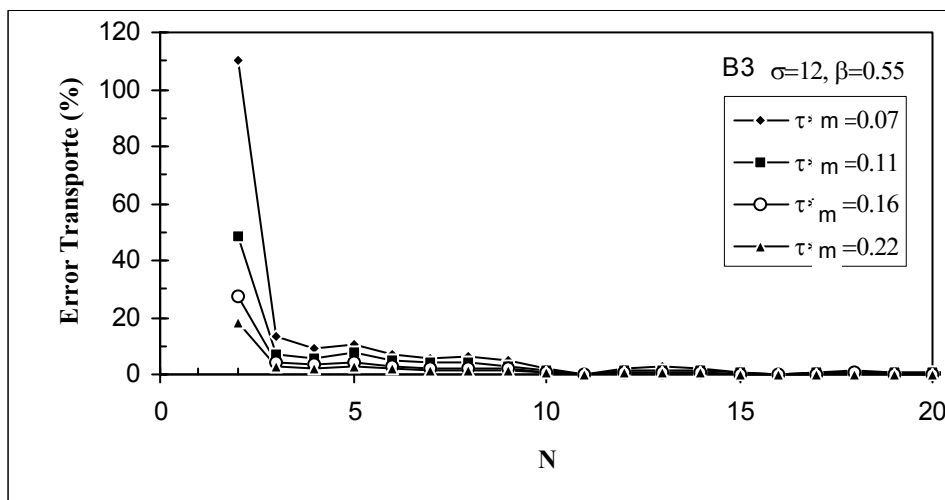


Figura 9: error en el transporte en función de N. Distribución B3. Ecuación de MPM.