

# UN MODELO ESTOCÁSTICO DE COMPOSICIÓN PARA LA GENERACIÓN SINTÉTICA DE TORMENTAS PUNTUALES

**Gerardo Adrián Riccardi (\*)**

**Erik Daniel Zimmermann (\*\*)**

(\*) Consejo de Investigaciones Universidad Nacional de Rosario

(\*\*) Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas

Centro Universitario Rosario de Investigaciones Hidroambientales. FCEIA. UNR  
José Hernández 986. Telefax 0341 480 8541. 2000 Rosario. Argentina. e\_mail: riccardi@fceia.unr.edu.ar

Palabras clave: modelos de lluvia; lluvias puntuales; simulación continua; modelos de composición.

## RESUMEN

Se presenta la generación sintética de tormentas puntuales mediante un modelo estocástico de composición. El modelo simula la alternancia de períodos secos y lluviosos y genera en cada tormenta las variables externas como precipitación total y duración. La estructura interna de cada tormenta es descrita en intervalos temporales de  $\frac{1}{2}$  hora dentro de los cuales la intensidad es considerada constante. Las variables consideradas en la descripción de la distribución temporal de cada tormenta son los porcentajes de parciales de lluvia acumulados. Para preservar la estacionariedad se utilizan agrupamientos mensuales. Para la generación de las variables correspondiente a la alternancia de lluvias y el externo de las tormentas se utilizaron modelos probabilísticos (con distribución Exponencial, Lognormal, Weibull y Poisson) y autoregresivos de 1er. orden (Gamma y variantes de Lognormales). Las variables del interno de las tormentas se generaron con modelos probabilísticos (Normal, Exponencial y Weibull). La selección de modelos con mejor ajuste se lleva a cabo comparando valores muestrales y generados de los parámetros estadísticos de las variables consideradas en la descripción de las tormentas y otras variables complementarias (cantidades de tormentas y acumulados mensuales y anuales). Como criterio auxiliar de selección de modelo se utiliza la comparación de valores máximos. El grado de aproximación de los parámetros estadísticos de cada variable se evalúa mediante una función suma de residuos normalizados entre valores de series sintéticas y muestrales. La aplicación fue realizada en la Estación Pluviográfica Rosario Aero (Santa Fe, Argentina), en la serie temporal 1986-1998. Las series de tormentas generadas en forma sintética verifican un comportamiento estadístico semejante a la serie observada. Si bien el modelo presenta limitaciones originadas en las simplificaciones asumidas respecto al fenómeno real, la aplicación muestra un adecuado nivel de aproximación en las variables generadas y su persistencia temporal.

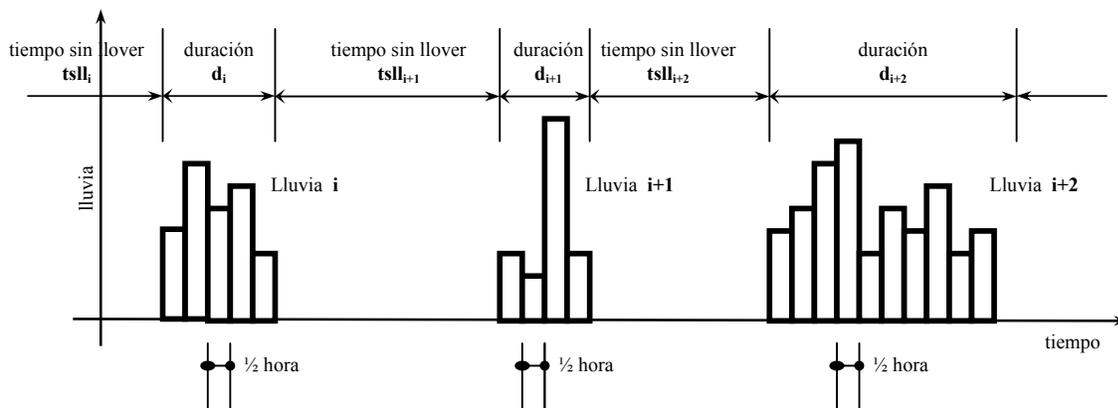
## INTRODUCCION

Los modelos de generación de series puntuales de lluvias pueden clasificarse en dos amplios grupos (Thauvin et al. 1998): *los modelos de agregación* y *los modelos de composición*. En el primer caso, cada tormenta es compuesta de un número aleatorio de celdas, y a su vez, cada celda se asocia a un período de lluvia de intensidad y duración aleatorias. La lluvia total se determina mediante la suma de las contribuciones de cada celda. En el caso de los modelos de composición, la serie de lluvias se considera como una yuxtaposición de entidades tales como períodos secos y períodos lluviosos. Cada período seco es representado por el tiempo entre lluvias y cada período lluvioso se representa por variables como duración, lámina total, intensidades y forma. Estas características son consideradas como variables aleatorias. El presente trabajo se trata de un modelo de composición y se enmarca en la continuación de diversos abordajes llevados a cabo en la generación sintética de tormentas puntuales en la región de Rosario (Navarro et al. ,1996; Zimmermann et. al. 1996 y Zimmermann, 1998). Estudios de Riccardi y Zimmermann (2000) comenzaron a abordar la generación sintética de lluvias en Rosario en vista al desarrollo de un generador de lluvias areales. En los trabajos citados el máximo agrupamiento de lluvias durante el año fue de tipo estacional y con distribución interna de lluvia de tipo triangular, donde el parámetro de la forma fue el coeficiente de avance. En este trabajo se avanza a un nivel de agrupamiento mensual y se propone la conformación interna de la lluvia en intervalos temporales de  $\frac{1}{2}$  hora. Esta longitud del intervalo de máximo detalle fue determinado a partir de la información existente dado que permitió definir la conformación interna de más del 90% de las tormentas componentes de la muestra. Asimismo el grado de detalle temporal de  $\frac{1}{2}$  hora hace la tormenta particularmente útil para la determinación correcta de la respuesta hidrológica en pequeñas cuencas urbanas.

## DESCRIPCION DEL MODELO DE GENERACION

### Descripción de la secuencia y composición externa e interna de las tormentas

Un esquema de la secuencia entre tormentas y la distribución interna considerada por el modelo se presenta en la Figura 1. Se consideran eventos independientes aquellos en los cuales se produce precipitación continua, pudiendo contener uno o más picos de intensidades.



**Figura 1 . Representación de las tormentas por parte del modelo**

La *secuencia de eventos secos y lluviosos* es evaluada con el tiempo sin llover entre tormentas ( $tsll$ ), variable esta considerada independiente. Por lo tanto se requiere la separación de la series de precipitaciones históricas en tormentas independientes. Cuando los períodos de lluvias son separados

por períodos sin lluvia demasiado cortos, pueden ser parte del mismo sistema meteorológico y, por lo tanto no ser lluvias independientes. Varios métodos han sido propuestos para identificar el mínimo período seco que garantice estadística y físicamente la independencia de los eventos. Restrepo y Eagleson (1982) encontraron que la exponenciabilidad del tiempo sin llover es una condición suficiente para la independencia estadística de la llegada de tormentas. Thauvin et al. (1998) fijaron un umbral de intensidad de 0.20 mm/h , calculado en períodos de una hora. Einfalt et al. (1998) un evento de lluvia significativa a aquella en que al menos 5 mm precipitaron en 1 hora, y separaron dos eventos cuando la lluvia durante una hora fue inferior a 0.5 mm. Este último criterio fue adoptado, verificándose además la exponenciabilidad de la distribución.

De la observación de las tormentas regionales queda claro que en un mismo evento meteorológico pueden presentarse más de una lluvia como las definidas con los criterios antes citados. Esto hace cuestionable una hipótesis de independencia física entre algunos grupos de tormentas y constituye una limitación del modelo. De todos modos la discontinuidad y escasez de la información pluviográfica registrada a nivel regional hace impracticable las aplicaciones de otros modelos mas complejos, como por ejemplo los de agregación ya descriptos.

*Las características exteriores de cada evento* se estudian analizando su duración (d), y altura total (p) de precipitación .

*La conformación interna de cada evento* se estudia en intervalos de  $\frac{1}{2}$  hora, determinándose la distribución de probabilidad de la intensidad en cada intervalo y para cada duración.

Para preservar la *estacionariedad*, las variables fueron estudiadas en agrupamientos mensuales.

### **Análisis de autocorrelaciones y correlaciones entre variables**

A fin de encontrar posibles dependencias entre las variables tsll, p y d, se determinan las autocorrelaciones de orden 1 y correlaciones simples entre variables bajo las formulaciones lineal, multiplicativa, exponencial y recíproca. Se utiliza el coeficiente de correlación como parámetro de bondad de la correlación. En el caso de correlaciones lineales la bondad de la correlación se evalúa con el desvío estándar de los residuos.

### **Funciones de Distribución de Probabilidades para variables independientes**

Las variables muestrales que tras el análisis de correlaciones se consideran independientes son ajustadas mediante funciones de distribución de tipo Exponencial, Weibull, Gamma y LogNormal. Para la variable duración también se aplica la distribución de Poisson considerando variable la cantidad de intervalos de  $\frac{1}{2}$  hora.

### **Análisis de las Formas de las Tormentas**

Las formas de las tormentas se analizan agregando cada evento en intervalos de  $\frac{1}{2}$  hora. Para cada duración se estudian las distribuciones de probabilidad de los parciales de lluvia en cada intervalo, considerando la intensidad constante dentro de cada intervalo. Dado que se observan en la región lluvias continuas de hasta 6 hs. de duración, el modelo prevé la determinación de 77 funciones de distribución de los porcentajes de lluvias caídas en cada intervalos de  $\frac{1}{2}$  hora correspondientes a duraciones de 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0, 3.5, 4.0, 4.5, 5.0, 5.5, y 6.0 horas.. Las funciones de distribución utilizadas son: Exponencial, Normal y Weibull

## **Generación de Series Sintéticas**

La generación de las series sintéticas de tormentas comprende:

- a) La determinación de las variables consideradas independientes a partir de modelos estadísticos tipo Montecarlo con distribuciones Exponencial, y Weibull y modelos autoregresivos de primer orden con distribución LogNormal y Gamma. Para generar duraciones se utiliza también una distribución de Poisson considerando como variable el número de intervalos de ½ hora.
- b) La determinación de las variables consideradas dependientes a partir de los análisis de correlaciones con la función que proporcione el mejor ajuste: lineal, exponencial, multiplicativa o recíproca.
- c) La generación de los porcentajes de lluvia (respecto al total) precipitados en cada intervalo de ½ hora con modelos estadísticos con distribuciones Normal, Exponencial y Weibull.
- d) Selección de los modelos con mejor ajuste. Para ello se comparan los valores muestrales y generados de los parámetros estadísticos (valores medio, desvío estándar, asimetría y lag-1) de las variables consideradas en la conformación del externo e interno de la tormentas y otras variables complementarias como cantidades de tormentas y acumulados de lluvia en cada mes y por año. Además, se utiliza como criterio auxiliar de selección modelo con mejor ajuste la comparación de los valores máximos. El grado de aproximación de los parámetros estadísticos de cada variable se evalúan mediante la función suma de los residuos normalizados entre los valores de las series sintéticas y los muestrales. Los modelos considerados con mejor ajuste son aquellos con menor valor **Z**, definido como:

$$Z = \sum_{j=1}^{12} \left[ \frac{\Theta_j}{\Theta_j^*} - 1 \right]^2 \quad (1)$$

donde  $\Theta_j$  y  $\Theta_j^*$  son los valores del parámetro estadístico generado y muestral respectivamente en el mes  $j$ .

## **APLICACION DEL MODELO**

### **Descripción de la Muestra**

La información disponible en soporte magnético fue adquirida la Dirección General de Hidráulica y Saneamiento de la Municipalidad de Rosario al Servicio Meteorológico Nacional (SMN) y corresponde a la serie de lluvias desde Enero de 1986 a Junio de 1998 (DGHyS, 1999). La serie no es completa en los años 1988 y 1989, por lo cual la información de dichos años fue descartada del análisis. Asimismo, si bien el pluviógrafo toma registros cada 5 minutos, solamente en un 36% de las tormentas existe información pluviográfica con ese nivel de detalle. En el resto de las tormentas la información suministrada por el SMN es de lámina precipitada durante un cierto lapso de tiempo variable entre 0.5 a 24 horas.

### **Correlaciones simples entre variables**

En general las correlaciones no resultaron elevadas. las mejores correlaciones se observaron entre las variables duración y lámina total precipitada. los coeficientes de correlación en el mejor de los casos alcanzaron valores de 0.50 lo que implicó valores muy elevados de los desvíos estándares

de los residuos las correlaciones resultaron más precisas en los meses de primavera y verano, sin embargo quedan fuera de la zona delimitada por el desvío de los residuos los valores extremos, lo que constituye una limitación al uso de estas correlaciones por no poder *ver matemáticamente* eventos extremos. A partir de los resultados obtenidos en el análisis de correlación de variables se consideraron a las variables  $t_{sll}$ ,  $d$  y  $p$  como independientes.

### **Generación de secuencia y externo de las tormentas**

Se generaron series temporales de 10 años, longitud semejante a las series observadas. Las series se generaron con la secuencia entre lluvias y variables externas de las tormentas calculadas mediante los diferentes modelos probabilísticos y autoregresivos contemplados por el modelo. En el caso del modelo autoregresivo de 1er. orden LogNormal se emplearon variantes al planteo clásico. Dado que el planteo clásico LogNormal generó valores negativos de las variables para conservar la asimetría, valores éstos inconsistentes físicamente, se procedió a un filtrado de los elementos negativos generado mediante eliminación directa. Una segunda variante, orientada también a filtrar los elementos negativos, involucró la eliminación de la consideración del sesgo, y una tercera variante consistió en la eliminación de la consideración del lag-1. Además en el caso de la variable duración, se utilizó el modelo de Poisson en la generación de la cantidad de barrotos de  $\frac{1}{2}$  hora. En síntesis los modelos de generación de las variables  $t_{sll}$ ,  $d$  y  $p$  empleados fueron :

- 1) Exponencial (probabilístico)
- 2) Weibull (probabilístico)
- 3) Poisson (probabilístico para duración)
- 4) Gamma (autoregresivo de 1er. orden)
- 5) LogNormal (autoregresivo de 1er. orden)
- 6) LogNormal con filtro de elementos negativos (autoregresivo de 1er. orden)
- 7) LogNormal sin sesgo (autoregresivo de 1er. orden)
- 8) LogNormal sin lag-1 (probabilístico)

En las Figuras 2 a 4 se presentan los parámetros estadísticos de las series generada con todos los modelos. Además, en las Figuras 5 y 6 se representan las variables complementarias número de tormentas y acumulados mensuales.

En una primer selección de los modelos con mejor ajuste, los estadísticos fueron considerados con el siguiente orden de jerarquía: valor medio, desvío estándar, asimetría y lag-1. Considerando las variables de la secuencia de las tormentas y del externo: tiempo sin llover, duración y lluvia, y las variables complementarias número de tormentas y acumulado mensual pudieron establecerse como los modelos con mejor ajuste para todas las variables al Exponencial y LogNormal sin sesgo y Poisson (para duración).

Para definir finalmente el modelo con mejor representación de cada variable se estimó conveniente analizar los máximos valores generados por cada modelo. Analizando resultados se estableció que para la duración el más conveniente es el modelo de Poisson, que si bien subvalora el desvío estándar no genera valores máximos extremadamente elevados de duraciones, como los generados por los modelos Exponencial y LogNormal sin sesgo, valores estos sin correlato con el fenómeno real. En lo que concierne al tiempo entre lluvias y la lluvia se definió como más adecuado al modelo Exponencial puesto que genera valores máximos visiblemente más cercanos a los valores muestrales.

Considerando la persistencia de variables como cantidad de tormentas y acumulado de lluvias en un período de un año, los valores medios determinados en las series generadas se

acercaron de forma importante a los valores muestrales.

### **Generación del interno de las tormentas**

Definidos los modelos para el externo y secuencia de las tormentas se procedió a generar la distribución porcentual de la lluvia en cada intervalo de 1/2 hora, de acuerdo a la duración correspondiente. En este caso no correspondió la selección del modelo puesto que se trabajó con los modelos que mejor ajustaron a los histogramas de frecuencias.

En la Figura 7 se grafican las comparaciones entre los valores medios muestrales y de series generadas, de los porcentajes de lluvias (respecto al total) precipitados en cada intervalo de tiempo de 1/2 hora y para cada duración.

En el caso del valor medio de los porcentajes el máximo valor absoluto fue del 3% en tanto que para los desvíos estándares el máximo error absoluto fue de 7%. Estos valores se presentan en algunos intervalos de lluvias con duración superior a 4 hs que corresponde a menos del 25% de las tormentas registradas. Si se analiza el 75% restante de las tormentas los valores de los errores absolutos son del 1% y 4% respectivamente. Esto indica un alto grado de representatividad por parte del modelo en lo que concierne a la distribución interna en intervalos de 1/2 hora.

## **CONCLUSIONES**

Las series de tormentas generadas en forma sintética se comportan estadísticamente en forma semejante a la serie observada. La semejanza ha comprendido tanto el externo de la tormenta como la distribución interna agregadas a intervalos de 1/2 hora.

Las distribuciones LogNormal y Exponencial fueron la más robustas para reproducir el conjunto de los estadísticos muestrales de las variables del externo de las tormentas, las cantidades de tormentas y acumulados mensuales. La distribución Exponencial presenta la ventaja de su simplicidad al ser un modelo de un solo parámetro y con expresión explícita de la función de distribución de probabilidad inversa. Los modelos que han preservado con mayor eficacia las asimetrías han generado valores negativos lo que no se condice con el fenómeno real.

No hubo un sustancial mejoramiento de la generación de series mediante el uso de modelos autoregresivos de 1er. orden, excepto en la asimetría de las variables. Precisamente el mejor ajuste de la asimetría llevó al modelo LogNormal a generar valores negativos de variables, inconsistentes físicamente.

La ponderación integral de los errores indicó al modelo de Poisson como el más adecuado para generar las duraciones, y el Exponencial para generar los tiempos sin llover y las lluvias.

Los estadísticos muestrales y demás variables muestrales han resultado similares a los establecidos en los estudios de la Estación Sapucaí (Zimmermann, 1998), cercana a Rosario, lo que pone de manifiesto la homogeneidad y la validez regional del fenómeno estudiado.

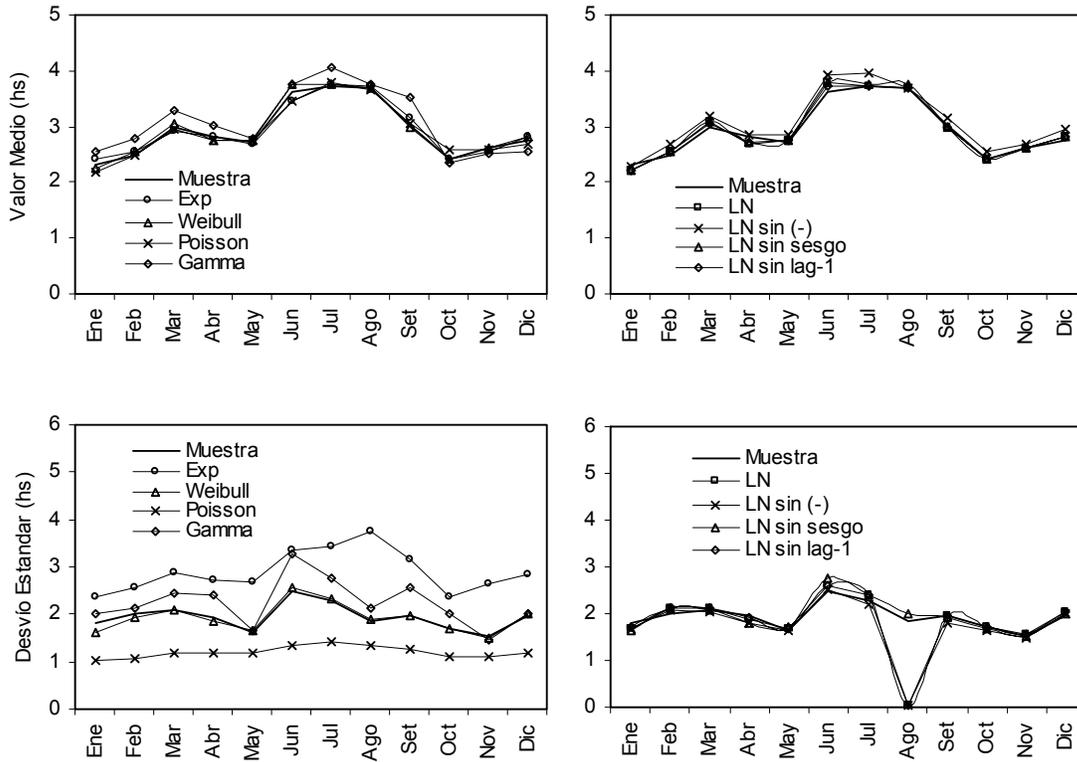
La distribuciones internas de las lluvias dentro de cada intervalo de 1/2 hora y para cada duración pudo ser ajustada adecuadamente con modelos de Weibull en su gran mayoría y con Exponencial y Normal. Los errores determinados en los valores medios y desvíos estándares de los porcentajes de lluvia precipitada en cada intervalo de 1/2 hora no fueron superiores al 7%,

considerándose este error máximo totalmente tolerable.

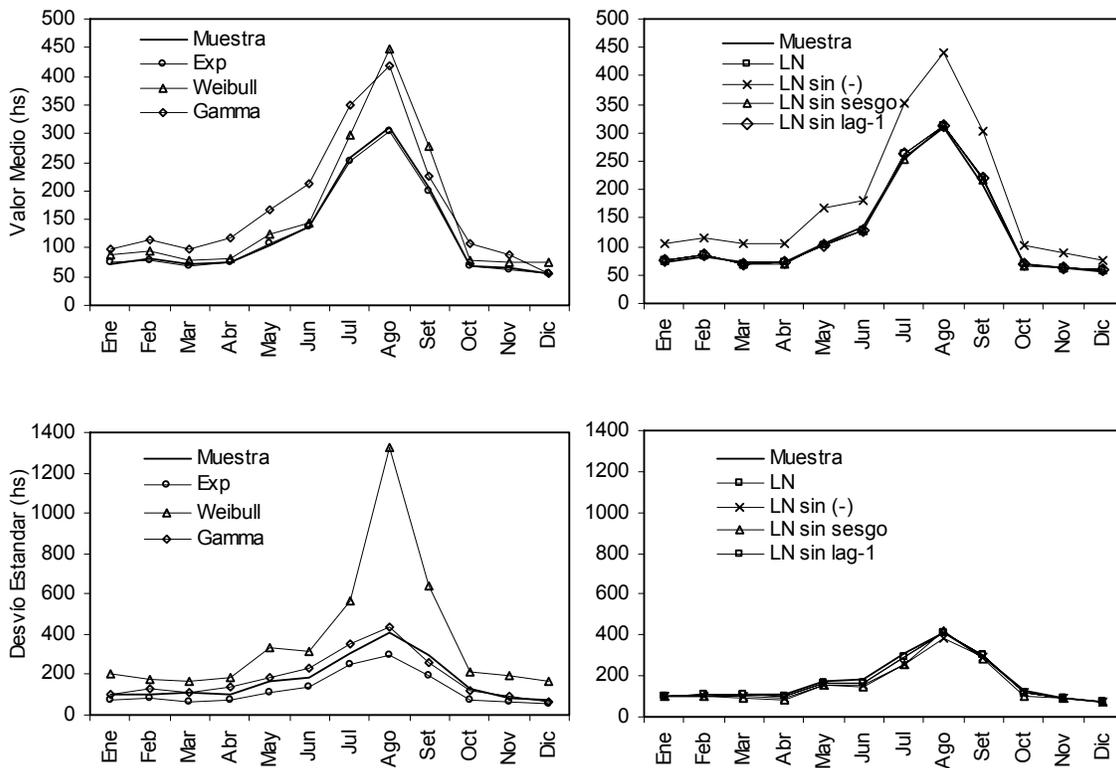
Si bien el modelo presenta limitaciones originadas en las simplificaciones de la representación del fenómeno físico real, ha mostrado un adecuado nivel de aproximación en las variables generadas para cada tormenta como así también en variables complementarias mensuales y anuales.

## BIBLIOGRAFÍA

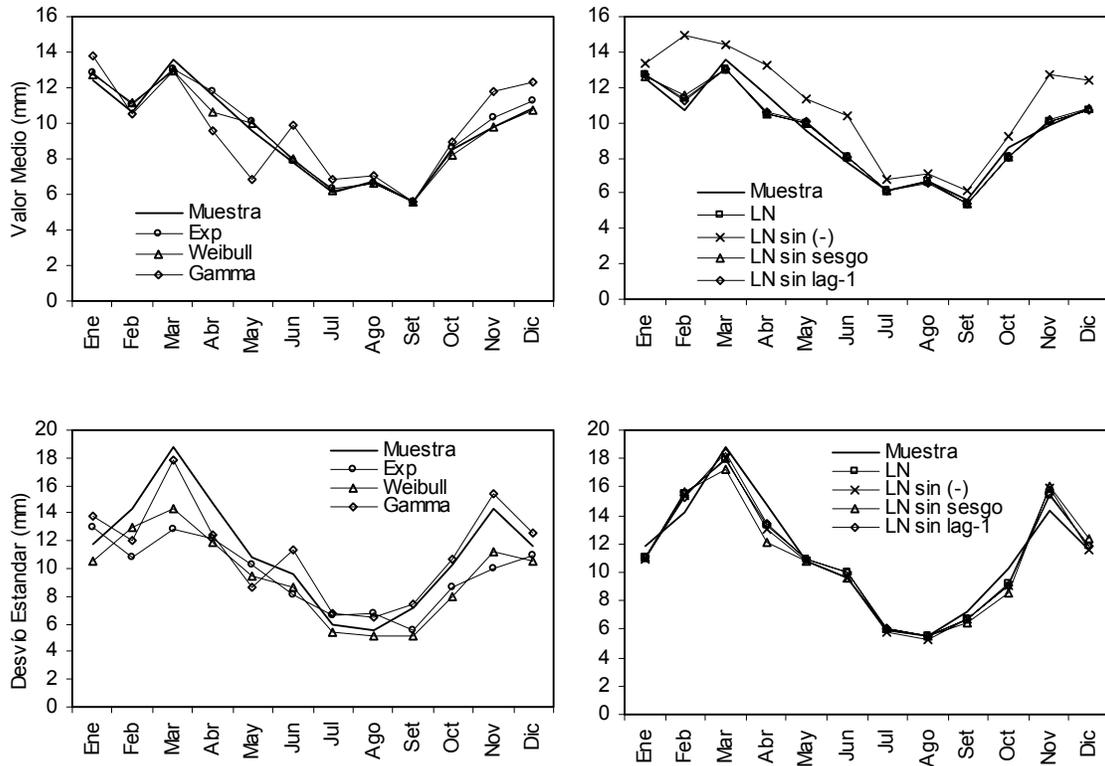
- DGHyS** (1999) *Serie Temporal de llluvias en Rosario-Aero 1986-1998*. En soporte magnético. Dirección General de Hidráulica y Saneamiento de la Municipalidad de Rosario, Rosario, Argentina.
- Einfalt, T.; G. Johann y A. Pfister** (1998) “*On the Spatial Validity of Heavy Point Rainfall Measurements*”. Water Sciences Technology. IAWQ. Elsevier Science Ltd. 37 (11), pp. 21-28.
- Navarro, R.; E. Zimmermann y M. Silber** (1996) “*Análisis de Tormentas para la Generación de Series Sintéticas*”. Cuadernos del Curiham, CURIHAM-UNESCO-PHI, ISSN 1514-2906. 2 (1), pp. 62-69. Rosario, Argentina.
- Restrepo, P. J. y P. S. Eagleson** (1982) “*Identification of Independent Rainstorms*”. Journal of Hydrology, 44, pp. 303-319.
- Riccardi, G. y E. Zimmermann** (2000) “*Modelo Probabilístico de Tormentas Puntuales Aplicado a Rosario Aero (Santa Fe, Argentina)*”. Uso y Preservación de los Recursos Hídricos en los Umbrales del Siglo XXI, (Farias H. et. al, editores), pp. 57-58. Santiago del Estero, Argentina.
- Thauvin E.; E. Gaume y C. Roux** (1998) “*A Short Time-Step Point Rainfall Stochastic Model*”. Water Sciences and Technology, IAWQ, Elsevier Science Ltd., 37 (11), pp. 37-45.
- Zimmermann E.; R. Navarro y M. Silber** (1996) “*Un Modelo Probabilístico para la Generación de Tormentas Sintéticas*”. XVII Congreso Latinoamericano de Hidráulica, IAHR-LAD, Guayaquil, Ecuador.
- Zimmermann E.** (1998) “*Synthetic Storm Generation in a Flatland Region, Santa Fe, Argentina*”. Journal of Environmental Hydrology (IAEH), 6 (2), pp. 1-5.



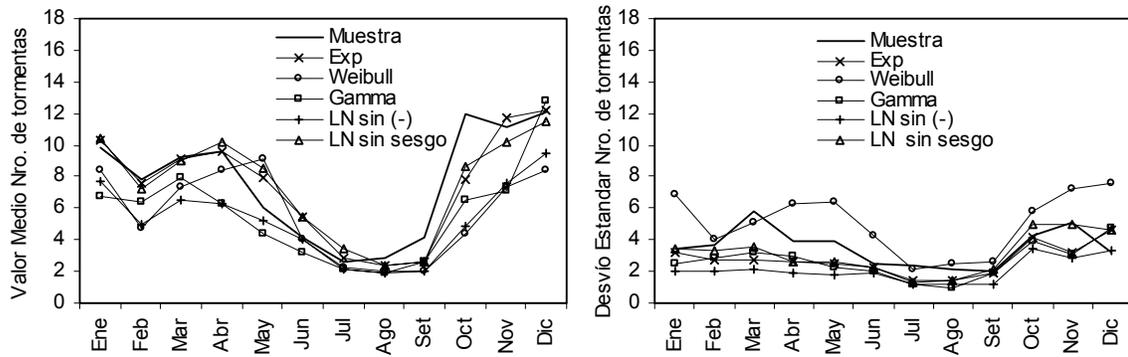
**Figura 2. Series Generadas. Duración**



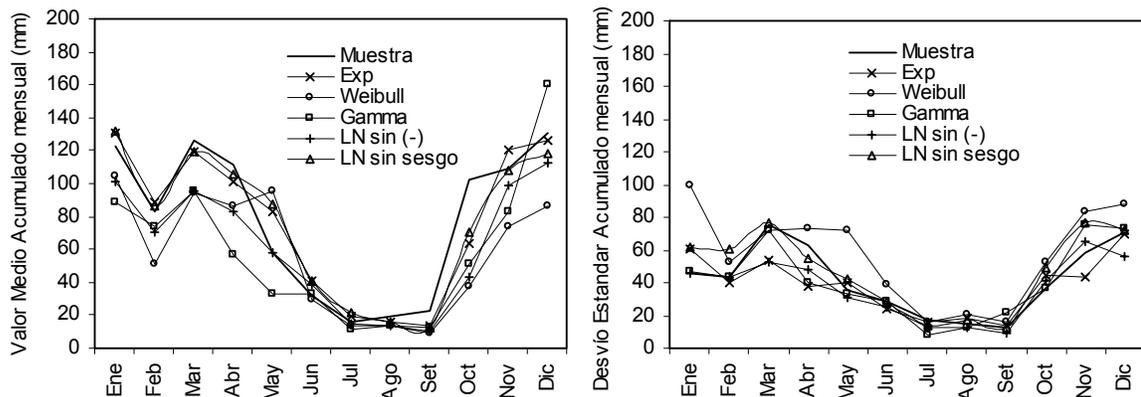
**Figura 3. Series Generadas. Tiempo sin llover**



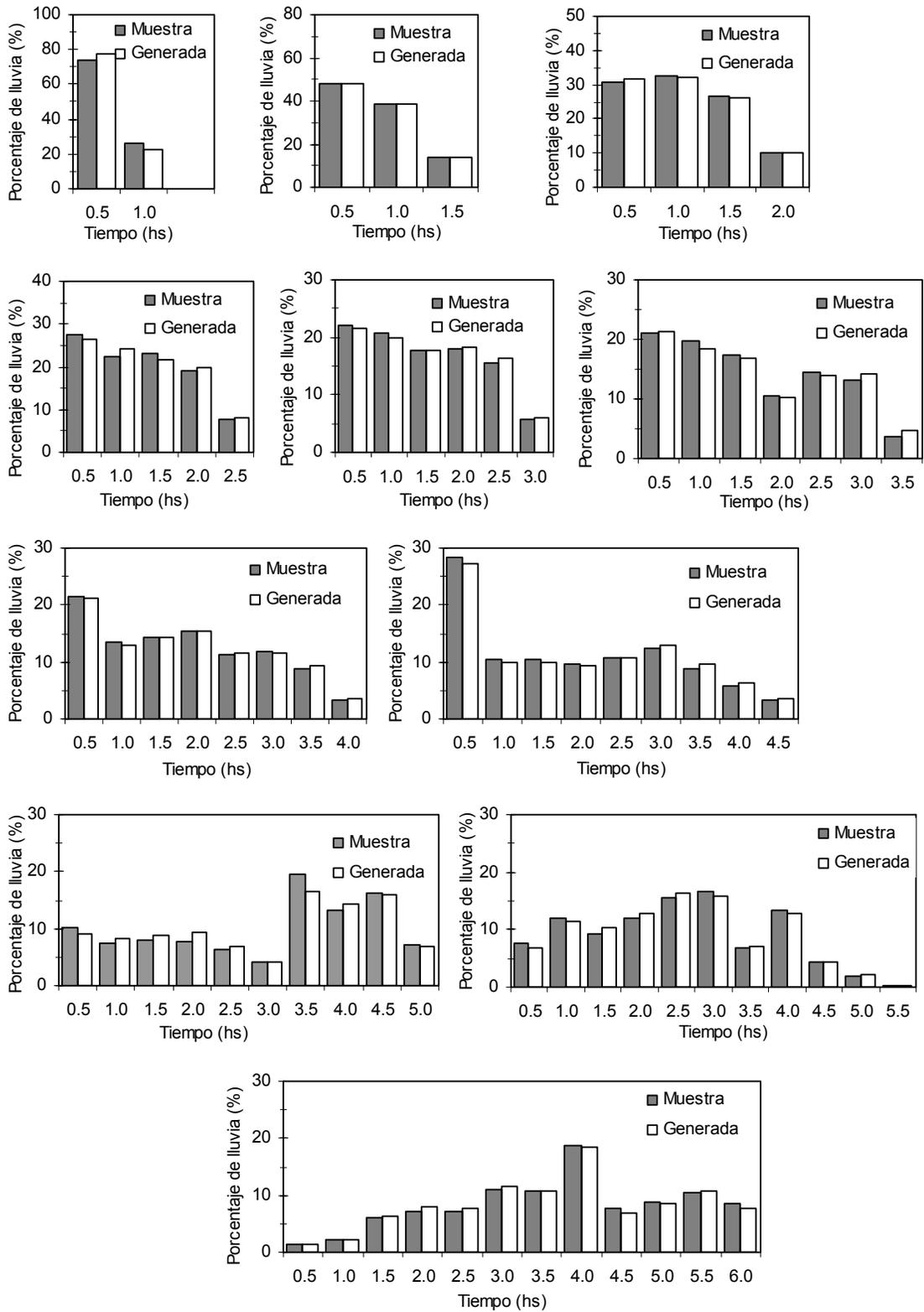
**Figura 4. Series Generadas. Lluvia**



**Figura 5. Series Generadas. Nro. de tormentas**



**Figura 6. Series Generadas. Acumulado Mensual**



**Figura 7. Series Generadas. Valores Medios de los porcentajes de lluvia en cada intervalo de 1/2 hora para duraciones de 1 a 6 hs**