

## GEOMETRIA HIDROLOGICA: EVALUACION DE LAS ALTERNATIVAS QUE MODIFICAN LA PROPUESTA ORIGINAL DEL METODO

**Dr. Ing. Erik D. Zimmermann**  
**Investigador Asistente CONICET**  
**CURIHAM - FCEIA - UNR**

### RESUMEN

En el presente trabajo se analiza la comparación de un conjunto de alternativas que surgen de proponer diferentes variantes para la estimación del parámetro  $\alpha$  del método de geometría hidrológica. Las mismas se realizan frente a caudales aforados en siete secciones de la Pampa Ondulada. Con el criterio de prioridades establecido para la selección de alternativas la que estima analíticamente al parámetro  $\alpha$ , utiliza la teoría de Prandtl para analizar la turbulencia con la hipótesis de invariabilidad de la constante universal de Kármán en 0.4 presentó los menores desvíos entre valores observados y pronosticados de velocidades medias, junto a la mayor cantidad de casos favorables. Se estima que éste modelo explícito presenta, además, ventajas conceptuales al separar efectos morfológicos del perfil y la rugosidad de su contorno; involucra variables geométricas e hidráulicas objetivamente determinables, sin realizar un procedimiento de correlación, haciéndolo metodológicamente más sencillo. Más aún, la aproximación de promediar el valor del  $\alpha(h)$  en el rango en donde se comprueba su constancia estadística, mejora substancialmente la predicción del parámetro, en comparación con la propuesta original de regresión y permite la estimación de la curva de descarga mediante una curva potencial simple. Un análisis de sensibilidad para la altura de rugosidad  $k$  indica la conveniencia de adoptar el criterio de las máximas rugosidades para hallar una altura representativa en una sección. Se ha propuesto una estimación del perímetro mojado en base a correlaciones con los parámetros del perfil equivalente y funciones geométricas conocidas del mismo para alcanzar una formulación analítica para el  $\alpha$  sin depender de la integración numérica del perfil de campo.

### 1. INTRODUCCION

La versión original del método de geometría hidrológica (Caamaño Nelli, 1985) fue aplicada en cursos de la Pampa Ondulada (sur santafecino) dando como resultados un desfase apreciable en comparación con los datos de aforos. Se logró identificar, como principal fuente de errores, una deficiencia en la metodología empleada para la estimación del parámetro  $\alpha$  de onda cinemática (Zimmermann, 1996). En un análisis teórico posterior se presentaron y fundamentaron los cambios sobre la versión original que determinan metodologías diferentes para la estimación del  $\alpha$  (Zimmermann, 1997) dando lugar a un

conjunto de alternativas de modificación que son evaluados en este trabajo. Allí se había descripto lo siguiente: a) la posibilidad de utilizar la ecuación de la resistencia al flujo basada en el coeficiente de Darcy-Weisbach (**fd**) como variante en relación al factor de Manning; b) el planteo del flujo turbulento basado en la teoría de Goncharov como alternativa frente a la clásica teoría de Prandtl-Von Kàrmàn; c) la adscripción a las nuevas posturas acerca de la distribución de velocidades con la componente de estela y la constancia del **K** de Kàrmàn en el valor 0,4 en comparación con la idea práctica de considerar **K** variable en función de la carga de sedimento y d) la determinación analítica del parámetro  $\alpha$  a partir de funciones morfológicas del perfil y considerando como parámetro adicional la altura de rugosidad del contorno como variante a la metodología de regresión entre variables geométricas propuesta originalmente.

Estas propuestas de modificaciones da lugar a cuatro combinaciones fundamentales partiendo de la teoría de Prandtl-Kàrmàn (PK) o Goncharov (G) en el campo de la turbulencia y de las alternativas de regresión o explícita para la obtención del  $\alpha$  como metodologías de estimación.

	<b>Teoría de Prandtl-Karman</b>	<b>Teoría de Goncharov</b>
Estimación por regresiones	A1	A2
Estimación analítica	B1	B2

La columna 1 del cuadro puede subdividirse en las variantes de la constante de Von Karman invariable e igual a 0,4 (posición respetada desde un punto de vista científico) y **K** variable como una función de la carga de sedimento (posición considerada como alternativa práctica). La variación de **K** con el sedimento, en definitiva, no fue considerada como tal sino que, a los fines comparativos con la propuesta original fue aceptado un valor constante para la misma como el promedio del rango observado en corrientes naturales:  $K = 0,27$  (Caamaño Nelli, 1985b).

La fila 1 del cuadro fue subdividida en las variantes que consideran el **n** de Manning o el **fd** de Darcy-Weisbach como factores representativos de las resistencias al flujo. Cabe mencionar que la alternativa explícita se independiza, en cuanto a sus resultados, de la ecuación de resistencia utilizada, por ende no tienen efecto las variantes de Manning o Darcy.

En definitiva, el siguiente cuadro sintetiza la totalidad de las alternativas analizadas:

Tabla 1.

<b>Evaluación de Alternativas</b>		<b>Prandtl K=0,27</b>	<b>KarmanK=0,4</b>	<b>Goncharov</b>
Alternativas	Manning	A1	A2	A3
de Regresión	Darcy-W	B1	B2	B3
Alternativa Explícita		C1	C2	C3

De hecho, la alternativa original propuesta por Caamaño (1985b) fue la A1 y las restantes constituyen las variantes que serán evaluadas aquí.

## 2. EL METODO DE GEOMETRIA HIDROLOGICA

La versión original del método de Geometría Hidrológica se apoya en tres postulados básicos: la teoría de onda cinemática (Lighthill y Whitam, 1955), la llamada ley logarítmica de distribución de velocidades en canales (Keulegan, 1938) y la aproximación del perfil equivalente (Caamaño Nelli, 1986).

La aceptación de la hipótesis de onda cinemática trae aparejada la simplificación de la ecuación de movimiento de Saint-Venant que se reduce a la siguiente expresión:

$$S_f = S \quad (1) \quad Q = \alpha A^m \quad (2)$$

donde  $S_f$  representa la pendiente de fricción y  $S$  la de fondo. Esta aproximación tiene validez cuando la fuerza gravitacional, que es la que provoca el movimiento, es balanceada por la fricción con el contorno del cauce, culminando en una relación biunívoca entre áreas y caudales del tipo (2), donde  $\alpha$  es el parámetro de onda cinemática,  $A$  el área de paso y  $m$  una constante. Combinando la expresión anterior con la ecuación de Manning, puede demostrarse que se llega a las siguientes formulaciones para  $\alpha$  y  $m$ :

$$\alpha = \frac{S^{1/2}}{n P^{2/3}} \quad (3) \quad m = 5/3 \quad (4)$$

donde  $n$  es el coeficiente de resistencia de Manning y  $P$  el perímetro mojado. Keulegan (1938) propone la integración en la vertical de la ley logarítmica de distribución de velocidades de Prandtl-Karman, para determinar velocidades medias en canales abiertos llegando a la siguiente expresión:

$$\frac{V}{v_*} = \frac{1}{K} \ln\left(\frac{T \cdot R}{k}\right) \quad (5) \quad T = \frac{h}{M \cdot R} \cdot \exp\left(-1 - \frac{\delta \cdot h^2}{4 \cdot A}\right) \quad (6)$$

donde  $\delta$  es el factor geométrico de la sección,  $K$  la constante universal de Karman,  $M$  es la rugosidad artificial de Nikuradse ( $\gg 30$ , para régimen turbulento completamente desarrollado) y  $v_*$  es la velocidad de corte. Combinando la expresión de la velocidad de corte  $v_* = \sqrt{gRS}$ , la ecuación de onda cinemática para expresar las velocidad media y las ecuaciones (5) y (6) se llega, manipulaciones algebraicas mediante, a que:

$$\left\{ \ln h \right\}_Y = \left\{ \frac{K\alpha}{\sqrt{gS}} \right\}_a \left\{ A^{1/6} P^{1/2} \right\}_X + \left\{ \ln \left[ y_0 \cdot \exp\left(\frac{\delta h^2}{4A} + 1\right) \right] \right\}_b \quad (7)$$

donde  $y_0 = k/M$  es el espesor de la subcapa laminar. Como puede apreciarse, la ecuación anterior puede descomponerse como:

$$Y = a \cdot X + b \quad (8)$$

El planteo original del método se apoya en los postulados de Geometría Hidráulica (Leopold y Maddock, 1953) además de los mencionados al iniciar este desarrollo. En base a éstos, se puede sostener la invariabilidad estadística del parámetro  $\alpha$  para aguas medias a altas, hecho que puede comprobarse en la práctica para los cursos de agua que cumplen con las hipótesis básicas del método. Bajo esta propuesta le sigue la hipótesis de que la ecuación (7) postula formalmente una relación lineal entre variables geométricas -para lo cual se acepta que **a** y **b** son constantes-, objetivamente determinables a partir de la topografía del perfil del curso, ligadas por parámetros a determinar. Llegado a este punto se propone que el coeficiente de onda cinemática  $\alpha$  sea el parámetro a estimar indirectamente por regresión como se indica para la ecuación (8). Como fue comprobado, sobre la propuesta misma, la ecuación (7) representa una curva creciente con menor pendiente hacia las ordenadas mayores, resultando la hipótesis de linealidad una aproximación que debiera analizarse en cada caso en particular.

Planteada la estabilidad del parámetro  $\alpha$  para aguas medias a altas (hasta el umbral de desborde) y la metodología de estimación, a partir de las características geométricas del perfil transversal, la ecuación (2) simboliza una curva de descarga en forma indirecta. El paso siguiente consiste en aproximar de manera analítica la geometría del perfil, proponiendo una ecuación que vincule áreas y alturas, y poder definir así una curva altura-caudal explícitamente. La forma general buscada queda definida a través del Perfil Equivalente de una sección transversal como la curva potencial que mejor preserva la relación área de paso y nivel de agua del perfil real. El modelo potencial genérico propuesto se expresa a través de la siguiente vinculación:

$$B = f h^p \quad (9) \quad A = \int B dh = \frac{f}{p+1} \cdot h^{p+1} \quad (10)$$

La parábola cuadrática, el triángulo y el rectángulo son casos particulares de la ecuación (9). El área de paso puede obtenerse por integración según (10), siendo  $f$  y  $p$  constantes a determinar.

Descrita la faz geométrica, debe desviarse la atención al aspecto hidrológico, determinando ecuaciones explícitas de velocidades y caudales en función de la altura: combinando las expresiones (10) y (2):

$$Q = G h^\Gamma \quad (11)$$

donde:

$$G = \alpha \cdot \left( \frac{f}{p+1} \right)^m \quad (12) \quad \Gamma = m(p+1) \quad (13)$$

Análogamente puede demostrarse que para la curva explícita de velocidades medias en función de la altura se obtiene una ecuación del tipo potencial similar a la (11), cuyos parámetros son denominados  $F$  y  $\Phi$ .

### 3. DIFERENCIAS ENTRE LAS FORMULACIONES PROPUESTAS

#### Alternativas de regresión .

Básicamente las alternativas regresadas mantienen intacta la estructura original del modelo de geometría hidrológica. Plantean la inalterabilidad del coeficiente  $\alpha$  de onda cinemática para aguas medias a altas, permitiendo su obtención a partir de regresiones lineales entre datos geométricos del perfil. Las variables involucradas en las regresiones son diferentes para cada alternativa analizada. Cambian también en función de cada alternativa los coeficientes y exponentes de las relaciones potenciales entre velocidades medias y caudales versus alturas formuladas por el modelo. A continuación se tabulan las variables involucradas en las correlaciones para estimar el  $\alpha$  de cada alternativa analizada:

Tabla 2.

Caso	Variable dependiente Y	coeficiente a	Variable Independiente X	término independiente b
A1/A2	$\ln h$	$K\alpha/\sqrt{gS}$	$\sqrt{P} A^{1/6}$	$\ln y_0 + \delta h^2/4A + 1$
B1/B2	$\ln h$	$K\alpha/\sqrt{gS}$	$\sqrt{P}$	$\ln y_0 + \delta h^2/4A + 1$
A3	$\ln R$	$0.408\alpha/\beta\sqrt{gS}$	$\sqrt{P} A^{1/6}$	$\ln k/6.15$
B3	$\ln R$	$0.408\alpha/\beta\sqrt{gS}$	$\sqrt{P}$	$\ln k/6.15$

donde  $h$  es la altura de agua desde el talweg de la sección,  $K$  la constante de Von Kàrmàn,  $g$  la aceleración gravitatoria,  $S$  la pendiente del lecho,  $P$  el perímetro mojado,  $A$  el área mojada,  $y_0$  el espesor de la subcapa laminar,  $\delta$  el factor geométrico,  $R$  el radio hidráulico ( $A/P$ ),  $\beta$  un coeficiente de forma y  $k$  la altura de las rugosidades del contorno.

#### Modelos explícitos .

Las alternativas explícitas parten de la obtención directa del parámetro de onda cinemática,  $\alpha$ , sin la necesidad de efectuar correlaciones con variables morfológicas del perfil sino que valiéndose de ellas para determinarlo mediante una ecuación explícita. Con la incorporación del concepto de perfil equivalente (Caamaño, 1986) las funciones área y perímetro mojado pueden expresarse como funciones explícitas de la altura  $h$ . La posibilidad de estimar el factor geométrico  $\delta$  vinculándolo con los parámetros del perfil equivalente junto a la suposición que la constante  $K$  es un valor conocido y predeterminado allana el camino estableciendo sólo dos incógnitas para las ecuaciones originales de correlación: el parámetro  $\alpha$

y el espesor de la subcapa laminar  $y_0$ . Para el caso de régimen turbulento con números de Reynolds de la partícula superiores a 70 (turbulento rugoso), en donde se encuentran las secciones de estudio, el espesor de la subcapa laminar puede aproximarse como la 30ava parte de la altura de rugosidad  $k$ . La sugerencia es considerar a ésta última como una **variable independiente** de la forma, estimable mediante observaciones directas en el lugar. Luego puede determinarse una expresión directa del parámetro  $\alpha$  como una función de la altura de agua y la rugosidad del fondo. Cuantificando las alternativas presentadas en la tabla 1 se tiene:

Tabla 3.

Caso	Formulación para el parámetro $\alpha$
C1/C2	$\alpha = (\ln h/y_0 - 1 - \delta h^2/4A) \cdot \sqrt{gS}/(\sqrt{P} \cdot K)$
C3	$\alpha = (\ln 6,15 R/k) \beta \sqrt{gS}/(0,408 \sqrt{P})$

Aquí  $R$  es el radio hidráulico y  $\beta$  un coeficiente de forma dado por Goncharov. También se ha adoptado la formulación de Darcy-Weisbach para la determinación de los  $\alpha$  por simplicidad ya que no involucra al término  $A^{1/6}$ . El coeficiente geométrico  $\delta$  se obtiene aplicando la siguiente ecuación (Zimmermann, 1992):

$\delta = 2,0085 + 0,0548 f - 2,0245 p + 1,0104 fp$  siendo  $f$  y  $p$  los parámetros del perfil equivalente.

#### La altura de rugosidad de las secciones de estudio.

Para tener acceso a las alternativas explícitas debe conocerse previamente el espesor de la subcapa laminar  $y_0$ , o bien, el parámetro de rugosidad  $k$ , ya que se hará la aproximación de considerar  $y_0$  como la 30ava parte de  $k$  en correspondencia con un régimen de flujo turbulento completamente desarrollado. Para estimar la altura de rugosidad  $k$  en las secciones bajo estudio se siguieron los criterios expuestos en el trabajo previo (Zimmermann, 1997).

Dada la imposibilidad de inspeccionar in situ todas las secciones seleccionadas, se optó por analizar los perfiles transversales para deducir de los mismos algún indicio acerca de  $k$ . El primer paso consistió en definir la zona del lecho. Convencionalmente se adoptó el espacio entre quiebres en los taludes laterales identificables. Luego, se observó las diferencias entre las cotas del fondo adoptándose la mayor entre ellas como representativa de la rugosidad.

En el caso particular de las secciones que fueron motivo de tareas de campaña la elección final del  $k$  surgió de una apreciación visual en el lugar.

En definitiva, siguiendo el criterio de seleccionar como rugosidad representativa de un tramo las mayores observadas (análogamente a elegir un tamaño de partícula para el cual el 84% ó el 90% de los tamaños de una mezcla son menores, como representativo desde el punto de vista hidráulico, es decir el D84 ó el D90), se muestran los valores de  $k$  (en metros) de las secciones de estudio:

S04'	S05	P02	P08	L02	L04	SL16
0.20	0.40	0.75	0.22	0.60	0.30	0.10

### Parámetro de forma $\beta$ (Goncharov)

Puede demostrarse (Goncharov, 1962) que planteando la capacidad de acarreo de la sección reducida para canales rectangulares se llega a una ecuación explícita para el factor  $\beta$ :

$$\beta = \frac{(1+r)^{1,67}}{1 + 1,67r} \quad \frac{H}{H_0} = \left( \frac{b}{b_0} \right)^r$$

siendo  $r$  el exponente de la sección reducida expresada a la derecha (Goncharov, 1962). Allí  $H_0$  es la altura correspondiente al umbral de desborde, de semiancho  $b_0$ , mientras que  $b$  y  $H$  representan las coordenadas de un punto del contorno.

Para que la alternativa de Goncharov se pueda aplicar a las secciones de estudio previamente hubo que estimar el coeficiente  $\beta$ , es decir el exponente  $r$  de la expresión analítica de la sección reducida, para cada una de ellas. Como síntesis de dicha tarea se exponen a continuación los detalles finales de las regresiones en la tabla adjunta:

Sección	$r$	$\beta$	Coef. Correlación
S04'	0.8295	1.1496	0.9815
S05	0.6424	1.1048	0.9113
P02	0.7149	1.1219	0.8227
P08	0.7600	1.1327	0.9277
L02	0.6231	1.1003	0.9739
L04	0.8504	1.1548	0.9467
SL16	0.9341	1.1754	0.9592

### 4. CRITERIOS DE COMPARACION ENTRE ALTERNATIVAS.

Se eligieron diversas metodologías de comparación asignándoles diferentes prioridades o niveles para las selecciones. El criterio de selección primario utilizado en las comparaciones entre las alternativas consideradas fue el mínimo error relativo medio entre velocidades medias observadas y estimadas. Debe considerarse que el promedio de errores se hace entre todas las secciones consideradas y para el rango de alturas en donde puede aplicarse el método (aguas medias a altas con límite en el umbral de desborde de la sección transversal), en cada una de ellas. Se optó por este indicador porque el campo de velocidades representa el resultado que sintetiza la bondad del ajuste del modelo, independientemente de la alternativa

considerada. Otro indicador para testear el producto final de los modelos sería la descarga, incluso es una variable que preserva mayor afinidad con la hidrología, pero basta con verificar la bondad en la estimación de la velocidad media porque es la misma que para el caudal siempre y cuando no existan diferencias entre las áreas estimadas y observadas.

En segundo lugar se consideró la cantidad de secciones en donde la alternativa presenta mejores resultados, teniendo en cuenta los errores relativos medios para el rango de alturas en la estimación de velocidades.

En tercer lugar, sólo para las variantes de regresión que son las que mantienen la hipótesis de invariabilidad del parámetro  $\alpha$ , el mejor ajuste en los coeficientes F y G y los exponentes F y G de las curvas potenciales h-v y h-Q.

Por último la bondad para aproximar el parámetro  $\alpha$ .

## 5. ANALISIS DE RESULTADOS.

Realizadas las correlaciones entre las distintas variables geométricas consideradas por las alternativas de regresión, se obtuvieron los parámetros para cada sección y las curvas potenciales de velocidades y descargas. Seguidamente se compararon estas curvas con los valores de aforos y se obtuvieron los porcentajes medios de errores relativos en todas las secciones y para cada una de la alternativas.

La información utilizada para las comparaciones consistió en un conjunto de datos de aforos (alrededor de 200), distribuidos en siete secciones de cursos de agua del sur santafecino (Pampa Ondulada). Las mismas se ubican en la figura 1.

En cuanto a las alternativas explícitas, con los valores adoptados para las rugosidades según se ha explicitado anteriormente se obtuvieron las funciones  $\alpha(h)$  para cada sección y se computaron las descargas con la ecuación cinemática. Se comparó con los datos de aforo y se determinaron errores medios para cada alternativa considerada abarcando los rangos de alturas permitidas y todas las secciones.

Se presentan a continuación y en forma tabulada los errores relativos medios entre los valores observados y estimados de velocidades para el rango de aplicación del modelo y para todas las secciones de aforos consideradas.

Tabla 4. Errores relativos absolutos en la estimación de velocidades medias

Evaluación de Alternativas		Prandtl K=0,27	Karman K=0,4	Goncharov
Alternativas de Regresión	Manning	A1:	A2:	A3:
		26.00%	44.14%	41.86%
de Regresión	Darcy-W	B1:	B2:	B3:
		77.42%	35.41%	92.86%
Alternativa Explícita		C1:	C2:	C3:
		59.38%	19.14%	23.14%

La primera impresión que transmite el cuadro superior es la supremacía de las variantes C2, C3 y A1 (en ese orden) por sobre las demás. Estas variantes corresponden a las explícitas con  $K=0,4$  y Goncharov y a la alternativa original del modelo.

Analizando la tabla 4 por filas, las A (Manning) tienen un error promedio del 37.33%, las B (Darcy) del 68.66% y las C (explícitas) del 33.89%. Esto indicaría que la fila C presenta, en general, los mejores resultados, y en segundo lugar las alternativas de regresión utilizando el factor de Manning como expresión de resistencias.

Analizando por columnas, la 1 ( $K = 0.27$ ) presenta un error medio del 54.26%, la 2 ( $K = 0.4$ ) del 33.0% y la 3 (teoría de Goncharov) del 52.62%. La primera y la última presentan errores similares y grandes en comparación de la central. Esto daría el indicio de que las alternativas que consideran la constante de Karman invariable e igual a 0.4 prevalecen en sus resultados.

Ahora, considerar la columna 2 implica seleccionar la fila C que es la que muestra los menores errores al comparar A2, B2 y C2. Con ésta aseveración se corrobora que la mejor alternativa es la explícita con  $K = 0.4$ .

Analizando la cantidad de casos (sección por sección) en que cada alternativa estima mejor los valores observados se tiene que los casos favorables, en porcentaje, para cada alternativa son:

Tabla 5. Porcentuales de casos favorables.

Evaluación de Alternativas		Prandtl K=0,27	Karman K=0,4	Goncharov
Alternativas	Manning	A1:	A2:	A3:
		21.43%	0.00%	0.00%
de Regresión	Darcy-W	B1:	B2:	B3:
		14.28%	14.28%	14.28%
Alternativa Explícita		C1:	C2:	C3:
		0.00%	35.71%	0.00%

Estos resultados corroboran la elección de la alternativa C2 que es la que concentra la mayor cantidad de casos a favor. Con respecto a los restantes criterios de comparación las variantes que sostienen la hipótesis de invariabilidad del parámetro a para aguas medias a altas son las que lo obtienen por regresión (filas A y B), por ello, son las únicas que definen una curva potencial como aproximación mediante los coeficientes F y G y exponentes  $\Phi$  y  $\Gamma$ . Los valores estimados para los mismos y los errores relativos que resultan de compararlos con los coeficientes de las curvas regresadas de los aforos son:

Tabla 6. Errores relativos de estimación de F

Evaluación de Alternativas		Prandtl K=0,27	Karman K=0,4	Goncharov
Alternativas	Manning	A1:	A2:	A3:
		-14.00%	-41.97%	-41.06%

de Regresión	Darcy-W	B1:	B2:	B3:
		84.96%	19.63%	86.02%

En este caso el análisis se realiza en forma general con todas las alternativas de regresión, sin discriminarlo en las diferentes formulaciones resistivas, ya que la estimación de los coeficientes F y G sintetizan las bondades de las estimaciones del  $\alpha$  y el exponente m. La alternativa seleccionada es la original dado que presenta los errores relativos y promedios de errores más bajos. En segundo término está la alternativa B2. Debe notarse que ambas presentan similares desvíos y valores absolutos de errores promedios pero cambiados de signo. Las alternativas basadas en el coeficiente n de Manning estiman predominantemente por defecto al coeficiente F (errores relativos promedios menores que cero) y mientras que las basadas en el fd de Darcy lo hacen por exceso (errores positivos). Esto demuestra una tendencia general observada en ambas alternativas. Por ello existe una suerte de compensación con la elección de la constante Karman entre las variantes A1 y B2. La primera requiere de un K menor (0.27) para no subestimar y la segunda de un K mayor. Las estimaciones del coeficiente G dieron por resultados la selección de la alternativa A1 como la más adecuada. Las variantes B estiman por exceso abultadamente, salvo la B2 que es elegida nuevamente en segundo lugar, mientras que las fundadas en el factor de Manning lo hacen por defecto, como ha sido corroborado anteriormente. En cuanto a las estimaciones de los exponentes  $\Phi$  y  $\Gamma$ , los ensayos dieron por resultado que las variantes basadas en la formulación de Darcy-Weisbach (B1, B2 y B3) aproximan de mejor forma a los exponentes que se han ajustados a los datos experimentales.

#### COROLARIO 1:

Cabe formularse una pregunta: La alternativa explícita, ¿representa una ventaja al considerar analíticamente el  $\delta$  y el  $y_0$ ?, en otras palabras, considerarlos en forma analítica por separado ¿mejora los resultados?

Para responder al cuestionamiento se ha analizado un paso intermedio a la variante explícita, obteniendo analíticamente el factor geométrico  $\delta$  y el  $y_0$  mediante regresiones. Esta variante, hipotéticamente se ubicaría entre la B2 y C2 en el cuadro de alternativas, pues se consideró el caso con la constante Kármán en 0,4 para la cual la alternativa explícita presenta mejoras considerables. Las regresiones involucraron las siguientes variables y coeficientes:

Tabla 7.

Caso	Variable dependiente Y	coeficiente a	Variable Independiente X	término independiente b
B2'	$\ln h - \delta h^2 / 4A - 1$	$K\alpha / \sqrt{gS}$	$\sqrt{P}$	$\ln y_0$

donde  $\delta = \delta(f, p)$ .

Computando el parámetro  $\alpha$ , utilizando la formulación de Darcy-Weisbach, los coeficientes F y G y exponentes  $\Phi$  y  $\Gamma$ , los resultados fueron los siguientes:

Tabla 8. Errores relativos absolutos de estimación de velocidades medias.

<b>Evaluación de Alternativas</b>	<b>Regresión</b>	<b>Regresión ++ <math>\delta</math> explícito</b>	<b>Alternativa Explícita</b>
Variantes intermedias a la alternativa explícita	B2: 35.70%	B2': 31.43%	C2: 19.14%

Este cuadro indica que la mejoría de la posición intermedia, en términos de predicción de velocidades, es del 26 % en comparación con la de la alternativa explícita pura. Esto confirma que el gran avance en los resultados lo logra la consideración de la altura de rugosidad como variable independiente. Para la estimación del coeficiente F:

Tabla 9. Errores relativos de estimación de F

<b>Evaluación de Alternativas</b>	<b>Regresión</b>	<b>Regresión + <math>\delta</math> explícito</b>
Variantes intermedias a la alternativa explícita	B2: 19.63%	B2': 5.54%

El acercamiento de los coeficientes de las curvas potenciales a los valores de aforo es mucho más significativo para la variante intermedia, como puede apreciarse en las dos últimas tablas. *En definitiva puede resumirse que la alternativa de considerar solamente en forma explícita el factor de forma  $\delta$  y obtener el  $\alpha$  mediante regresiones representa ya una ventaja sobre la alternativa que obtiene tanto  $\delta$  como  $y_0$  mediante regresiones. Luego, el avance final de obtener una expresión analítica para el parámetro  $\alpha$  considerando  $y_0$  explícitamente, acerca en mayor medida las respuestas de modelo y prototipo, lo que aleja la sospecha de algún efecto de compensación de errores.*

#### COROLARIO 2:

La variación del parámetro  $\alpha$  con la altura es un hecho comprobable desde el punto de vista teórico. Puede comprobarse gráficamente que esta variación se atenúa rápidamente por encima de las cercanías del fondo y hasta el umbral. En otras palabras, salvo en un rango estrecho de alturas pequeñas, la función  $\alpha(h)$  es casi-asintótica a un valor determinado que se alcanza en la condición del umbral de desborde. Esto tiene concordancia práctica con la idea del parámetro a constante postulado por Caamaño Nelli (1985a) y teniendo presente que el concepto de invarianza es un concepto estadístico la propuesta se ve reflejada en el modelo  $\alpha(h)$  que presentan las alternativas explícitas. Considerar  $\alpha$  constante presenta la ventaja de permitir una sencilla y manejable función potencial para las curvas de descarga y para la relación velocidad media-altura pero restringe el límite de validez de las ecuaciones a rangos de aguas medias a altas.

La variación del  $\alpha$  con la altura está fuertemente signada por condicionamientos morfológicos e independientemente de la rugosidad puede estimarse el límite inferior (RH1) por encima del cual el comportamiento del parámetro se estabiliza. Esto permite determinar el rango de aguas medias a altas con un criterio objetivo que no lo presentan las alternativas de regresión. Fijado el límite inferior, el umbral de desborde, límite superior (RH2), es objetivamente detectable mediante diversas metodologías aplicadas (y propuestas) en este trabajo de investigación.

Aceptando la invariabilidad del  $\alpha$ , se estimó el parámetro como promedio de valores obtenidos analíticamente en el rango RH1-RH2. Seguidamente se calcularon los coeficientes F y G y las curvas potenciales h-v y h-Q que se compararon con las obtenidas de los aforos y con los resultados generados con las variantes C2 y C3 (las que poseen menores errores). Se utilizó la formulación de Darcy-Weisbach para obtener los exponentes y el  $\alpha$ . Puede observarse en el cuadro siguiente los errores relativos medios en el campo de velocidades deducidos en cada sección de estudio para las alternativas C2 y C3 con las variantes de considerar, para ambos casos, un valor constante del  $\alpha$  (C2' y C3').

Tabla 10. Errores relativos absolutos en la estimación de velocidades medias

Evaluación de Alternativas	Prandtl-Karman	Goncharov		
	K=0,4			
Alternativa Explícita	C2:	C2':	C3:	C3':
	19.14%	16.60%	23.14%	20.60%

En términos generales los errores medios son muy semejantes para todas las alternativas. Paradójicamente las variantes más sencillas, C2' y C3', que estiman las curvas h-v y h-Q como funciones potenciales, presentan los menores errores relativos promedios. Esto fortalece la hipótesis de que la constancia del  $\alpha$  no introduce desviaciones importantes en el predictor para el rango preestablecido por la Geometría Hidrológica. Las variantes C2' y C3' pueden compararse con las regresadas que mejor estiman los coeficientes F y G y el parámetro a. Los resultados obtenidos, sintetizados por los errores relativos entre calculados y observados, se presentan a continuación:

Tabla 11. Errores relativos en la estimación del F.

Evaluación de Alternativas		Prandtl	Karman	Goncharov
		K=0,27	K=0,4	
Alternativas	Manning	A1:	A2:	A3:
		-14.00%	-41.97%	-41.06%
de Regresión	Darcy-W	B1:	B2:	B3:
		84.96%	19.63%	86.02%
Alternativa Explícita			C2':	C3':
			13.52%	-1.37%

Aquí puede observarse que las explícitas estiman el F con semejante grado de precisión que las mejores de regresión. Análogamente sucede con el coeficiente G.

Para la estimación del  $\alpha$ , las alternativas deben tratarse por separado dado que las estimaciones del parámetro hechas partiendo de la formulación de Manning y de Darcy-Weisbach son experimentalmente diferentes: s/Manning:  $\alpha = v^{5/3} / Q^{2/3}$ , s/Darcy-W:  $\alpha = v^{3/2} / Q^{1/2}$  donde v y Q son los valores de aforo de velocidades medias y caudales.

Tabla 12. Errores relativos en la estimación del  $\alpha$ .

Evaluación de Alternativas		Prandtl K=0,27	Karman K=0,4	Goncharov
Alternativas de Regresión	Manning	A1: -13.05%	A2: -62.94%	A3: -39.33%
	Darcy-W	B1: 70.79%	B2: 15.29%	B3: 103.36%
Alternativa Explícita		C1': 56.76%	C2': 5.82%	C3': -7.94%

No hay alternativa que supere a las explícitas para estimar el  $\alpha$ , aunque la C2' lo sobrestima (como se manifiesta en todas las variantes fundadas en el fd de Darcy) y la C3' lo subestima, los errores en términos de valor absoluto son menores al 6% y el 8%, respectivamente y el resto presenta valores mayores al 13%. Aún cuando las formulaciones son diferentes las explícitas aventajan a la A1 en este sentido.

*Puede sintetizarse, entonces, que si bien no se evidencia una mejora marcada en la estimación de los coeficientes F y G mediante el empleo de las formulaciones explícitas, ésta es notoria en cuanto a la estimación del parámetro  $\alpha$ .*

### COROLARIO 3:

La altura de rugosidad k es un parámetro que puede asociar a diversos criterios de estimación. En este trabajo se lo asoció con las máximas rugosidades observadas en las secciones de estudio, pero podría haberse adoptado una altura k media de un muestreo realizado en la sección (análogo al D50). En rigor se hicieron algunas pruebas previas, como para garantizar que el criterio adoptado producía mejores respuestas. Para dictaminar acerca de la sensibilidad del método a las variaciones de la altura de rugosidad se realizó un estudio para el 50%, 67%, 125%, 150%, 175% y 200% de los valores estimados (o sea, considerando valores menores y mayores al estimado en cada una de las secciones aforadas). Los errores medios para el campo de velocidades en cada sección, utilizando la variante explícita C2, fueron:

Tabla 13. Estudio de sensibilidad a la altura de rugosidad, k.

### Relación entre rugosidad adoptada para al análisis de sensibilidad y

rugosidad estimada						
0.50	0.67	1	1.25	1.50	1.75	2
32.29%	24.00%	19.14%	19.29%	21.14%	23.14%	25.00%

*La sensibilidad del método al  $k$  es relativamente importante, modificaciones del 100% en  $k$  se traducen en más del 100% analizando los errores medios para algunos casos puntuales, no obstante los errores apenas escapan del entorno del 25% si se sobrestima el  $k$  en el doble de su valor lo que está marcando un rango generoso para estimar la rugosidad por exceso sin que esto determine errores groseros. La subestimación del parámetro provoca desvíos más severos en los resultados que la sobrestimación del mismo.*

#### COROLARIO 4:

Hasta el momento se han propuesto dos maneras de predecir la curva de descarga con los métodos explícitos:

a) considerando la ecuación de onda cinemática y la determinación del  $\alpha$  mediante una integración numérica de funciones geométricas del perfil de campo. El proceso de cálculo demanda el cómputo del área y el perímetro mojado partiendo de la batimetría obtenida en campaña y

b) un punto de avance respecto del anterior que consiste en promediar los valores de  $\alpha$  obtenidos según a) en el rango de "invariabilidad" del parámetro y de esta manera deducir una ecuación potencial sencilla para la curva h-Q (ó h-v).

El primer procedimiento presenta la desventaja lógica que demanda un proceso de integración numérica: definir una curva h-Q por puntos y no en forma analítica. El segundo, si bien cubre ésta desventaja, restringe el rango de validez a aguas medias a altas y aunque esto no sea una gran limitación desde el punto de vista práctico debería buscarse una manera de superar esta segunda desventaja. La posibilidad de obtener formulaciones analíticas para funciones geométricas la brinda el perfil equivalente. La derivación del área no presenta problemas pero para el perímetro mojado es necesario obtener una formulación explícita el perfil equivalente lo aproxima como una función integral que no puede resolverse analíticamente. La posibilidad de aproximar  $P$  explícitamente la brindan las correlaciones con otras funciones geométricas conocidas del perfil equivalente. Para cumplir con este objetivo se lo relacionó con el ancho de boca,  $B$ , dado que ésta representa una variable sencilla de estimar a partir de los parámetros  $f$  y  $p$ . Se buscó, luego, encontrar una correlación entre parámetros del perfil equivalente y la relación  $P/B$ . Puede preverse que  $P/B$  tenderá al valor unitario para perfiles anchos ( $f \rightarrow \infty$ ) y será mayor que la unidad a medida que la relación ancho-tirante decrezca ( $f \rightarrow 0$ ). El parámetro  $f$ , como se presupone, cumple un papel importante. No obstante, aunque en menor medida, la relación  $P/B$  dependerá del tirante y de la forma del perfil, es decir, de  $h$  y de  $p$ . Para cuantificar de qué manera influyen cada una de las variables mencionadas se calculó numéricamente el perímetro mojado para diferentes valores de  $f$  (5-40) y de  $p$  (0.1 - 0.9) y, además para alturas de 1, 2, 3 y 4 metros abarcando el rango de valores

observados en los cursos de estudio. Se computó la relación  $P/B$  donde  $B = f \cdot h^p$ . Se analizó por separado, mediante regresiones lineales simples y múltiples, el papel que juegan  $f$ ,  $p$  y  $h$  como variables independientes con la relación  $P/B$  como variable dependiente, hallándose los siguientes coeficientes de correlación:

Variable independiente	Coefficiente de determinación ( $r^2$ )
f	0.23694
p	0.16444
h	0.07461
f,p	0.40257
f,h	0.31063
p,h	0.23905
f,p,h	0.47626

Como puede observarse  $f$  tiene el mayor peso en las correlaciones y luego  $p$ . La incorporación de  $h$  como variable independiente no aporta mucho a la mejoría de los resultados. Esto sería determinante si se seleccionaran correlaciones lineales para vincular las variables, en caso de tomar otras funciones daría un indicio solamente.

Se analizaron funciones polinómicas y multiplicativas para relacionar  $f$  y  $p$  con la variable dependiente  $P/B$ . Los mejores resultados se obtuvieron de la siguiente manera:

Funciones	$r^2$
$1.4483 f^{-0.106}$	0.39100
$1.4981 - 0.0137 f + 40.3621 p - 0.0267 f p$	0.49389
$1.39 f^{-0.125} p^{-0.1056}$	0.56020

Estas funciones propuestas presentan bajos coeficientes de correlación y se hace necesario proponer funciones esencialmente distintas. Se tuvo en cuenta la ecuación del perímetro mojado de un perfil parabólico (Ven Te Chow, 1959):

$P = B + \frac{8}{3} \frac{h^2}{B}$  si  $1 > 4h/B > 0$ , es decir válida para cursos anchos, donde  $B$  es el ancho de boca. Los cursos de la Pampa Ondulada presentan relaciones  $h/B$  lo suficientemente bajas como para garantizar la validez de la ecuación y además las formas encontradas son predominantemente parabólicas. Análogamente a un perfil parabólico, donde  $p = 0.5$ , puede plantearse en forma genérica:

$$\frac{P}{B} = 1 + q \left( \frac{h}{B} \right)^s$$

$$q = q(f, p, h)$$

$$s = s(f, p, h)$$

Se han probado diferentes funciones polinómicas  $q$  y  $s$  relacionadas con los parámetros  $f$  y  $p$ , hasta las de segundo grado. La ecuación finalmente adoptada, de mayor coeficiente de determinación, fue:

$$\frac{P}{B} = 1 + (0,001 f + 34,6 p) \left( \frac{h}{B} \right)^{19,7136}$$

Como puede apreciarse el exponente de la altura  $h$  no depende de la forma del perfil mientras que el coeficiente que afecta a  $h$  está fuertemente condicionado por  $f$ . Para perfiles anchos dicho coeficiente tiende rápidamente a valores muy bajos haciendo que el perímetro mojado tienda al ancho de boca  $B$ , o la relación  $P/B \rightarrow 1$ .

## 6. CONCLUSIONES

Del análisis de los resultados detallado precedentemente surgen las siguientes conclusiones:

- Con el criterio de prioridades establecido para la selección de alternativas la que estima analíticamente al parámetro  $\alpha$ , utiliza la teoría de Prandtl para analizar la turbulencia con la hipótesis de invariabilidad de la constante universal de Kàrmàn en 0.4 presentó los menores desvíos entre valores observados y pronosticados de velocidades medias. Corresponde a la denominación C2 del cuadro de alternativas (tabla 1). Esto también se confirma contabilizando los casos favorables de predicción para cada una de las secciones de estudio.
- En general, analizando la tabla 1 por filas las alternativas explícitas (fila C) presentan mejores resultados que las de regresión basadas en la formulación de Manning o de Darcy-Weisbach (filas A ó B). Analizando por columnas las variantes basadas en la teoría turbulenta de Prandtl-Kàrmàn (P-K) con un K constante en el valor 0.4 presentan mayor identificación entre modelo y prototipo.
- Entre las variantes basadas en regresiones lineales entre variables geométricas que definen una curva potencial como modelo de predicción de las relaciones  $h-v$  y  $h-Q$  la original del método de Geometría Hidrológica (A1) presenta los menores desvíos entre coeficientes  $F$  y  $G$  estimados e inferidos de los datos de aforos. En segundo lugar y muy cerca se encuentra la alternativa que utiliza el factor de Darcy como ecuación resistente y la teoría de P-K con  $K=0.4$  (B2).

- Las variantes basadas en el  $n$  de Manning aproximan por defecto los coeficientes  $F$  y  $G$  y el parámetro  $\alpha$  mientras que las fundadas en el  $f_d$  de Darcy lo hacen por exceso provocándose una suerte de compensación de errores con la elección de la constante Kármán en 0.27 y 0.4 respectivamente. Esto se pone en evidencia al comparar los resultados derivados con las alternativas A1 y B2.
- Los exponentes de las funciones potenciales  $h-v$  y  $h-Q$  estimadas reflejan una mejor adecuación con los derivados de aforos utilizando la formulación de Darcy-Weisbach como expresión resistente.
- La determinación analítica del parámetro  $\alpha$  conlleva la explicitación del factor geométrico  $\delta$  y la altura de la subcapa laminar  $y_0$ . La posición intermedia de explicitar el factor  $\delta$  solamente y obtener mediante regresiones al parámetro  $\alpha$  significa una mejora tangible en la estimación del campo de velocidades y los coeficientes,  $F$  y  $G$ , de las curvas potenciales. Esto pone de manifiesto que el avance observado en las propuestas explícitas puras es concreto y no es atribuible a algún efecto de compensación de errores (Corolario 1).
- Se estima que éste modelo explícito presenta una separación beneficiosa de los efectos provocados por la morfología del perfil y la rugosidad de su contorno en la descarga, haciéndolo conceptualmente más firme. La estimación del parámetro  $\alpha$  se materializa a través de la aplicación directa de una ecuación que involucra variables geométricas e hidráulicas objetivamente determinables, sin realizar un procedimiento de correlación, haciéndolo metodológicamente más sencillo. Además, el modelo se desliga de la necesaria hipótesis de linealidad entre las variables involucradas en las correlaciones (hecho que establece una aproximación ya que las relaciones son comprobadamente no lineales).
- Si bien las variantes explícitas evidencian que el parámetro  $\alpha$  es una función de la altura y la rugosidad de una sección la propuesta de invariabilidad estadística del mismo tiene un correlato desde el punto de vista práctico. La idea de promediar el factor en el rango de alturas donde presenta cierta "estabilidad" permite proponer funciones potenciales como curvas de descarga (al igual que las variantes de regresión). Se demuestra que con éste esquema la estimación del  $\alpha$  para cualquier formulación resistente es muy superior a la que presentan las alternativas de regresión, sin embargo, la estimación de los coeficientes  $F$  y  $G$  no evidencia grandes diferencias prevalenciando las variantes de regresión (A1) en algunos casos puntuales. El empleo de la fórmula de Manning o Darcy en los métodos explícitos no representa distinciones en la determinación de la curva de gastos o velocidades al emplear la ecuación cinemática ni se traduce en diferencias substanciales en la estimación simplificada de las mismas mediante funciones potenciales (Corolario 2).
- La ventaja de conocer la variación del  $\alpha$  con la altura permite identificar el límite por encima del cual el parámetro es aproximadamente constante (RH1) dado que para las alternativas de regresión esta cota debe estimarse en base a criterios subjetivos.
- La sensibilidad de los métodos explícitos a la altura de rugosidad  $k$  es importante, sobre todo si se lo estima por defecto. Es conveniente adoptar el criterio de las máximas rugosidades para hallar una altura representativa en una sección (Corolario 3).

- Se ha propuesto una estimación del perímetro mojado en base a correlaciones con los parámetros del perfil equivalente y funciones geométricas conocidas del mismo para alcanzar una formulación analítica para el  $\alpha$  sin depender de la integración numérica del perfil de campo. La función seleccionada para el ajuste fue la de mayor coeficiente de correlación que consiste en una analogía con la ecuación que determina el perímetro mojado para una sección parabólica ancha.

## 7. BIBLIOGRAFIA.

- Caamaño Nelli G; 1985a; "*Geometría Hidrológica: Los Parámetros de Onda Cinemática*"; XII Congreso Nacional del Agua; Mendoza.
- Caamaño Nelli G; 1985b; "*Geometría Hidrológica: La Curva de Descarga para Cursos no Aforados*"; XII Congreso Nacional del Agua; Mendoza.
- Caamaño Nelli G; 1986; "*Geometría Hidrológica: La Relación Genérica entre Altura y Caudal en Secciones Naturales*"; Centro de Investigaciones Hídricas de la Región SemiÁrida (CIHRSA); V.Carlos Paz.
- Keulegan G H; 1938; "*Laws of Turbulent Flow in Open Channels*"; J.Research; paper RP 1151; US; National of Bureau of Standard; vol 21.
- Leopold L B, Maddock T; 1953; "*The Hydraulic Geometry of Stream Channels and some Physiographic Implications*"; Geological Survey; Professional paper 252; US Department of Interior; Washington.
- Lighthill M J, Whitham G B; 1955; "*On Kinematic Waves in Flood Movement in Long Rivers*"; Proceedings Royal Society; vol 229; London.
- Zimmermann E; 1990; Primer Informe Beca Perfeccionamiento CONICET; Departamento de Hidráulica; FCEIA; UNR; inédito.
- Zimmermann E; 1990; Informe Final Beca Perfeccionamiento CONICET; Departamento de Hidráulica; FCEIA; UNR; inédito.
- Zimmermann E; 1992; *Geometría hidrológica: análisis conmparativo con otros estimadores de relaciones altura-descarga*, XV Congreso Latinoamericano de Hidráulica, IAHR, Cartagena, Colombia.
- Zimmermann E; 1996; *Geometría hidrológica en los cursos de la Pampa Ondulada*, Cuadernos del Curiham, No.2, pp 28-50.
- Zimmermann E; 1997; *Geometría hidrológica: modificaciones a la propuesta original*, Cuadernos del Curiham, No. 3, pp 39-62.

