

Universidad Nacional de Rosario
Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura

TESIS DOCTORAL

Medición de la distribución de fase en
interferometría de speckle temporal usando
descomposición empírica de modos y
transformada de Hilbert

Autor: Ing. Electrónico Fernando A. Marengo Rodriguez

Director: Dr. Guillermo H. Kaufmann

Codirector: Dr. Alejandro Federico

Tesis presentada para optar al título de Doctor en Ingeniería

Trabajo realizado en el Instituto de Física Rosario (CONICET-UNR)

Rosario, Argentina, 2008

Índice general

Agradecimientos	v
Resumen	vii
1. Interferometría de speckle digital: conceptos básicos	1
1.1. Introducción	1
1.2. Formación de la distribución de speckle	3
1.2.1. Speckle objetivo	3
1.2.2. Speckle subjetivo	5
1.3. Descripción estadística de la distribución de speckle	7
1.3.1. Estadística de primer orden	8
1.3.2. Estadística de segundo orden	11
1.3.3. Estadística considerando un detector real	12
1.3.4. Comportamiento no ideal del speckle	14
1.4. Interferencia de distribuciones de speckle	16
1.4.1. Franjas de correlación	16
1.4.2. Fase de una distribución de speckle	19
1.5. Medición de desplazamientos normales	21
1.6. Análisis estadístico de la interferometría de speckle	22
1.6.1. Detector ideal puntual	22
1.6.2. Detector real	25
1.7. Decorrelación de distribuciones de speckle	27
1.7.1. Por corrimiento en el plano	28
1.7.2. Por rotación perpendicular al eje óptico	29

1.8. Procesamiento de datos en interferometría de speckle digital	30
1.8.1. Evaluación de la distribución de fase	32
1.8.2. Desenvoltura de la fase en 2D	35
2. Interferometría de speckle temporal	37
2.1. Introducción	37
2.2. Cálculo de la distribución de fase	41
2.2.1. Métodos basados en la señal analítica	46
2.2.2. Método de la transformada de Fourier temporal	53
2.2.2.1. Principios teóricos	53
2.2.2.2. Algoritmo	54
2.2.2.3. Análisis de la intensidad y variantes del algoritmo . .	56
2.2.3. Método de la transformada de Hilbert temporal	73
2.2.3.1. Principios teóricos	73
2.2.3.2. Algoritmo	76
2.2.3.3. Comentarios y variantes del algoritmo	78
2.3. Desenvoltura temporal de fase	89
2.3.1. Rereferenciamiento	94
3. El método de descomposición empírica de modos	97
3.1. Introducción	97
3.2. Funciones de modo intrínseco y el proceso de tamizado	98
3.3. Finalización del proceso de tamizado	102
3.4. Aplicación del método	104
4. Medición de la fase en interferometría de speckle digital usando descomposición empírica de modos y la transformada de Hilbert	109
4.1. Fundamentos del método	109
4.2. Ventajas de este método con respecto a la técnica basada en la transformada de Hilbert	117
4.3. Post procesamiento de la fase desenvuelta	119

4.4. Simulación de una secuencia de interferogramas de speckle sin introducir una portadora	120
4.5. Resultados y discusión	122
4.6. Conclusiones	132
5. Comparación entre diferentes métodos de medición de fase en interferometría de speckle digital	135
5.1. Simulación del ruido que contamina la intensidad de entrada	135
5.2. Comparación entre el método de medición de fase propuesto y los basados en las transformadas de Fourier y de Hilbert	140
5.3. Técnica alternativa de medición de fase basada en la transformada de Hilbert y la descomposición empírica de modos	142
5.3.1. Frecuencia de entrada mínima	142
5.3.2. Frecuencia de entrada máxima	145
5.3.3. Intervalos de frecuencia de entrada cuando se usan ambos métodos basados en la transformada de Hilbert y la descomposición empírica de modos	146
5.3.4. Comparación de ambos métodos basados en la transformada de Hilbert y la descomposición empírica de modos	148
5.4. Comparación entre las técnicas basadas en las transformadas de Hilbert y de Fourier y el método propuesto en esta Tesis	149
5.4.1. Simulación de secuencias de interferogramas de speckle introduciendo una portadora	150
5.4.2. Resultados obtenidos al analizar datos simulados	153
5.5. Conclusiones	163
Conclusiones	167
Publicaciones del autor	171
Bibliografía	173

Agradecimientos

Deseo reservar este espacio para agradecer a todas las personas que me han ayudado a concluir la realización de esta Tesis Doctoral.

En primer lugar, quiero agradecer a mis directores, los Doctores Guillermo Kaufmann y Alejandro Federico, por sus buenos consejos, el constante aporte de ideas y por todo lo que me permitieron aprender.

También, deseo agradecer a mis compañeros Andrés Dolinko, María Belén Bernini y Gustavo Galizzi por ser excelentes compañeros y profesionales envidiables. Asimismo, le estoy agradecido al Profesor Federico Miyara por sus charlas productivas y amenas, mostrándome la importancia de la formación profesional así como humana.

En último lugar, quiero agradecerles a vos mamá, a vos Sandokán y a vos papá por haberme criado y apoyado en todos los momentos más importantes de mi existencia, incluyendo el tiempo en el cual estuve trabajando en el IFIR. Gracias a ustedes, soy un hombre crítico que siempre busca seguir sus sueños a costa de las dificultades que se presentan en el camino de la vida.

Resumen

La interferometría de speckle temporal (en inglés, temporal speckle pattern interferometry o TSPI) es una técnica para medir campos de desplazamientos mecánicos producidos por un objeto sometido a cargas, a partir del análisis de una secuencia de interferogramas de speckle adquiridos durante la historia de la deformación. Entre sus principales características, TSPI no necesita entrar en contacto con la superficie a ensayar, permite realizar mediciones en forma cuantitativa y automática, y posee una elevada sensibilidad del orden de las decenas de micrómetros. Además, TSPI tiene un amplio rango de medición, mayor a la centena de micrómetros.

Esta Tesis se enmarca dentro de los trabajos que se realizan en el Laboratorio de Metrología Óptica del Instituto de Física Rosario, en particular en el tema de desarrollo y evaluación de métodos aplicados al procesamiento automático de datos en interferometría de speckle. En esta Tesis se describe un nuevo método de medición de distribuciones temporales de fase para analizar los datos obtenidos en TSPI, el cual está basado en la técnica de descomposición empírica de modos y en la transformada de Hilbert. Los resultados obtenidos con el nuevo método desarrollado se comparan con los generados usando otras técnicas propuestas con anterioridad.

La Tesis se estructura tal como se describe a continuación. En el capítulo 1 se presentan los distintos conceptos básicos vinculados a la interferometría de speckle que se usarán en los capítulos posteriores. Entre otros temas, se describe el proceso de análisis de datos en interferometría de speckle digital, consistente en la extracción de las distribuciones de fase y los algoritmos empleados para realizar la desenvoltura en 2D. Asimismo, se describe la codificación del desplazamiento a medir en las variaciones de la intensidad adquirida, las fuentes más importantes que introducen errores

en el proceso de medición y la influencia de las regiones de baja relación señal-ruido en los resultados.

En el capítulo 2 se describe el proceso de análisis de datos en interferometría de speckle temporal, sus ventajas frente a la técnica de interferometría de speckle digital y los métodos de medición que se aplican en TSPI basados en la evaluación de la señal analítica mediante las transformadas de Fourier y de Hilbert, enfatizando en sus limitaciones. También se analizan distintos algoritmos de desvoltura temporal de fase y la técnica de rereferenciamiento.

El capítulo 3 se presentan las bases fundamentales del método de descomposición empírica de modos o EMD, las características generales de las funciones de base que produce esta descomposición y los diversos criterios para determinar la finalización del proceso de tamizado. También se analiza un ejemplo de aplicación a una señal con características similares a las que se obtienen en TSPI.

En el capítulo 4 se describe el método de medición de distribuciones temporales de fase propuesto por el autor de esta Tesis, que se basa en la técnica de descomposición empírica de modos y en la transformada de Hilbert, denominado método HT+EMD. Se analizan las ventajas de este método con respecto a la técnica basada en la transformada de Hilbert y se presentan las etapas de postprocesamiento de la fase desenvuelta con el objeto de optimizar los resultados obtenidos. También se estudia la performance de estas dos técnicas mediante el análisis de una serie de interferogramas de speckle generados por simulación en ausencia de portadora y se discuten los resultados obtenidos.

Finalmente, el capítulo 5 muestra la relación entre el método de medición de fase propuesto por el autor de esta Tesis y otras técnicas ya existentes que se basan en el cálculo de la señal analítica. Primero se describen las equivalencias entre el método propuesto en esta Tesis y los basados en las transformadas de Fourier y de Hilbert. Luego, se analiza un método alternativo que también se basa en la transformada de Hilbert y el algoritmo de EMD, enfatizando sus limitaciones y comparándolo con el método propuesto en esta Tesis. Finalmente, se evalúa un conjunto de series de interferogramas de speckle simulados en presencia de una portadora, mediante los

métodos basados en las transformadas de Fourier y de Hilbert y el propuesto en esta Tesis. En cada caso, se discuten las causas que limitan el rendimiento de las mediciones y se muestran las ventajas de la técnica propuesta por el autor de esta Tesis.

Capítulo 1

Interferometría de speckle digital: conceptos básicos

1.1. Introducción

A partir de la invención del laser en 1960, se dispone de una fuente luminosa con un grado de coherencia nunca antes logrado. Una de las primeras observaciones obtenidas con un laser fue que la mayoría de las superficies iluminadas con estas fuentes luminosas presenta un aspecto granular de tipo aleatorio. Este fenómeno es conocido en inglés como *speckle* [Goodman, 1975], [Jones and Wykes, 1989], y se produce cuando la superficie iluminada es ópticamente rugosa, es decir cuando las diferencias de altura entre puntos vecinos de la superficie son del orden o mayores a la longitud de onda del laser utilizado. Desde una posición de observación lejana, el campo óptico es igual al generado por la superposición de las ondas difundidas por cada punto de la superficie iluminada. Como resultado se obtiene una distribución espacial consistente en regiones claras y oscuras que corresponden a las interferencias constructivas y destructivas de dichas ondas, respectivamente.

La distribución aleatoria del campo óptico se puede modificar de manera determinística debido a deformaciones o desplazamientos de la superficie dispersora [Goodman, 1975], y por esta razón se puede aprovechar para estudiar características de la misma.

En función de estas propiedades de las distribuciones de speckle, en las últimas dos décadas se desarrollaron diferentes métodos de medición de alta sensibilidad para aplicar a superficies dispersoras, dando origen a la *Interferometría de Speckle*, que son técnicas basadas en la comparación de dos o más distribuciones de speckle.

Originalmente, las distribuciones de speckle se registraban en películas fotográficas para su posterior procesado con métodos ópticos, pero estas técnicas eran inadecuadas para la realización de mediciones en ambientes industriales. Más adelante, las distribuciones de speckle se registraron usando cámaras de TV y el procesado de las imágenes se realizó electrónicamente, técnica conocida como *Interferometría Electrónica de Speckle* o *ESPI* (en inglés, *Electronic Speckle Pattern Interferometry*). Posteriormente, el desarrollo de hardware y software hizo posible el uso de cámaras de carga acoplada (CCD) conectadas a computadoras que poseen placas de adquisición y algoritmos de procesamiento de señales, de modo de poder almacenar y visualizar en tiempo real las imágenes adquiridas y los resultados de interés. Estos desarrollos dieron origen a la *Interferometría de Speckle Digital* o *DSPI* (en inglés, *Digital Speckle Pattern Interferometry*), y posteriormente a la *Interferometría de Speckle Temporal* o *TSPI* (en inglés, *Temporal Speckle Pattern Interferometry*). En DSPI se computa la deformación del objeto entre dos estados, antes y después de la deformación, y el análisis de datos se realiza en forma espacial. En TSPI se adquiere una secuencia de imágenes durante la historia de la deformación del objeto y el campo de desplazamientos queda codificado en un conjunto de $N_m \times N_n$ señales temporales, donde N_m y N_n corresponden a las dimensiones de las imágenes en la dirección horizontal y vertical, respectivamente. La técnica de TSPI es más ventajosa que la de DSPI en lo que compete a inmunidad al ruido, sensibilidad y rango de medición, y constituye la base sobre la cual desarrollaremos los métodos de medición que se describen en esta Tesis.

1.2. Formación de la distribución de speckle

Si una superficie ópticamente rugosa se ilumina con luz coherente, usando el principio de Huygens-Fresnel se puede demostrar que el campo óptico en un determinado punto de observación es igual a la suma coherente de las ondas emitidas por cada centro dispersor de la misma. Teniendo en cuenta las diferencias de altura aleatorias entre los puntos vecinos de la superficie, resulta fácil demostrar que los campos complejos asociados poseen valores iniciales aleatorios. Por esta causa, el campo óptico en cualquier punto de observación también posee un comportamiento aleatorio. La distribución de campo espacial, aleatoria en amplitud y fase, constituye el speckle y un ejemplo típico de la misma se observa en la Fig. 1.1.

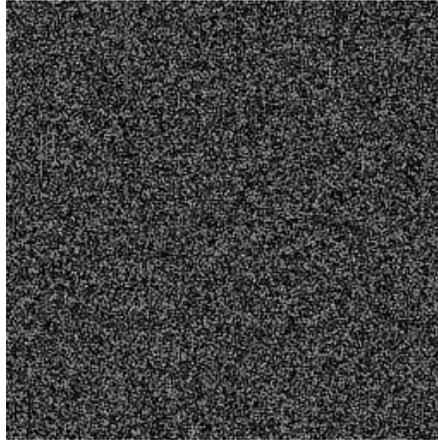


Figura 1.1: Distribución de speckle típica.

La distribución de speckle generada por un objeto rugoso ocupa todo el espacio que atraviesa la luz difundida y se puede observar interponiendo una pantalla (*speckle objetivo*) o visualizando la imagen que se obtiene mediante un sistema óptico (*speckle subjetivo*).

1.2.1. Speckle objetivo

Supongamos que se tiene un sistema como el que se muestra en la Fig. 1.2, en el cual la superficie rugosa está situada en el plano xy y se ilumina con un haz coherente

de longitud de onda λ . Como la amplitud compleja $\mathcal{U}(\mathbf{r})$ de la luz dispersada en el punto de observación Q es igual a la suma vectorial de todas las componentes diferenciales de la superficie dispersora, [Jones and Wykes, 1989], resulta

$$\mathcal{U}(\mathbf{r}) = k_c \iint_S u_i(x, y) \exp\left[\frac{2\pi i}{\lambda} G \xi(x, y)\right] dx dy, \quad (1.1)$$

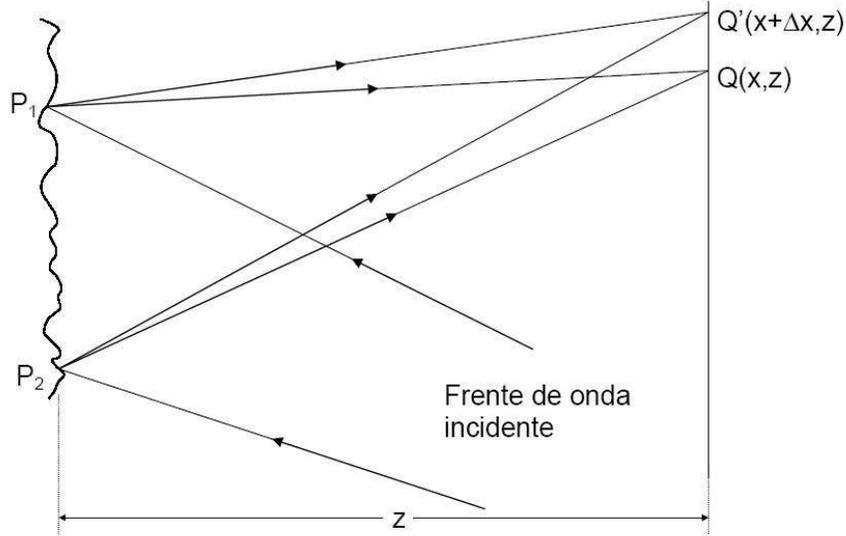


Figura 1.2: Formación del speckle objetivo.

donde S denota la superficie dispersora, k_c es una constante, $u_i(x, y)$ es el campo incidente en el punto (x, y) , $\xi(x, y)$ es la altura de la superficie en dicho punto y G es un parámetro geométrico asociado a las direcciones de iluminación y visualización, las cuales se asumen constantes si Q está lo suficientemente alejado del objeto. Como $\xi(x, y)$ varía aleatoriamente con la posición (x, y) en una magnitud del orden de λ , la amplitud en un punto Q suficientemente alejado de la superficie dispersora es igual a la suma de una gran cantidad de vectores de amplitudes similares, pero con fases diferentes. La amplitud resultante se puede describir como un *paseo aleatorio* (en inglés, *random walk*), y en consecuencia la intensidad luminosa variará aleatoriamente entre cero y un valor máximo. A esta variación de la intensidad se denomina *efecto speckle*.

Si el área iluminada tiene dimensiones $l_o \times l_o$ y está limitada por los puntos P_1 y P_2 tal como se indica en la Fig. 1.2, entonces la diferencia de camino s entre los mencionados puntos y $Q(x, z)$ es

$$s = (P_1Q - P_2Q) \approx \frac{x l_o}{z} + \frac{1 l_o^2}{2 z}. \quad (1.2)$$

De la misma forma, en un punto $Q'(x + \Delta x, z)$ adyacente a Q se tiene

$$(P_1Q' - P_2Q') \approx \frac{x l_o}{z} + \frac{1 l_o^2}{2 z} + \frac{\Delta x l_o}{z}. \quad (1.3)$$

Por lo tanto, la diferencia relativa de camino Δs con respecto a Q y a Q' es igual a

$$\Delta s = \frac{\Delta x l_o}{z}. \quad (1.4)$$

Si se consideran puntos tales que $|\Delta s| < \frac{\lambda}{2}$, las fases relativas de todas las componentes son aproximadamente las mismas. Además, si $|\Delta s| \approx \frac{\lambda}{2}$, entonces estas fases relativas son suficientemente diferentes como para que la intensidad en Q no esté correlacionada con la correspondiente a Q' . Estos límites geométricos determinan el denominado *tamaño medio* de un grano de speckle d_{sp}

$$d_{sp} = \frac{\lambda z}{l_o}. \quad (1.5)$$

En este caso, el tamaño medio de un grano depende únicamente de la longitud de onda del haz incidente, del área iluminada y de la distancia entre la superficie rugosa y el plano de observación. El origen de su nombre, *speckle objetivo*, se debe justamente a que no depende del sistema óptico empleado para visualizarlo.

1.2.2. Speckle subjetivo

Supongamos que ahora se desea obtener una imagen de la superficie que produce la distribución de speckle mediante un sistema óptico formado por una lente y un diafragma de abertura circular, tal como se muestra en la Fig. 1.3 [Jones and Wykes, 1989]. En este caso el speckle se denomina *subjetivo*. Debido a la presencia de la lente, las variaciones de intensidad en el plano de observación tienen su frecuencia espacial

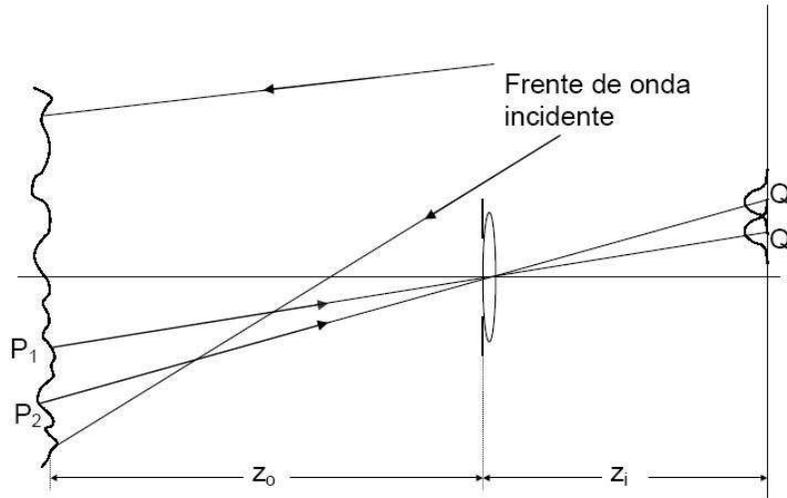


Figura 1.3: Formación del speckle subjetivo.

acotada por el límite de difracción y de este modo queda determinado el mínimo tamaño de grano de speckle que se puede observar.

En la Fig. 1.3 se observa que una pequeña región alrededor del punto P_1 de la superficie difusora forma una figura de difracción centrada en el punto Q del plano de observación, mientras que otra pequeña área centrada en P_2 produce el mismo efecto en Q' . Cada una de estas figuras de difracción está constituida por discos de Airy, con amplitud predominantemente concentrada en el lóbulo principal y con fase aleatoria dependiendo de la altura de la superficie dispersora. Como P_1 y P_2 fueron elegidos de tal forma que la distancia entre Q y Q' sea igual a la mitad del ancho del lóbulo principal de la figura de difracción, no existe interferencia constructiva apreciable entre ellos. Por esta razón, las contribuciones más relevantes en Q están generadas por los aportes de las vecindades de P_1 , las cuales se encuentran a una distancia menor a $|\overline{P_1 - P_2}|$. Por lo tanto, el tamaño medio d_{sp} de un grano de speckle en el plano de observación se estima como el radio del disco de Airy, o sea

$$d_{sp} = 1,22 \frac{\lambda z_i}{b}, \quad (1.6)$$

donde z_i es la distancia de la lente al plano de observación y b es el diámetro de la

misma. d_{sp} también se conoce como *celda de resolución*. Por lo tanto, cada pixel de la cámara CCD debe ser capaz de detectar correctamente a dicha celda y el tamaño del pixel deber ser igual o mayor que la dimensión media del grano de speckle subjetivo.

Si f es la distancia focal de la lente y M_g es su magnificación, entonces

$$z_i = f(M_g + 1). \quad (1.7)$$

Teniendo en cuenta que la abertura numérica de la lente es $F = \frac{f}{b}$, reemplazando en la ecuación anterior se obtiene el tamaño medio de un grano de speckle objetivo sobre el plano de observación como

$$d_{sp} = 1,22 \lambda F (1 + M_g). \quad (1.8)$$

Como ejemplo típico supongamos que se usa un laser de Nd:YAG con longitud de onda $\lambda = 532$ nm que ilumina a una superficie de 10×10 cm², y una lente con una abertura $F = 8$ y una magnificación $M_g = 0,0512$. Si en el registro se utiliza una cámara de 512×512 pixeles cuadrados con una dimensión de $l_{pix} = 10$ μ m, el tamaño de un grano de speckle sobre el plano de observación que se obtiene mediante la Ec. (1.8) resulta igual a 10,92 μ m. Es decir, que en promedio cada grano de speckle ocupa un pixel de la cámara CCD usada.

1.3. Descripción estadística de la distribución de speckle

Resulta importante conocer algunas características del speckle desde el punto de vista estadístico. En esta sección se presenta primero las condiciones bajo las cuales se genera una *distribución de speckle completamente desarrollado*. A continuación se describen algunas propiedades globales de este tipo de distribuciones de speckle y luego se analizan algunas relaciones entre los puntos vecinos de dicha distribución.

Como se analizó previamente, una distribución de speckle se forma cuando una onda luminosa se difracta al iluminar a un medio ópticamente rugoso, sin importar su polarización. El análisis de las propiedades estadísticas del speckle se simplifica si se asumen las siguientes hipótesis [Goodman, 1975], [Kreis, 1996]:

- I. La luz utilizada es monocromática y está polarizada linealmente.
- II. El medio dispersor no despolariza la luz, es decir que la luz difundida también está polarizada linealmente.
- III. El número de elementos dispersores que contribuyen a la formación del speckle es muy grande y del mismo orden de magnitud para todos los puntos de la distribución.
- IV. Las áreas dispersoras de la superficie no están correlacionadas entre sí y la amplitud de una dada componente no guarda relación con su fase. Por lo tanto, la amplitud y fase de las ondas elementales que originan el speckle son variables aleatorias independientes entre sí.
- V. Dado que la superficie difusora es ópticamente rugosa, la fase de las ondas elementales es una variable aleatoria de distribución uniforme en el intervalo $(-\pi, \pi)$.

Al verificarse todas estas hipótesis, la distribución obtenida se denomina *speckle completamente desarrollado* y en caso contrario se llama *speckle parcialmente desarrollado*. El primer caso es el de nuestro interés en esta Tesis y por lo tanto a continuación se presentarán sus propiedades estadísticas más importantes.

1.3.1. Estadística de primer orden

La intensidad en cada punto del espacio está determinada por la suma coherente de las ondas emitidas por los N puntos de la superficie difusora. Por lo tanto, el campo complejo E en el punto de observación P está determinado por [Goodman, 1975], [Kreis, 1996]

$$E(P) = \sum_{n=1}^N \frac{E'_{0n}}{r_n} \exp [i(kr_n + \psi'_n)], \quad (1.9)$$

donde E'_{0n} y ψ'_n son la amplitud y fase inicial de cada onda elemental, y r_n es la distancia entre el punto difusor y el de observación. Si al campo eléctrico de cada onda elemental se le asocia un fasor en el plano complejo, entonces el campo resultante queda representado por el fasor suma, tal como se muestra en la Fig. 1.4. Debido a

la naturaleza aleatoria de los fasores, esta suma se suele denominar *paseo aleatorio*, (en inglés, *random walk*).

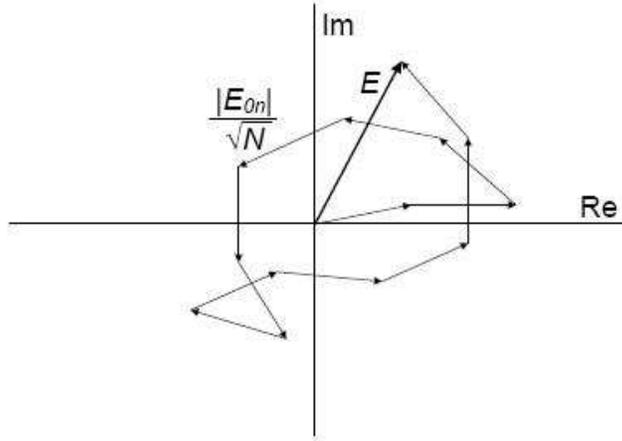


Figura 1.4: Paseo aleatorio en el plano complejo.

Dado que el punto de observación está suficientemente alejado de la superficie difusora, las ondas elementales contribuyen con amplitudes similares y fases diferentes, quedando expresadas como

$$E_n = \frac{1}{\sqrt{N}} |E_{0n}| \exp [i\psi_n]. \quad (1.10)$$

Las componentes E_r y E_i del campo resultante se obtienen sumando separadamente las partes real e imaginaria de los campos elementales. Como la cantidad de puntos difusores es muy grande y sus alturas no están correlacionadas entre sí, aplicando el teorema central del límite se llega a que las componentes E_r y E_i son variables aleatorias asintóticamente gaussianas con el mismo desvío estándar, media nula y mutuamente independientes. Por esta razón, dichas componentes del campo resultante poseen una distribución conjunta gaussiana circular con función densidad de probabilidad $\varrho_{r,i}$ expresada por

$$\varrho_{r,i}(E_r, E_i) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp \left[-\frac{E_r^2 + E_i^2}{2\sigma^2} \right], \quad (1.11)$$

siendo su varianza

$$\sigma^2 = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \frac{1}{2} \langle |E_{0n}|^2 \rangle. \quad (1.12)$$

En este caso se dice que el faser E es una *variable aleatoria compleja gaussiana circular* [Goodman, 1975].

Para analizar cómo se distribuye la intensidad I , se debe hacer la transformación de coordenadas rectangulares (E_r, E_i) a polares (I, ψ) introduciendo el jacobiano correspondiente. De esta forma se obtiene la siguiente función densidad de probabilidad conjunta $\varrho_{I, \psi}$

$$\varrho_{I, \psi}(I, \psi) = \left(\frac{1}{2\pi} \right) \left(\frac{1}{2\sigma^2} \exp \left[-\frac{I}{2\sigma^2} \right] \right), \quad (1.13)$$

la cual está definida sólo para $I \geq 0$ y $-\pi \leq \psi < \pi$.

Las distribuciones marginales de fase ϱ_ψ y de intensidad ϱ_I producen como resultado los factores indicados entre paréntesis en la Ec.(1.13). Por lo tanto, la intensidad y la fase son variables aleatorias mutuamente independientes. La media $\langle I \rangle$ y el desvío estándar σ_I de la intensidad se pueden obtener calculando el momento n -ésimo de la misma, como se muestra a continuación

$$\langle I^n \rangle = n! (2\sigma^2)^n = n! \langle I \rangle^n. \quad (1.14)$$

De este resultado se obtiene que $\langle I \rangle = \sigma_I = 2\sigma^2$, permitiendo reformular ambas expresiones de las distribuciones marginales como

$$\varrho_I(I) = \frac{1}{\langle I \rangle} \exp \left[-\frac{I}{\langle I \rangle} \right] \quad \text{si } I \geq 0, \quad (1.15)$$

$$\varrho_\psi(\psi) = \frac{1}{2\pi} \quad \text{si } -\pi \leq \psi < \pi. \quad (1.16)$$

En consecuencia, la distribución de intensidad de speckle obedece a una ley de probabilidad exponencial negativa, su fase tiene una distribución uniforme y ambas variables son estadísticamente independientes. Estos resultados permiten explicar el aspecto granular de las distribuciones de speckle y porqué en cada punto de las mismas la intensidad más probable es cero.

Además, si se define el contraste \mathcal{V} como [Goodman, 1975]

$$\mathcal{V} = \frac{\sigma_I}{\langle I \rangle}, \quad (1.17)$$

se obtiene que el contraste del speckle completamente desarrollado es siempre unitario.

1.3.2. Estadística de segundo orden

En esta subsección se analizan las relaciones entre puntos vecinos de la distribución del speckle, por medio de la función de autocorrelación R_I de la intensidad I . Si los puntos de interés poseen coordenadas (x, y) y $(x + \Delta x, y + \Delta y)$, dicha función se define como [Lehmann, 2001]

$$R_I(x, y, x + \Delta x, y + \Delta y) = \langle I(x, y)I(x + \Delta x, y + \Delta y) \rangle. \quad (1.18)$$

Partiendo de la expresión de la autocorrelación del campo complejo E , se puede deducir la siguiente expresión para R_I [Goodman, 1975], [Lehmann, 2001]

$$R_I(\Delta x, \Delta y) = \langle I \rangle^2 [1 + |\mu_A(\Delta x, \Delta y, z)|^2], \quad (1.19)$$

donde z es la distancia entre el plano de observación y la superficie dispersora o el diafragma del sistema formador de imágenes, según se trate de speckle objetivo o subjetivo, respectivamente, μ_A es el *factor de coherencia complejo o intensidad mutua normalizada* y depende de cómo se distribuye la intensidad sobre la superficie dispersora.

Si se supone que el speckle es objetivo y se origina por un área uniformemente iluminada de dimensiones $l_o \times l_o$, el factor de coherencia complejo depende de Δx y Δy a través de funciones $\text{sinc}(\alpha) = \text{sen}(\pi \alpha)/(\pi \alpha)$. Por lo tanto, el tamaño promedio del grano está determinado por el primer mínimo de R_I y se obtiene el mismo resultado que en la Ec. (1.5).

En el caso que el speckle sea subjetivo debido a la presencia de una lente de diámetro b , μ_A dependerá de Δx y Δy a través de funciones de Bessel de primer orden [Goodman, 1975]. Aplicando el mismo razonamiento que en el párrafo anterior, el tamaño promedio del grano queda determinado por una expresión similar a la Ec. (1.6).

La longitud media del grano de speckle l_{sp} se puede calcular encontrando los ceros de la función de autocorrelación en dos puntos ubicados a lo largo del eje z y a una distancia Δz entre los mismos. Dicha función resulta [Lehmann, 2001]

$$R_I(\Delta z) = \langle I \rangle^2 [1 + |\mu_A(\Delta z)|^2]. \quad (1.20)$$

En el caso del ejemplo anterior, la longitud del grano de speckle estará expresada por [Lehmann, 2001]

$$l_{sp} = \frac{8\lambda z^2}{l_o^2}, \quad (1.21)$$

para el speckle objetivo, y

$$l_{sp} = 8\lambda F^2(1 + M_g)^2, \quad (1.22)$$

para el speckle subjetivo.

Los granos de speckle definen las zonas de mayor intensidad y fuera de ellos la misma se atenúa. Como el cálculo de la fase depende fuertemente de la intensidad, la fase se puede estimar con menor incertidumbre dentro cada grano que fuera de los mismos. Si el lector se refiere al ejemplo citado al final de la sección (1.2.2), el speckle subjetivo posee en promedio granos de $10,92 \mu\text{m}$ de ancho y $602 \mu\text{m}$ de largo. Este resultado no sólo brinda una idea de la geometría espacial típica de un grano de speckle, sino que también favorece el análisis a lo largo del eje z , el cual en cierto aspecto es equivalente a realizar el análisis temporal en cada posición (x, y) del plano de observación.

1.3.3. Estadística considerando un detector real

Hasta aquí se analizó la estadística de una distribución de speckle sin tener en cuenta el tipo de detector que existe sobre el plano de imagen. En esta subsección se analizará como influye la presencia de un detector real sobre la distribución de speckle.

En la práctica, todos los detectores poseen dimensiones finitas. En el caso de emplear una cámara tipo CCD para registrar las imágenes, dicho detector consiste de una matriz de pixeles típicamente rectangulares de 5 o $10 \mu\text{m}$ de lado. Si cada grano de speckle incidente posee un tamaño medio mucho mayor al del pixel, la distribución de speckle se aproxima a la obtenida con detectores puntuales. En caso contrario, cada detector realiza una integración de la intensidad que incide sobre el mismo. En los ejemplos que se analizarán en la presente Tesis, el speckle es subjetivo

y está generado con valores acotados de la abertura numérica. Por lo tanto, resulta bastante probable que en algunos casos su tamaño medio sea comparable o menor al área de un pixel. Por esta razón, resulta importante tener en cuenta el efecto de integración de la intensidad anteriormente mencionado.

Asumiendo que el campo de speckle incidente sobre el detector se divide en m_d subáreas del mismo tamaño, que son estadísticamente independientes y se denominan *celdas de correlación* o speckles, y que la intensidad incidente en cada subárea es constante y satisface la distribución exponencial negativa, la intensidad I_d sobre el detector de respuesta espacial constante se expresa por [Goodman, 1975], [Lehmann, 2001]

$$I_d = \frac{1}{m_d} \sum_{k=1}^{m_d} I_k, \quad (1.23)$$

donde I_k es la intensidad medida en la k -ésima subárea.

Partiendo de la función de distribución de intensidad conocida para cada I_k , la función densidad de probabilidad resulta [Goodman, 1975], [Lehmann, 2001]

$$\varrho_{I_d}(I) = \left(\frac{m_d}{\langle I \rangle} \right)^{m_d} \frac{I^{m_d-1}}{\Gamma(m_d)} \exp\left[-\frac{m_d}{\langle I \rangle} I\right] \quad \text{para } I \geq 0, \quad (1.24)$$

donde $\Gamma(m_d)$ es la función gamma equivalente a la función factorial para m_d no entero. Si la dispersión de la luz produce manchas con simetría circular, el parámetro m_d resulta [Lehmann, 2001]

$$m_d = \left[\frac{4}{p_x^2 p_y^2} \int_0^{p_x} \int_0^{p_y} (p_x - \Delta x)(p_y - \Delta y) |\mu_A(\Delta x, \Delta y)|^2 d\Delta x d\Delta y \right]^{-1}, \quad (1.25)$$

donde p_x y p_y son las dimensiones del área sensible del pixel y μ_A es el factor de coherencia complejo definido en la sección 1.3.2.

Se puede pensar a m_d como la cantidad de granos de speckle por pixel. El caso ideal del detector puntual se obtendría con $m_d = 1$, pero en la práctica sólo es posible que este parámetro sea mayor a la unidad. Si por otro lado, el tamaño del speckle es igual al del pixel ($p_x = p_y = 1, 22\lambda F[1 + M_g]$), resulta $m_d \approx 2, 5$.

En consecuencia, para tener una distribución de speckle subjetivo completamente desarrollado resulta necesario agrandar la abertura numérica para aumentar el tamaño medio del grano con respecto al del pixel, así m_d tiende asintóticamente a la unidad.

Si dicha abertura es cada vez menor, m_d crece sin límite y la distribución de speckle se aparta de la exponencial negativa para aproximarse a una gaussiana. Los ejemplos que se analizarán en los capítulos posteriores de esta Tesis se ubican en un punto intermedio entre ambos extremos, es decir que las distribuciones de intensidad detectadas presentan pequeñas modificaciones a la exponencial negativa ideal.

1.3.4. Comportamiento no ideal del speckle

Hasta aquí se analizaron algunas características del speckle completamente desarrollado que son de nuestro interés. A continuación se analizarán algunas de las causas que impiden la generación de este tipo de distribuciones, dando lugar al speckle parcialmente desarrollado [Goodman, 1975], [Lehmann, 2001].

- I. **Monocromaticidad imperfecta de la luz.** Si la luz dispersada no es perfectamente monocromática, no se cumple la condición (I) de la sección 1.3. En este caso, el espectro de radiación correspondiente se puede separar en componentes que dan lugar a distribuciones de speckle que se superponen en el plano de observación.
- II. **Polarización imperfecta de la luz.** Aunque la luz laser empleada para iluminar el objeto esté completamente polarizada, la superficie dispersora puede despolarizar parcialmente la luz. Este hecho provoca que la intensidad sobre el plano de observación sea la combinación de las dos componentes de polarización, las cuales en general poseerán intensidades medias diferentes. En consecuencia, el contraste de la distribución final se modifica de acuerdo a [Goodman, 1975]

$$\mathcal{V} = \sqrt{\frac{1}{2}(1 + G_p^2)}, \quad (1.26)$$

donde G_p es el grado de polarización del speckle, definido como la relación entre la intensidad promedio de la componente polarizada y la intensidad promedio total. Si la polarización no se modifica, $G_p \approx 1$. Si se modifica totalmente, la distribución de intensidad se

puede expresar por la Ec. (1.24), reemplazando m_d por $2m_d$. En este caso, la distribución se aproximará a una gaussiana.

- III. **Intensidad de luz limitada.** Las funciones densidad de probabilidad de intensidad que se analizaron hasta aquí están definidas para cualquier intensidad mayor a cero. En la práctica, el laser es de potencia finita, lo que implica que la función densidad de probabilidad debe quedar definida para intensidades en un intervalo cerrado. Si el detector es suficientemente pequeño como para integrar unos pocos granos de speckle, dicha función de probabilidad no cambia apreciablemente con respecto al caso ideal. En caso contrario, la intensidad queda afectada por una distribución beta de probabilidad en lugar de la distribución gamma que aparece en la Ec. (1.24).
- IV. **Pequeño número de elementos dispersores.** Si el sistema óptico determina que la celda de resolución de la región iluminada es comparable o mayor al tamaño de los elementos dispersores de la superficie, la cantidad de ondas elementales que contribuyen a la formación del speckle es pequeña y no se cumple la condición (III) de la sección 1.3.
- V. **Diferente número de elementos dispersores en cada célula de resolución.** Si la cantidad de elementos dispersores varía significativamente de un área de distribución de speckle a otra, no se cumple la condición (III) de la sección 1.3.
- VI. **Distribución no uniforme de la fase óptica en el difusor.** Si la superficie dispersora posee rugosidad no mayor a la longitud de onda de la luz incidente, entonces no se puede suponer que las fases de las ondas elementales están uniformemente distribuidas en $[-\pi, \pi]$ o sea que no se verifica la hipótesis (v) de la sección 1.3. Al incidir una gran cantidad de ondas elementales sobre el plano de imagen, la distribución de las componentes E_r y E_i del campo son gaussianas pero la distribución conjunta deja de ser circular. Además,

el contraste del speckle disminuye [Goodman, 1975].

1.4. Interferencia de distribuciones de speckle

En esta sección se analizará cuál es el parámetro que resulta de interés para medir deformaciones de superficies y cómo se genera en un dado experimento. Se asume que las distribuciones de speckle que se analizan en esta sección son totalmente desarrolladas.

1.4.1. Franjas de correlación

Previamente se había expresado que la fase de una distribución de speckle sobre el plano de observación contiene información acerca de la superficie dispersora. Sin embargo, como dicha fase es aleatoria, en general resulta imposible realizar mediciones a partir del registro de una distribución de speckle. Por esta razón interesa analizar la interferencia sobre el plano de observación de dos campos de amplitud E_1 y E_2 , donde al menos uno de ellos representa a una distribución de speckle. En este caso, la intensidad I del *interferograma* resultante se expresa como

$$\begin{aligned} I &= |E_1 + E_2|^2 = |E_1|^2 + |E_2|^2 + E_1 E_2^* + E_1^* E_2 \\ &= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\psi_1 - \psi_2) \\ &= I_0 + I_M \cos\psi, \end{aligned} \tag{1.27}$$

donde I_1 , I_2 , ψ_1 y ψ_2 son las intensidades y fases de ambos campos complejos, I_0 es la intensidad media de la distribución (en inglés, *bias*), I_M es la *intensidad de modulación* y ψ es la *fase de la modulación*. El lector debe notar la omisión de la dependencia espacial de estas variables por razones de simplicidad matemática.

Si los campos E_1 y E_2 representan distribuciones de speckle, su interferencia coherente también genera una distribución de speckle. En el caso que uno de esos campos sea uniforme y el otro sea un campo de speckle, por ejemplo $I_2 = I_{ref}$, I_2 y ψ_2 son constantes sobre el plano de observación pero I_1 y ψ_1 varían rápidamente sobre el mismo y además son aleatorios. Por lo tanto, las intensidades media y de

modulación y la fase ψ tendrán un comportamiento aleatorio, resultando imposible extraer información a partir de un único interferograma.

Sin embargo, si se adopta $I_2 = I_{ref}$ y el objeto bajo estudio se deforma, la información sobre los desplazamientos generados queda contenida en el cambio de la fase de la modulación. Este resultado se obtiene a partir del registro de dos interferogramas mediante la cámara CCD, uno antes y otro después de la deformación. Luego, mediante la Ec. (1.27) se evalúa el valor absoluto de la diferencia de ambos interferogramas. Esta técnica se denomina Interferometría de Speckle Digital (en inglés, Digital Speckle Pattern Interferometry o DSPI).

Si I_i e I_f son las intensidades de los dos interferogramas, y ψ_i y ψ_f son sus respectivas fases, el valor absoluto de la diferencia resulta igual a

$$|I_f - I_i| = I_M |\cos\psi_f - \cos\psi_i|, \quad (1.28)$$

donde se ha supuesto que la deformación es suficientemente pequeña como para que la fase sea la única magnitud que varíe. O sea que las intensidades media y de modulación se mantienen constantes. Esta suposición se verifica en la práctica siempre que el desplazamiento de la superficie sea pequeño, del orden de los micrómetros.

La expresión anterior se puede reescribir como

$$|I_f - I_i| = 2 I_M \left| \operatorname{sen} \left(\frac{\psi_f + \psi_i}{2} \right) \right| \left| \operatorname{sen} \left(\frac{\psi_f - \psi_i}{2} \right) \right|. \quad (1.29)$$

Mientras la intensidad de modulación I_M y la suma de las fases $\psi_f + \psi_i$ varían aleatoriamente, la diferencia de fase $\phi = \psi_f - \psi_i$ es función de los cambios introducidos entre ambos estados del espécimen. En la Ec. (1.29), el lugar geométrico de los puntos donde la fase ϕ es constante determinan las *franjás de correlación*. En particular, estas franjas son claras si $\phi = \pi + 2n\pi$ y oscuras cuando $\phi = 2n\pi$, siendo n cualquier entero. Otra forma de comprender fácilmente el origen de las franjas de correlación consiste en asumir que las intensidades I_i e I_f evolucionan temporalmente de forma senoidal, con amplitud y media constante. En este caso, la intensidad de la resta de los dos interferogramas a ser correlacionados dependerá únicamente de la diferencia de sus fases: $I_f - I_i$ será mínimo en las zonas donde ϕ sea cualquier múltiplo entero

de 2π (franjas oscuras) y máximo donde ϕ sea π o cualquier múltiplo entero 2π de este ángulo (franjas claras).

Se debe notar que la variabilidad temporal de las intensidades media y de modulación son las responsables del *ruido de speckle residual* que contaminan las franjas de correlación, tal como se observa en la Fig. 1.5(a).

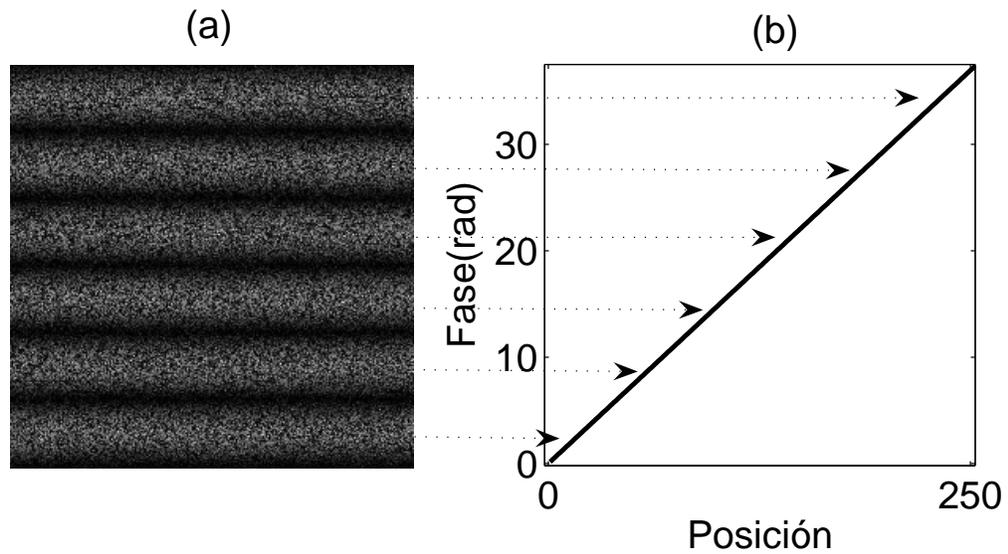


Figura 1.5: (a) Franjas de correlación; (b) perfil de los desplazamientos correspondientes a las franjas que se muestran en (a).

Las franjas de correlación también se pueden generar mediante la suma de interferogramas. Sin embargo, la operación de adición produce franjas de correlación que tienen una visibilidad mucho más baja que las obtenidas mediante la sustracción de interferogramas previamente descripta. La operación de adición sólo se aplica cuando el fenómeno a estudiar es tan rápido que el sistema de adquisición de imágenes no puede almacenar los dos interferogramas individuales a ser correlacionados.

1.4.2. Fase de una distribución de speckle

En la subsección 1.4.1 se adelantó que la deformación del objeto a estudiar se codifica en los cambios de fase de la intensidad detectada. A continuación se analizará la relación causa-efecto de este fenómeno.

En términos generales, se conoce que la fase de la intensidad se puede modificar de forma determinística no sólo por los desplazamientos que se introducen en la superficie dispersora, sino también por cambios en la geometría de iluminación y de observación, y por variaciones en la longitud de onda de la fuente o del índice de refracción de los medios interpuestos entre ésta y el plano de observación [Goodman, 1975]. El análisis cuantitativo de los cambios de fase se puede realizar con la ayuda de un modelo similar al desarrollado en interferometría holográfica [Lokberg, 1987], tal como se muestra en la Fig. 1.6.

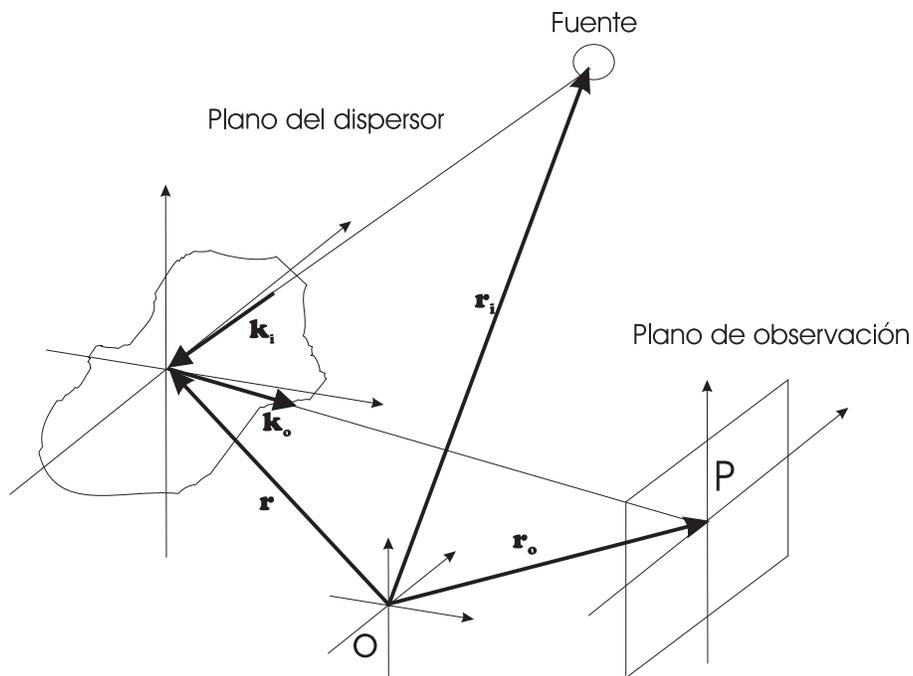


Figura 1.6: Geometría usada para evaluar la fase del speckle.

Si el área del dispersor que contribuye a la formación de la distribución de speckle en cada punto del plano de observación subtende un ángulo pequeño con respecto al eje óptico del sistema de observación, se puede aplicar la aproximación de rayos paraxiales. Teniendo en cuenta que \mathbf{r} es el vector de posición del área dispersora

considerada, \mathbf{r}_i es el vector correspondiente al centro de curvatura del frente de onda incidente, \mathbf{r}_o es el vector posición del punto de observación P , y \mathbf{k}_i y \mathbf{k}_o son los vectores de onda correspondientes a las direcciones de iluminación y de observación, respectivamente (con módulo $2\pi/\lambda$), la fase óptica ψ en P estará expresada por el camino óptico que recorre la luz desde la fuente hasta P , o sea

$$\psi = \varphi_s + \psi_{if} + \mathbf{k}_i \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) + \mathbf{k}_o \cdot (\mathbf{r}_o - \mathbf{r}), \quad (1.30)$$

donde la fase φ_s se considera como una componente aleatoria debida a la rugosidad de la superficie dispersora y ψ_{if} es la fase inicial de la fuente de iluminación. La Ec. (1.30) se puede reexpresar como

$$\psi = \varphi_s + \psi_{if} - \mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r}_i + \mathbf{k}_o \cdot \mathbf{r}_o + \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}, \quad (1.31)$$

donde $\mathbf{k} = \mathbf{k}_i - \mathbf{k}_o$ es el *vector sensibilidad* y determina la dirección de máximo cambio de fase en el punto de observación, tal como se observa en la Fig. 1.7.

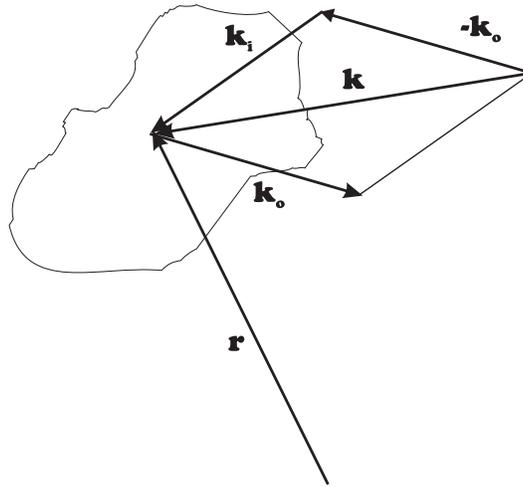


Figura 1.7: Construcción del vector de sensibilidad.

Asumiendo que las geometrías de iluminación y de observación, la longitud de onda de la fuente y su fase inicial se mantienen constantes, el cambio de fase del speckle ϕ en P queda determinado por

$$\phi = \Delta\varphi_s + \mathbf{k} \cdot \Delta\mathbf{r}. \quad (1.32)$$

Si la superficie dispersora conserva su microestructura, φ_s no varía significativamente y por lo tanto el cambio de fase del speckle se expresa como

$$\phi \approx \mathbf{k} \cdot \Delta \mathbf{r}. \quad (1.33)$$

Esta última ecuación permite determinar el cambio de fase que produce el campo de desplazamientos que se introduce en la superficie difusora en función de las direcciones de iluminación y de observación.

1.5. Medición de desplazamientos normales

En esta sección se describirá la configuración básica del interferómetro que se usa para medir deformaciones normales a la superficie del objeto difusor. En este caso, la dirección de observación se elige colineal con la normal a la superficie a ensayar, tal como se muestra en la Fig. 1.8.

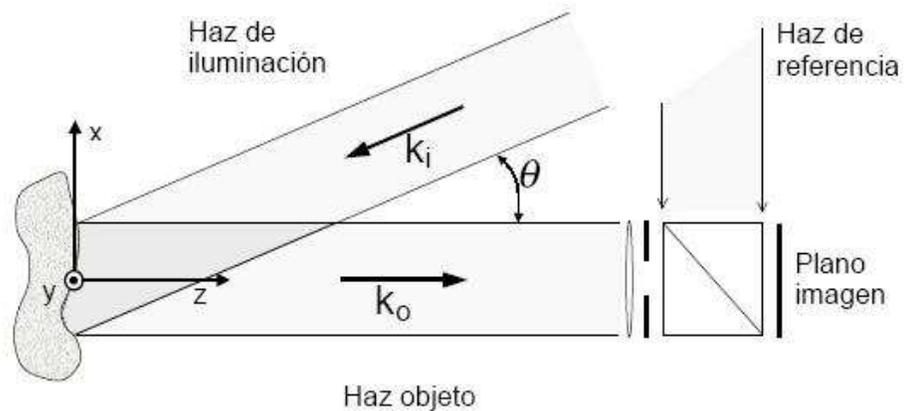


Figura 1.8: Interferómetro de speckle para medir desplazamientos normales.

La superficie dispersora se ilumina lateralmente con un pequeño ángulo θ con respecto a la dirección de observación y como haz de referencia se usa uno uniforme. La intensidad del campo resultante se registra mediante una cámara CCD. Teniendo

en cuenta el sistema de referencia adoptado en la Fig. 1.8, el vector sensibilidad resulta

$$\mathbf{k} = \mathbf{k}_i - \mathbf{k}_o = -\frac{2\pi}{\lambda} \left(\text{sen}\theta \hat{\mathbf{i}} + (1 + \text{cos}\theta) \hat{\mathbf{k}} \right), \quad (1.34)$$

donde $\hat{\mathbf{i}}$ y $\hat{\mathbf{k}}$ son los versores correspondientes a los ejes x y z , respectivamente.

De acuerdo a la Ec. (1.33) y teniendo en cuenta que el haz de referencia es uniforme, la variación de fase óptica queda determinada por

$$\phi = \mathbf{k} \cdot \Delta \mathbf{r} = \left\{ -\frac{2\pi}{\lambda} \left(\text{sen}\theta \hat{\mathbf{i}} + (1 + \text{cos}\theta) \hat{\mathbf{k}} \right) \right\} \Delta \mathbf{r}. \quad (1.35)$$

Finalmente, si $\theta = 0$ o es muy pequeño, se obtiene

$$\mathbf{k} \approx -\frac{4\pi}{\lambda} \hat{\mathbf{k}}. \quad (1.36)$$

Por lo tanto

$$\phi \approx -\frac{4\pi w}{\lambda}, \quad (1.37)$$

donde w es la componente del vector desplazamiento en la dirección normal.

1.6. Análisis estadístico de la interferometría de speckle

En esta sección se presentará un análisis estadístico sobre el interferómetro de speckle usado para medir desplazamientos normales que fue descrito en la sección 1.5. Se asume que los haces objeto y de referencia poseen la misma polarización.

1.6.1. Detector ideal puntual

Como se analizó previamente, la distribución del campo resultante sobre el plano de observación está generada por la superposición de un campo de speckle (objeto) con otro de amplitud y fase uniforme (referencia). El primero es un faser de componentes complejas (E_{or}, E_{oi}) y su distribución es gaussiana circular, mientras que el segundo es un faser fijo de amplitud $\sqrt{I_R}$ y fase nula, siendo I_R su intensidad. En el diagrama fasorial de la Fig. 1.9 se pone de manifiesto esta situación y además se

aprecia fácilmente que la amplitud neta no es más que un paseo aleatorio cuyo centro se encuentra desplazado $\sqrt{I_R}$ unidades hacia la derecha del origen del sistema de coordenadas.

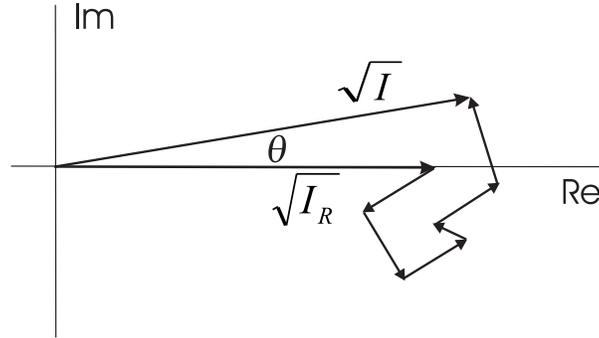


Figura 1.9: Campo resultante en un dado punto de observación para el interferómetro sensible a desplazamientos normales.

Teniendo en cuenta la suma de fasores anterior, la densidad de probabilidad del campo neto en términos de sus componentes real E_r e imaginaria E_i se puede escribir como [Goodman, 1975]

$$\varrho_{r,i}(E_r, E_i) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left[-\frac{[E_r - \sqrt{I_R}]^2 + E_i^2}{2\sigma^2}\right]. \quad (1.38)$$

Esta ecuación no es más que una campana gaussiana circular cuyo origen se ha apartado en una cantidad $\sqrt{I_R}$ con respecto al caso analizado en la sección 1.3.1.

Por lo tanto, la densidad de probabilidad del campo resultante en función de su intensidad I y su fase θ surge de aplicar la transformación de coordenadas correspondiente a la expresión anterior, de forma que [Goodman, 1975]

$$\varrho_{I,\theta}(I, \theta) = \frac{1}{4\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{I + I_R - 2\sqrt{I I_R} \cos\theta}{2\sigma^2}\right), \quad (1.39)$$

donde θ pertenece al intervalo $[-\pi, \pi]$. Resulta importante notar que en este caso el producto de las distribuciones marginales no es igual a la distribución conjunta de intensidad y fase, tal como se mencionó en la sección 1.3.1.

Entonces, la distribución marginal de intensidad se expresa como [Goodman, 1975]

$$\varrho(I) = \frac{1}{\langle I_N \rangle} \exp\left(-\frac{I + I_R}{\langle I_N \rangle}\right) J_0\left(2\frac{\sqrt{I I_R}}{\langle I_N \rangle}\right), \quad (1.40)$$

donde $\langle I_N \rangle = 2\sigma^2$ es la intensidad media de la distribución de speckle producida por el objeto y J_0 es la función de Bessel de primer orden. Denominando con R a la relación entre las intensidades de los haces objeto y de referencia, la media, la varianza y el contraste de la intensidad total son, respectivamente [Goodman, 1975]

$$\begin{aligned}\langle I \rangle &= \langle I_N \rangle + I_R, \\ \sigma_I^2 &= \langle I_N \rangle^2 (1 + 2R), \\ \mathcal{V} &= \frac{\sqrt{1 + 2R}}{1 + R}.\end{aligned}\tag{1.41}$$

Comparando este caso con el de referencia nula descrito en la sección 1.3.1, se debe mencionar que a medida que R aumenta, las distribuciones de intensidad y de fase tienden a ser gaussianas. Además, crecen los valores más probables de la intensidad y disminuye el contraste de ésta.

Por otro lado, la distribución marginal de la fase θ no es uniforme en $[-\pi, \pi]$, sino que tiende a una ley gaussiana con media nula, varianza decreciente y valor máximo que aumenta con el incremento de R [Goodman, 1975]. Su expresión matemática es bastante compleja y no se detallará aquí. Sin embargo, las características recientemente mencionadas se corresponden con la intuición, dado que a mayor amplitud de referencia, mayor es su influencia en la suma de fasores que se muestra en la Fig. 1.9. De esta forma, disminuye la incertidumbre de la fase neta θ con respecto a cero.

Recordando la expresión de la intensidad neta de la Ec. (1.27), a continuación se reanalizará la estadística recientemente descrita en términos de la intensidad media I_0 y de modulación I_M . Las densidades marginales se expresan como [Lehmann, 2001]

$$\varrho(I_0) = \frac{1}{\langle I_N \rangle} \exp\left(-\frac{I_0 - I_R}{\langle I_N \rangle}\right) \quad (I_R \leq I_0),\tag{1.42}$$

$$\varrho(I_M) = \frac{I_M}{2 I_R \langle I_N \rangle} \exp\left(-\frac{I_M^2}{4 I_R \langle I_N \rangle}\right) \quad (I_M \geq 0).\tag{1.43}$$

Al mismo tiempo que $\varrho(I_0)$ es una exponencial decreciente, $\varrho(I_M)$ es una función de Rayleigh. La importancia de esta última distribución radica en cuantificar los puntos de baja modulación que constituyen la principal fuente de error en la estimación del cambio temporal de la fase ψ [Lehmann, 2001].

1.6.2. Detector real

Si sobre el plano imagen se coloca una cámara de tipo CCD, la estadística de la intensidad se modifica con respecto al caso del detector ideal. Usando un razonamiento similar al presentado en la sección 1.3.3, si cada pixel de la cámara posee m_d subáreas y en la k -ésima subárea la intensidad incidente es $I_k = I_{0k} + I_{Mk} \cos\psi_k$ ($k = 1, 2, \dots, m_d$), la densidad de probabilidad conjunta en términos de la intensidad media I_0 y de modulación I_M resulta igual a [Lehmann, 2001]

$$\varrho_{I_0, I_M}(I_0, I_M) = \left(\frac{m_d}{\langle I_N \rangle} \right)^{m_d} \frac{I_M \left(I_0 - I_R - \frac{I_M^2}{4I_R} \right)^{m_d-2}}{2 I_R \Gamma(m_d - 1)} \exp \left(- \frac{m_d(I_0 - I_R)}{\langle I_N \rangle} \right), \quad (1.44)$$

donde $\langle I_N \rangle$ e I_R son las intensidades media del objeto y de referencia, respectivamente. Además, se deben cumplir las condiciones $m_d > 1$ e $\frac{I_M^2}{4I_R} \leq (I_0 - I_R)$.

De esta función surge que a medida que se incrementa la cantidad de granos por pixel, la modulación de intensidad I_M tiende a desvanecerse, mientras que la intensidad media I_0 tiende a concentrarse alrededor de valores más altos. En el caso particular que $I_R = \langle I_N \rangle$, el valor más probable de I_0 es cercano a $2 \langle I_N \rangle$ [Lehmann, 2001].

Las distribuciones marginales de la intensidad media $\varrho(I_0)$ y de modulación $\varrho(I_M)$ surgen de la Ec. (1.44). La primera está expresada como [Lehmann, 2001]

$$\varrho(I_0) = \left(\frac{m_d}{\langle I_N \rangle} \right)^{m_d} \frac{(I_0 - I_R)^{m_d-1}}{\Gamma(m_d)} \exp \left(- \frac{m_d(I_0 - I_R)}{\langle I_N \rangle} \right), \quad (1.45)$$

donde m_d debe ser mayor a la unidad y además se debe cumplir que $I_0 \geq I_R$.

La densidad marginal de la intensidad de modulación está definida para $I_M \geq 0$ y resulta igual a [Lehmann, 2001]

$$\varrho(I_M) = \frac{\pi I_M}{2 \langle I_M \rangle^2} \exp \left(- \frac{\pi I_M^2}{4 \langle I_M \rangle^2} \right), \quad (1.46)$$

donde $\langle I_M \rangle$ es el valor medio de la intensidad de modulación y está expresado por [Lehmann, 2001]

$$\langle I_M \rangle = \sqrt{\frac{\pi I_R \langle I_N \rangle}{m_d}}. \quad (1.47)$$

En la Fig. 1.10 se muestra el comportamiento de esta función sintonizada con el parámetro m_d , adoptando $I_R = \langle I_N \rangle$. Análogamente, en la Fig. 1.11 se grafica la

densidad marginal de I_M para $I_R = 2 \langle I_N \rangle$. Este último caso es el de mayor interés en esta Tesis, dado que los experimentos realizados con un interferómetro sensible a desplazamientos normales se llevan a cabo adoptando una intensidad de referencia igual o mayor al doble de la intensidad media del objeto.

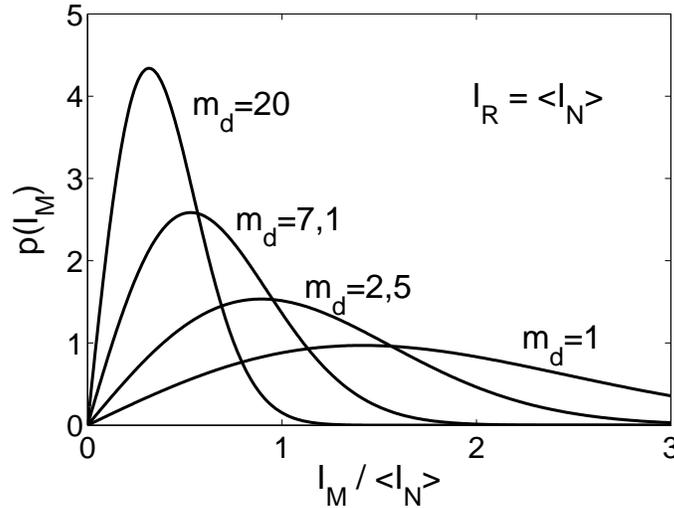


Figura 1.10: Densidad marginal de la intensidad de modulación para un interferómetro sensible a desplazamientos normales, con $I_R = \langle I_N \rangle$.

En estas figuras se aprecia no sólo la distribución para el speckle parcialmente desarrollado ($m_d > 1$), sino también para el speckle totalmente desarrollado ($m_d = 1$). En cada uno de estos gráficos, los valores más probables de I_M tienden a desvanecerse con el aumento de m_d , siendo este efecto más fuerte cuando más pequeña es la relación $R = I_R / \langle I_N \rangle$. Este resultado también se corresponde con la intuición, dado que cada pixel de la cámara CCD realiza un promedio espacial de los granos que inciden sobre el mismo, resultando una menor variabilidad de la intensidad neta. Esto se debe a que existe una alta probabilidad de que los granos contiguos estén mutuamente desfasados y por lo tanto sus contribuciones se resten en lugar de sumarse, tal como se puso de manifiesto en otros trabajos [Joenathan et al., 1999].

Comparando las distribuciones marginales de modulación $\varrho(I_M)$ para el detector puntual [Ec. (1.43)] y no puntual [Ecs. (1.46) y (1.47)], se observa que ambas son funciones de Rayleigh. Sin embargo, el modo de esa función para el speckle parcialmente desarrollado disminuye según la inversa de la raíz cuadrada de m_d [Lehmann, 2001].

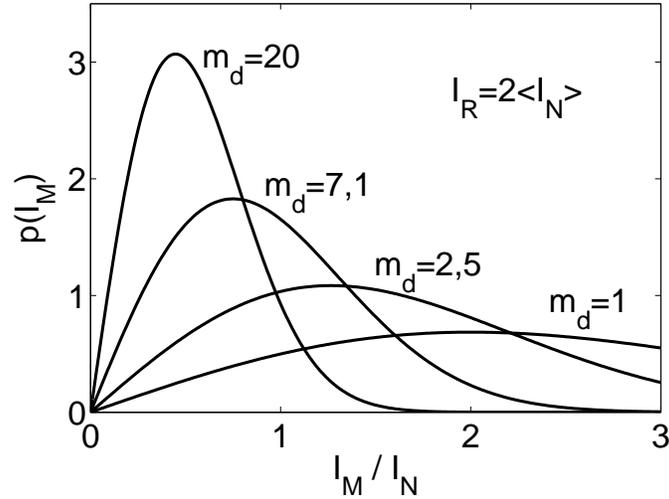


Figura 1.11: Densidad marginal de la intensidad de modulación para un interferómetro sensible a desplazamientos normales, con $I_R = 2 \langle I_N \rangle$.

Este resultado es una consecuencia de que la modulación media $\langle I_M \rangle$ está relacionado con dicho modo a través de la constante $\sqrt{\pi/2}$.

Por lo tanto, teniendo en cuenta que los píxeles con baja modulación de intensidad son los principales responsables de los errores de medición, el sistema experimental se debe ajustar de forma que el tamaño promedio de los granos de speckle sea similar al tamaño de los fotodetectores de la cámara.

1.7. Decorrelación de distribuciones de speckle

En condiciones reales de medición, el objeto a ensayar puede sufrir desplazamientos normales al eje óptico del sistema de observación o rotaciones alrededor de un eje normal al mismo. En cualquiera de estos casos, los granos de speckle se desplazan lateralmente con respecto a su trayectoria ideal y se introducen errores de medición debido a que las dos distribuciones a correlacionar no son exactamente iguales. En las siguientes subsecciones se analizarán los dos movimientos más importantes que generan la decorrelación de las distribuciones de speckle.

1.7.1. Por corrimiento en el plano

Este tipo de decorrelación, también conocido como *decorrelación en el detector o en el plano imagen*, se representa gráficamente en la Fig. 1.12 [Rastogi, 2001].

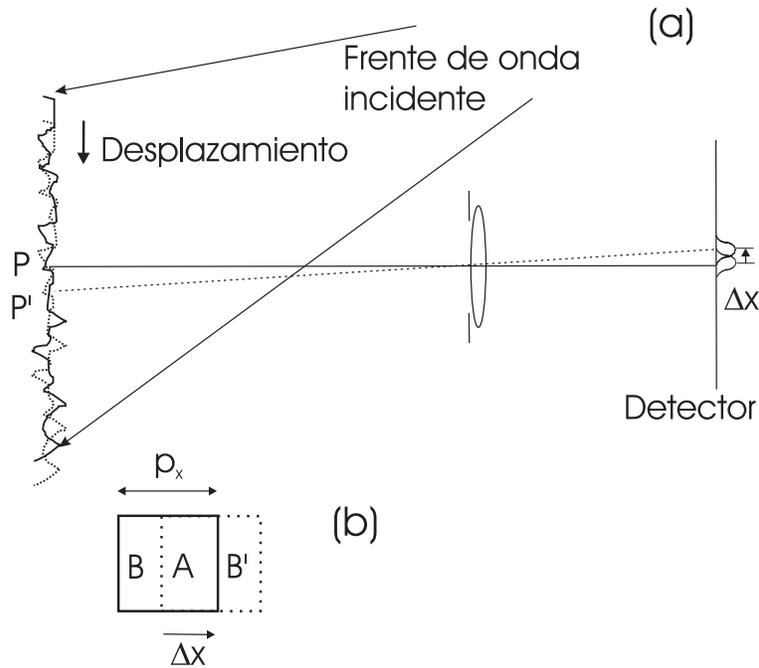


Figura 1.12: Decorrelación por corrimiento en el plano.

La superficie dispersora sufre un corrimiento en dirección normal al eje óptico del sistema de observación, provocando desplazamientos laterales de los granos de speckle. Por lo tanto, la cámara CCD detecta un corrimiento espacial de la distribución de speckle. Por simplicidad, en la Fig. 1.12(b) se ha supuesto que la dirección del desplazamiento es paralela a la distribución de filas de la cámara CCD. Según sea el tipo de speckle, resulta posible analizar dos casos:

- I. Si el speckle es totalmente desarrollado, cada pixel recolecta la información de una porción del grano. Por lo tanto, para que la correlación en la distribución detectada no se pierda, el desplazamiento del grano sobre el plano de imagen no debe ser mayor a su tamaño medio.
- II. Si el speckle es parcialmente desarrollado, cada pixel promedia la información de varios granos. Por lo tanto, para mantener la corre-

lación resulta necesario acotar el desplazamiento de los granos sobre la cámara CCD a valores menores que las dimensiones del pixel.

Se define la *decorrelación* δ_d debida a un desplazamiento Δx del campo de speckle sobre el detector como [Rastogi, 2001]

$$\delta_d = \frac{\Delta x}{p_x}, \quad (1.48)$$

donde p_x es la longitud del pixel en la dirección del desplazamiento.

En la Fig. 1.12(b) se pone de manifiesto este efecto. Al mismo tiempo que la intensidad antes del desplazamiento se integra en las subáreas A y B , luego del mismo es integrada sobre A y B' .

Este efecto de decorrelación se puede reducir parcialmente tomando en cuenta el hecho que ambas distribuciones son idénticas aunque desplazadas. El speckle correspondiente al estado deformado se puede volver a desplazar para recorrelacionarlo parcialmente con la distribución original.

1.7.2. Por rotación perpendicular al eje óptico

En la Fig. 1.13 se muestra cómo se produce la decorrelación debida a la rotación de la superficie dispersora alrededor de un eje normal al eje óptico. Esta rotación modifica la contribución del campo dispersado que recolecta el sistema óptico, antes y después de la rotación del objeto [Rastogi, 2001]. Este movimiento produce un desvío del cono de luz dispersada que llega al diafragma del sistema óptico. Por lo tanto, la distribución de speckle objetivo sobre el diafragma, que es la que origina el speckle subjetivo sobre el detector, no es la misma antes y después de la rotación. Para pequeñas rotaciones, el cambio en la estructura del speckle se puede despreciar. Sin embargo, en el caso de una rotación grande, la estructura del nuevo campo de speckle cambia rápidamente con respecto al registrado inicialmente.

Este efecto se puede visualizar en la Fig. 1.13(b), dado que mientras la intensidad del campo inicial se integra en las subáreas A y B , el campo después de la rotación es integrado sobre A y B' . La correlación se mantiene sólo en la región A , donde

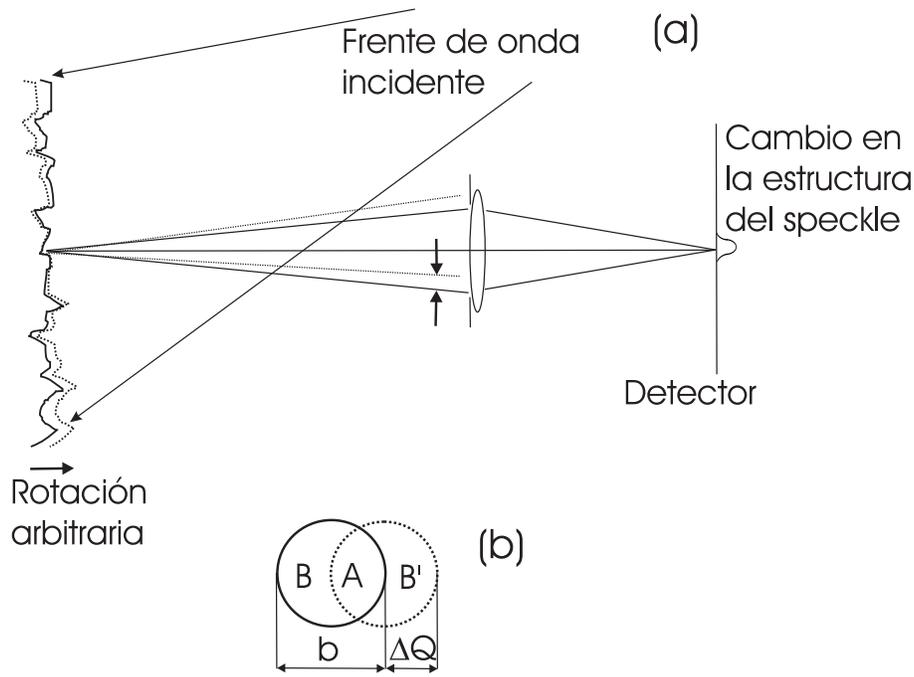


Figura 1.13: Decorrelación por rotación.

se almacena la información de interés. Además, la información contenida en B no está correlacionada con la presente en B' y entonces se agrega ruido al registro.

Suponiendo un sistema óptico libre de aberraciones, se define la decorrelación δ_p causada por un desvío lateral ΔQ del campo de speckle sobre un diafragma circular de diámetro b como [Rastogi, 2001]

$$\delta_p = 1 - \frac{2}{\pi} \left[\arccos \left(\frac{\Delta Q}{b} \right) - \frac{\Delta Q}{b} \sqrt{1 - \left(\frac{\Delta Q}{b} \right)^2} \right] \quad (1.49)$$

Para reducir este efecto, se debe proveer al sistema óptico con la capacidad necesaria para seguir la rotación del objeto.

1.8. Procesamiento de datos en interferometría de speckle digital

El objeto de esta sección es describir los métodos que se utilizan en interferometría de speckle digital para convertir la información contenida en los interferogramas en datos numéricos que sean de utilidad para el usuario. Inicialmente, los primeros in-

tentos para analizar interferogramas de speckle se basaban en la identificación de los máximos y mínimos de las franjas de correlación. Sin embargo, debido a la baja precisión de estos métodos, desde hace más de una década se usan técnicas basadas en la extracción de la distribución de fase óptica codificada en las mencionadas franjas.

El proceso de análisis numérico de los interferogramas de speckle se lleva a cabo mediante una secuencia de pasos como se muestra en la Fig. 1.14. Primero se adquieren los interferogramas speckle $I(m, n, t)$ con la cámara CCD, antes y después de introducir la deformación del objeto. Se debe notar que m y n son las coordenadas de los pixeles del detector CCD y t es la indicatriz de la evolución temporal del fenómeno estudiado. En el segundo paso se realiza la extracción de la distribución de fase correspondiente a los desplazamientos, la cual se encuentra codificada en las franjas de correlación generadas mediante la operación de sustracción. Dado que esta fase proviene de una función coseno que es multivaluada, la misma queda acotada al intervalo fundamental $[-\pi, \pi]$. La magnitud resultante de esta etapa es $\phi_w(m, n, t)$, donde el subíndice w indica que la fase calculada es una versión envuelta (en inglés, *wrapped*) en el intervalo fundamental recién mencionado. La tercera etapa consiste en la desenvoltura de la distribución de fase estimada en el paso anterior para remover la mencionada ambigüedad. De esta forma se obtiene la distribución de fase continua $\phi_u(m, n, t)$ o desenvuelta (en inglés, *unwrapped*). Finalmente, en la última etapa denominada de posprocesamiento, a los valores de la fase desenvuelta obtenidos en el paso anterior se le aplican las operaciones necesarias para obtener el campo de desplazamiento de interés y en las unidades correspondientes. En el caso de emplear el interferómetro descrito en la sección 1.5, dicho desplazamiento se debe expresar en unidades de metro. Por lo tanto, la fase sólo se debe multiplicar por el factor de escala $\lambda/(4\pi)$.

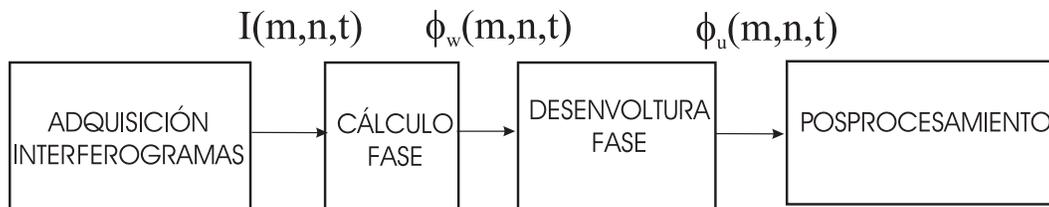


Figura 1.14: Etapas usadas en el análisis de los interferogramas de speckle.

A continuación se describirán brevemente los distintos métodos que se usan en interferometría de speckle digital, tanto para la extracción de la fase envuelta $\phi_w(m, n, t)$ como para su desenvoltura. Se asume el uso de interferómetro sensible a deformaciones normales.

1.8.1. Evaluación de la distribución de fase

De la Ec. (1.29), la intensidad $I(m, n)$ de las franjas generadas por la sustracción de los dos interferogramas de speckle a ser correlacionados se puede escribir como

$$I(m, n) = I_0(m, n) + I_M(m, n) \cos\phi(m, n), \quad (1.50)$$

donde $I_0(m, n)$ se denomina *intensidad de fondo* (en inglés, *dc o bias intensity*), $I_M(m, n)$ es la *intensidad de modulación* de las franjas producidas y $\phi(m, n)$ es la distribución de fase a evaluar. Si bien el análisis de las franjas de correlación se puede llevar a cabo a partir de la expresión anterior, este procedimiento tiene varias limitaciones. Por un lado, el sentido del desplazamiento no está determinado, dado que valores de ϕ y $-\phi$ producen idénticos resultados. Otra limitación importante es la presencia del ruido de speckle presente en el factor $|\text{sen}(\frac{\psi_f + \psi_i}{2})|$ en la Ec. (1.29), que es de naturaleza mutiplicativa. Este último problema se puede solucionar parcialmente mediante la aplicación de un filtrado espacial pasabajos, previo al cómputo de la fase envuelta [Huntley, 1995].

La reciente incorporación de dispositivos electrónicos para introducir diferencias de fase ha hecho posible el desarrollo de nuevas técnicas para solucionar el problema de la indeterminación del signo del desplazamiento. Además, estos métodos son más inmunes frente al mencionado ruido de speckle. Dichos métodos se denominan *de corrimiento de fase* (en inglés, *phase shifting*) y consisten en el registro de un número dado de interferogramas, introduciendo un determinado cambio de fase en uno o en ambos estados de deformación del objeto. En base al número de imágenes adquiridas y a los valores escogidos para los desfases, se ha desarrollado una gran variedad de algoritmos de este tipo. En todos los casos, el valor de la fase en un determinado pixel (m, n) se obtiene a partir del registro de todos los interferogramas correspondientes

a dicho punto. Por esta razón, estos métodos de evaluación de la fase se denominan *locales*.

La mayoría de los algoritmos de corrimiento de fase emplean diferencias de fase α_k conocidas y comunes a todos los pixeles de cada uno de los dos interferogramas a ser correlacionados [Wyant, 1982], [Frantz et al., 1979], [Fernandez Doval, 1997]. De esta forma, el problema de la determinación de la fase se reduce a la resolución punto por punto de un sistema de ecuaciones con tres incógnitas: las distribuciones de I_0 , I_M y ϕ .

Los algoritmos denominados *de diferencia de fase* [Huntley, 2001], [Rastogi, 2001], se basan en el registro de $2K$ interferogramas, los primeros K antes de introducir la perturbación en el objeto y los restantes K , después. En ambas series de interferogramas, se introduce un determinado desfase α_k que por ahora se asume conocido. En el estado de referencia del objeto, se tiene

$$I_{i(k)} = I_{i0} + I_{iM} \cos(\psi_i + \alpha_k) \quad k = 0, 1, \dots, K - 1. \quad (1.51)$$

De esta forma se obtiene un sistema de K ecuaciones con 3 incógnitas I_{i0} , I_{iM} y ψ_i , del cual se puede calcular la fase ψ_i correspondiente al estado inicial. Después que el objeto se deforma, se registran K interferogramas tal que

$$I_{f(k)} = I_{f0} + I_{fM} \cos(\psi_i + \phi + \alpha_k) \quad k = 0, 1, \dots, K - 1, \quad (1.52)$$

donde ϕ es la magnitud de interés. Con estas imágenes se compone otro sistema de K ecuaciones con 3 incógnitas que permite evaluar la distribución $\psi_i + \phi$. Como la fase inicial se conoce del primer sistema de ecuaciones, resulta posible calcular la distribución de fase ϕ correspondiente a la deformación.

En el caso que $K = 3$, los sistemas de ecuaciones mencionados previamente poseen solución analítica. Si $K > 3$, el sistema queda sobredeterminado y se resuelve mediante el método de mínimos cuadrados [Wyant, 1975], [Morgan, 1982]. Adicionalmente, se desarrollaron otros métodos que combinan algoritmos preexistentes, o bien imponen nuevas condiciones al proceso de ajuste que están relacionadas con la robustez del algoritmo [Surrel, 1996].

Por cuestiones de facilidad de implementación y diseño de los algoritmos de corrimiento de fase, se adopta el mismo desplazamiento de fase α_k para los K interferogramas adquiridos. Debido a que dicho desfasaje es constante y conocido, se establecen punto a punto las combinaciones lineales de los K interferogramas y se obtienen dos términos proporcionales al seno y al coseno de la fase. La ecuación general se puede expresar como

$$\phi_w = \arctan \left[\frac{\sum_{k=0}^{K-1} b_k I_{(k)}}{\sum_{k=0}^{K-1} a_k I_{(k)}} \right], \quad (1.53)$$

donde a_k y b_k son coeficientes reales dependientes de cada método empleado. Entonces, eligiendo distintos valores para α_k y K se desarrollaron diferentes algoritmos. Por ejemplo, [Hariharan et al., 1983] y [Robinson and Williams, 1986] propusieron sus variantes para $K = 3$, [Wyant, 1975], [Nakadate and Saito, 1985] y [Schwider et al., 1993] lo hicieron para $K = 4$, mientras que [Schwider et al., 1983] y [Maas and Vrooman, 1988] desarrollaron una técnica con $K = 5$. El principal inconveniente que poseen estas técnicas es la susceptibilidad a errores de calibración del dispositivo que introduce los defasajes [Surrel, 1993], [Huntley, 2001], aunque esta influencia puede ser parcialmente compensada [Schwider et al., 1983].

En el caso que el corrimiento de fase introducido es constante pero desconocido, en cada punto resulta necesario formar un sistema de al menos 4 ecuaciones. Este método se denomina de Carré [Carre, 1966], siendo la susceptibilidad frente a los armónicos superiores de la señal [Huntley, 2001] una de sus limitaciones más importantes.

El *método de fase de la diferencia* consiste en la evaluación de la distribución de fase mediante el registro de un interferograma antes de la deformación y otros K interferogramas después de la misma (o viceversa). Estas técnicas también se denominan $1 + K$ (ó $K + 1$). Sus principales aplicaciones se centran en fenómenos transitorios, dado que sólo resulta necesario adquirir una única imagen correspondiente al objeto deformado, mientras que los restantes K interferogramas se registran con el objeto en reposo (o viceversa) [Huntley, 2001].

1.8.2. Desenvoltura de la fase en 2D

Como se mencionó previamente, la distribución de fase envuelta $\phi_w(m, n, t)$ obtenida mediante la aplicación de los métodos descritos en la sección anterior contiene saltos de fase de valor 2π . El algoritmo de desenvoltura de fase debe sumar o restar múltiplos enteros de 2π en los píxeles donde se producen las mencionadas discontinuidades de fase. Para poder reconstruir exitosamente la fase continua a partir de su versión envuelta, resulta indispensable que el máximo cambio en ϕ_w entre dos muestras consecutivas sea menor a 2π . Por lo tanto, el cambio de fase continua será igual a la suma de las diferencias de fases envueltas entre dichos puntos, más un tren de deltas de Dirac de amplitud 2π ó -2π [Itoh, 1982], [Ghiglia and Pritt, 1998].

Los primeros algoritmos que surgieron para recuperar la distribución de fase continua eran extensiones bidimensionales de casos unidimensionales [Itoh, 1982], [Ghiglia and Pritt, 1998]. En el caso 1D, se suma al vector de fase envuelta un múltiplo entero de 2π en aquellos puntos donde se producen los saltos de 2π en la fase de entrada. Dicho entero se elije de forma tal que la fase desenvuelta resulte una función libre de discontinuidades.

Una de las opciones que extienden este planteo a 2D consiste en recorrer el mapa de fase envuelta ϕ_w fila por fila (o columna por columna) para extraer el correspondiente arreglo de vectores unidimensionales de fases desenvueltas. Este arreglo constituye el mapa de fase desenvuelta. Otra opción más general consiste en formular la desenvoltura 2D como una integración del gradiente de fase *bidimensional* a lo largo de un camino [Ghiglia and Pritt, 1998]

$$\phi(\mathbf{r}) = \int_C \nabla\phi \cdot d\mathbf{r} + \phi(\mathbf{r}_0), \quad (1.54)$$

donde \mathbf{r}_0 es un punto inicial, $\nabla\phi$ es el gradiente de ϕ y C es un camino cualquiera en el espacio bidimensional que conecta a los puntos \mathbf{r} y \mathbf{r}_0 .

Como la fase es única en cada punto del espacio, la expresión anterior debe ser independiente del camino adoptado. Sin embargo, el ruido de speckle residual produce saltos de fase denominados inconsistencias [Ghiglia et al., 1987], los cuales generan que dicha integración sea dependiente del camino adoptado y provocan la consecuente

acumulación de errores en el resultado final. Es decir, la integración a lo largo de un camino cerrado que encierra una inconsistencia de fase es igual a 2π ó -2π [Goldstein et al., 1988]. Estas inconsistencias de fase, también llamadas residuos, se localizan en pares complementarios (2π y -2π), pudiendo cada par conformar una barrera o dipolo. Para solucionar este problema, se desarrollaron distintos algoritmos que determinan la desenvolvura de fase a lo largo de caminos que excluyen a estas barreras [Goldstein et al., 1988], [Huntley, 1989], [Cusack et al., 1995], [Buckland et al., 1995]. Estos algoritmos limitan la propagación de errores en la distribución de fase final debido a la exclusión de los pixeles conflictivos. Sin embargo, la carga computacional aumenta considerablemente y no siempre la solución es única.

Más recientemente, se desarrollaron los llamados *métodos de norma L^2 mínima* basados en la minimización del error cuadrático Υ^2 del gradiente de fase $\nabla\phi$, de acuerdo a la siguiente expresión [Ghiglia and Romero, 1994], [Ghiglia and Romero, 1996]

$$\Upsilon^2 = \int \mathcal{P}(\nabla\phi_u - \nabla\phi)^2 dS \quad (1.55)$$

donde dS representa un elemento de área, \mathcal{P} es una función de pesos determinada y $\nabla\phi_u$ son los gradientes estimados de la fase.

Los métodos de mínimos cuadrados ponderados tienen la posibilidad de excluir las inconsistencias de fase mediante el empleo de matrices de peso que se asignan apropiadamente. En particular, se puede asignar peso nulo a dichos residuos y peso unitario a los pixeles consistentes. En esta técnica, la Ec.(1.55) se debe resolver en forma iterativa mediante distintos algoritmos para obtener la norma mínima del error [Ghiglia and Romero, 1994], [Ghiglia and Pritt, 1998], [Kerr et al., 1996], [Kaufmann and Galizzi, 1998]. El número de iteraciones necesarias para obtener una solución depende de la matriz del sistema de ecuaciones. Un método para acelerar la convergencia es el de gradiente conjugado preconditionado [Ghiglia and Romero, 1994], [Ghiglia and Pritt, 1998].

Capítulo 2

Interferometría de speckle temporal

2.1. Introducción

La *interferometría de speckle temporal* (en inglés, *Temporal Speckle Pattern Interferometry* o *TSPI*) es una técnica que permite medir campos de desplazamientos generados por un objeto sometido a cargas a partir de una secuencia de interferogramas de speckle registrada durante la historia completa de la deformación. Dicha deformación queda codificada en la modulación temporal de la distribución de fase que se produce en cada pixel de la cámara de video. Por esta razón, el campo de desplazamientos se puede expresar como el conjunto de los desplazamientos detectados en cada posición del fotodetector en forma individual.

Con respecto a la técnica de interferometría de speckle digital descrita en el Capítulo 1, la interferometría de speckle temporal posee las siguientes ventajas. Primero, este método permite la medición de los desplazamientos temporales correspondientes a cada pixel del fotodetector. Por lo tanto, esta técnica posibilita en principio el análisis de fenómenos dinámicos no repetitivos, como es por ejemplo la propagación de defectos en un material. Otro ejemplo es la detección no destructiva de defectos en componentes metálicas por medio de la propagación de ondas térmicas [Kaufmann, 2003b], [Dolinko and Kaufmann, 2007], [Madjarova et al., 2006]. Además,

se debe notar que las ventajas de la técnica de TSPI frente a las de DSPI aumentan en forma sostenida debido al constante desarrollo de nuevas cámaras de video de alta velocidad.

Además, la interferometría de speckle temporal posee un rango de medición mucho más amplio que la técnica de DSPI. Los efectos de decorrelación descritos en la sección 1.3.2 se pueden minimizar eligiendo nuevos interferogramas de referencia cada un dado número de cuadros pertenecientes a la secuencia. Entonces, la diferencia de fase final se determina a partir de la suma de los cambios de fase correspondientes a cada uno de los intervalos analizados. Resulta importante destacar que este análisis se realiza luego del registro de la secuencia de interferogramas, es decir en la etapa del procesamiento de datos. Mediante esta técnica, denominada de rereferenciamiento, se pueden medir desplazamientos de varias centenas de μm . Además, esta ventaja se acrecienta si TSPI se complementa con otras técnicas, como es el promediado de puntos vecinos propuesto por [Huntley, 2001].

Por último, la interferometría de speckle temporal involucra el uso de algoritmos de desenvoltura de fase que son unidimensionales. Este proceso es mucho más fácil de llevar a cabo que la desenvoltura en 2D descrita en la última sección del Capítulo 1.

Resulta importante destacar que la interferometría de speckle temporal requiere el uso de cámaras de video de alta velocidad y de láseres de mayor potencia que los utilizados comúnmente en DSPI, dado que los tiempos de exposición del objeto son mucho más cortos. Sin embargo, esta limitación es cada vez menos importante debido a la disminución de los costos de las mencionadas cámaras. Si bien esta técnica es susceptible a la acumulación de errores, este hecho se puede subsanar parcialmente con la aplicación del promediado de vecinos mencionado previamente. Dichos errores son causados principalmente por los píxeles con baja modulación de intensidad, dado que en esas zonas la relación señal-ruido disminuye a valores mínimos.

A continuación se describirán brevemente las diferentes etapas usadas para analizar los datos obtenidos mediante la técnica de TSPI. Se asume el empleo de un interferómetro sensible a desplazamientos normales a la superficie del objeto. En la Fig. 2.1 se muestran las diferentes etapas del proceso, el cual comienza con la adquisi-

ción de la secuencia de interferogramas generados por el sistema experimental. Las cámaras CCD que se usan son monocromáticas y registran con b bits la intensidad en cada uno de los pixeles del objeto. Por lo tanto, cada intensidad posee valores entre 0 y $2^b - 1$. Un caso típico corresponde a $b = 8$ bits, o sea que la intensidad toma valores entre 0 y 255. Generalmente, la secuencia de imágenes capturada se transfiere a una computadora personal mediante de una placa de adquisición (en inglés, frame grabber) que posee una memoria donde se almacena la serie de interferogramas adquirida.

La intensidad $I(m, n, t)$ correspondiente a una secuencia de interferogramas se puede escribir como

$$I(m, n, t) = I_0(m, n, t) + I_M(m, n, t) \cos[\phi(m, n, t) + \phi_a(m, n, t) + \psi t], \quad (2.1)$$

donde $m = 0, 1, 2, \dots, N_m - 1$ y $n = 0, 1, 2, \dots, N_n - 1$ son las coordenadas de los pixeles del fotodetector de la cámara CCD, y $t = 0, 1, 2, \dots, N_t - 1$ es un índice temporal adimensional que indica el número de imagen registrado en la secuencia. $I_0(m, n, t)$ e $I_M(m, n, t)$ son las intensidades media y de modulación, respectivamente, $\phi(m, n, t)$ es el desplazamiento a medir (en radianes), $\phi_a(m, n, t)$ es una contribución aleatoria al desplazamiento medido, y ψ es el cambio de fase o *portadora* que se introduce controladamente entre dos imágenes sucesivas. Esta portadora tiene el propósito de posibilitar la medición de desplazamientos en ambos sentidos y se implementa mediante un modulador de fase colocado en el haz de referencia del interferómetro. Un ejemplo típico de este tipo de moduladores es una celda de Pockels que introduce desfases de $\pi/2$ radianes [Huntley et al., 1999].

Las variaciones de las intensidades media y de modulación y de la fase aleatoria son rápidas entre pixel y pixel, pero lentas en el tiempo. Estas variaciones están referidas a cambios porcentuales de magnitud entre valores sucesivos, es decir que $\Delta I_0/I_0$, $\Delta I_M/I_M$ y $\Delta \phi_a/(2\pi)$ son mucho menores que la unidad de la coordenada temporal. Este hecho está ligado con la estructura espacial del speckle, que posee mayores variaciones en el plano imagen que en una dirección normal al mismo.

En TSPI, los interferogramas adquiridos se almacenan generalmente como un arreglo de $N_m \times N_n$ señales temporales de intensidad independientes entre sí. A lo

largo de cada una de estas señales, se evalúa la fase temporal envuelta $\phi_w(m, n, t)$. Luego, se procede a la desenvoltura de estas $N_m \times N_n$ fases temporales en forma individual para obtener la versión desenvuelta $\phi_u(m, n, t)$. En principio, esta variable indica el campo de desplazamientos del objeto en función del tiempo, de tal forma que se puede armar una película de la deformación. Sin embargo, este mapa de fase está contaminado por errores que no son despreciables, especialmente en los puntos de baja modulación. Por esta causa, generalmente se debe implementar una etapa de posprocesamiento que puede estar basada en un filtrado espacial gaussiano o de mediana sobre el mapa de fase que se obtiene en cada instante de la evolución.

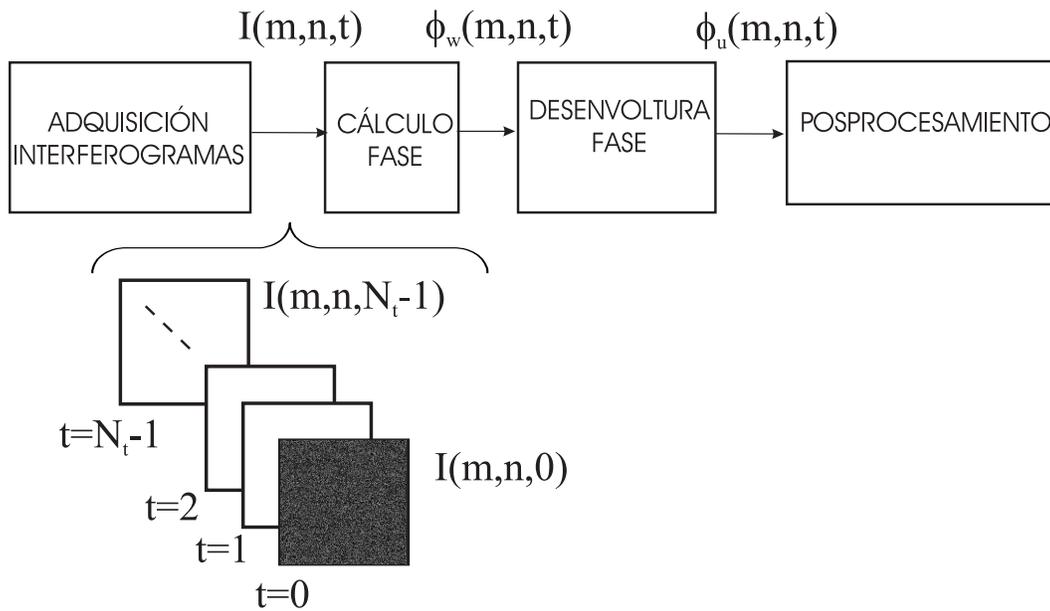


Figura 2.1: Esquema usado para evaluar la distribución temporal de la fase en TSPI.

En las secciones siguientes de este capítulo se describirá en mayor detalle cada una de las etapas correspondientes al análisis de datos usado en interferometría de speckle temporal. Debido a que el procesamiento se lleva a cabo en cada pixel en forma independiente, de aquí en adelante se omitirán oportunamente las coordenadas espaciales m y n .

2.2. Cálculo de la distribución de fase

Para extraer exitosamente el cambio de fase producido por la deformación del objeto a partir de la intensidad en función del tiempo (ver Ec. (2.1)), primero se debe remover la intensidad media $I_0(t)$. Además, resulta fundamental ajustar la velocidad de adquisición de la cámara en un valor suficientemente alto para asegurar que las variaciones de la intensidad incidente sobre el fotodetector no sobrepasen los límites determinados por el teorema de muestreo [Proakis and Manolakis, 1996]. De ahora en adelante nos referiremos a los mismos como los límites de Nyquist. Es decir, si se desprecian las variaciones temporales de las intensidades media y de modulación, se debe verificar que en todas las muestras sucesivas de la intensidad detectada por cada pixel del CCD se cumpla que

$$0 < \Delta(\phi + \phi_a) + \psi < \pi. \quad (2.2)$$

Esta inecuación expresa que la desigualdad de la izquierda es inherente a la naturaleza del coseno y por lo tanto se debe asumir que la fase de la modulación es siempre positiva. La desigualdad del lado derecho indica una reducción del rango de medición debido la presencia de la portadora.

En el caso que el sentido del desplazamiento del objeto sea desconocido, se puede emplear una portadora justo a la mitad del rango frecuencial de medición, o sea de valor $\psi = \pi/2$ [Colonna de Lega, 1997]. Esta elección equivale a estimar el desplazamiento desde un sistema de referencia que posee una velocidad constante e igual a la mitad de la máxima posible de medir. Si el signo de la deformación es conocido, se puede reducir o incluso anular dicha portadora con el consiguiente beneficio de extender el rango de medición. Por lo tanto, una medición exitosa requiere que cada señal temporal de la intensidad mantenga acotada su tasa de variación en valores inferiores a la mitad de la velocidad de adquisición del CCD. En caso contrario, se introducirá un error de aliasing en la frecuencia detectada y se estimará un desplazamiento más lento que el verdadero. Actualmente, resulta posible adquirir cámaras digitales con velocidades de adquisición superiores a los 1000 cuadros por segundo y de esta forma se pueden medir desplazamientos dinámicos cada vez más rápidos.

A fin de ilustrar gráficamente los resultados obtenidos cuando no se respetan los límites de Nyquist, se analizará el comportamiento de un chirp lineal entre 0 y una frecuencia máxima $f_{max} = 512$ Hz. Para un dado pixel de la cámara, esta señal se muestrea con una resolución de $b = 8$ bits y a una tasa constante de $f_s = 512$ cuadros por segundo, y luego se analiza la fase codificada en estos valores discretos. El muestreo mencionado es eficiente solamente en la primera mitad de la evolución, dado que hasta la muestra $t = 256$ se respeta el límite de Nyquist, pero luego se viola dicha cota. En consecuencia, el ritmo de las oscilaciones detectadas aumenta en la primera mitad de la evolución y disminuye en la segunda. En la Fig. 2.2(a) se visualiza una región central de la intensidad discretizada y en la Fig. 2.2(b) se grafica la frecuencia correspondiente a la señal de intensidad analógica y la codificada en la intensidad adquirida por la cámara. En la Fig. 2.2(b), la frecuencia evaluada decrece a partir de los π radianes, pasando a convertirse en un alias de otra frecuencia perteneciente al intervalo $(0, \pi)$. Por esta causa, en la segunda mitad se obtiene un desplazamiento más lento que el real. El mencionado error de submuestreo repercute en la fase recuperada, dado que la misma se aparta de la fase de entrada desde el instante crítico $t = 256$, tal como se aprecia en la Fig. 2.2(c).

En la Fig. 2.3 se pone de manifiesto la discrepancia entre la intensidad analógica de entrada y la versión discreta adquirida por la cámara. Desde los primeros instantes, en la Fig. 2.3 se observa claramente que la tasa de muestreo es más lenta que las oscilaciones de la intensidad de entrada, hecho que introduce errores en la reconstrucción de la señal a partir de las muestras obtenidas.

Resulta importante destacar que la remoción de la intensidad media está condicionada por la relación entre las variaciones porcentuales de la modulación $I_M(t)$ y la misma media $I_0(t)$. Si $[\Delta I_M(t)/I_M(t)]/[\Delta I_0(t)/I_0(t)]$ es bastante mayor que la unidad, dicha remoción se puede implementar eficientemente con los métodos que se explicarán en las siguientes secciones. En caso contrario, la performance de estos algoritmos se ve seriamente comprometida, dado que se puede producir un aumento del error de medición tal como se muestra en la Fig. 2.4. La Fig. 2.4(a) muestra la señal de entrada adquirida por un pixel de la cámara mientras que en la Fig. 2.4(b)

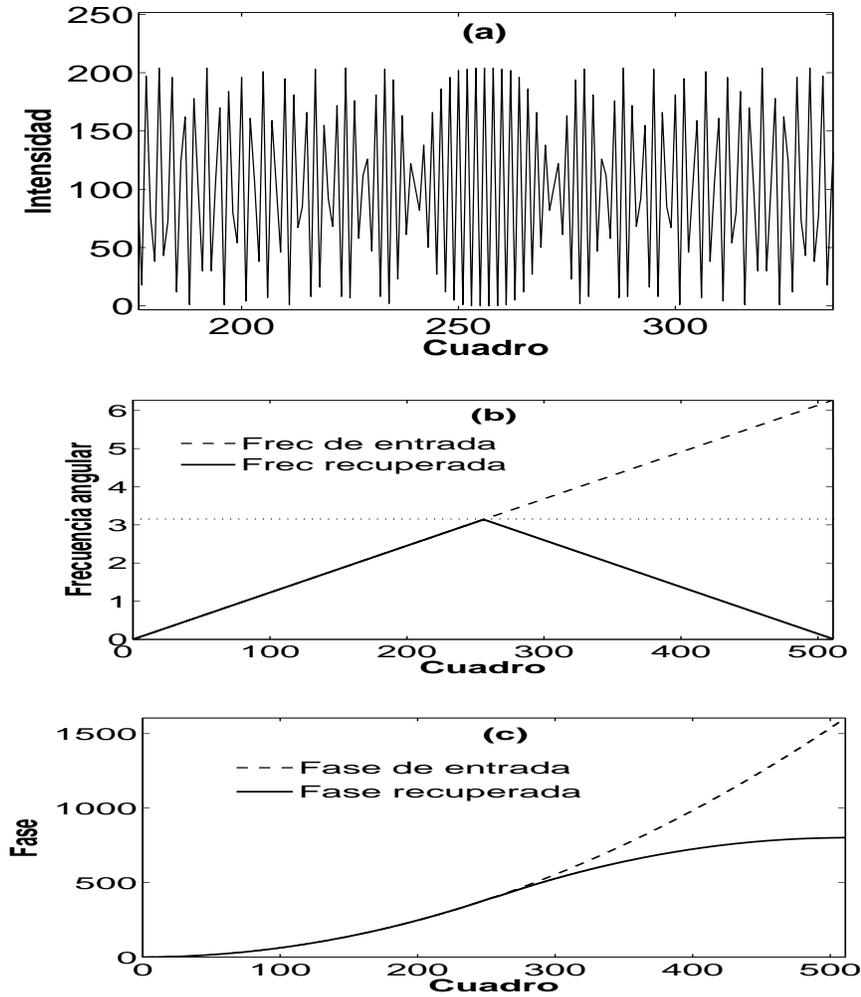


Figura 2.2: Recuperación de la fase en un pixel que no respeta los límites de Nyquist: (a) intensidad discretizada en la región donde se supera el límite de Nyquist; (b) frecuencia angular de entrada y recuperada a partir de la intensidad presentada en (a); (c) fase de entrada y recuperada de la intensidad discretizada.

se visualiza la señal resultante luego de remover su intensidad media. Al comparar la fase codificada en la Fig. 2.4(b) con la de entrada (ver Fig. 2.4(c)), se observa que los errores de medición se originan cuando la intensidad media varía rápidamente en comparación con la intensidad de modulación. Este problema no sólo limita el rendimiento de las técnicas que se describirán en las próximas secciones [Joelathan et al., 1999], [Madjarova and Kadono, 2003], [Madjarova et al., 2006], sino también el de otros algoritmos desarrollados en TSPI [Huntley, 2001].

Asumiendo que en un dado experimento la velocidad de adquisición se ajusta en

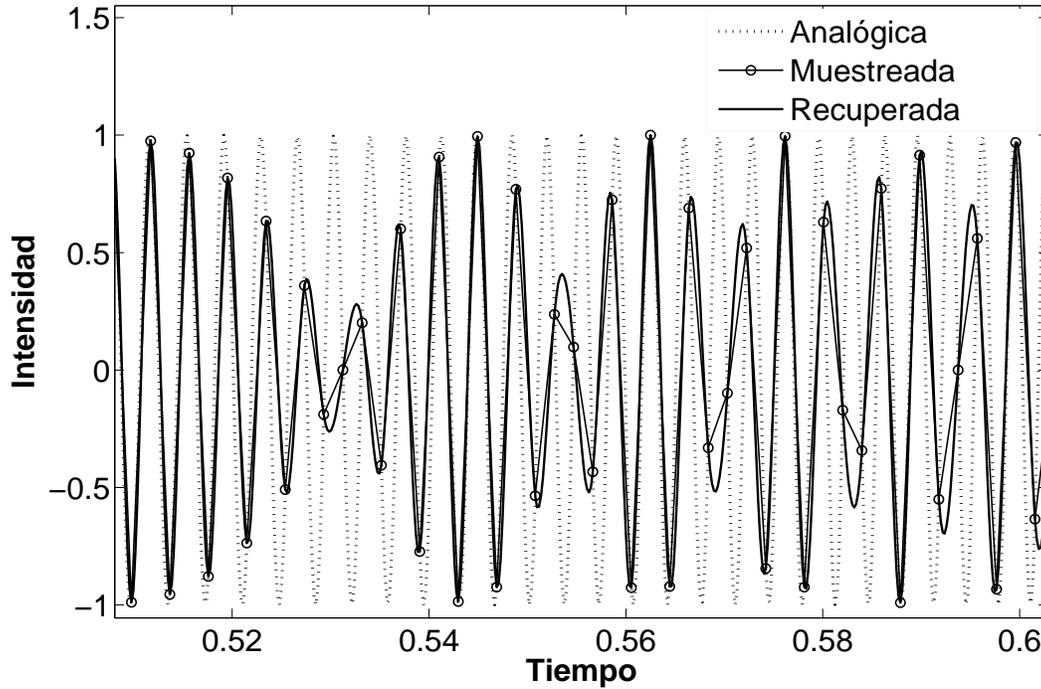


Figura 2.3: Ejemplo de una señal de intensidad analógica discretizada a una tasa insuficientemente alta. La señal reconstruida a partir de sus muestras es la presentada en la Fig. 2.2(a).

un valor suficientemente elevado y que la intensidad media no varía apreciablemente, ésta última se puede remover correctamente de la intensidad de entrada y se obtiene en forma aproximada una señal $I_{sinI_0}(t)$ proporcional al coseno de la fase de la modulación. Por lo tanto

$$I_{sinI_0}(t) = I_M(t) \cos[\Psi(t)], \quad (2.3)$$

donde la fase de la modulación está expresada por $\Psi(t) = \phi(t) + \phi_a(t) + \psi t$.

A esta intensidad se le puede asociar una exponencial compleja con su misma amplitud y fase instantánea para obtener la denominada *señal analítica* $I_{anal}(t)$ vinculada a la onda oscilatoria $I_{sinI_0}(t)$. Este resultado se expresa matemáticamente como [Hahn, 1996]

$$I_{sinI_0}(t) = I_M(t) \cos[\Psi(t)] \longrightarrow I_{anal}(t) = I_M(t) \exp[i \Psi(t)]. \quad (2.4)$$

La evaluación de la señal analítica se realiza empleando los métodos que se presentarán en las siguientes secciones.

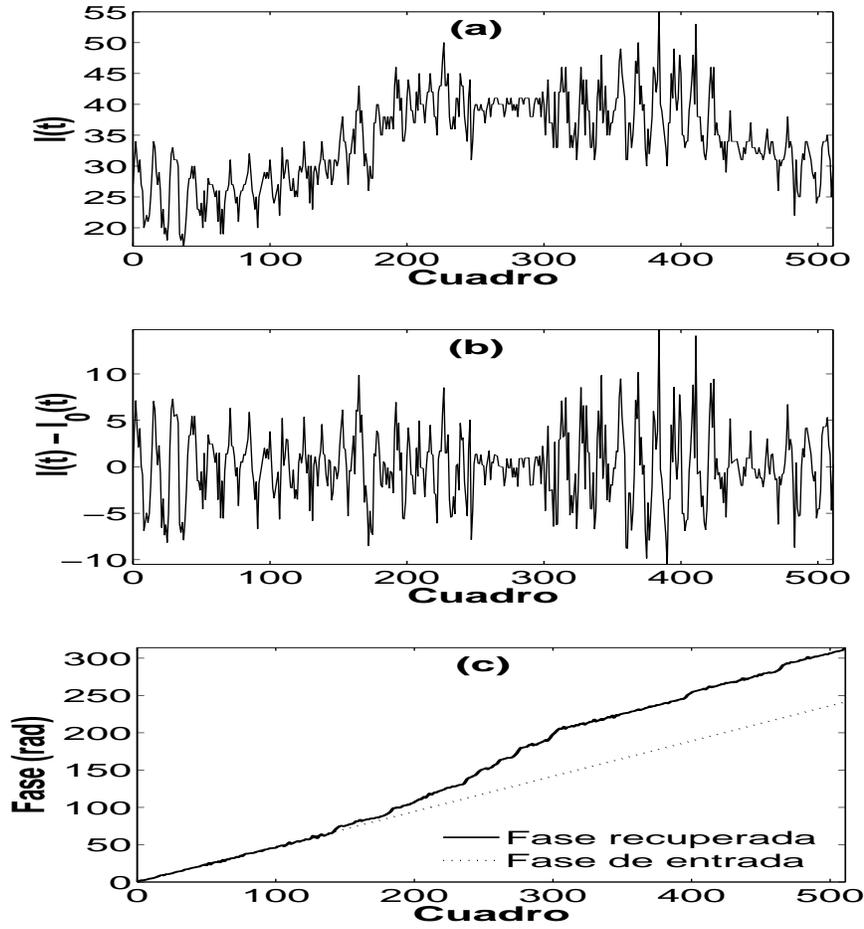


Figura 2.4: Error de medición originado por la baja modulación de la intensidad en un dado pixel: (a) señal de entrada; (b) intensidad resultante luego de la remoción de su intensidad media; (c) fase de entrada y fase recuperada a partir de la señal graficada en (b).

La fase de la modulación codificada en la señal analítica se puede determinar a través de sus partes real \Re e imaginaria \Im a partir de

$$\Psi_w(t) = \operatorname{arctg} \left[\frac{\Im\{I_{anal}(t)\}}{\Re\{I_{anal}(t)\}} \right]. \quad (2.5)$$

Finalmente, la contribución debida a la portadora se remueve de la distribución de fase resultante y también se sustrae su valor inicial a fin de minimizar el efecto de la fase aleatoria ϕ_a . De esta forma, en cada pixel de la cámara de video se obtiene la distribución de fase $\phi_w(m, n, t)$ asociada a la deformación del objeto.

2.2.1. Métodos basados en la señal analítica

La señal analítica es de suma importancia en el análisis de variables complejas, dado que por sus propiedades resulta posible simplificar el estudio de secuencias reales oscilatorias. Dada una función temporal compleja $z(t)$, se dice que es analítica si sus partes real e imaginaria son continuamente diferenciables con respecto a la variable tiempo [Hahn, 1996]. En la jerga matemática, este tipo de función también se denomina *holomórfica* o *compleja diferenciable* [Krantz, 1999].

La función analítica $z(t)$ se puede expresar en coordenadas rectangulares $(u(t), v(t))$ o polares $(a(t), \theta(t))$ según las siguientes expresiones

$$z(t) = u(t) + i v(t), \quad (2.6)$$

$$z(t) = a(t) \exp[i \theta(t)], \quad (2.7)$$

donde $a(t)$ y $\theta(t)$ se denominan *amplitud instantánea* y *fase instantánea*, respectivamente. Estas variables se relacionan con las coordenadas rectangulares por medio de las siguientes identidades

$$a(t) = \sqrt{u^2(t) + v^2(t)}, \quad (2.8)$$

$$\theta_w(t) = \arctg \left[\frac{v(t)}{u(t)} \right], \quad (2.9)$$

donde se agregó el subíndice w a $\theta(t)$ dado que la fase recuperada a partir de la función \arctg se encuentra plegada en el intervalo $(-\pi, \pi)$.

Del mismo modo, se define la *frecuencia angular instantánea* como la derivada temporal de la fase instantánea

$$\omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt}. \quad (2.10)$$

La señal analítica y los parámetros descritos previamente se muestran en la Fig. 2.5.

Resulta importante analizar algunas propiedades de las señales analíticas que se usarán al procesar los datos obtenidos en TSPI. En primer lugar, su espectro de Fourier es nulo para frecuencias negativas [Oppenheim and Schaffer, 1999], [Hahn, 1996]. Esta propiedad es equivalente a decir que la señal analítica posee un espectro

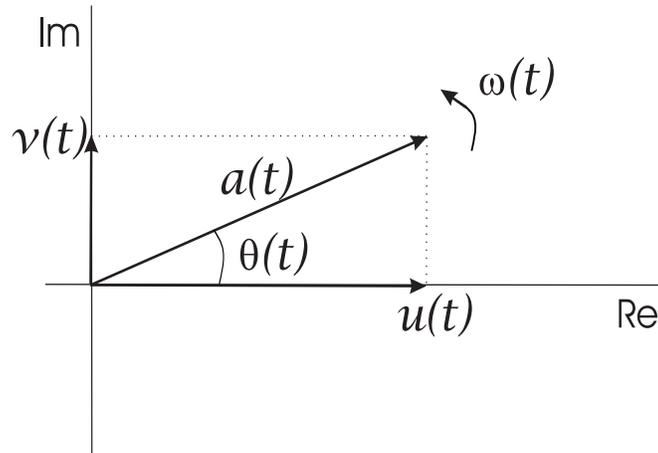


Figura 2.5: Señal analítica y sus parámetros más relevantes.

causal. También vale la propiedad recíproca, es decir que toda señal temporal real y causal posee su espectro de Fourier analítico [Hahn, 1996], resultado que establece una relación dual entre analiticidad y causalidad a través de la transformada de Fourier.

Nuestro interés se centra en el estudio de oscilaciones temporales reales de banda angosta, por lo que sus respectivas representaciones analíticas son del mismo tipo. En vista de esta particularidad, la frecuencia angular de interés $\omega(t)$ es positiva y nunca se aparta de su valor promedio más que en una pequeña cantidad. Por lo tanto, el fasor $z(t)$ rota siempre en sentido antihorario [Hahn, 1996] y la fase $\theta(t)$ resulta monótona creciente.

Por otra parte, el pasaje de coordenadas polares a rectangulares del complejo $z(t)$ se lleva a cabo aplicando la identidad de Euler, resultando en las siguientes expresiones [Hahn, 1996]

$$u(t) = a(t) \cos[\theta(t)], \quad (2.11)$$

$$v(t) = a(t) \sen[\theta(t)]. \quad (2.12)$$

De estas ecuaciones se origina la relación entre una oscilación real y su correspondiente representación compleja, lo cual constituye el fundamento principal de los métodos basados en la señal analítica (de ahora en adelante nos referiremos a los mismos como *métodos analíticos*). En la Fig. 2.6 se puede visualizar un ejemplo de señal analítica y la evolución temporal de sus partes real e imaginaria por separado, adoptando amplitud y frecuencia angular constantes. Cabe destacar que en esta figu-

ra, las señales reales están expresadas por las respectivas proyecciones del fasor sobre los ejes real e imaginario. La única diferencia entre esas ondas reside en un desfase mutuo de $\pi/2$ rad, verificándose las Ecs. (2.11) y (2.12). En esta figura se indica con líneas punteadas el proceso del método analítico, es decir la obtención de la señal analítica a partir del coseno de la fase.

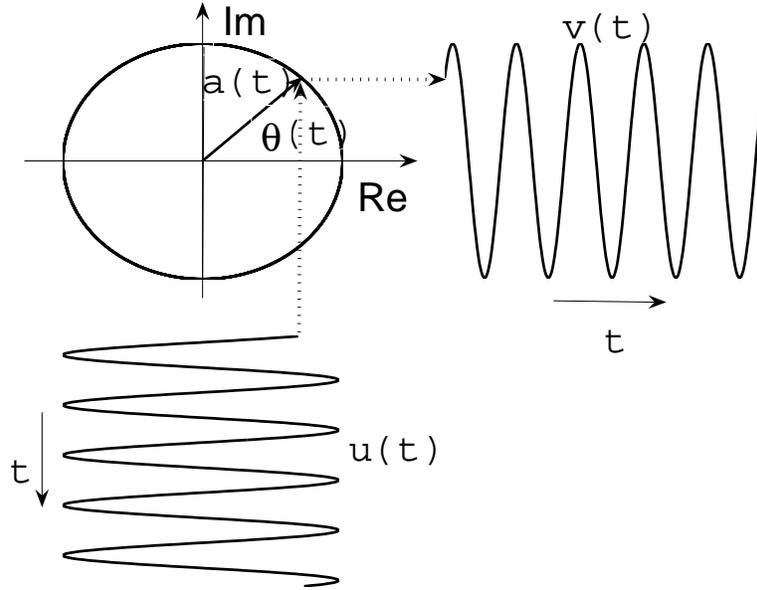


Figura 2.6: Señal analítica $z(t)$ y la evolución temporal de sus partes real $u(t)$ e imaginaria $v(t)$.

Como se mencionó en la sección anterior, las señales de entrada $I(t)$ se deben someter al filtrado de la intensidad media $I_0(t)$ para extraer el término $I_{sinI_0}(t) = I_M(t) \cos\Psi(t)$. En dicha sección se puso de manifiesto la importancia de la relación entre la intensidad de modulación $I_M(t)$ y la media para lograr una efectiva remoción de esta última. Teniendo en cuenta las limitaciones que posee el mencionado proceso de filtrado, a continuación se mostrará cómo la presencia de la intensidad media residual puede afectar la performance del método analítico utilizado para calcular la fase $\Psi(t)$. Por el momento se asume la ausencia de ruido en la intensidad adquirida por la cámara.

Como ejemplo se analizará una superposición de dos ondas, una de cuales representa la contribución de interés a la medición y consiste de una armónica de amplitud

$I_M(t)$ constante y fase $\Psi(t)$ lineal. La otra onda es la intensidad media residual, la cual se asume como una oscilación de amplitud constante y frecuencia mucho menor que la contenida en la primera componente. Realizando un análisis local, es decir en pequeños intervalos de tiempo, se tiene que la armónica de interés se encuentra superpuesta a un nivel de continua aproximadamente constante. En el caso que ese nivel de continua sea menor que la modulación ($I_0 < I_M$), aplicando el método analítico se obtienen los gráficos que se presentan en la Fig. 2.7. En la Fig. 2.7(a) se muestra la oscilación superpuesta a un nivel de continua y la correspondiente representación compleja. La amplitud de este fasor difiere de I_M y su fase recuperada Ψ_{rec} también resulta diferente de la fase de entrada Ψ , hecho que se pone de manifiesto en la Fig. 2.7(b).

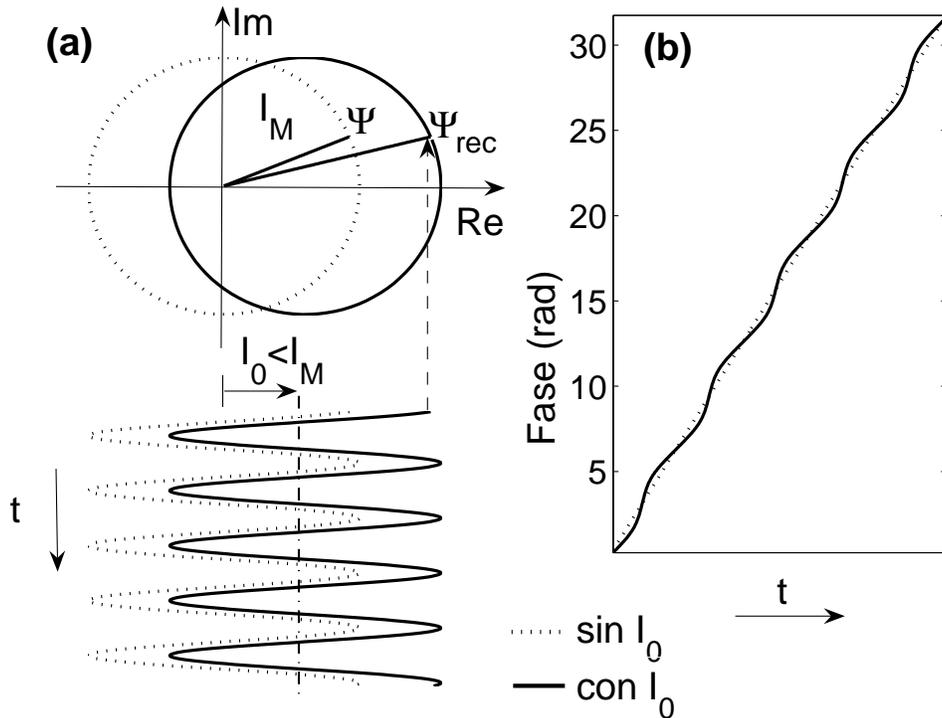


Figura 2.7: Señales correspondientes al método analítico en el caso que $I_M \cos \omega t + I_0$ e $I_0 < I_M$.

En cambio, si la media es mayor a la modulación ($I_0 > I_M$) tal como ocurre en las zonas de baja modulación, se obtienen las señales que se muestran en la Fig. 2.8. En este caso, la armónica se encuentra montada sobre un alto nivel de continua,

originando un corrimiento del origen del fasor hacia el semiplano real positivo (ver Fig. 2.8(a)). Debido a este desplazamiento, la fase recuperada se distorsiona más aún que en el caso anterior, dado que la misma no sólo deja de ser monótona, sino que también adquiere un comportamiento periódico entre los valores Ψ_{min} y Ψ_{max} (ver Fig. 2.8(b)). Incluso, estos valores extremos disminuyen en valor absoluto a medida que se incrementa la relación entre las intensidades media y de modulación en cada ciclo de la oscilación de interés. Este resultado se puede observar fácilmente, dado que el corrimiento del fasor hacia el semiplano real positivo aumenta.

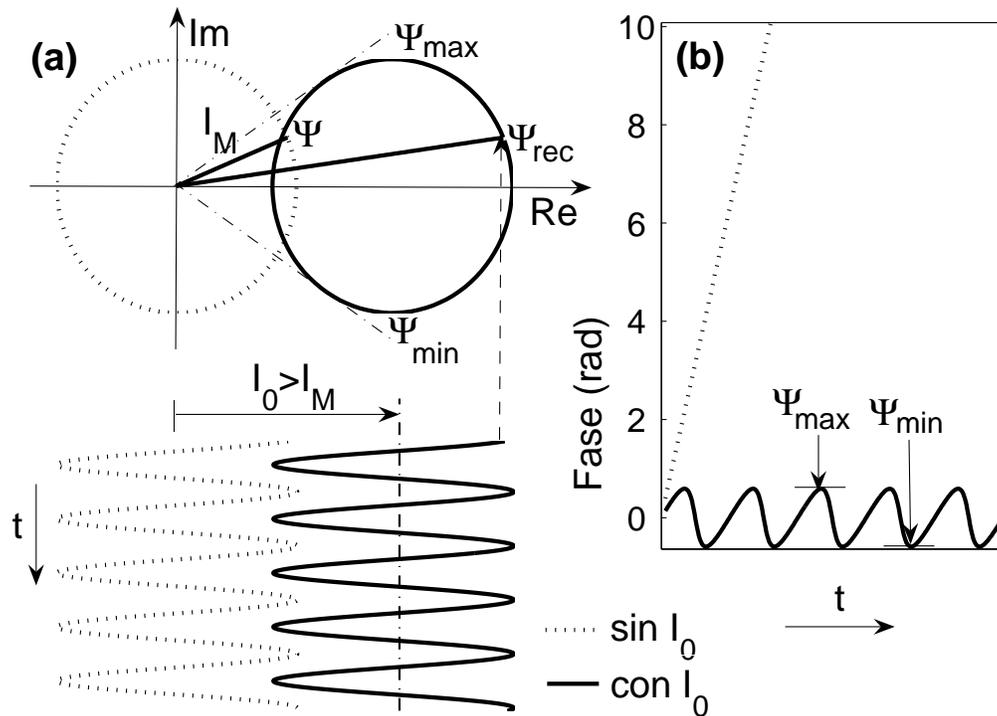


Figura 2.8: Señales correspondientes al método analítico en el caso que $I_M \cos \omega t + I_0$ e $I_0 > I_M$.

A continuación se analizará la influencia del ruido de alta frecuencia en las zonas de baja modulación. Para realizar este análisis se toma como ejemplo el caso presentado en la Fig. 2.4(b) en las inmediaciones del instante $t = 140$, dado que en esa región se introducen importantes errores en la fase recuperada. Las señales correspondientes al caso analizado se reproducen en la Fig. 2.9. En la Fig. 2.9(a) se muestra la intensidad obtenida luego de la remoción de su valor medio y una armónica pura gobernada por

la fase de entrada. Resulta importante observar la baja modulación presente en la primera de dichas señales y su frecuencia es mayor que la que aparece en la armónica pura. Este último hecho se debe a que el ruido aporta sus máximos y mínimos locales a la onda de interés. Como estas dos componentes son del mismo orden de magnitud, aumenta la cantidad de cruces por cero de la intensidad filtrada, resultado que se refleja en contribuciones positivas a la fase de entrada. La acumulación de estos errores produce divergencias en la fase recuperada, tal como se observa en la Fig. 2.9(b).

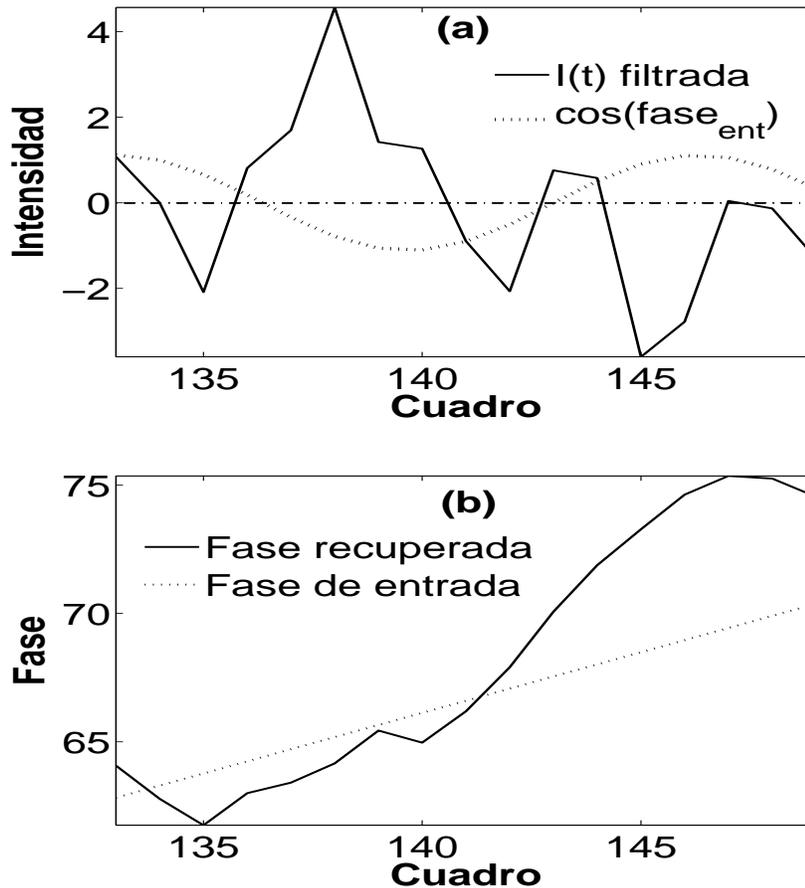


Figura 2.9: Señales en la región donde la fase recuperada se aparta de la obtenida con el método analítico: (a) intensidades filtrada e ideal generada con el coseno de la fase de entrada; (b) fases recuperada y de entrada.

Al aplicar el método analítico a las ondas que se muestran en la Fig. 2.9(a), se obtienen los fasores que aparecen en la Fig. 2.10 con sus recorridos temporales indicados por las flechas. El aumento de los cruces por cero de la intensidad filtrada

genera un incremento en la velocidad de rotación de su representación analítica. En el intervalo de tiempo analizado en la Fig. 2.9, este fasor prácticamente duplica la cantidad de vueltas del asociado a la fase de entrada.

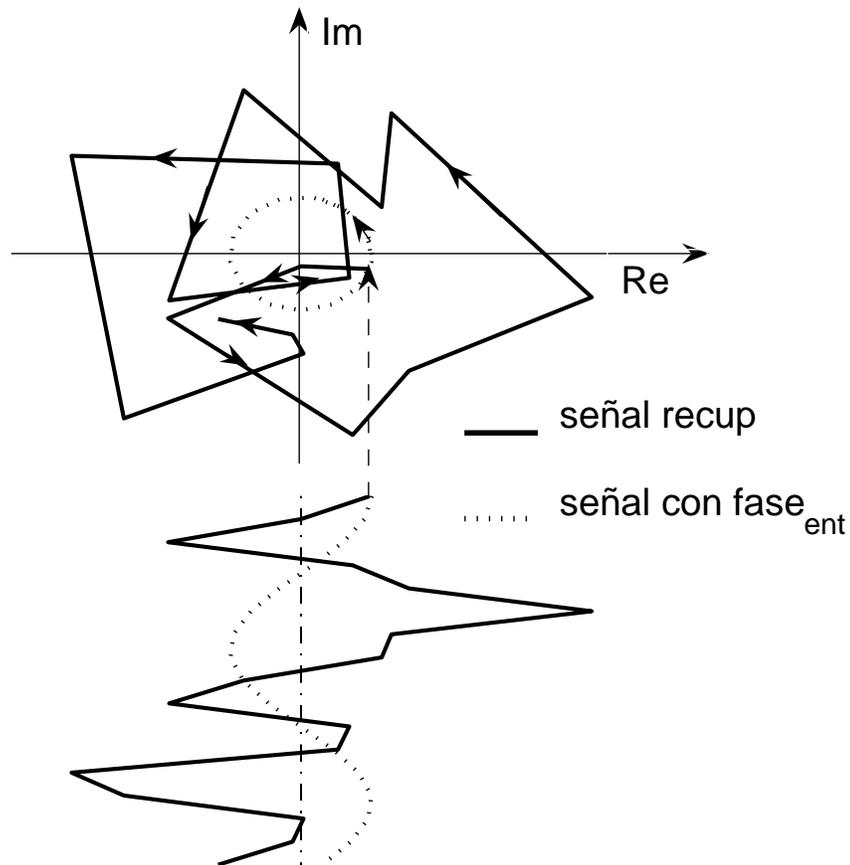


Figura 2.10: Señal analítica evaluada a partir de la intensidad filtrada que se muestra en la Fig. 2.9(a) y su homóloga calculada con la fase de entrada.

Teniendo en cuenta el alto nivel de complejidad de las señales de intensidad obtenidas en TSPI, existen diversas formas de combinar los valores medios residuales y el ruido de alta frecuencia con la componente que contiene la información sobre la deformación del objeto. Sin embargo, a la luz del análisis presentado en esta sección, se puede concluir que los métodos analíticos se encuentran condicionados por los siguientes factores:

1. La media local residual introduce errores en la fase recuperada y en

el peor caso limita su tasa de crecimiento.

- II. El ruido de alta frecuencia puede provocar incrementos en la magnitud medida e incluso divergencias en los valores a obtener. Esta influencia es mayor en las regiones con baja intensidad de modulación.

2.2.2. Método de la transformada de Fourier temporal

2.2.2.1. Principios teóricos

Este método fue introducido por Takeda et al. [Takeda et al., 1982] para analizar cuantitativamente los sistemas de franjas generados en interferometría en presencia de una portadora espacial. Dichas franjas se expresan matemáticamente como la suma de dos términos, uno de baja frecuencia y otro de alta frecuencia que corresponde a la modulación de fase expresada por un coseno, siendo esta variable la información de interés. Takeda et al. aprovecharon la vinculación matemática entre la función coseno y la exponencial compleja, es decir que $\cos \alpha = \frac{1}{2} \exp(i \alpha) + \frac{1}{2} \exp(-i \alpha)$ y el hecho de que cada una de estas exponenciales puede ser bien discriminada en el dominio de Fourier. Mediante esta separación espectral, resulta posible la extracción de la fase de interés. Más recientemente, este método se aplicó en interferometría de speckle temporal [Takeda and Yamamoto, 1994], [Joenathan et al., 1998a], [Joenathan et al., 1998b], [Joenathan et al., 1998c], [Joenathan et al., 1999], [Tiziani, 2001], y en particular para medir desplazamientos en presencia de una portadora temporal [Kaufmann and Galizzi, 2002] y en ausencia de la misma [Kaufmann, 2003a].

La extensión de este método a la medición de desplazamientos en TSPI se basa en que cada señal unidimensional de intensidad $I(t)$ se compone de un término $I_0(t)$ de baja frecuencia y de otro $I_M(t) \cos \Psi(t)$ con predominancia en frecuencias mayores, el cual se desea extraer para calcular el desplazamiento. Su empleo en interferometría es muy popular debido a su buena precisión y sensibilidad, y a la sencillez de su implementación algorítmica.

2.2.2.2. Algoritmo

El método de la transformada de Fourier temporal (de ahora en adelante se lo notará como método de FT) se implementa de acuerdo a las etapas que aparecen en la Fig. 2.11 y que se describen a continuación.

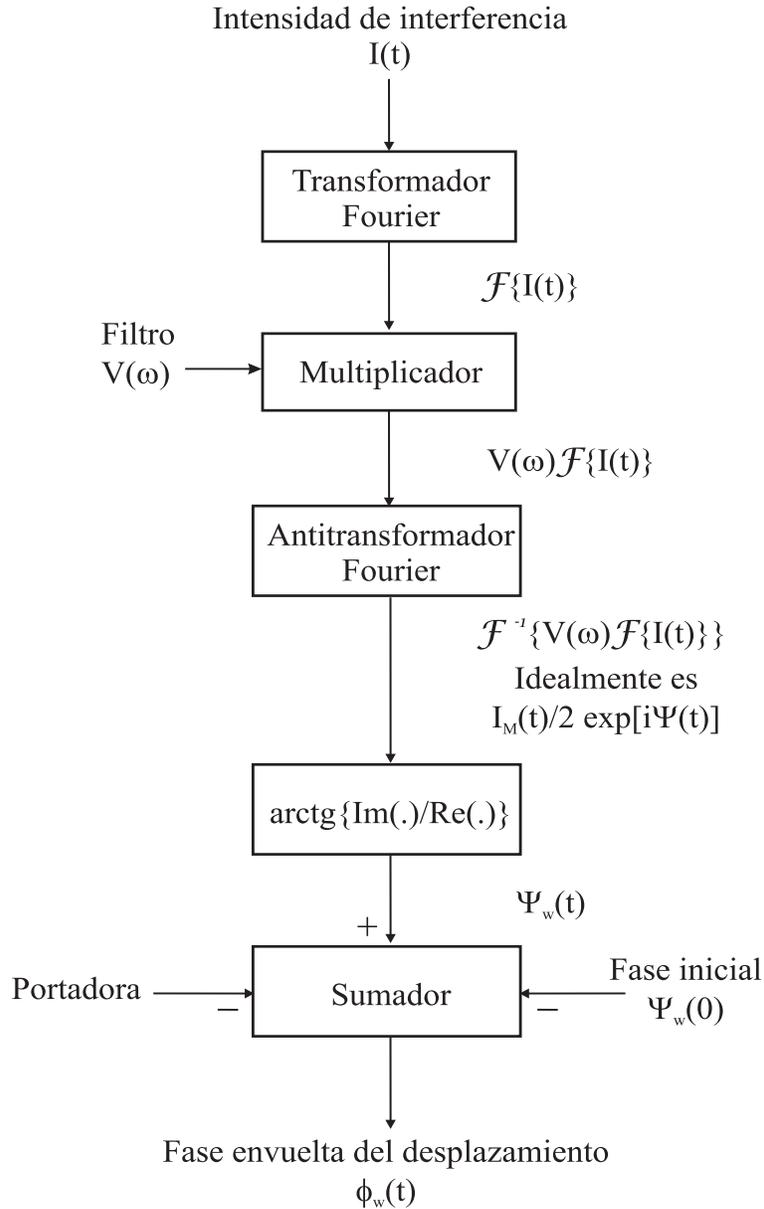


Figura 2.11: Algoritmo correspondiente al método de la transformada de Fourier temporal usado en TSPI.

Primero, se aplica la transformada de Fourier a cada señal de intensidad de entrada, para obtener $\mathcal{F}\{I(t)\} = \tilde{I}(\omega)$. Generalmente, este paso se lleva a cabo usando

el algoritmo de transformada rápida de Fourier, más popularmente conocido como *algoritmo FFT* [Oppenheim and Schaffer, 1999], [Cooley and Tukey, 1965], [MATLAB Signal Processing Toolbox, 1996], debido a la optimización de la velocidad de cálculo cuando se procesan señales con un número de muestras igual a una potencia de 2. Bajo ciertas hipótesis que se analizarán más adelante, el espectro de amplitud de la intensidad de entrada contiene tres picos, uno en el origen y los otros dos cercanos a la frecuencia de la portadora. En el caso de que ésta sea nula, la fase del objeto debe poseer una componente lineal suficientemente fuerte que actúe como si fuera una portadora.

Luego, la transformada de la intensidad de entrada se multiplica por un filtro pasabanda apropiado $V(\omega)$, el cual consiste generalmente en una función ventana rectangular o de Hanning diseñada por el usuario. El propósito de esta operación es permitir el paso de las componentes espectrales que únicamente contienen la información referente al desplazamiento, es decir de $\mathcal{F}\{\frac{I_M(t)}{2} \exp[i\Psi(t)]\}$.

A continuación, se aplica la antitransformada de Fourier al producto $\tilde{I}(\omega)V(\omega)$ resultante del paso anterior, de forma de recuperar la información temporal de la expresión $\frac{I_M(t)}{2} \exp[i\Psi(t)]$. Se debe notar que excepto por el factor $\frac{1}{2}$, esta señal compleja no es más que la expresión analítica asociada a la oscilación que contiene la fase a recuperar.

Por último, la fase envuelta asociada a la deformación se obtiene de acuerdo a la metodología descrita al final de la sección 2.2. Es decir, se calcula la fase envuelta de la modulación $\Psi_w(t)$ a través del arctg del cociente entre las partes imaginaria y real de la señal analítica antes referida, y finalmente se remueve la portadora y la fase aleatoria inicial.

Como se acaba de poner de relieve, la técnica de FT depende principalmente de la intervención del operario en la etapa de diseño del filtro $V(\omega)$. Si este filtrado es deficiente, se puede eliminar información vital o incluir componentes espectrales no deseadas, en cuyos casos aumentan los errores de medición. Así mismo, la performance de esta técnica se encuentra limitada en cuanto a su capacidad de resolver las regiones con baja modulación de intensidad [Marengo Rodriguez et al., 2008]. Este hecho se

debe a que la baja relación señal-ruido dificulta el correcto filtrado de esta última componente, así como de la intensidad media. Este problema sólo se puede solucionar parcialmente en aquellos casos particulares que poseen una fase lineal en todos los píxeles [Joenathan et al., 1999].

2.2.2.3. Análisis de la intensidad y variantes del algoritmo

Con el objeto de analizar el origen de las limitaciones del método de FT, a continuación se presenta un estudio más profundo sobre la naturaleza espectral de la intensidad de entrada, así como sobre la implementación del mismo. Partiendo de la Ec. (2.1), cada señal de intensidad temporal de entrada se puede reexpresar como

$$I(t) = I_0(t) + \frac{I_M(t)}{2} \exp[i \Psi(t)] + \frac{I_M(t)}{2} \exp[-i \Psi(t)], \quad (2.13)$$

donde la fase de la modulación es $\Psi(t) = \phi(t) + \phi_a(t) + \psi t$. Los términos de la Ec. (2.13) se pueden interpretar como tres aportes complejos e independientes a la intensidad de entrada. El primer término $I_0(t)$ es un vector paralelo al eje real y de magnitud lentamente variable con el tiempo. El segundo es un fasor cuya amplitud $\frac{I_M(t)}{2}$ se modifica lentamente con la coordenada temporal y posee una fase instantánea $\Psi(t)$ que varía más rápidamente que las otras magnitudes (dado que se analizan intensidades de banda angosta). Por último, el tercer término es otro fasor de idénticas características que el anterior, pero con fase invertida. La representación gráfica de estos aportes en el plano complejo se muestran en la Fig. 2.12.

Se debe notar que la intensidad de entrada debe ser una función de banda angosta debido a que el desplazamiento en todos los píxeles a analizar debe ser más veloz que un determinado valor numérico, con el propósito de que no se produzcan discontinuidades de salto en la fase de los fasores $\frac{I_M(t)}{2} \exp[\pm i \Psi(t)]$. En el peor caso, estas discontinuidades se pueden traducir en una inversión de la fase. A fin de ilustrar esta condición, a continuación se analizarán dos ejemplos de aplicación del método de FT: primero, una señal de banda angosta con componentes frecuenciales fácilmente discriminables y luego a otra señal de banda angosta, pero correspondiente a un desplazamiento muy lento.

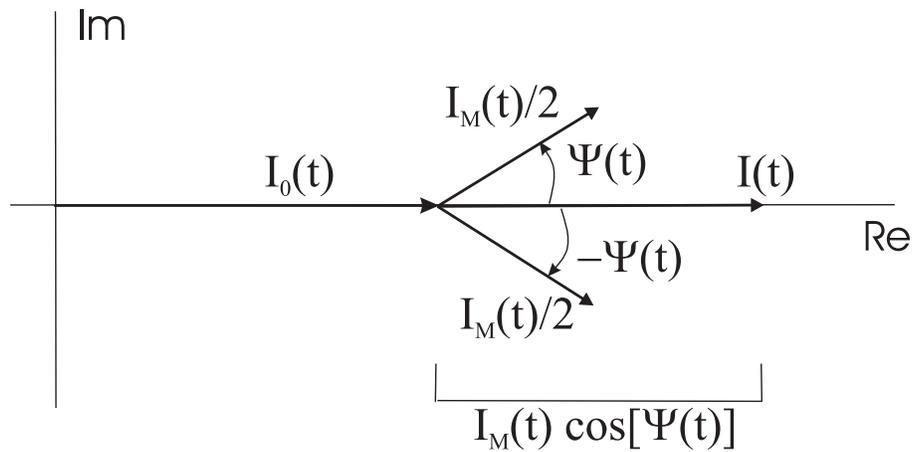


Figura 2.12: Descripción compleja de la intensidad temporal en TSPI.

En la Fig. 2.13 se presentan los resultados que surgen de aplicar el método de FT a una señal de entrada de banda angosta típica, con portadora nula y con fase lineal e igual a la mitad del límite de Nyquist. También se asume que el ruido temporal de fase es nulo. La intensidad de entrada montada sobre una componente de continua adicional de 50 U.A. se muestra en el gráfico superior de la Fig. 2.13(a). En esta figura se observa que dicha onda oscila a una tasa constante, lo cual indica efectivamente que proviene de un desplazamiento lineal con el tiempo. El espectro de amplitud de la intensidad se visualiza en la Fig. 2.13(b), junto al filtro de ventana $V(\omega)$ adoptado en este ejemplo. Luego de aplicar la antitransformada al resultado del filtrado, se obtiene la señal compleja que describe la trayectoria que se muestra en la Fig. 2.13(c). Resulta importante destacar que la mencionada trayectoria siempre encierra al origen y por lo tanto se evitan inversiones en la fase recuperada. Además, este fasor gira permanentemente en sentido antihorario, por lo que la fase referida es monótona creciente y no tendrá saltos negativos. La parte real del fasor resultante $\frac{I_M(t)}{2} \cos\Psi(t)$ se muestra en el gráfico inferior de la Fig. 2.13(a). Este fasor es la representación analítica de la componente de la señal de entrada que codifica la información de interés. Comparando los dos gráficos que aparecen en la Fig. 2.13(a), se observa que se logran rescatar las oscilaciones provocadas por el desplazamiento. Por lo tanto, se esperaría que el método de FT recupere eficientemente la fase. Las otras hipótesis se verifican cuando se observa la Fig. 2.13(d), dado que la fase no posee discontinuidades,

es monótona creciente y se recuperó eficientemente. Se debe notar que en la Fig. 2.13(d) se agregó por claridad comparativa un valor constante de 100 rad a la fase de entrada.

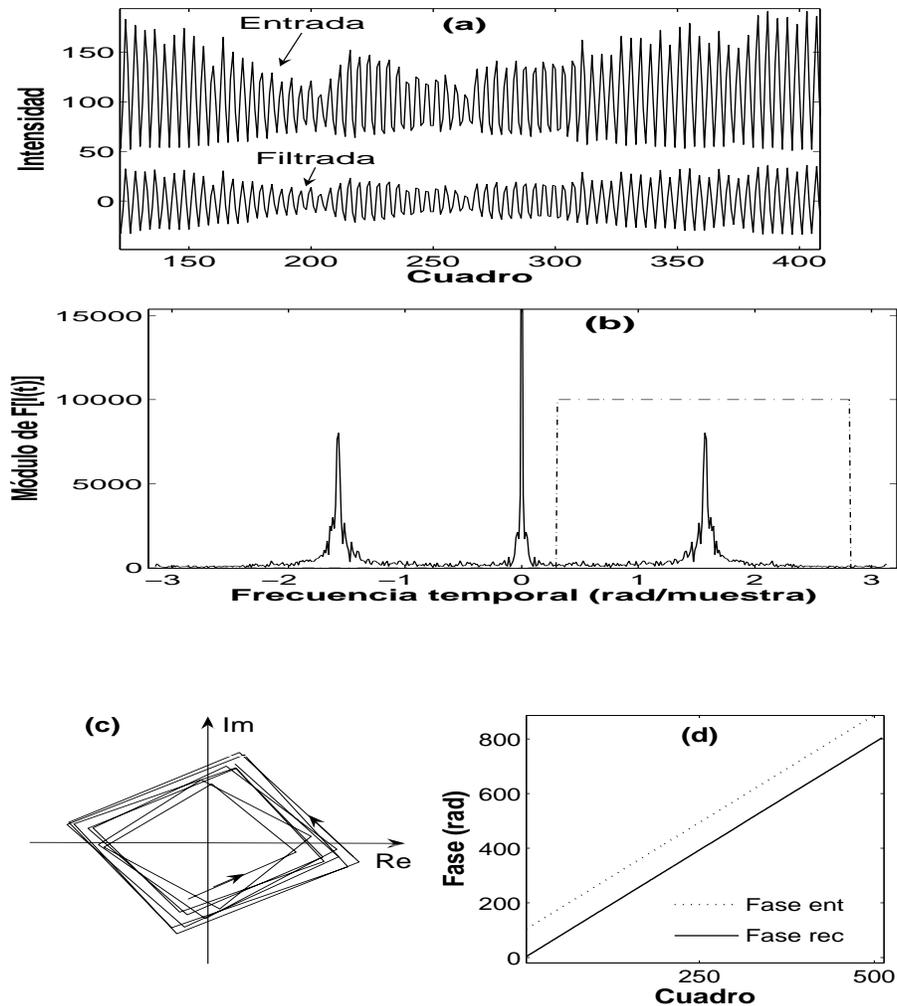


Figura 2.13: Aplicación del método de FT a una intensidad de entrada de banda angosta: (a) fracción central de la intensidad de entrada y de la parte real de su versión filtrada; (b) espectro de amplitud de la señal de entrada que se muestra en (a) y del filtro aplicado; (c) porción temporal de la onda luego del filtrado de la intensidad; (d) fase recuperada y fase de entrada adicionando un nivel de continua de 100 rad.

El otro caso de banda angosta que se analizará a continuación, corresponde a una fase $\Psi(t)$ que varía muy lentamente en comparación con la magnitud $\frac{I_M(t)}{2}$. Este caso produce las mencionadas discontinuidades de fase, las cuales introducen errores muy

importantes al aplicar el método de FT. En este ejemplo se analiza un desplazamiento lineal, pero a diferencia del caso anterior la velocidad de la deformación es 80 veces más pequeña. Los resultados más relevantes correspondientes a este caso se presentan en la Fig. 2.14. En la Fig. 2.14(a) se muestra la intensidad de entrada (curva superior) y la parte real de su versión filtrada (curva inferior). El espectro de amplitud y el filtro óptimo utilizado en este caso se muestran en la Fig. 2.14(b). En esta figura se aprecia el solapamiento parcial de los espectros correspondientes a los tres términos que aparecen en la Ec. (2.13), el cual dificulta el diseño del filtro que se debe utilizar para una recuperación fiable. El filtro utilizado es óptimo porque permite la recuperación de la fase en los puntos que se mueven más velozmente. La señal compleja obtenida luego del filtrado describe la trayectoria graficada en línea llena en la Fig. 2.14(c), la cual proviene del muestreo de la curva señalada en línea de puntos. En esta curva se aprecia que la modulación varía rápidamente en comparación con la fase. O sea que la curva mencionada difiere apreciablemente de una circunferencia como en el ejemplo anterior. Es más, la fase decrece en algunos puntos y luego vuelve a crecer, generando pequeños trayectos cerrados. Además, la curva pasa cerca del origen, provocando saltos abruptos de fase e incluso la inversión de la misma. Estos hechos producen importantes discontinuidades, tal como se observa en la Fig. 2.14(d) en los alrededores de $t = 262$.

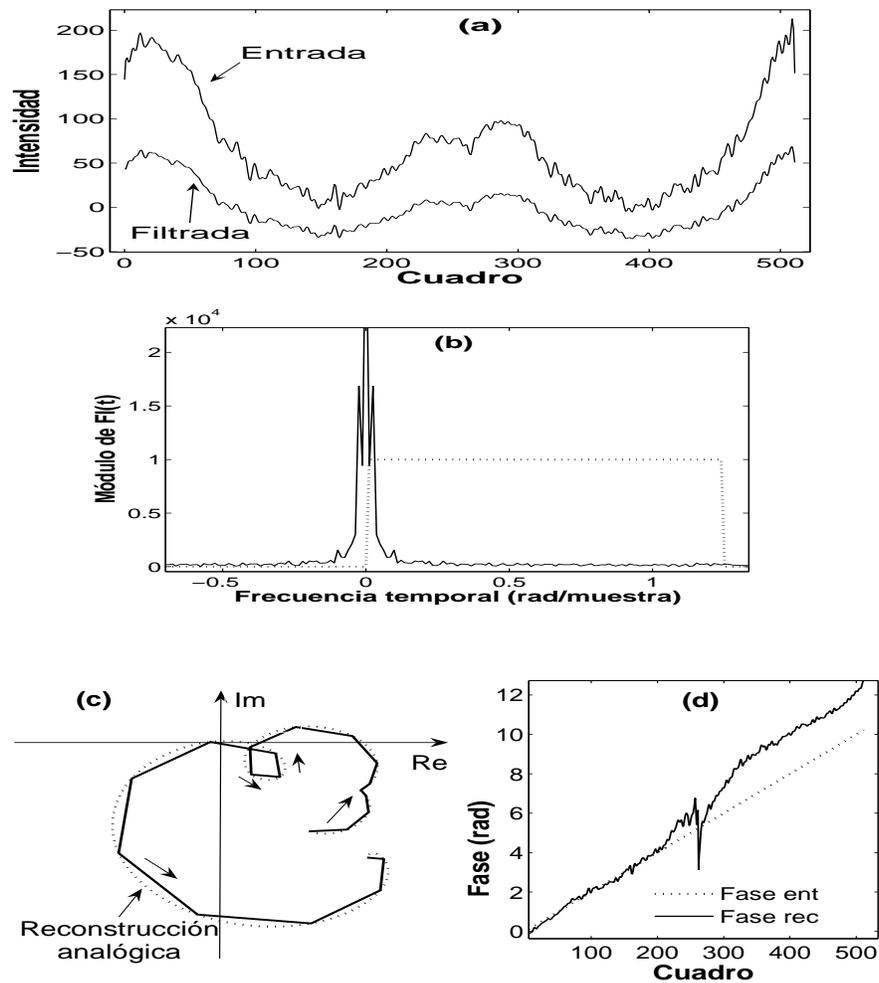


Figura 2.14: Aplicación del método FT a una intensidad con fase lentamente variable: (a) intensidad de entrada y su versión filtrada; (b) espectro de amplitud de la intensidad de entrada que se muestra en (a) y del filtro aplicado; (c) porción temporal de la onda luego del filtrado; (d) fase recuperada y fase de entrada.

Los problemas analizados en el ejemplo anterior también pueden aparecer si la señal de entrada es de banda ancha, dado que la no linealidad del desplazamiento a medir produce el ensanchamiento de los lóbulos laterales del espectro de dicha intensidad [Joenathan et al., 1999] y el posible solapamiento de éstos con la intensidad media. Para comprender mejor por qué aparecen saltos en la fase recuperada, se puede analizar el diagrama fasorial presentado en la Fig. 2.12, asumiendo por simplicidad que la media es constante y que la deformación es lineal. Si la magnitud $\frac{I_M(t)}{2}$ fuera constante, la trayectoria del fasor sería un arco de circunferencia. Suponiendo variaciones lentas en la modulación, el arco de circunferencia se deformaría y pasaría a convertirse en otro tipo de curva suave. Si las variaciones de $I_M(t)$ fueran progresivamente más rápidas, dicha deformación sería tan grande que la curva pasaría cerca del origen del fasor o incluso lo encerraría en un corto tramo si la modulación cambiara de signo. Estos casos generarían la inversión de fase que se mostró en el ejemplo anterior.

Para superar los problemas descritos previamente, la portadora se debe ajustar en un valor más grande que la suma de los anchos de banda de las intensidades media y de modulación. En el caso que la portadora es nula, la fase del objeto debe ser monótona creciente, hecho que es equivalente a pedir que la fase posea una componente lineal que reemplace a la portadora. Además, la derivada temporal de la fase debe ser más grande que la suma de los anchos espectrales de las intensidades media y de modulación. Como estas condiciones son necesarias pero no suficientes, este problema se analizará a continuación.

En el método FT, el cálculo del espectro de la intensidad de interferencia se puede evaluar aplicando la propiedad que un producto en el dominio temporal se traduce en una convolución en el plano transformado, resultando

$$\tilde{I}(\omega) = \tilde{I}_0(\omega) + \frac{\tilde{I}_M(\omega)}{2} * \mathcal{F}\{\exp[i\Psi(t)]\} + \frac{\tilde{I}_M(\omega)}{2} * \mathcal{F}\{\exp[-i\Psi(t)]\}, \quad (2.14)$$

donde $*$ denota la operación de convolución e $\tilde{I}(\omega)$, $\tilde{I}_0(\omega)$ e $\tilde{I}_M(\omega)$ son las intensidades de entrada, media y de modulación en el dominio transformado, respectivamente.

Suponiendo que se analiza el caso trivial con intensidad media, de modulación, fase del objeto y fase aleatoria constantes, el espectro de la intensidad de entrada se

reduce a tres deltas de Dirac: una localizada en la frecuencia cero correspondiente a I_0 y las otras en las frecuencias de la portadora $\pm\psi$ rad/muestra. En una segunda aproximación, las variaciones temporales de $I_0(t)$ e $I_M(t)$ hacen que los mencionados lóbulos no cambien de posición pero sí aumenten sus respectivos anchos. Estas pequeñas cantidades serán aproximadamente iguales al ancho de banda de la intensidad media ω_{I_0} y de modulación ω_{I_M} , los cuales son aproximadamente iguales a 0.2 rad/muestra para los casos estudiados en esta Tesis. Por lo tanto, se puede adoptar una portadora de $\pi/2$ rad/muestra y así obtener el espectro graficado en la Fig. 2.13.

Si además de los cambios temporales mencionados previamente, se tiene en cuenta la variabilidad de la fase del objeto, cabe analizar los dos casos que se describen a continuación.

I. Si la fase es lineal, los picos que previamente se localizaban en $\pm\psi$ no se ensanchan, sino que sólo se trasladan a lo largo del eje de abscisas en una cantidad igual a $d\phi(t)/dt$. Este caso fue analizado en diferentes trabajos por [Joenathan et al., 1999], [Tiziani, 2001], [Kaufmann and Galizzi, 2002], [Kaufmann, 2003a].

Analizando la Ec. (2.14), resulta fácil observar que las transformadas de las exponenciales complejas se pueden representar por $\delta[\omega \pm (\psi + d\phi(t)/dt)]$. Llamando ω_{p+o} a la frecuencia correspondiente a $\psi + d\phi(t)/dt$, el espectro de la señal de entrada resulta igual a

$$\tilde{I}(\omega) = \tilde{I}_0(\omega) + \frac{\tilde{I}_M(\omega - \omega_{p+o})}{2} - \frac{\tilde{I}_M(\omega + \omega_{p+o})}{2}. \quad (2.15)$$

De acuerdo a esta expresión, la intensidad de entrada contiene una componente de banda base $I_0(t)$ y la intensidad $I_M(t)$ modulada en amplitud. Entonces, para evitar el solapamiento espectral previamente citado, en todos los pixeles se debe verificar que

$$\psi + d\phi/dt > \omega_{I_0} + \omega_{I_M}. \quad (2.16)$$

Análogamente, se debe evitar el corrimiento de los lóbulos de la componente A.M. hacia frecuencias excesivamente altas, porque como el espectro es periódico, dichos lóbulos podrían solaparse con los correspondientes al próximo. Por esta causa, se

recomienda en todos los puntos (m, n) que

$$\psi + d\phi/dt < \pi - \omega_{I_M}. \quad (2.17)$$

Si se verifican estas condiciones y el filtro $V(\omega)$ es el adecuado, resultará posible recuperar correctamente el segundo término de la Ec. (2.15). Aplicando la antitransformada de Fourier a este último término, se obtiene

$$\begin{aligned} \mathcal{F}^{-1} \left\{ \frac{\tilde{I}_M(\omega - \omega_{p+o})}{2} \right\} &= \mathcal{F}^{-1} \left\{ \frac{\tilde{I}_M(\omega)}{2} * \delta[\omega - \omega_{p+o}] \right\} \\ &= \frac{I_M(t)}{2} \exp[i\omega_{p+o} t]. \end{aligned} \quad (2.18)$$

Por lo tanto, considerando la linealidad de la fase del objeto se obtiene el resultado esperado $\frac{I_M(t)}{2} \exp[i(\psi t + \phi(t))]$.

II. Si la fase es no lineal [Marengo Rodriguez et al., 2008], los lóbulos laterales que corresponden al segundo y tercer sumando de la Ec. (2.14) se ensanchan debido a que las exponenciales complejas no poseen un espectro con forma de deltas de Dirac, sino otra expresión más compleja. En particular, como

$$\exp[i\Psi(t)] = \exp[i\psi t] \exp[i(\phi_a + \phi(t))], \quad (2.19)$$

se obtiene

$$\mathcal{F}\{\exp[i\Psi(t)]\} = \delta(\omega - \psi) * \mathcal{F}\{\exp[i(\phi_a + \phi(t))]\}. \quad (2.20)$$

Al convolucionar este resultado con el espectro de la modulación sobre 2, resulta

$$\frac{\tilde{I}_M(\omega)}{2} * \mathcal{F}\{\exp[i\Psi(t)]\} = \frac{\tilde{I}_M(\omega - \psi)}{2} * \mathcal{F}\{\exp[i(\phi_a + \phi(t))]\}. \quad (2.21)$$

Es decir, que el espectro de la modulación se aleja del origen en ψ radianes y este resultado se convoluciona con el espectro generado por la fase del objeto. Entonces, la intensidad de entrada se puede expresar como

$$\begin{aligned} \tilde{I}(\omega) &= \tilde{I}_0(\omega) + \frac{\tilde{I}_M(\omega - \psi)}{2} * \mathcal{F}\{\exp[i(\phi_a + \phi(t))]\} \\ &+ \frac{\tilde{I}_M(\omega + \psi)}{2} * \mathcal{F}\{\exp[-i(\phi_a + \phi(t))]\}. \end{aligned} \quad (2.22)$$

Si la derivada temporal de la fase producida por el desplazamiento se encuentra acotada en el intervalo $(\min\{d\phi(t)/dt\}, \max\{d\phi(t)/dt\}) = (\omega_{o,min}, \omega_{o,max})$, el ancho de los sumandos de la Ec. (2.22) será igual a

$$\omega_{o,max} - \omega_{o,min} + 2\omega_{I_M}. \quad (2.23)$$

Por lo tanto, para evitar que los lóbulos laterales se solapen espectralmente con la intensidad media y con los períodos contiguos, en todo instante y en todos los pixeles analizados se debe verificar la siguiente condición

$$\omega_{I_0} + \omega_{I_M} < \psi + d\phi(t)/dt < \pi - \omega_{I_M}. \quad (2.24)$$

Más específicamente, la velocidad mínima del desplazamiento se encuentra limitada por

$$\psi + \omega_{o,min} > \omega_{I_0} + \omega_{I_M}, \quad (2.25)$$

y la velocidad máxima por

$$\psi + \omega_{o,max} < \pi - \omega_{I_M}. \quad (2.26)$$

En el caso que la portadora sea nula, en las expresiones anteriores se debe asignar $\psi = 0$. Por lo tanto, el desplazamiento debe poseer una componente monótona creciente para evitar la superposición espectral entre las intensidades media y de modulación (ver Ec. (2.25)). Dicha componente monótona aleja del origen al espectro de la intensidad de modulación y si es suficientemente alta, se verifica la condición impuesta por la Ec. (2.25). Este hecho explica por qué cuando no existe una portadora, no se pueden medir desplazamientos tan lentos o bidireccionales con el método de la transformada de Fourier.

En el caso que las anteriores desigualdades se respeten y el filtro se diseñe de forma que cubra todo el ancho espectral de los datos, finalmente se obtiene la siguiente señal filtrada

$$\begin{aligned} \mathcal{F}^{-1}\{\tilde{I}(\omega) V(\omega)\} &= \mathcal{F}^{-1}\left\{\frac{\tilde{I}_M(\omega - \psi)}{2} * \mathcal{F}\{\exp[i(\phi_a + \phi(t))]\}\right\} \\ &= \frac{I_M(t)}{2} \exp[i\psi t] \exp[i(\phi_a + \phi(t))]. \end{aligned} \quad (2.27)$$

Para ejemplificar el ensanchamiento espectral producido por la no linealidad del desplazamiento, a continuación se analizará el siguiente ejemplo. Se supone que en un dado pixel (m, n) , la fase $\phi(t)$ asociada al desplazamiento está expresada por

$$\phi(t) = C \left\{ \exp \left[\left(\frac{1}{2} \right)^K \right] - \exp \left[\left(\frac{1}{2} - \frac{t}{N_t} \right)^K \right] \right\}, \quad (2.28)$$

donde N_t es el número total de cuadros registrados, $t = 0, 1, \dots, N_t - 1$ es el índice temporal, $K = 3$ es una constante que controla el tipo de evolución temporal de la fase $\phi(t)$ y $C = 147,93$ es otra constante que regula la velocidad del desplazamiento. Esta fase es creciente y su evolución temporal se muestra gráficamente en línea de puntos en la Fig. 2.15. Se debe agregar que su derivada temporal se encuentra acotada en el intervalo $(0, 0, 24)$ rad/muestra, y que además se emplea una portadora de frecuencia $\psi = 0,4$ rad/muestra y que el pixel a analizar posee una baja modulación de intensidad.

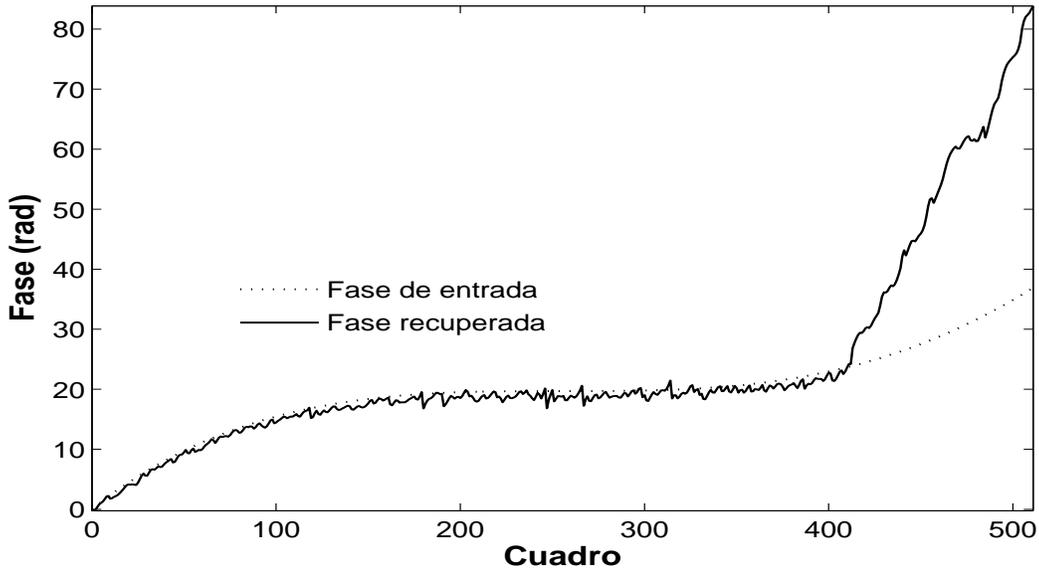


Figura 2.15: Fase de entrada y recuperada a partir de la intensidad contaminada por ruido de fase.

Previo al desplazamiento del objeto, la intensidad de entrada se encuentra gobernada por los cambios de fase de la portadora y por consiguiente se obtiene el espectro

que se muestra en la Fig. 2.16(a). En esta figura se observa que dicho espectro está formado sólo por los aportes de las intensidades media y de modulación.

Cuando se introduce el desplazamiento, se produce una modulación exponencial del tipo $\exp[i(\phi_a + \phi(t))]$ y su espectro se observa en la Fig. 2.16(b). En este gráfico resulta importante notar que el contenido energético del desplazamiento se encuentra concentrado en un intervalo coincidente con el de la derivada temporal de la fase de entrada. Dicho intervalo espectral tiene un pequeño grado de incertidumbre debido al valor finito del producto duración - ancho de banda (BT) [Boashash, 1992] de la intensidad analizada. Como se menciona en dicha referencia, la mayoría de las señales existentes tienen un producto BT suficientemente alto, de forma que se puede generalizar la mención anterior sobre la concentración energética de los $m \times n$ píxeles.

Luego que se introduce el desplazamiento, la intensidad adquirida posee un espectro como el que se muestra en la Fig. 2.16(c). En esta figura resulta evidente que los lóbulos laterales fueron producidos por la convolución entre las señales visualizadas en las Figs. 2.16(a) y 2.16(b). Debido al ensanchamiento espectral resultante, se debe usar un filtro suficientemente ancho, aunque esta acción genera los problemas que se analizarán más abajo.

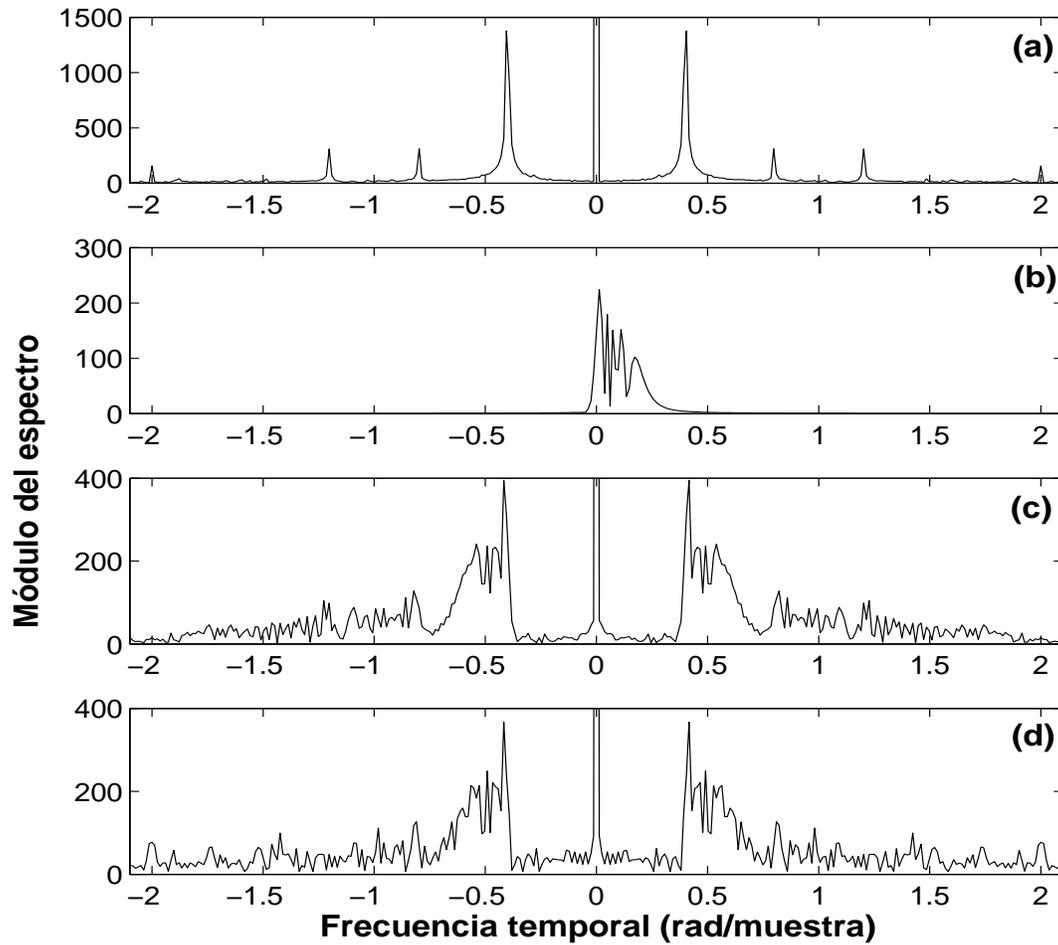


Figura 2.16: Espectros de amplitud asociados a un pixel determinado en presencia de una portadora de 0,4 rad/muestra: (a) intensidad obtenida con desplazamiento nulo; (b) modulación exponencial producida por el desplazamiento no lineal del objeto; (c) intensidad registrada durante el desplazamiento; (d) ídem a (c) considerando el ruido de fase.

Por último, resulta importante introducir una nueva degradación que permite obtener señales de entrada que son más parecidas a las obtenidas experimentalmente [Madjarova and Kadono, 2003]. Esta degradación consiste en la adición del ruido de speckle previamente mencionado y a tal fin se asume la existencia de una componente ruidosa $\phi_a(t)$ en la fase del objeto [Marengo Rodriguez et al., 2008]. El ruido de fase se caracteriza como una variable aleatoria uniformemente distribuida en un intervalo de amplitud pequeña en comparación con la fase del desplazamiento. Por esta razón, en el ejemplo previamente analizado esta componente se elige como [Marengo Rodriguez et al., 2008]

$$\phi_a(t) \sim U[-\pi/4, \pi/4]. \quad (2.29)$$

Por lo tanto, la intensidad de entrada producida por el desplazamiento no lineal evolucionará como se muestra en la Fig. 2.17(a). En este gráfico se manifiesta de forma clara el efecto contaminante del ruido y su mayor influencia en las regiones de baja modulación, dado que aparecen picos residuales de amplitud comparable a la componente de interés. Localmente, este fenómeno es similar al visualizado en la Fig. 2.9(a).

En el dominio espectral, la intensidad de entrada se expresa matemáticamente como indica en la Ec. (2.22), pero asumiendo la variabilidad temporal de ϕ_a . De esta manera, el segundo sumando de dicha expresión es igual a la siguiente convolución doble

$$\left[\frac{\tilde{I}_M(w - \psi)}{2} * \mathcal{F}\{\exp[i\phi(t)]\} \right] * \mathcal{F}\{\exp[i\phi_a(t)]\}. \quad (2.30)$$

Al calcular la convolución señalada entre corchetes, se obtiene el espectro descrito previamente para el caso II y visualizado en la Fig. 2.16(c). La convolución de ese resultado con el espectro de la fase ruidosa, contamina toda la información contenida en la señal de entrada, hecho que se pone de manifiesto en la Fig. 2.16(d). Por consiguiente, el enmascaramiento de la señal debido al ruido de speckle dificulta el diseño del filtro óptimo y la recuperación de la información relevante.

Se debe resaltar que en ausencia de desplazamiento, el pixel analizado en este ejemplo posee su espectro contaminado por armónicos de orden superior a la frecuencia de entrada (ver Fig. 2.16(a)). Una vez que el objeto se deforma, dichos armónicos

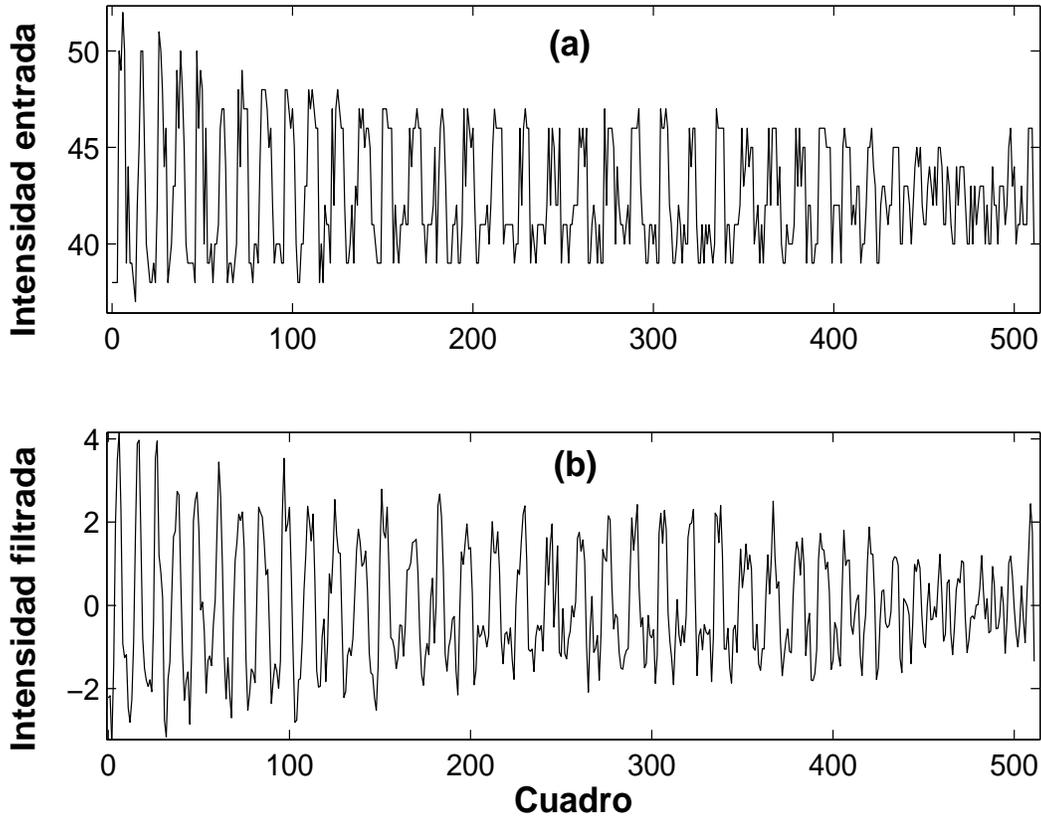


Figura 2.17: Señales obtenidas con un desplazamiento no lineal y degradada por ruido de fase: (a) intensidad de entrada; (b) intensidad filtrada.

se convolucionan con el contenido de $\exp[i\phi(t)]$ y con el ruido, introduciendo un error extra a la medición.

Si en este ejemplo se adopta un filtro $V(\omega)$ con frecuencias de corte $\omega_{c,min} = 0,37$ y $\omega_{c,max} = 2,3$ rad/muestra, la parte real de la señal temporal obtenida luego del filtrado es la que se muestra en la Fig. 2.17(b). Comparando este gráfico con la Fig. 2.17(a), se observa que las componentes de alta frecuencia se reducen, pero su minimización es insuficiente en las regiones con baja amplitud de modulación. Este resultado genera una gran cantidad de cruces por cero e introduce un error apreciable en la fase recuperada. Esta situación se refleja en la curva continua visualizada en la Fig. 2.15, en los instantes posteriores a $t = 410$.

Para justificar la adición de ruido de fase en el ejemplo anterior, a continuación se presenta la comparación entre dos señales de entrada simuladas con y sin ruido, pero

en un pixel que tiene una amplitud de modulación media y que además sea típico. Esto quiere decir que el grado de contaminación presente en el pixel analizado es similar al de los restantes. La intensidad del pixel (80, 190) en ausencia de ruido evoluciona temporalmente como se muestra en la Fig. 2.18(a). Su espectro de amplitud se puede visualizar en la Fig. 2.18(b). En ambos gráficos se debe observar la reducida presencia de ruido de alta frecuencia, resultado que no refleja la información adquirida por la cámara de video durante un experimento típico.

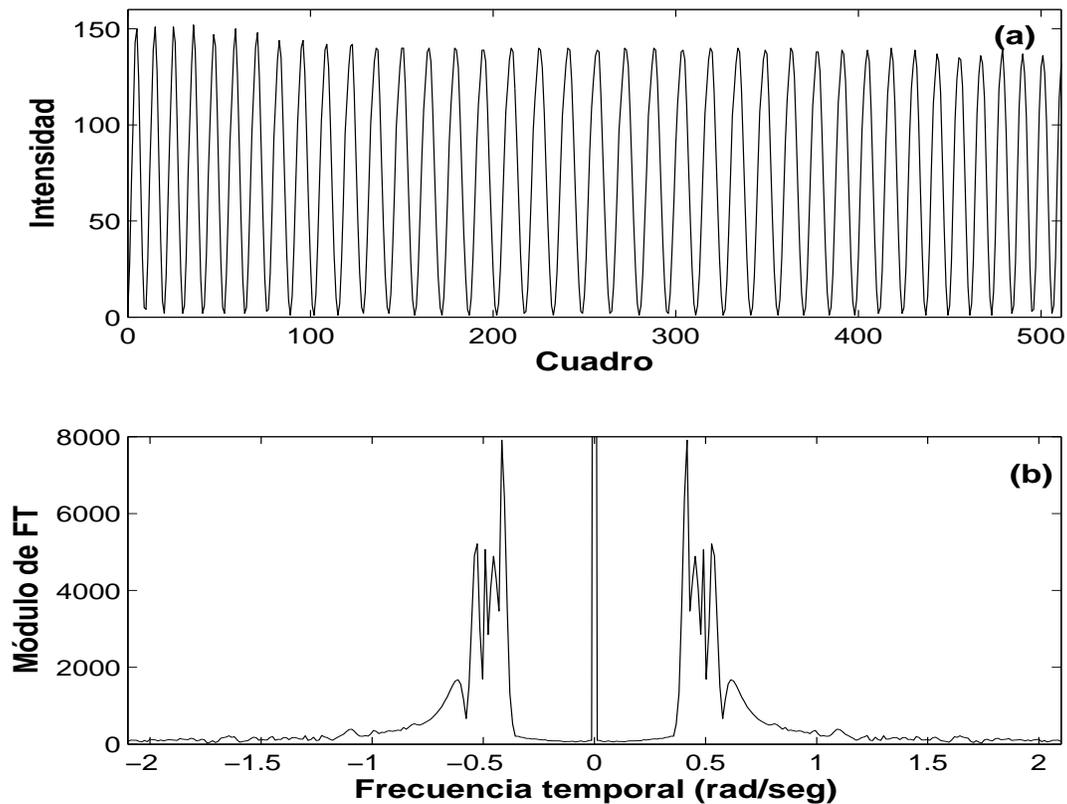


Figura 2.18: Señales de entrada obtenidas en un dado pixel sin adicionar ruido de fase: (a) intensidad temporal; (b) espectro de amplitud de (a).

Al introducir la aleatoriedad temporal en la fase, se obtiene la señal de entrada que se muestra en la Fig. 2.19(a), que está caracterizada por su alto nivel ruido. Esta degradación es la que usualmente aparece en las secuencia de imágenes adquiridas experimentalmente. La contaminación contenida en la señal de entrada también se observa en el espectro de amplitud que se muestra en la Fig. 2.19(b).

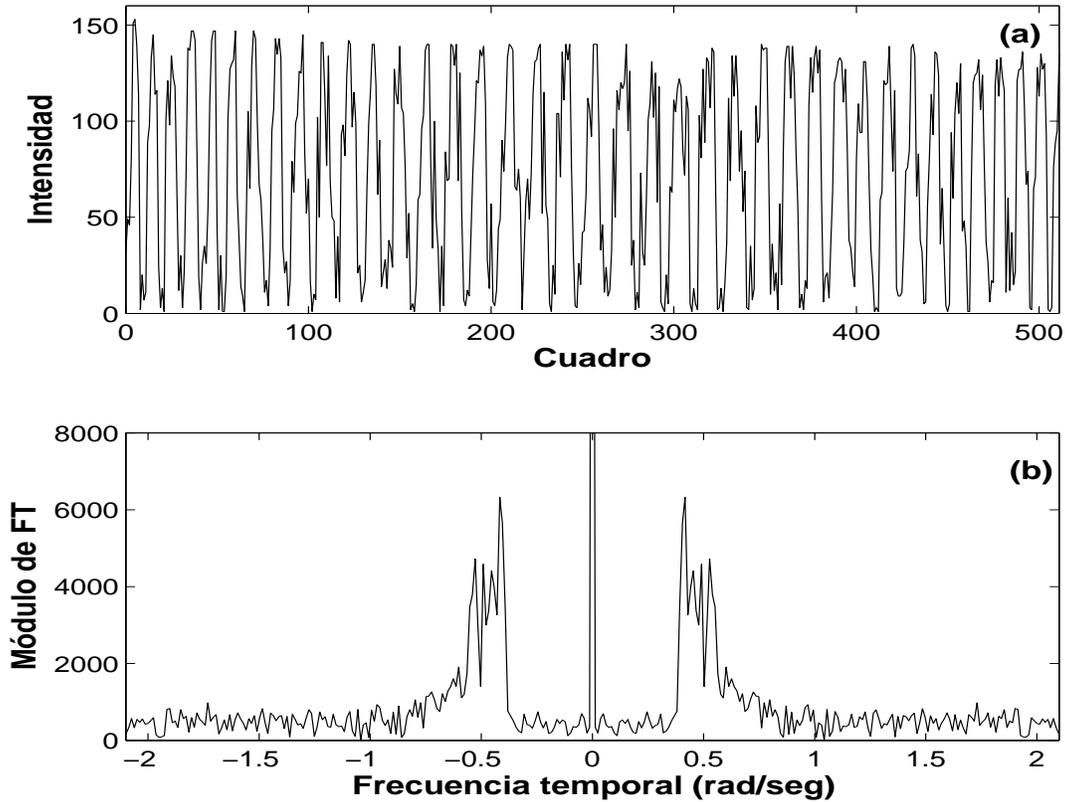


Figura 2.19: Señales de entrada obtenidas en un dado pixel degradado con ruido de fase: (a) intensidad temporal; (b) espectro de amplitud de (a).

Desde el punto de vista del plano complejo, el aporte del ruido se puede analizar de la siguiente forma. Teniendo en cuenta la Ec. (2.13) correspondiente a la intensidad adquirida, el segundo término se expresará como

$$\frac{I_M(t)}{2} \exp[i \Psi(t)] = \frac{I_M(t)}{2} \exp[i (\psi t + \phi(t))] \exp[i \phi_a(t)]. \quad (2.31)$$

En esta ecuación, el producto de los primeros dos factores expresa el fásor cuya fase se desea conocer. Sin embargo, el tercer factor introduce variaciones en la fase del fásor resultante. Por lo tanto, dicho fásor recorrerá una curva que contiene un número más grande de pequeñas trayectorias cerradas, en comparación al caso que no contiene ruido. Este comportamiento se puede observar en los diagramas de la intensidad filtrada que se muestran en las Figs. 2.20 y 2.20 correspondientes a los casos sin y con ruido, respectivamente.

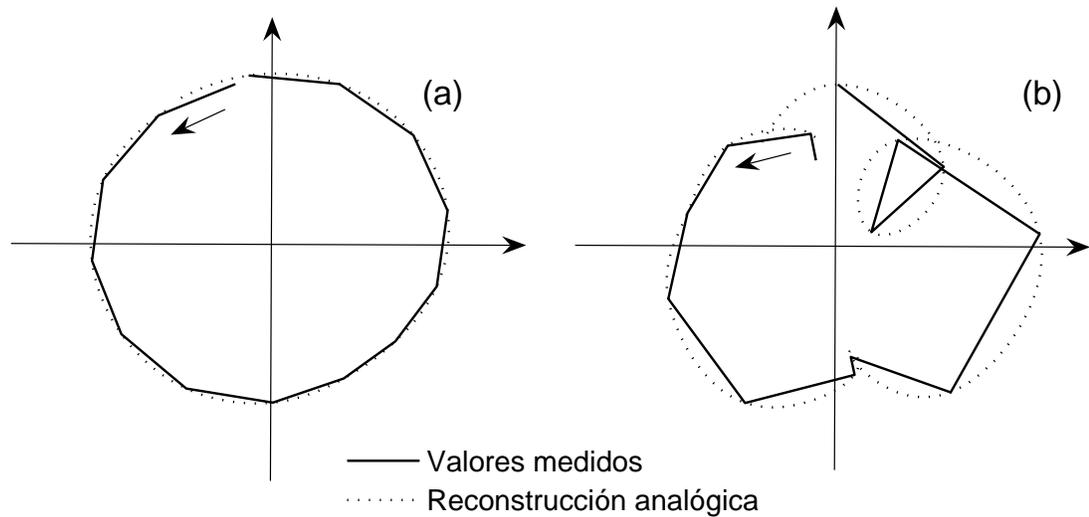


Figura 2.20: Intensidad compleja recuperada después de la etapa de filtrado: (a) sin ruido de fase; (b) con ruido de fase.

Las limitaciones que muestran los ejemplos descritos en esta sección, hacen pensar en opciones alternativas al método de FT analizado, dado que el proceso de filtrado es crítico en presencia del ruido de speckle y además se lleva a cabo en forma heurística. Una opción posible es realizar la etapa de filtrado en el dominio temporal [Madjarova and Kadono, 2003] y no frecuencial. Sin embargo, este proceso también depende del operador y genera errores debido a la presencia de la intensidad media residual y del ruido de alta frecuencia, especialmente en regiones con baja relación señal-ruido. Esta variante se analizará en mayor detalle en la próxima sección.

2.2.3. Método de la transformada de Hilbert temporal

2.2.3.1. Principios teóricos

La transformada de Hilbert es una herramienta matemática que permite obtener la componente en cuadratura de una señal unidimensional dada y su uso ha facilitado el análisis de los parámetros que gobiernan las oscilaciones. En un principio, esta transformada se aplicó en ingeniería eléctrica y luego su uso se extendió a otras áreas donde interesa conocer la información relativa a la amplitud y frecuencia instantánea de las señales involucradas. A continuación se definirá la transformada de Hilbert y su relación con la transformada de Fourier, para vincular entre sí los dos métodos de medición de fase usados en esta Tesis.

Dada una función temporal real $u(t)$ en tiempo continuo, se define su transformada de Hilbert $\mathcal{H}\{u(t)\}$ como [Hahn, 1996], [Haykin, 1994]

$$\mathcal{H}\{u(t)\} = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{u(\tau)}{t - \tau} d\tau. \quad (2.32)$$

En decir, la función temporal $u(t)$ se convierte en otra función en el dominio temporal gracias a la convolución con un filtro cuya respuesta al impulso es de la forma $\frac{1}{\pi t}$. Si llamamos $v(t)$ a la transformada de Hilbert de $u(t)$, entonces resulta que

$$v(t) = u(t) * \frac{1}{\pi t}. \quad (2.33)$$

O sea que la respuesta impulsiva del filtro de Hilbert posee una alta sensibilidad local, lo que lo hace muy susceptible a errores de cálculo si la señal de entrada posee componentes contaminantes.

En el dominio frecuencial, $u(t)$ y $v(t)$ se traducen en $\tilde{u}(\omega)$ y $\tilde{v}(\omega)$, respectivamente. Además, el filtro de Hilbert posee la siguiente respuesta en frecuencia

$$\mathcal{F} \left\{ \frac{1}{\pi t} \right\} = -i \operatorname{sg}(\omega), \quad (2.34)$$

donde $\operatorname{sg}(\omega)$ es la función signo dada por

$$\operatorname{sg}(\omega) = \begin{cases} 1 & \omega > 0 \\ 0 & \omega = 0 \\ -1 & \omega < 0 \end{cases}. \quad (2.35)$$

Entonces, el espectro de la transformada de Hilbert de la onda de entrada resulta

$$\tilde{v}(\omega) = \tilde{u}(\omega) (-i) \operatorname{sg}(\omega). \quad (2.36)$$

Esta identidad manifiesta que el proceso de transformación de Hilbert no modifica la información de amplitud de la onda de entrada. En cambio, produce un desfase de las componentes frecuenciales de entrada en $\pi/2$. Ese desfase es un atraso para las frecuencias positivas y un adelanto para las frecuencias negativas [Hahn, 1996], [Haykin, 1994]. En particular, si la onda de entrada es una armónica pura $u(t) = \cos \omega_1 t$, el espectro de su transformada resulta en una diferencia de deltas en $\pm\omega_1$ dividido dos veces la unidad imaginaria, el cual es igual al espectro de la función en cuadratura de la onda de entrada, es decir $v(t) = \operatorname{sen} \omega_1 t$.

Al combinar la onda compleja $z(t)$ con la señal de entrada y su transformada de Hilbert según

$$z(t) = u(t) + i v(t) = u(t) + i \mathcal{H}\{u(t)\}, \quad (2.37)$$

resulta el siguiente espectro de Fourier de la misma

$$\tilde{z}(\omega) = \tilde{u}(\omega) + i \tilde{v}(\omega) = \tilde{u}(\omega) [1 + \operatorname{sg}(\omega)], \quad (2.38)$$

es decir que

$$\tilde{z}(\omega) = \begin{cases} 2\tilde{u}(\omega) & \omega > 0 \\ \tilde{u}(0) & \omega = 0 \\ 0 & \omega < 0 \end{cases}. \quad (2.39)$$

Se tiene entonces que la onda compleja $z(t)$ contiene la misma información de la onda de entrada, pero sólo en las frecuencias positivas. El espectro descrito por la Ec. (2.39) es la versión causal del original, es decir que $z(t)$ es la señal analítica asociada a $u(t)$. Además, la transformada de Hilbert permite asociar unívocamente la onda real con su representación analítica, según se expresa en la Ec. (2.37) [Hahn, 1996].

Siguiendo con el ejemplo anterior, la señal analítica asociada a la armónica pura $\cos \omega_1 t$ posee una única función delta en ω_1 y de amplitud igual al doble a la función delta de la onda de entrada. Generalizando, para cualquier señal de banda angosta

del tipo $u(t) = a(t) \cos[\theta(t)]$, se obtendría la siguiente señal analítica

$$z(t) = u(t) + i \mathcal{H}\{u(t)\} = a(t) \exp[i\theta(t)]. \quad (2.40)$$

Brevemente, el método de medición de desplazamientos en TSPI basado en la transformada de Hilbert temporal [Madjarova and Kadono, 2003], [Kadono et al., 2004], [Madjarova et al., 2006], consiste en remover la media correspondiente a cada intensidad de entrada $I(t)$ para obtener la componente proporcional al coseno de la fase de la modulación, i.e. $I_M(t) \cos\Psi(t)$. Luego, se aplica la transformada de Hilbert a este resultado y con estas dos últimas señales se compone la representación analítica, que en principio sería igual a $I_M(t) \exp[i\Psi(t)]$. Finalmente, se extrae de esta onda la fase del desplazamiento contenida en $\Psi(t)$. Sin embargo, resulta importante notar que la señal analítica compuesta por la intensidad filtrada y su transformada de Hilbert no siempre produce la exponencial compleja antes mencionada. Otra observación con respecto a esta técnica (que desde aquí en adelante se notará como método HT), es que la señal analítica previamente mencionada se puede determinar aplicando la transformada de Fourier a la intensidad de entrada libre de media, con el uso de la Ec. (2.39) y la correspondiente antitransformada de Fourier. Esta observación muestra la existencia de una equivalencia entre la técnica HT y el método FT descrito en la sección previa [Marengo Rodriguez et al., 2008].

Se debe recordar que en la sección anterior la señal analítica se obtenía por medio de la supresión gráfica de las componentes frecuenciales negativas de la onda de entrada, mientras que en esta sección se logra un resultado similar mediante la suma de la intensidad sin media y su componente en cuadratura. También se debe destacar la importancia de la correcta determinación de la señal analítica, dado que la causalidad de su espectro permite recuperar información físicamente interpretable. En cambio, la no causalidad del espectro de las señales reales no permite tal análisis [Hahn, 1996]. En consecuencia, cualquier error en el cálculo de la señal analítica repercute en una mala estimación de los parámetros físicos relevantes en el experimento. Concretamente, las fuentes de error que introduce el método HT cuando se aplica en TSPI están localizadas en la intensidad media residual y en el ruido de speckle, como se analizará más adelante.

2.2.3.2. Algoritmo

La implementación algorítmica del método HT propuesta por Madjarova et al. se describe en la Fig. 2.21. Primero, se filtra la intensidad media en cada señal de entrada $I(t)$, ya sea en el dominio frecuencial o en el temporal. Madjarova et al. prefirieron esta última opción y a tal efecto dividieron la intensidad de entrada asociada a cada pixel en pequeños intervalos temporales de longitud L , y en cada uno estimaron y removieron su valor medio. Se debe notar que este proceso es equivalente a filtrar $I_0(t)$ de una manera más localizada que mediante la remoción de la componente de continua de la intensidad de entrada. La longitud L debe ser tal que incluya una cantidad entera de períodos de la componente de interés y al mismo tiempo la intensidad media no debe variar apreciablemente [Madjarova et al., 2002]. En la Ref. [Madjarova and Kadono, 2003] cuantificaron este criterio proponiendo que L incluya al menos tres períodos de la componente cosenoidal y al mismo tiempo su media residual no varíe en más de un 5% de su valor original. Como resultado de este paso, se obtiene la intensidad filtrada $I_F(t)$, que en condiciones óptimas es igual a $I_M(t) \cos\Psi(t)$.

Luego, se aplica la transformada de Hilbert a la intensidad filtrada obtenida en la etapa anterior. En esta etapa, Madjarova et al. optaron por emplear un filtro de Hilbert con respuesta al impulso $h_H(t)$ finita, de tal forma que su espectro en frecuencias discretas $\tilde{h}_H(\omega)$ verifique la siguiente condición [Kadono et al., 2004], [Madjarova et al., 2006]

$$\tilde{h}_H(\omega) = -i \operatorname{sg}(\omega) = \begin{cases} -i & 0 < \omega < \pi \\ i & -\pi < \omega < 0 . \end{cases} \quad (2.41)$$

La respuesta FIR del filtro empleado surge de antitransformar la expresión anterior, resultando [Kadono et al., 2004], [Madjarova et al., 2006]

$$h_H(t) = \mathcal{F}^{-1}\{\tilde{h}_H(\omega)\} = \begin{cases} 0 & t \text{ par} \\ \frac{2}{\pi t} & t \text{ impar} . \end{cases} \quad (2.42)$$

Se debe observar que la implementación del filtro de la Ec. (2.42) es válida siempre que la cantidad total de cuadros adquiridos N_t sea par. En caso contrario, se debe

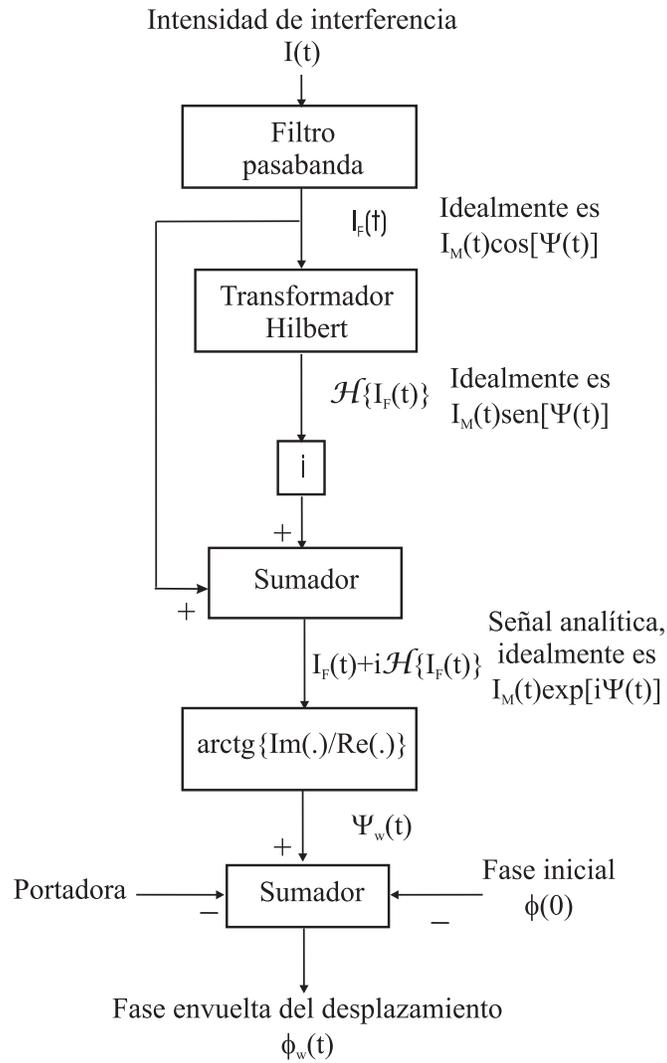


Figura 2.21: Algoritmo correspondiente al método de la transformada de Hilbert temporal usado en TSPI.

emplear un filtro de Hilbert diferente. Como resultado, a la salida de esta etapa se obtiene la convolución circular [Oppenheim and Schaffer, 1999] entre la intensidad filtrada $I_F(t)$ y la respuesta al impulso expresada por la Ec. (2.42). Luego, se computa la señal analítica tomando como parte real e imaginaria la intensidad filtrada $I_F(t)$ y su transformada de Hilbert $\mathcal{H}\{I_F(t)\}$, respectivamente.

Las etapas subsiguientes son análogas a las descritas en el método FT: el cálculo de la fase envuelta de la modulación $\Psi_w(t)$ usando la función arctg aplicada al cociente entre las partes imaginaria y real de la señal analítica obtenida, y la sustracción de la portadora y de la fase aleatoria inicial. De esta manera, se obtiene el campo de

desplazamientos envuelto $\phi_w(m, n, t)$ para los $m \times n$ pixeles en cuestión.

Como se acaba de poner de relieve, la implementación del método HT es simple y rápida. Sin embargo, pese a que inicialmente fue presentado como un método novedoso, en párrafos anteriores se analizó que su base teórica es similar a la usada en la técnica FT. Además, el método HT depende fuertemente del operador, dado que éste debe estimar la longitud de ventana óptima para filtrar la intensidad media. A continuación se analizarán las limitaciones y diferentes variantes de este algoritmo.

2.2.3.3. Comentarios y variantes del algoritmo

Con respecto al filtrado de la intensidad media, se debe mencionar que si el desplazamiento del objeto es lineal en todos los puntos, la longitud L puede ser óptima en un dado pixel pero no en los restantes. Este resultado se debe a que en algunos pixeles, L abarca un número entero de períodos de la componente cosenoidal, mientras que no lo hace en otros. Esta limitación, sumada a la variabilidad de la intensidad media, introduce discontinuidades de fase notorias, especialmente en los desplazamientos más lentos. Este resultado se muestra en la Fig. 2.22 en el caso de una señal libre de ruido de fase. En la Fig. 2.22(a) se presenta la intensidad de entrada y su media estimada (parte superior), en conjunto con la intensidad obtenida posterior al filtrado (parte inferior). Las discontinuidades en la señal filtrada se observan claramente en los instantes donde la media local cambia más bruscamente de valor con respecto a la intensidad de modulación, y se suman al ruido de speckle que aparece en las señales obtenidas experimentalmente. Ejemplos de dichas discontinuidades se señalan con las flechas en líneas punteadas que aparecen en la Fig. 2.22(a). Como consecuencia de la mencionada operación de filtrado, en algunos instantes la fase recuperada se separa de la fase de entrada como se muestra en la curva de trazo grueso de la Fig. 2.22(c).

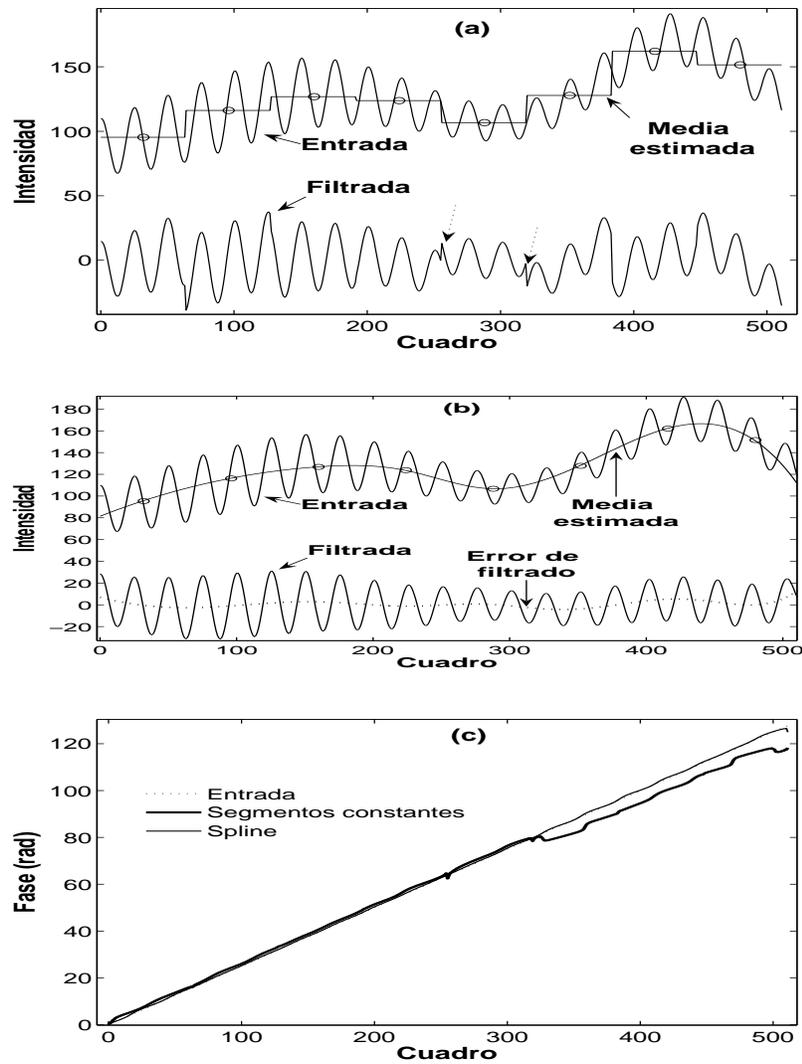


Figura 2.22: Error introducido por deficiencias en el filtrado de la intensidad media por el método HT: (a) intensidad de entrada sin ruido de fase, intensidad media estimada con segmentos constantes e intensidad filtrada resultante; (b) ídem a (a) estimando la intensidad media con funciones de tipo splines y error de dicha estimación; (c) fases de entrada y recuperada a partir de las señales filtradas en (a) y (b).

Para minimizar el problema descrito, el valor medio se puede estimar en cada intervalo de la secuencia temporal de entrada, luego se compone un conjunto de $\frac{N_t}{L}$ valores medios locales en las posiciones $\frac{L}{2}, \frac{3L}{2}, \dots, N_t - \frac{L}{2}$ y finalmente se los interpola a lo largo del eje temporal. Dicha interpolación se puede llevar a cabo mediante funciones suaves, por ejemplo con polinomios de tipo spline. En la Fig. 2.22(b) se muestra un ejemplo de esta aplicación, donde la intensidad filtrada es una función tan suave como la de entrada y donde además las oscilaciones de importancia son más simétricas con respecto al cero. El beneficio de esta metodología es una mejor recuperación de la fase, tal como se muestra con la curva de trazo fino de la Fig. 2.22(c).

El filtrado propuesto por Madjarova et al. es menos eficiente cuando la fase de entrada es no lineal, dado que cualquier ventana L adoptada no abarca un número entero de ciclos de la componente cosenoidal en todos los píxeles. En consecuencia, la tasa de discontinuidades de fase aumenta en relación al caso de un desplazamiento lineal. En cambio, el filtrado con funciones de tipo spline no sufre de esta limitación.

Con respecto al filtrado con funciones de tipo spline, en la Fig. 2.22(c) se observa que el error de estimación de $I_0(t)$ posee un comportamiento oscilatorio (ver curva inferior en trazo punteado) y su frecuencia está gobernada por la longitud L . Este comportamiento es inevitable y se debe a la falta de simetría de la onda filtrada con respecto al cero. Resulta muy importante minimizar la amplitud de estas oscilaciones, dado que la misma modifica la tasa de cruces por cero de la componente de interés, especialmente en las regiones de baja modulación. En este caso, se presenta una situación similar a la visualizada en las Figs. 2.7 y 2.8, con la consecuente introducción de importantes errores en la fase recuperada.

Sin embargo, ninguno de los dos métodos descritos previamente remueve el ruido de speckle, el cual degrada severamente el resultado final al aplicar el método HT. Para ilustrar tal situación, a continuación se analiza el ejemplo previamente procesado con el método FT, donde la fase de entrada está expresada por la Ec. (2.28) y graficada en la Fig. 2.15. En la parte superior de la Fig. 2.23(a) se muestra la intensidad de entrada contaminada con ruido de fase y su intensidad media estimada con funciones

de tipo spline. En la parte inferior de la misma figura se observa la intensidad filtrada y su correspondiente eje de abscisas a fin de analizar la tasa de cruces por cero de $I_F(t)$. Esta tasa se incrementa notablemente en los instantes $t = 181$ y $t = 247$ (marcados con flechas en línea de puntos), produciendo una severa separación en la fase recuperada con respecto a la de entrada (ver Fig. 2.23(b)).

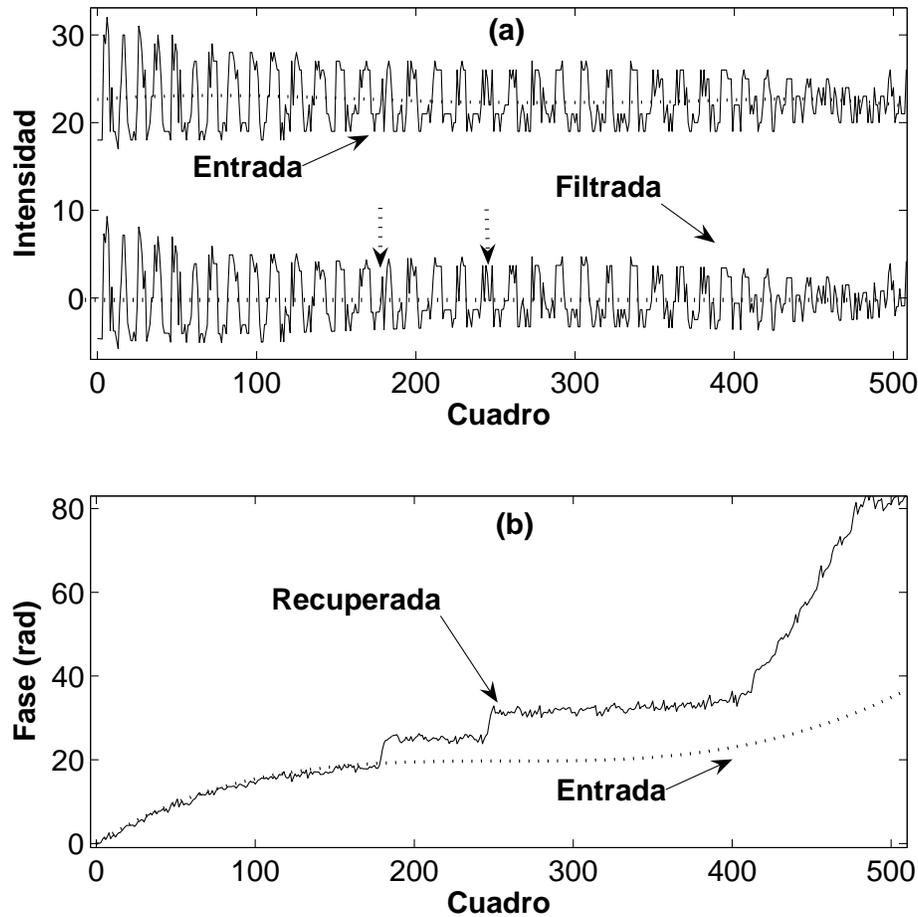


Figura 2.23: Error introducido por el ruido de speckle en el método HT: (a) intensidad de entrada, intensidad media estimada con funciones de tipo spline (en línea de puntos) e intensidad filtrada resultante con su eje de abscisas; (b) fases de entrada y recuperada a partir de la señal filtrada en (a).

Comparando estos resultados con los obtenidos mediante la técnica FT (ver Fig. 2.15), se observa que esta última tiene un mejor desempeño. Este hecho se debe a que la selección del filtro $V(\omega)$ permite reducir la influencia de la intensidad media

y del ruido de speckle. En cambio, el método HT no posee esta última posibilidad, convirtiéndolo en un algoritmo muy sensible a errores de fase en las regiones de baja relación señal-ruido [Marengo Rodriguez et al., 2007], [Marengo Rodriguez et al., 2008].

En lo que respecta al diseño del filtro de Hilbert, existen varias implementaciones digitales. A continuación se presentarán algunas alternativas al filtro propuesto por Madjarova et al.

Una alternativa muy empleada para el cálculo de la transformada de Hilbert consiste en la descomposición de la señal filtrada según una base de funciones polinómicas de Hermite, seguida de la transformación Hilbert de cada una de esas componentes y la consiguiente suma de esos resultados. Este procedimiento se ha difundido bastante dado que los polinomios de Hermite poseen comportamiento oscilatorio, suave y poca duración efectiva, lo cual es bastante representativo de funciones de soporte compacto.

Para comprender mejor esta implementación, los polinomios de Hermite $H_n(t)$ de orden n provienen de la sucesiva diferenciación del pulso gaussiano $\exp(-t^2)$ y están expresados por [Hahn, 1996], [Abramowitz and Stegun, 1972]

$$H_n(t) = (-1)^n \exp(t^2) \frac{d^n}{dt^n} \exp(-t^2). \quad (2.43)$$

Las funciones de Hermite que conforman la base del espacio vectorial están definidas a partir de los polinomios expresados por la Ec. (2.43), de manera que sean mutuamente ortogonales y su energía sea unitaria. Dichas funciones se expresan como [Hahn, 1996], [Johansson, 1999]

$$\varphi_n(t) = \frac{\exp(-\frac{t^2}{2}) H_n(t)}{\sqrt{2^n n!} \sqrt{\pi}}. \quad (2.44)$$

Estas funciones se extinguen para valores de t menores a 10, por lo que resultan ideales para modelar funciones suaves y de soporte compacto [Rasiah et al., 1997].

Realmente, la base contiene infinitos vectores, pero como criterio heurístico se elige el mínimo orden posible para representar la información más relevante de la señal analizada. En muchas aplicaciones, la suavidad de la misma permite descomponerla con precisión relativamente buena usando 5 vectores para la base, aunque en otras

áreas se necesitan 50 o más vectores para el mismo propósito [Rasiah et al., 1997].

Como ya se mencionó previamente, las señales de entrada en TSPI son poco suaves debido al ruido de speckle y esta degradación es más notoria en las regiones de baja modulación. Por lo tanto, resulta necesario la descomposición en una base de varios vectores. Además, cada intensidad filtrada posee una duración mucho mayor a la de las funciones Hermite, lo que obliga a seccionarla en varias secciones temporales previamente a la descomposición. La longitud de cada sección de intensidad debe estar adecuadamente acotada, dado que el error de aproximación de la descomposición tiende a ser divergente fuera del intervalo temporal analizado [Hahn, 1996]. Todas estas consideraciones ponen de relieve que el algoritmo de Hermite para aplicar a la técnica HT en TSPI requiere de una importante carga computacional y por lo tanto es una opción menos atractiva que la propuesta por Madjarova et al. [Marengo Rodriguez et al., 2008].

Otra implementación de la transformada de Hilbert en TSPI consiste en aplicar la transformada de Fourier a la intensidad filtrada, usar la Ec. (2.39) reemplazando $u(t)$ por $I_F(t)$ y luego antitransformar el resultado de esta operación para obtener la señal analítica asociada. Esta alternativa es mucho más simple que la descrita previamente y es muy usada en diferentes especialidades. La aplicación de este algoritmo en TSPI brinda resultados con la misma precisión que el basado en el filtro FIR de la Ec. (2.42), pero con la ventaja de demandar menos carga computacional [Marengo Rodriguez et al., 2008].

Por último, otra forma de evaluar la transformada de Hilbert consiste en la aplicación de la función *hilbert.m* disponible en el software MatLab [MATLAB Signal Processing Toolbox, 1996], la cual construye la señal analítica asociada a la secuencia de entrada. Dicha función se basa en el planteo propuesto en la Ref. [Marple, 1999], donde se realiza una adaptación de la Ec. (2.39), pero con algunas consideraciones extras a raíz de la periodicidad del espectro discreto. Asumiendo que la transformada de Fourier de la señal analítica es $\tilde{z}(\omega) = \tilde{z}_r(\omega) + i \tilde{z}_i(\omega)$, donde $\tilde{z}_r(\omega) = \Re\{\tilde{z}(\omega)\}$ y $\tilde{z}_i(\omega) = \Im\{\tilde{z}(\omega)\}$, dicha consideración consiste en asumir simetría par para $\tilde{z}_r(\omega)$ e impar para $\tilde{z}_i(\omega)$. Este análisis implica que no se debe duplicar el valor correspondiente

a la frecuencia de Nyquist de $\tilde{u}(\omega)$ en la Ec. (2.39).

Entonces, asumiendo que la secuencia de entrada tiene una longitud N_t que es par, la función hilbert.m consta de los siguientes pasos:

1. Cálculo de la transformada Fourier de la secuencia de entrada y almacenamiento de ese resultado en un vector x .
2. Generación de un vector h cuyos elementos $h(k)$ posee los siguientes valores:
 - a) 1 para $k = 1, \frac{N_t}{2} + 1$ (muestras que corresponden a las componentes de continua y de Nyquist, respectivamente);
 - b) 2 para $k = 2, 3, \dots, \frac{N_t}{2}$ (muestras correspondientes a $0 < \omega < \pi$);
 - c) 0 para $k = \frac{N_t}{2} + 2, \dots, N_t$ (equivale a $\omega > \pi$, es decir a las frecuencias negativas en el intervalo $(-\pi, \pi)$).
3. Multiplicación elemento a elemento de los vectores h y x .
4. Cálculo de la antitransformada de Fourier del resultado obtenido en el paso 3 y devolución de los primeros N_t elementos de ese vector.

De esta forma, se logra que la parte real de $z(t)$ sea exactamente la secuencia de entrada $u(t)$ y que las componentes real e imaginaria de $z(t)$ sean mutuamente ortogonales, resultados que no se consiguen con la implementación anterior basada únicamente en la Ec. (2.39) [Marple, 1999].

En el caso que el espectro de entrada se duplicara en la frecuencia de Nyquist, resultaría una secuencia compleja cuya parte real sería distinta a la secuencia de entrada, introduciendo distorsión en la medición resultante. Por esta razón, la función hilbert.m permite obtener aproximaciones a la señal analítica con mayor precisión que al usar los métodos descritos previamente, además de requerir menos tiempo de cómputo que al aplicar la convolución circular que aparece en la Ec. (2.42) [Marengo Rodriguez et al., 2008].

Para la correcta generación de la señal analítica $\exp[i\Psi(t)]$, es muy importante filtrar correctamente la intensidad media [Marengo Rodriguez et al., 2008]. En caso contrario, la intensidad filtrada estará expresada por

$$I_F(t) = I_{0,res}(t) + I_M(t) \cos\Psi(t), \quad (2.45)$$

donde $I_{0,res}(t)$ es la media residual. Por lo tanto, la transformada de Hilbert de la señal filtrada resultará igual a

$$\mathcal{H}\{I_F(t)\} = \mathcal{H}\{I_{0,res}(t)\} + \mathcal{H}\{I_M(t) \cos\Psi(t)\}. \quad (2.46)$$

Este resultado implicaría que la secuencia analítica calculada poseería una componente debido a la media residual y otra debido al desplazamiento. En el caso que no se minimicen las oscilaciones de la media residual antes mencionada, se podría presentar en las regiones de baja modulación una situación similar a la ilustrada en la Fig. 2.8, donde $\|I_{0,res}(t)\| > I_M(t)$.

Por otra parte, el correcto cálculo de $\exp[i\Psi(t)]$ requiere que se cumplan las hipótesis del teorema de Bedrosian [Marengo Rodriguez et al., 2008], [Baldi et al., 2007] que a continuación se analizará.

Sean dos señales en tiempo continuo $x_1(t)$ y $x_2(t)$, con sus correspondientes espectros de Fourier $\tilde{x}_1(\omega)$ y $\tilde{x}_2(\omega)$. Si $\tilde{x}_1(\omega)$ se desvanece para $\|\omega\| > a$ y $\tilde{x}_2(\omega)$ se anula en el intervalo $\|\omega\| < a$, siendo a cualquier número real, entonces [Bedrossian, 1963]

$$\mathcal{H}\{x_1(t) x_2(t)\} = x_1(t) \mathcal{H}\{x_2(t)\}. \quad (2.47)$$

Este resultado equivale a expresar que \mathcal{H} es un operador que afecta sólo a la componente multiplicativa de las frecuencias más altas [Boashash, 1992].

Teniendo en cuenta los resultados obtenidos en la sección anterior, y obviando por el momento el ruido de fase y la media residual, la intensidad de modulación poseerá un ancho espectral aproximado de ω_{I_M} y el factor $\cos\Psi(t)$ tendrá su espectro limitado en el intervalo $(\omega_{o,min} + \psi, \omega_{o,max} + \psi)$, donde $\omega_{o,min} = \min\{d\phi(t)/dt\}$ y $\omega_{o,max} = \max\{d\phi(t)/dt\}$. Entonces, siempre que se cumpla la desigualdad

$$\omega_{I_M} < \omega_{o,min} + \psi, \quad (2.48)$$

se puede aplicar el teorema de Bedrosian, garantizando que [Marengo Rodriguez et al., 2008]

$$\mathcal{H}\{I_M(t) \cos\Psi(t)\} = I_M(t) \mathcal{H}\{\cos\Psi(t)\}. \quad (2.49)$$

Se debe notar que la condición de la Ec. (2.48) es menos restrictiva que la impuesta por la Ec. (2.25) en la técnica FT. Este hecho implica que el teorema de Bedrosian se puede aplicar exitosamente siempre que no haya solapamiento espectral entre los lóbulos correspondientes a $I_0(t)$ e $I_M(t) \cos\Psi(t)$.

A modo de ejemplo, en la Fig. 2.24 se muestra el comportamiento espectral de la intensidad de modulación y el factor cosenoidal producido por el desplazamiento en la Ec. (2.28). En este ejemplo se asumió la ausencia de ruido de fase y se eligió un pixel que no posee una baja modulación, con una intensidad de entrada similar a la graficada en la Fig. 2.18. Como se observa en esta última figura, la modulación no varía apreciablemente en comparación con la fase asociada al desplazamiento, por lo que el contenido espectral de la misma se encuentra concentrado en las bajas frecuencias. Esta observación se corrobora en la curva de trazo grueso que se muestra en la Fig. 2.24(a). En esta figura también se comprueba que el factor cosenoidal tiene su espectro concentrado en frecuencias más altas que las correspondientes a la modulación, de forma que hay un mínimo solapamiento entre $\mathcal{F}\{I_M(t)\}$ y $\mathcal{F}\{\cos\Psi(t)\}$. De esta manera, se cumplen las hipótesis del teorema de Bedrosian y por lo tanto resulta correcto aplicar la Ec. (2.49).

Como segundo ejemplo, se eligió un pixel de baja modulación afectado por ruido de fase que evoluciona con una señal de entrada como se muestra en la Fig. 2.17(a). Su espectro de amplitud corresponde al visualizado en la Fig. 2.16(d). Como se puede observar, la amplitud de la modulación no sólo es menor que en el caso anterior, sino que también varía mucho más rápido. El primer hecho produce una disminución de su energía espectral y el segundo genera una disminución de la concentración del mismo. Como resultado aparece un solapamiento espectral no despreciable, tal como se visualiza en la Fig. 2.24(b). Por lo tanto, en este caso no resulta válida la aplicación del teorema de Bedrosian.

Una justificación formal de la invalidez del uso del teorema de Bedrosian en este

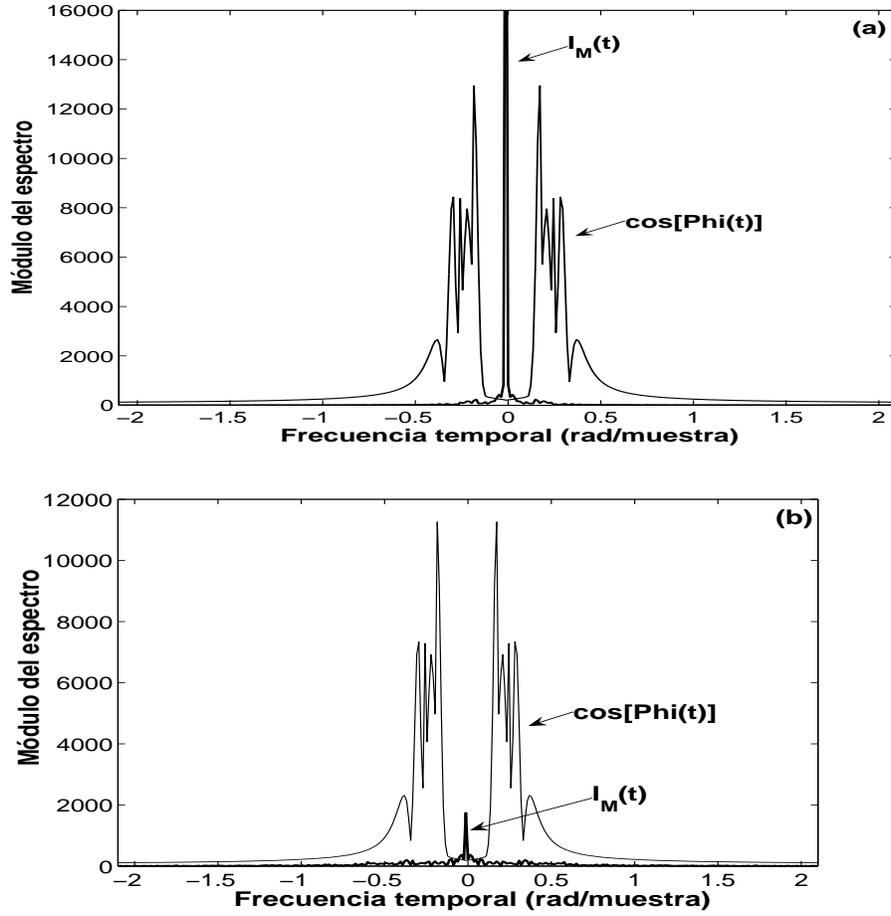


Figura 2.24: Espectros de $I_M(t)$ y $\cos\Psi(t)$ para el desplazamiento expresado por la Ec. (2.28): (a) en pixel de no baja modulación y sin ruido de fase; (b) en pixel de baja modulación con ruido de fase.

último ejemplo se puede obtener teniendo en cuenta sólo las componentes de frecuencias positivas, de forma que la Ec. (2.49) se transforma en

$$\mathcal{H}\{I_M(t) \exp[i\Psi(t)]\} = \mathcal{H}\{I_M(t) \exp[i(\psi t + \phi(t))] \exp[i\phi_a(t)]\}. \quad (2.50)$$

El ruido de speckle (último factor de esta ecuación) contiene todas las componentes frecuenciales y por lo tanto no resulta posible la aplicación del mencionado teorema. Esta restricción es más fuerte si la modulación es baja, dado que su componente de continua disminuye y su espectro se ensancha.

Considerando los casos analizados en la Fig. 2.24, se evaluaron las correspondientes señales analíticas mediante el algoritmo `hilbert.m`, resultando los diagramas fasoriales que se muestran en la Fig. 2.25. La representación analítica de la intensidad sin

ruido de fase se muestra en la Fig. 2.25(a), donde se observa que su recorrido es siempre antihorario y que la variación porcentual de la magnitud del fasor se mantiene acotada en un pequeño intervalo. En la Fig. 2.25(b) se muestra la representación compleja asociada al pixel de baja modulación, donde se observan grandes variaciones de $\Delta I_M/I_M$ y la influencia del ruido de speckle que se traduce en un aumento de trayectos cerrados que excluyen o encierran al origen. El primer caso es similar al ilustrado en la Fig. 2.20(b) y el segundo caso genera saltos de fase como los observados en la Fig. 2.23(b).

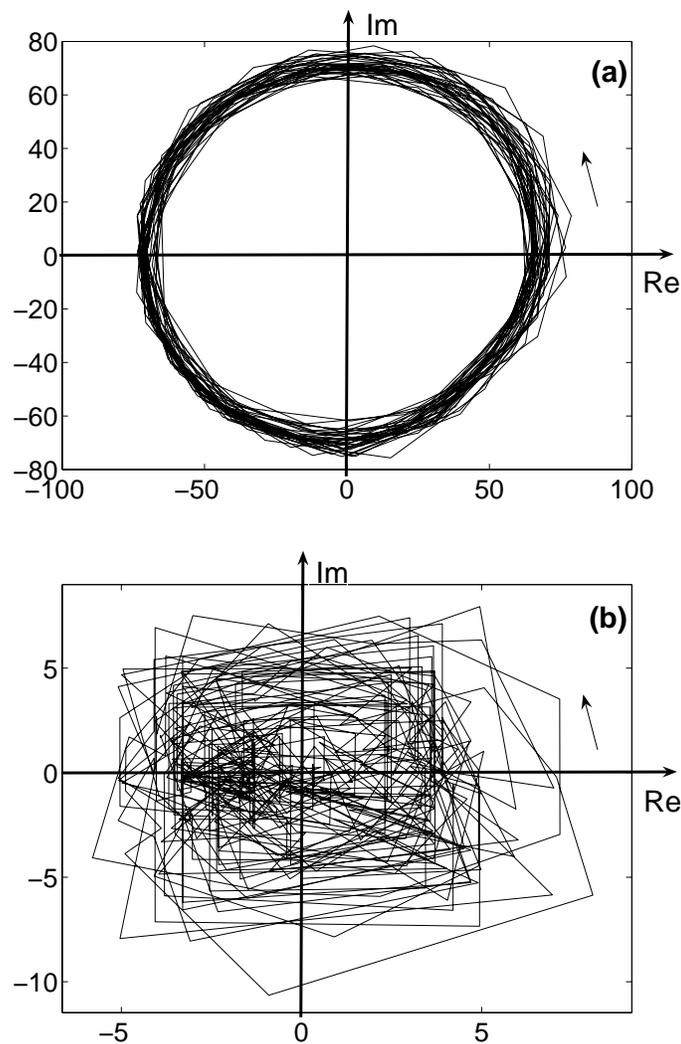


Figura 2.25: Recorrido de las señales analíticas asociadas al desplazamiento expresado por la Ec. (2.28): (a) en un pixel que no posee baja modulación y sin ruido de fase; (b) en pixel con baja modulación y con ruido de fase.

Suponiendo que el teorema de Bedrosian se aplique correctamente, resulta importante verificar que se cumpla la siguiente identidad

$$\mathcal{H}\{\cos\Psi(t)\} = \sin\Psi(t). \quad (2.51)$$

Esta igualdad se verifica si la fase de la modulación es lineal, es decir cuando el desplazamiento es lineal y el ruido de speckle es despreciable. Sin embargo, si dicho desplazamiento es no lineal, esta igualdad se transforma en una aproximación que es bastante buena si la componente lineal de $\Psi(t)$ es suficientemente alta [Boashash, 1992], [Hahn, 1996], [Picinbono, 1997], [Picinbono, 1998]. Esto implica que se debe proveer al sistema experimental de una portadora ψ suficientemente alta según el grado de alinealidad que posea el desplazamiento. Asimismo, este criterio ayuda a optimizar las mediciones en TSPI, dado que la mayor separación espectral entre la media y el término que contiene la información del desplazamiento produce resultados que son más independientes del algoritmo usado [Boashash, 1992].

2.3. **Desenvoltura temporal de fase**

En esta sección se presentan distintas variantes para realizar el proceso de desenvoltura unidimensional de la fase envuelta $\phi_w(t)$ correspondiente a cada uno de los pixeles de la cámara CCD utilizada en el interferómetro, con el objeto de obtener la distribución de fase desenvuelta $\phi_u(m, n, t)$. La idea central de esta técnica se basa en sumar o restar múltiplos enteros de 2π radianes a la fase envuelta, de forma de eliminar los saltos de $\pm 2\pi$ rad presentes en la misma. En la Fig. 2.26 se ilustra un ejemplo de una fase envuelta y su versión desenvuelta.

A continuación se presentan distintos algoritmos de desenvoltura temporal de fase.

Algoritmo 1

El procedimiento desarrollado por [Huntley and Saldner, 1993] consiste en detectar y validar los saltos entre muestras sucesivas de $\phi_w(t)$ cuando los mismos toman valores entre π y 2π . Dicha detección se realiza mediante la función $\text{NINT}\{x\}$, el cual toma

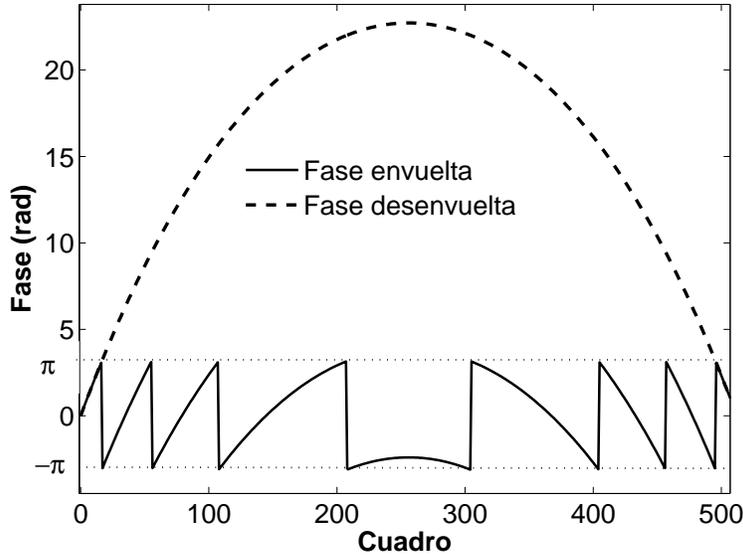


Figura 2.26: Ejemplo de una fase envuelta de entrada y su versión desenvuelta.

el entero más próximo a x de la siguiente forma

$$d(t) = \text{NINT} \left\{ \frac{\phi_w(t) - \phi_w(t-1)}{2\pi} \right\}, \quad t = 1, 2, \dots, N_t - 1. \quad (2.52)$$

Luego, se realiza la suma acumulativa de los valores de $d(t)$ y se obtiene el vector acumulación de saltos válidos $v(t)$

$$v(t) = \sum_{\tau=1}^t d(\tau), \quad t = 1, 2, \dots, N_t - 1. \quad (2.53)$$

Finalmente, el cambio de fase desenvuelta se estima a partir de la evaluación de la siguiente diferencia

$$\Delta\phi_u(t) = \phi_w(t) - 2\pi v(t). \quad (2.54)$$

Una limitación importante de este algoritmo es su sensibilidad al ruido de speckle, especialmente en los píxeles con baja modulación. A fin de minimizar este efecto, se suele realizar un suavizado espacial sobre cada mapa de fase incremental envuelto antes de aplicar este algoritmo de desenvoltura [Huntley, 2001]. Sin embargo, esta acción dificulta la adaptación de la Ec. (2.52) y además introduce distorsiones en las mediciones finales.

Un ejemplo de aplicación de este algoritmo a una intensidad de entrada sin suavizado espacial se muestra en la Fig. 2.27. En la Fig. 2.27(a) se ilustra la fase

envuelta y su versión desenvuelta obtenida luego de la aplicación del mencionado algoritmo. En la Fig. 2.27(b) se muestra el vector $v(t)$ que conmuta erróneamente en $t = 180$ debido a la influencia del ruido de speckle (indicado con la flecha en línea de puntos).

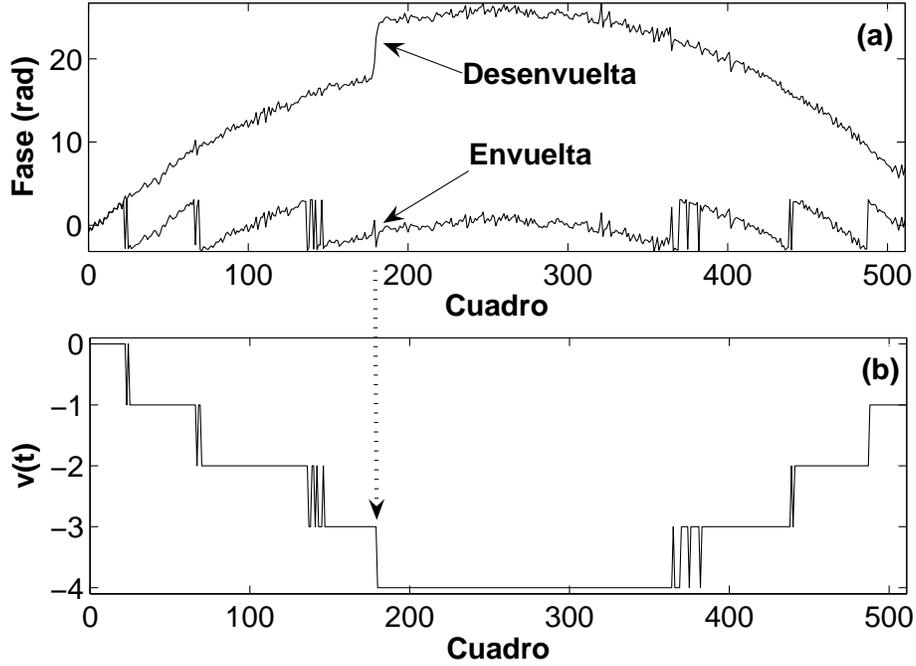


Figura 2.27: Secuencias asociadas al algoritmo 1 de desenvoltura de fase temporal: (a) fase envuelta y desenvuelta; (b) vector acumulación de saltos válidos $v(t)$.

Algoritmo 2

Otro algoritmo de desenvoltura de fase temporal se basa en la suma de los incrementos entre valores sucesivos de la misma. Si el cambio de la fase desenvuelta entre los instantes 0 y t se denota como $\Delta\phi_u(t, 0)$, el mismo se puede expresar como

$$\Delta\phi_u(t, 0) = \phi_u(t) - \phi_u(0) = \sum_{\tau=1}^t [\phi_u(\tau) - \phi_u(\tau - 1)]. \quad (2.55)$$

El sumando entre corchetes es igual a la diferencia envuelta entre los valores de fase envuelta, es decir que [Itoh, 1982], [Brown and Smith, 1990], [Huntley and

Saldner, 1993]

$$\Delta\phi_u(t, 0) = \sum_{\tau=1}^t W[\phi_w(\tau) - \phi_w(\tau - 1)] = \sum_{\tau=1}^t W[\Delta\phi_w(\tau, \tau - 1)], \quad (2.56)$$

donde W es el operador envoltura de la secuencia analizada al intervalo $(-\pi, \pi)$, definido según

$$W[\phi] = \phi - 2\pi \text{NINT} \left\{ \frac{\phi}{2\pi} \right\}. \quad (2.57)$$

Al aplicar este algoritmo a una distribución temporal de fase envuelta, los sumandos intermedios de la Ec. (2.56) se cancelan mutuamente y se obtiene el mismo resultado que con el primer algoritmo de desenvoltura. En la Fig. 2.28 se ilustra la equivalencia entre ambos algoritmos descriptos usando la misma intensidad de entrada sin suavizado espacial. Dicha equivalencia surge en vista que $\phi_w(t)$ es la acumulación de las diferencias sucesivas $\phi_w(t) - \phi_w(t - 1)$.

A fin de minimizar la influencia del ruido de speckle, este algoritmo se usa con posterioridad al suavizado de los mapas de fase incrementales. Este procedimiento mejora los resultados, pero a costa de impedir el cancelamiento de los sumandos de la Ec. (2.56), produciendo acumulación de valores intermedios que introducen errores de sesgado en las mediciones finales [Huntley, 2001].

Algoritmo 3

Este algoritmo se basa en una modificación del primero y procesa una versión espacialmente suavizada de los incrementos diferenciales fase, en lugar de las mismas fases [Huntley et al., 1999]. Este método supera las limitaciones que presentan los dos algoritmos previamente descriptos, dado que reduce la influencia del ruido de speckle y sus resultados no generan un sesgado notable. El incremento de fase envuelto entre los instantes t_1 y t_2 se calcula como

$$\begin{aligned} W[\Delta\phi_w(t_2, t_1)] &= \text{arctg} \left\{ \frac{\text{sen}[\phi_w(t_2) - \phi_w(t_1)]}{\text{cos}[\phi_w(t_2) - \phi_w(t_1)]} \right\} \\ &= \text{arctg} \left\{ \frac{N(t_2) D(t_1) - D(t_1) N(t_2)}{D(t_2) D(t_1) + N(t_2) N(t_1)} \right\}, \end{aligned} \quad (2.58)$$

donde $D(t)$ y $N(t)$ son las partes real e imaginaria de la señal analítica demodulada en forma compleja $I_{demod}(t) = I_{anal}(t) \exp[-i\psi t]$.

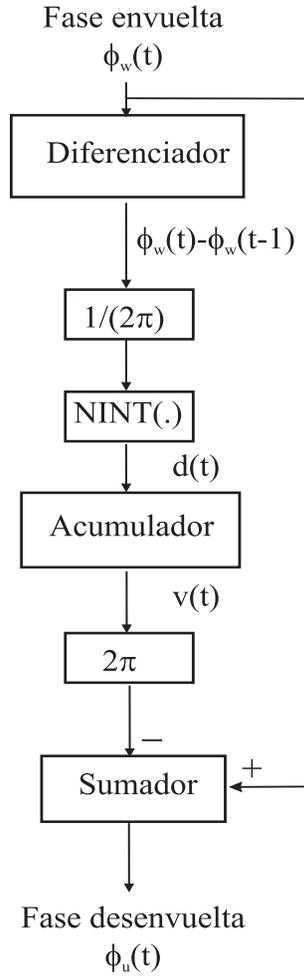
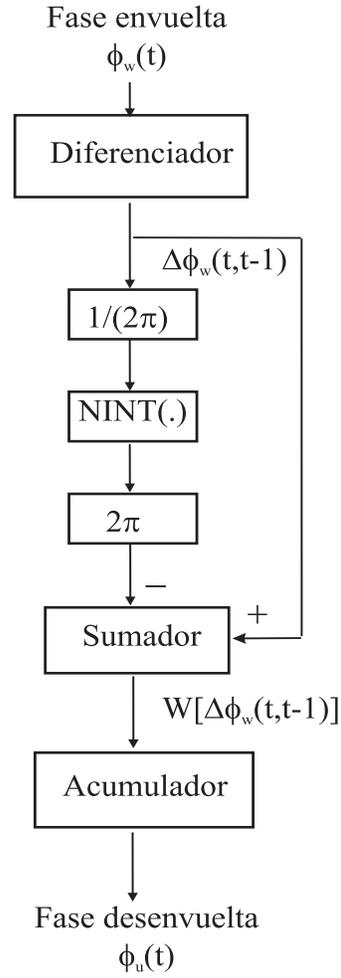
ALGORITMO 1**ALGORITMO 2**

Figura 2.28: Algoritmos 1 y 2 para desenvolver unidimensionalmente distribuciones de fase en TSPI.

Luego, siendo $W[\Delta\phi_w(t)]_s$ la versión espacialmente suavizada de $W[\Delta\phi_w(t)]$, el vector saltos válidos de fase se calcula como

$$d(t) = \text{NINT} \left\{ \frac{W[\Delta\phi_w(t, 0)]_s - W[\Delta\phi_w(t-1, 0)]_s}{2\pi} \right\}, \quad t = 2, 3, \dots, N_t - 1. \quad (2.59)$$

y se determina el vector acumulación de saltos válidos

$$\begin{aligned} v(t) &= \sum_{\tau=2}^t d(\tau), & t = 2, 3, \dots, N_t - 1 \\ v(1) &= 0. \end{aligned} \quad (2.60)$$

Finalmente, el cambio de la fase desenvuelta resulta igual a

$$\Delta\phi_u(t, 0) = W[\Delta\phi_w(t, 0)]_s - 2\pi v(t), \quad t = 1, 2, \dots, N_t - 1. \quad (2.61)$$

Se debe destacar que los algoritmos presentados en esta sección surgieron debido a la necesidad de minimizar la influencia del ruido de speckle y que estos métodos requieren necesariamente un filtrado espacial de la fase envuelta, con el fin de reducir los picos erróneamente detectados en la etapa de diferenciación que calcula el vector de saltos válidos de fase. El algoritmo 3 permite mejorar la performance de los primeros métodos debido a la combinación temporal y espacial de los datos de entrada. Sin embargo, esta mejora introduce errores en el tiempo y en el espacio, surgiendo la necesidad de proponer alternativas a dicha metodología.

Como se analizará en los próximos capítulos, en esta Tesis se presentará una alternativa de filtrado para aplicarla directamente a la intensidad de entrada y no a la fase envuelta. Además, se mostrará que no resulta indispensable la combinación temporal-espacial que propuesta en el algoritmo 3, posibilitando la obtención de resultados óptimos.

2.3.1. Rereferenciamiento

El rango de medición de la distribución de fase queda acotado en el tiempo por el intervalo en el cual se puede mantener la correlación temporal de la distribución de speckle producida por el objeto. Cuando en el experimento se almacena un gran número de cuadros, se corre el riesgo de perder correlación por las razones descritas en la sección 1.7 o por cambios que se introducen en la superficie difusora [Huntley, 2001]. Por estas causas se recomienda que en experimentos largos, la fase se desenvuelva en tramos temporales en los cuales se minimice la decorrelación [Floureux, 1993], [Charette et al., 1997]. Cada tramo brinda una distribución de cambio de fase desenvuelta, la cual se debe suavizar espacialmente y sirve de referencia para el siguiente tramo. Si la fase envuelta entre 0 y t se nota como $\Delta\phi_w(m, n, t, 0)$, el proceso de desenvoltura debe comenzar tomando como referencia el mapa de fase correspondiente al instante $t = 0$ y aplicando el algoritmo de desenvoltura temporal

(por ejemplo el algoritmo 3) adoptando como cuadro final un valor $t = t_1$ no muy grande. Como resultado intermedio se obtiene la distribución de fase $\Delta\phi_u(m, n, t_1, 0)$, la cual se suaviza espacialmente y se toma como referencia para el próximo conjunto de cuadros. Extendiendo este razonamiento para todos los conjuntos de cuadros posteriores $t_k = t_1, t_2, \dots, t_K$, resulta la siguiente evolución temporal de la distribución de cambio de fase [Huntley, 2001]

$$\Delta\phi_u(m, n, t, 0) = \Delta\phi_u(m, n, t, t_K) + \sum_{k=2}^K \Delta\phi_u(m, n, t_k, t_{k-1}) + \Delta\phi_u(m, n, t_1, 0). \quad (2.62)$$

Esta metodología permite extender el rango de medición de los desplazamientos. Sin embargo, como no existe una regla que permita determinar la longitud óptima de cada intervalo temporal, usualmente se adopta la misma longitud para todos y se realizan ensayos para diferentes valores de t_k . Si dicha longitud es muy pequeña, se corre el riesgo de introducir sesgado en las mediciones (análogamente a lo que sucede con el algoritmo 2). En caso contrario, se puede perder demasiada correlación [Huntley, 2001]. Por lo tanto, si bien se pueden minimizar los errores debido al procesamiento de los datos, resulta imposible elegir el valor óptimo de los intervalos t_k dado que los resultados a obtener son desconocidos.

Como la disminución de la relación señal-ruido es una causa importante de decorrelación, en los próximos capítulos se analizará como un filtrado óptimo del ruido de speckle posibilita extender este rango y reducir la necesidad de aplicar la técnica de rereferenciamiento.

Capítulo 3

El método de descomposición empírica de modos

3.1. Introducción

La Descomposición Empírica de Modos [Huang et al., 1998], también conocida por su sigla EMD (en inglés, *Empirical Mode Decomposition*), es un método que permite descomponer una dada señal unidimensional en una suma de funciones AM-FM de banda limitada y media local nula. A diferencia de otras técnicas donde la señal de entrada se descompone en función de una base vectorial determinada, el método de EMD es adaptativo dado que se basa únicamente en la información contenida en dicha señal. Mediante esta descomposición se obtiene una serie de *Funciones de Modo Intrínseco* o *IMF* (en inglés, *Intrinsic Mode Functions*), más una función monótona llamada *residuo*. Cada una de estas funciones posee información de amplitud y frecuencia instantánea fácilmente interpretables, por lo que se pueden representar en el plano complejo mediante sus respectivos fasores. La gran utilidad del método de EMD reside en facilitar el análisis de la distribución energía-tiempo-frecuencia de señales reales no lineales y no estacionarias con alto grado de compresión debido a su naturaleza adaptativa ante la señal de entrada. Sin embargo, a diferencia de otras técnicas usadas para procesar señales, el método de EMD carece de una formulación analítica y sólo se puede expresar mediante un lenguaje algorítmico. Por esta razón,

su eficacia se debe evaluar por medio de técnicas de análisis numérico.

En este capítulo se explicarán los fundamentos del método de EMD, con vistas a su posterior aplicación a las señales de intensidad generadas en TSPI.

3.2. Funciones de modo intrínseco y el proceso de tamizado

Las señales unidimensionales que se adquieren experimentalmente contienen generalmente oscilaciones a distintas escalas temporales, es decir con distintos niveles de detalle. La idea fundamental del algoritmo de EMD se basa en la detección de esas oscilaciones, comenzando por el detalle más fino y terminando por el más grueso.

La escala temporal más fina se determina gracias a la detección de todos los máximos y mínimos locales de la señal de entrada, la posterior evaluación de la media local, y la sustracción entre la dicha señal y la mencionada media. El resultado de esta sustracción es, a su vez, otra función oscilatoria pero con una escala temporal más gruesa. Si se continúa el proceso de detección de extremos locales consecutivos sobre esta última función, se extrae el detalle de la misma, es decir las oscilaciones de segundo orden de la señal de entrada. La extensión de este razonamiento para las señales de menor resolución temporal que se extraen con posterioridad, posibilita la obtención de una serie de funciones oscilatorias con contenidos frecuenciales decrecientes a medida que disminuye el nivel de detalle analizado. Éstas son las funciones de modo intrínseco y sus características principales son: (a) en toda su extensión, el número de máximos y mínimos coinciden o a lo sumo difieren en uno; (b) en cualquier instante analizado, su media local es nula.

A continuación se analizarán los diferentes pasos del algoritmo de EMD que se muestran en la Fig. 3.1. Como única hipótesis se asume que la señal de entrada $x(t)$ tiene al menos un máximo y un mínimo.

Primero, se detectan todos los máximos locales de la señal de entrada, los cuales se interpolan para construir la envolvente superior $e_{max}(t)$. De la misma forma se procede con los mínimos locales y se obtiene la envolvente inferior $e_{min}(t)$. Las respectivas

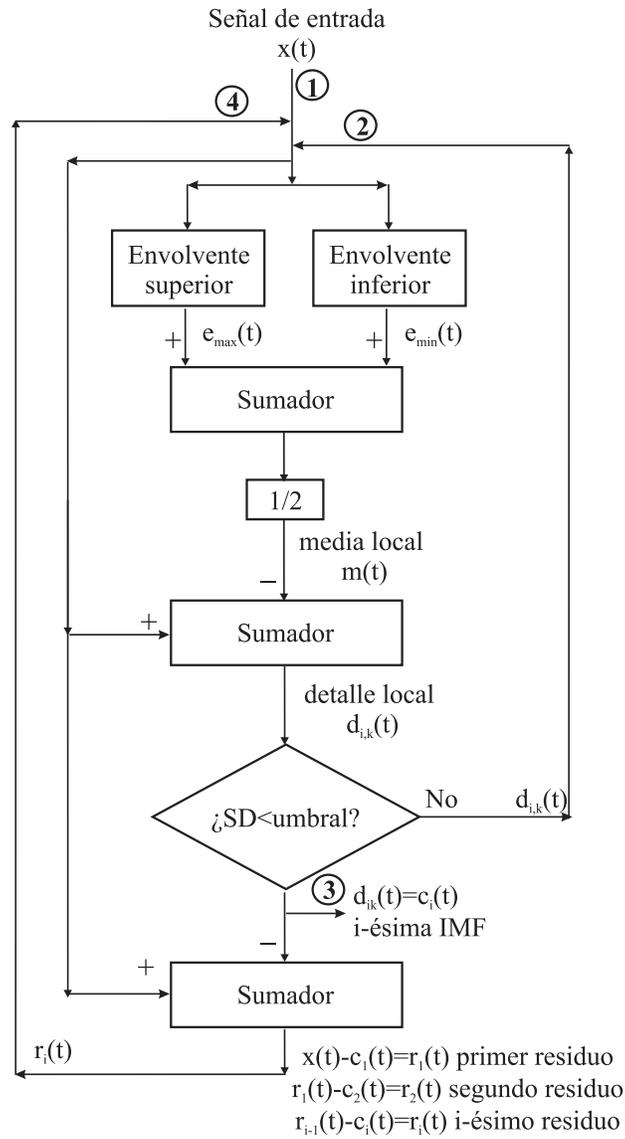


Figura 3.1: Algoritmo de EMD.

interpolaciones se pueden llevar a cabo usando distintas técnicas. Sin embargo, a fin de obtener el menor número posible de IMF en la descomposición, generalmente se adopta el uso de polinomios de tipo splines cúbicos [Huang et al., 1998], [Rilling et al., 2003].

A continuación se calcula punto a punto la media local $m(t)$ como el promedio de las envolventes superior e inferior, es decir

$$m(t) = \frac{e_{max}(t) + e_{min}(t)}{2}. \quad (3.1)$$

La posterior sustracción de la media local a la señal de entrada permite extraer

el detalle más fino $d_{1,1}(t)$ mencionado previamente

$$d_{1,1}(t) = x(t) - m(t). \quad (3.2)$$

En condiciones ideales, esta función debería tener media nula y exhibir todas sus oscilaciones simétricamente distribuidas alrededor del eje de abscisas. Sin embargo, generalmente no se cumplen estos requerimientos y por lo tanto se debe refinar la detección del detalle. Por este motivo, se reingresa $d_{1,1}(t)$ a la entrada del proceso de iteración indicado con el número 2 en la Fig. 3.1. Dicho proceso se conoce como *tamizado* o en inglés como *sifting process*.

El siguiente paso es análogo al recientemente descrito, toma como señal de entrada a $d_{1,1}(t)$ en lugar de $x(t)$ y extrae el detalle refinado $d_{1,2}(t) = d_{1,1}(t) - m(t)$, el cual posee media local más reducida que en el paso anterior y además sus oscilaciones son más simétricas alrededor del cero. Extendiendo este razonamiento, en la k -ésima iteración se obtiene $d_{1,k}(t) = d_{1,k-1}(t) - m(t)$. El proceso de tamizado finaliza cuando en la iteración K se logra obtener una función detalle con media local suficientemente pequeña y oscilaciones suficientemente simétricas. De esta forma, se considera que $d_{1,K}(t)$ es la primera función de modo intrínseco, llamada *IMF1* ó $c_1(t)$ (indicado con el número 3 en la Fig. 3.1).

El proceso de tamizado, es decir la evaluación de la media local y de la simetría de las oscilaciones en $d_{1,k}(t)$, se controla mediante el cálculo del desvío estándar SD definido como [Huang et al., 1998]

$$SD = \sum_{t=0}^{N_t-1} \left(\frac{\|d_{1,k-1}(t) - d_{1,k}(t)\|^2}{\|d_{1,k-1}(t)\|^2} \right). \quad (3.3)$$

El tamizado prosigue siempre que el desvío estándar calculado en cada paso de iteración resulte mayor o igual que un umbral predeterminado ε , el cual se adopta típicamente entre los valores 0,2 y 0,3 [Huang et al., 1998].

Una vez obtenida la primera función de modo intrínseco *IMF1*, la misma se sustrae de la señal de entrada y se calcula la *IMF2*. Con este objeto, se ingresa al proceso de tamizado el primer residuo expresado por

$$r_1(t) = x(t) - c_1(t), \quad (3.4)$$

paso que se indica con el número 4 en la Fig. 3.1.

La extracción de las oscilaciones de $r_1(t)$ se realiza usando un proceso análogo al aplicado a $x(t)$, con la diferencia que este residuo posee oscilaciones con una escala temporal más gruesa que la secuencia de entrada. De esta forma se determinan los sucesivos detalles refinados $d_{2,k}(t)$ hasta obtener un valor SD menor al umbral ε . En este caso, se obtiene la segunda función de modo intrínseco $IMF2$ o $c_2(t)$. Luego, se evalúa el segundo residuo $r_2(t) = r_1(t) - c_2(t)$, el que nuevamente se ingresa al proceso de tamizado.

El procedimiento descrito previamente se sigue aplicando para obtener las distintas IMF $c_i(t)$ y evaluar los residuos i -ésimos

$$r_i(t) = r_{i-1}(t) - c_i(t). \quad (3.5)$$

La finalización de este proceso ocurre cuando se verifica alguna de las siguientes dos condiciones: la función IMF obtenida o el residuo calculado es de magnitud muy pequeña, o dicho residuo es una función monótona a partir de la cual no se pueden extraer más IMF.

Cuando el proceso de descomposición finaliza, se obtiene un conjunto de IMF $c_i(t)$ y un residuo final $r_N(t)$ al cual se denominará de ahora en adelante *residuo*. Por lo tanto, la señal de entrada se puede expresar como

$$x(t) = \sum_{i=1}^N c_i(t) + r_N(t). \quad (3.6)$$

Si la señal a analizar contiene una componente no deseada que varía muy lentamente, la misma aparecerá en el residuo y eventualmente en las últimas IMF, permitiendo su remoción. Asimismo, si la señal a descomponer contiene ruido de alta frecuencia, el método de EMD también permitirá su remoción, dado que dicho ruido quedará almacenado en las primeras IMF.

Por último, resulta importante destacar que la completitud de la descomposición producida por el método de EMD está garantizada dado que al final de cada proceso de tamizado se sustraen los detalles más finos del residuo actual y “sobreviven” los más gruesos del mismo. Al final de la descomposición sólo se obtiene la oscilación en

la escala temporal más gruesa correspondiente a la componente monótona de la señal de entrada. Dicha componente se conoce como *tendencia* o en inglés *trending*. Todas las componentes que genera el método de EMD son oscilaciones en distintas escalas e incluso la tendencia se puede visualizar como parte de una oscilación completa en un intervalo temporal más extenso que el observado.

3.3. Finalización del proceso de tamizado

Debido a la metodología usada para definir al algoritmo de EMD, la señal de detalle $d_{i,k}(t)$ se simetriza en cada paso k del tamizado. Las oscilaciones más rápidas que originalmente se encontraban contenidas en otras más lentas (en inglés, *riding waves*), son extraídas y luego se simetrizan en forma gradual hasta que las envolventes superior e inferior de la señal de detalle poseen la misma magnitud.

El desvío estándar definido por Huang et al. en la Ec. (3.3) es una medida de cuánto varía la función $d_{i,k}(t)$ entre dos pasos consecutivos. Si $\|d_{i,k-1}(t) - d_{i,k}(t)\|$ es el error que surge de estimar la señal de detalle en la iteración $k-1$, $\|d_{i,k-1}(t) - d_{i,k}(t)\|^2$ es la energía de dicho error. Asimismo, $\|d_{i,k-1}(t)\|^2$ es la energía de la señal de detalle en el paso anterior. De este modo, $r_e(t) = \frac{\|d_{i,k-1}(t) - d_{i,k}(t)\|^2}{\|d_{i,k-1}(t)\|^2}$ es la relación energética entre el error antes mencionado y la señal de detalle en la iteración previa. Es decir, $r_e(t)$ es la variación porcentual de la señal de detalle en relación a su magnitud y SD es la acumulación de los valores instantáneos de $r_e(t)$.

Según la Ec. (3.3), se adopta $d_{i,k}(t)$ como IMF si dicha función se modifica muy poco entre dos pasos sucesivos de iteración, en relación a su magnitud. Cuando esta condición se verifica, se considera que la señal de detalle posee sus oscilaciones suficientemente simetrizadas respecto al cero.

Resulta importante destacar que la cantidad de IMF obtenidas luego de aplicar el método de EMD a una dada señal, depende en forma inversa del umbral ε adoptado. En el caso que se elija un ε muy bajo, se corre el riesgo de sobredescomponer la secuencia de entrada. Por lo tanto, se obtiene una cantidad de IMF más grande que las que representan el comportamiento físico del fenómeno estudiado [Huang et al.,

1998], [Rilling et al., 2003], agregándose una carga computacional innecesaria.

Huang et al. también pusieron de relieve que en el caso de elegir un ε extremadamente pequeño, el método de EMD generará una serie de funciones IMF de tipo FM, en lugar de AM-FM. Es decir que la adopción de valores ε intermedios (o sea menores que 0, 2 o 0, 3) producen IMF con menor contenido de AM que las obtenidas con los valores originalmente sugeridos para dicho umbral. Por lo tanto, el parámetro ε se debe elegir de acuerdo a la naturaleza de la señal a analizar en cada caso particular, de forma que las IMF obtenidas resuman exitosamente la información físicamente relevante.

El desvío estándar definido por la Ec. (3.3) posee una alta sensibilidad ante fluctuaciones locales de la señal de detalle $d_{i,k}(t)$ [Bhuiyan et al., 2008]. Este hecho se debe a los importantes incrementos que aparecen en $r_e(t)$ debido a modificaciones de la señal de detalle entre dos pasos consecutivos del tamizado y en las zonas de baja amplitud de la misma. En consecuencia, se requiere una cantidad extra de iteraciones para finalizar el proceso de tamizado, efecto que en muchos casos genera una carga computacional innecesaria. Cabe destacar que en una gran cantidad de casos estudiados, este fenómeno local se agrava en los bordes de la señal analizada, debido a la longitud finita de observación [Rilling et al., 2003].

Para limitar la incidencia local de la amplitud de la señal de detalle sobre el parámetro global SD , se propusieron definiciones alternativas para su evaluación como [Shen et al., 2007]

$$SD = \frac{\sum_{t=0}^{N_t-1} \|d_{1,k-1}(t) - d_{1,k}(t)\|^2}{\sum_{t=0}^{N_t-1} \|d_{1,k-1}(t)\|^2}. \quad (3.7)$$

Esta definición se puede tomar como una relación global de energías entre el cambio de la señal de detalle y el mismo detalle. Al lograr la independencia de variaciones locales de $d_{i,k}(t)$, se consigue minimizar la cantidad de iteraciones [Bernini et al., 2008] y el número de IMF obtenidas es limitado. También se debe agregar que la adopción de la Ec. (3.7) requiere disminuir el umbral utilizado para finalizar el proceso de tamizado en aproximadamente un orden de magnitud [Bhuiyan et al., 2008], es decir que $0,02 < \varepsilon < 0,03$.

Otra definición del desvío estándar fue introducida por [Rilling et al., 2003], la cual se basa en la cuantificación de la media en relación a la amplitud de la señal de detalle, tanto global como localmente. Para limitar las variaciones globales se utiliza un umbral ε_1 , mientras que para los cambios locales se emplea un umbral ε_2 , ambos predefinidos por el usuario. La *amplitud de detalle* o *amplitud de modo* se define como

$$a(t) = \frac{e_{max}(t) - e_{min}(t)}{2}, \quad (3.8)$$

y la *función de evaluación* como

$$\sigma(t) = \left\| \frac{m(t)}{a(t)} \right\|. \quad (3.9)$$

Por lo tanto, el tamizado prosigue hasta que se verifican las siguientes condiciones:

- (a) la función de evaluación $\sigma(t) < \varepsilon_1$ en una fracción $(1 - \alpha)$ de la señal de entrada;
- (b) $\sigma(t) < \varepsilon_2$ en la fracción α restante de la secuencia analizada. El parámetro α es definido por el usuario y los valores típicos recomendados son $\alpha = 0,05$, $\varepsilon_1 = 0,05$ y $\varepsilon_2 = 10\varepsilon_1$.

Excepto que se informe lo contrario, en adelante se empleará la última definición del desvío estándar, debido a que minimiza las limitaciones locales de la Ec. (3.3) y además permite flexibilizar el intervalo de tolerancia por errores globales.

3.4. Aplicación del método

En esta sección se presentará un ejemplo de aplicación del algoritmo de EMD a una señal oscilatoria con media lentamente variable y que además contiene ruido. La secuencia a descomponer se expresa como

$$x(t) = x_{1,bf}(t) + x_{2,bf}(t) \cos[\Psi(t)], \quad (3.10)$$

donde $x_{1,bf}(t)$ es la componente de continua de lenta evolución temporal, $x_{2,bf}(t)$ es la amplitud de modulación que es también de baja frecuencia, y $\Psi(t)$ es la fase que contiene la información que se debe evaluar y que está expresada por la Ec. (2.28). Se debe agregar que $\Psi(t)$ se encuentra contaminada con ruido aditivo uniforme.

La señal de entrada se muestra en la Fig. 3.2.

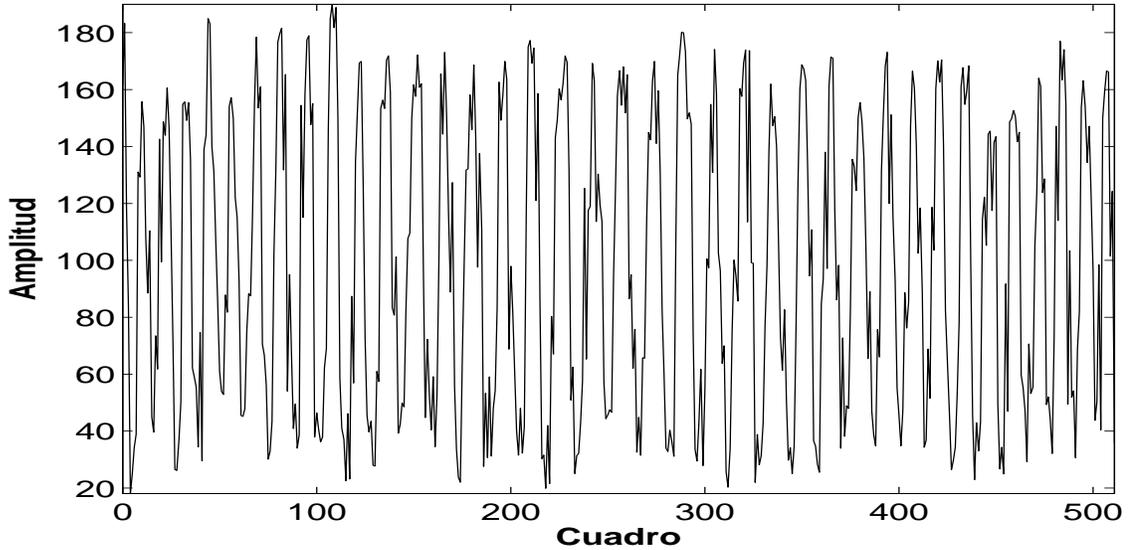


Figura 3.2: Señal de entrada utilizada para visualizar la aplicación del algoritmo de EMD.

La Fig. 3.3 muestra las IMF y el residuo generados con el método de EMD. En dicha figura también se incluye la señal de entrada a fines comparativos.

En la Fig. 3.3 se observa que el método de EMD descompone la señal de entrada en sólo 6 IMF y el residuo. Se debe destacar que el grado de compactación de información producido por el algoritmo de EMD es muy difícil de lograr con otros métodos de descomposición. Además, se observa que el ruido de la señal de entrada queda prácticamente contenido en la primera IMF $c_1(t)$. Este resultado era esperable dado que dicho ruido tiene su información concentrada en las altas frecuencias. Por lo tanto, el ruido constituye el detalle más fino de $x(t)$ y en consecuencia es la primera componente que se detecta en el proceso de tamizado. Los detalles de segundo y tercer orden se expresan en las IMF $c_2(t)$ y $c_3(t)$. Sin embargo, es importante destacar que las oscilaciones portadoras de la información relevante son expresadas por estas dos componentes en instantes mutuamente excluyentes. Por último, el contenido energético del residuo $r(t)$ es mucho más importante que el de las IMF $c_4(t)$, $c_5(t)$ y $c_6(t)$, dado que éstas son puramente oscilatorias y de amplitud mucho menor al valor medio del mismo. Además, se esperaría que el residuo sea una buena aproximación de la componente de continua $x_{1,bf}(t)$ de la señal de entrada. Esta presunción se corrobora

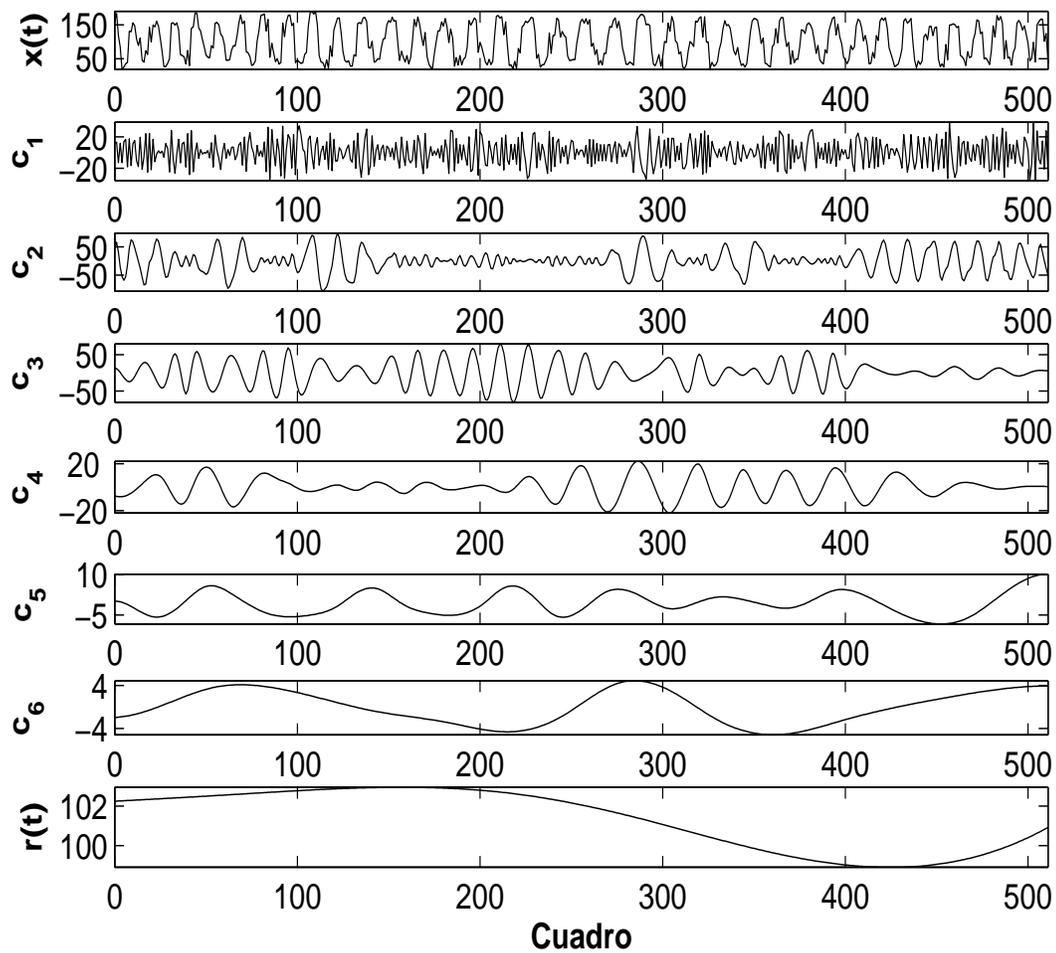


Figura 3.3: Señal de entrada, IMF y residuo obtenidos con el algoritmo de EMD.

gráficamente en la Fig. 3.4, de forma que la parte puramente oscilatoria de $x(t)$ se puede rescatar eficientemente luego de remover el residuo.

Finalmente, la Fig. 3.5 muestra la aproximación que produce el método de EMD de la información de interés contenida en la señal de entrada, la cual resulta igual a la suma de las IMF $c_2(t)$ y $c_3(t)$. La Fig. 3.5(a) ilustra la dependencia temporal de la suma de ambas IMF, mientras que la Fig. 3.5(b) muestra al fasor correspondiente a la misma. Se observa que $c_2(t) + c_3(t)$ es una versión libre de ruido de la señal de entrada, además de ser simétrica con respecto al cero. Por esa causa, el fasor que se muestra en la Fig. 3.5(b) describe una trayectoria con muy pocos caminos cerrados

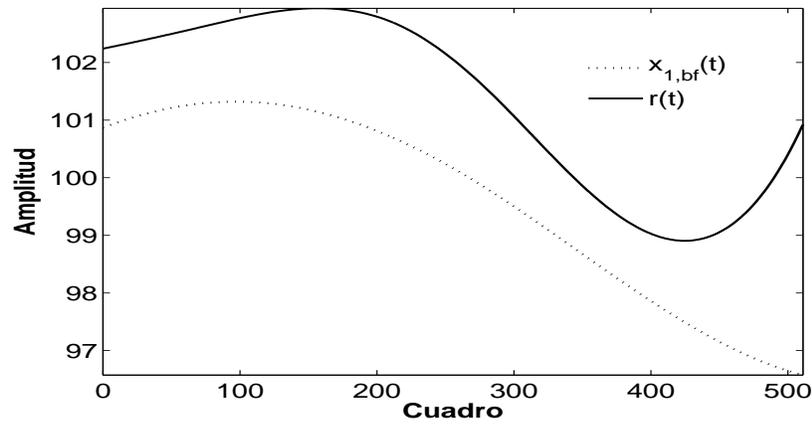


Figura 3.4: Comparación de la componente de continua $x_{1,bf}(t)$ y el residuo $r(t)$ obtenido de la Fig. 3.3.

o “rulos” que nunca encierran al origen.

Concluyendo, el método de EMD proporciona una metodología simple y adaptativa para descomponer señales unidimensionales, permitiendo la remoción de componentes no deseadas que varíen tanto lenta como rápidamente.

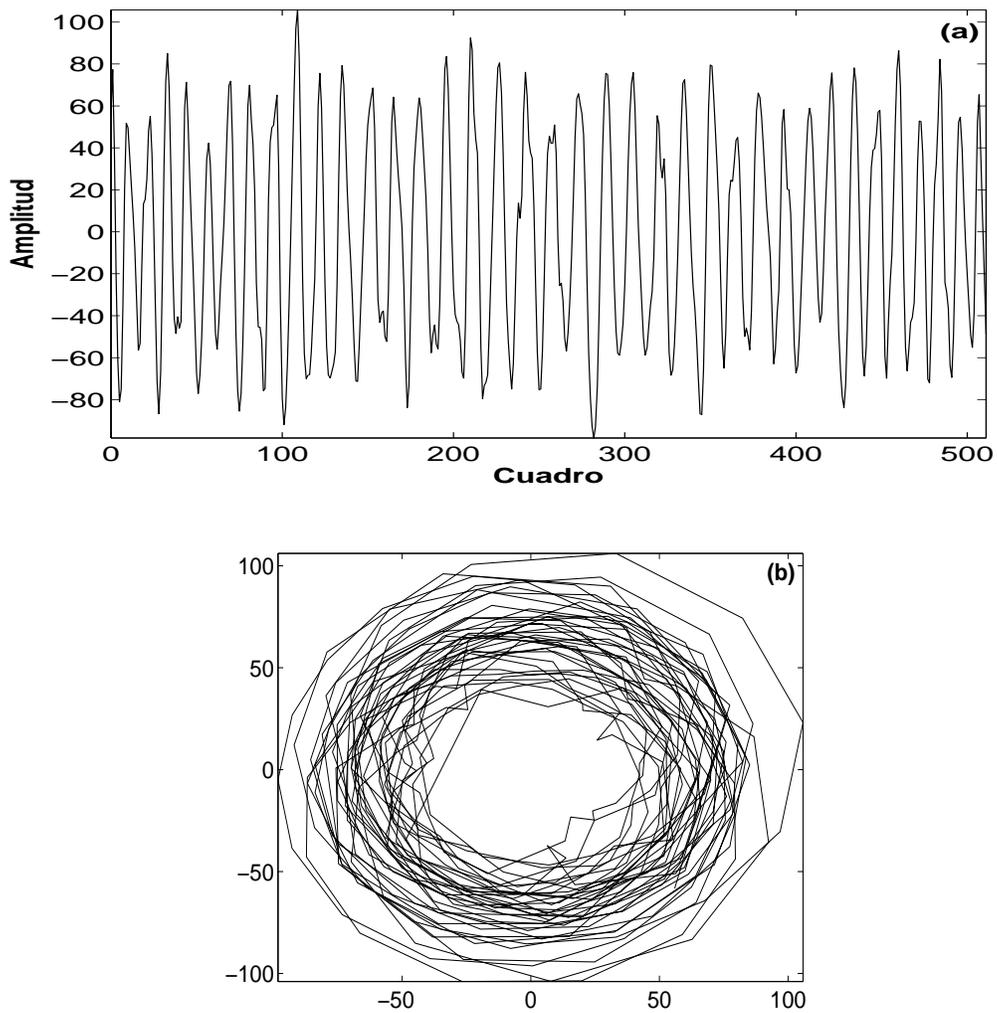


Figura 3.5: Resultados obtenidos a partir de la descomposición de la señal exhibida en la Fig. 3.2: (a) suma de la segunda y la tercera IMF; (b) fasor correspondiente a la suma descrita en (a).

Capítulo 4

Medición de la fase en interferometría de speckle digital usando descomposición empírica de modos y la transformada de Hilbert

4.1. Fundamentos del método

En este capítulo se describirá la aplicación del método de EMD a la medición de distribuciones temporales de fase generadas en TSPI. Este nuevo método, denominado de aquí en adelante como HT+EMD, fue introducido por Marengo Rodriguez et al. [Marengo Rodriguez et al., 2007] para superar las limitaciones que tienen otras técnicas de medición de fase en regiones con baja relación señal-ruido. Básicamente, el método HT+EMD consiste en el tratamiento temporal de las señales de intensidad producidas por cada pixel de la cámara de video mediante el empleo combinado del algoritmo de EMD y la transformada de Hilbert. La técnica de EMD permite extraer la componente de interés de la intensidad y la transformada de Hilbert posibilita la asociación de la señal analítica a dicha componente.

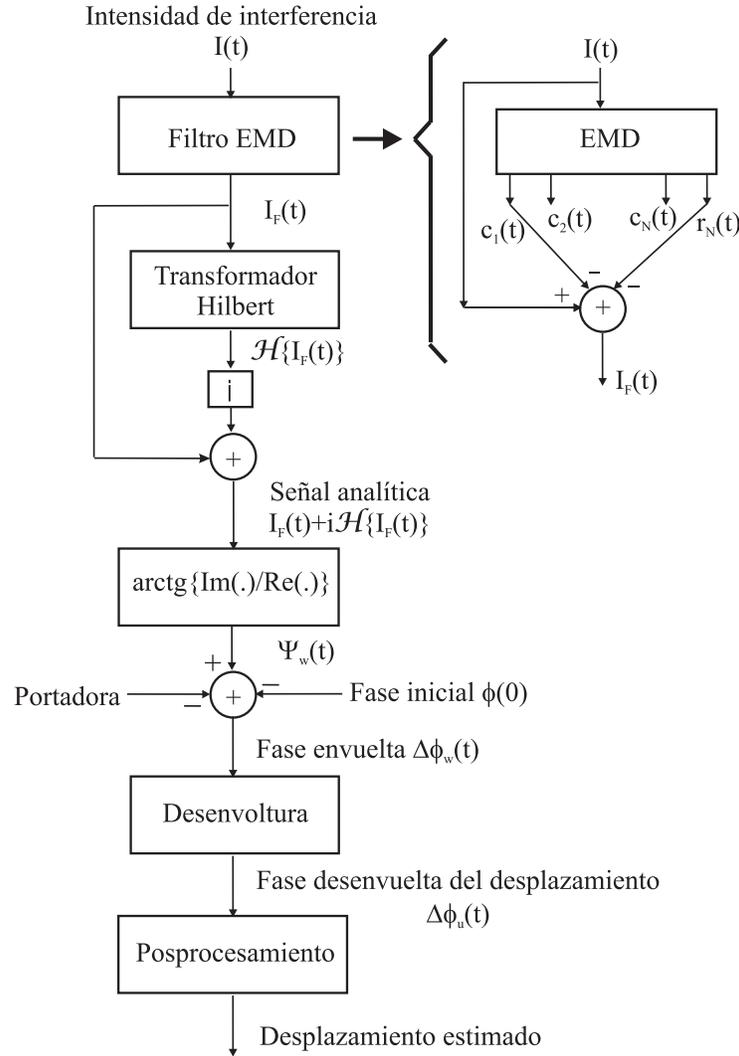


Figura 4.1: Medición de la fase en TSPI usando el método HT+EMD.

El método HT+EMD consta de las etapas que se exhiben en la Fig. 4.1, las cuales se describen a continuación. Primero, la intensidad temporal $I(t)$ generada por cada pixel (m, n) de la cámara CCD se filtra con el método de EMD. Como se indica en la parte derecha de la Fig. 4.1, este filtrado consiste en la descomposición por EMD de la señal de entrada seguida de la sustracción del ruido y la media. El ruido queda representado por la IMF con detalle más fino o sea $c_1(t)$, mientras que la media se estima por el residuo $r_N(t)$. Los análisis realizados por el autor de esta Tesis determinaron que la descomposición de la intensidad mediante el método de EMD produce generalmente no más de 8 IMF [Marengo Rodriguez et al., 2007], generando un notable ahorro de carga computacional en comparación con otras técnicas existentes.

Recordando que la cantidad de IMF extraídas depende de la cantidad de oscilaciones de mayor detalle montadas sobre otras de menor detalle, la inspección visual de las señales $I(t)$ provenientes de una secuencia de $N_t = 512$ cuadros permite identificar funciones con tres resoluciones temporales distintas: el ruido, la información de interés y la media. Debido a esta discriminación, es esperable que se generen pocas IMF en la descomposición. Sin embargo, se debe notar que si la secuencia de interferogramas contiene una mayor cantidad de cuadros, se detectarán más órdenes oscilatorios y por lo tanto un número más grande de IMF. El ruido quedará siempre contenido en la IMF_1 , pero la intensidad media no se expresará por el residuo, dado que la misma contendrá más oscilaciones en toda la escala temporal de observación. Por esta razón, para estimar correctamente la intensidad media se deberá considerar el residuo y las últimas IMF. Por lo tanto, en el filtro EMD de la Fig. 4.1 $r_N(t)$ se deberá reemplazar por $r_N(t) + c_N(t)$ o incluso por $r_N(t) + \sum_{i=N-N_1}^N c_i(t)$. También se debe notar que excepto otra indicación, en esta Tesis se analizarán secuencias de $N_t = 512$ interferogramas digitalizados con 256 niveles de grises.

Como resultado del filtrado mediante el método de EMD, se obtiene la siguiente señal

$$I_F(t) = I(t) - c_1(t) - r(t). \quad (4.1)$$

La Fig. 4.2 muestra una señal de intensidad típica generada por una secuencia de interferogramas de speckle. En esta señal se distingue de forma clara el ruido montado sobre la oscilación de interés y ésta a su vez montada sobre un nivel de continua que varía lentamente. También se debe observar la alta influencia del ruido en las regiones de baja modulación de intensidad, dado que el mismo modifica la tasa de cruces por cero como se mostrará más adelante.

Cuando el método de EMD se aplica a la señal mostrada en la Fig. 4.2, se generan las IMF y el residuo que se observan en la Fig. 4.3. Por inspección visual de estas componentes, resulta posible concluir que en principio las oscilaciones relevantes se encuentran contenidas en las IMF $c_2(t)$, $c_3(t)$ y $c_4(t)$, en instantes mutuamente excluyentes (de la misma forma que en el ejemplo analizado en la sección 3.4). También se debe destacar que $c_1(t)$ contiene fundamentalmente al ruido, resultado esperable

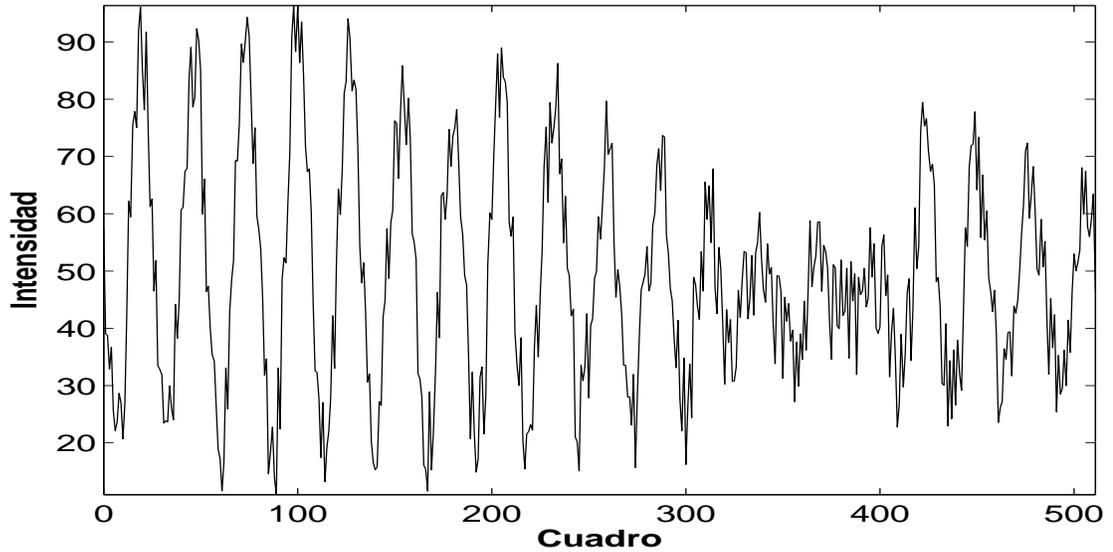


Figura 4.2: Intensidad de interferencia temporal contaminada por ruido.

dado que el mismo corresponde al detalle más fino. Por lo tanto, se puede afirmar que

$$c_1(t) = I_{ruido}(t), \quad (4.2)$$

siendo $I_{ruido}(t)$ la componente aditiva de alta frecuencia que contamina la intensidad de entrada.

Otra observación que se debe tener en cuenta es que el residuo es una función monótona con mucha mayor energía que las últimas 3 IMF obtenidas (análogamente a lo sucedido en el ejemplo de la sección 3.4) y por lo tanto

$$r(t) = I_0(t). \quad (4.3)$$

Estas conclusiones se pueden corroborar observando la Fig. 4.4, obtenida luego de remover las contribuciones correspondientes a la media y al ruido en la señal exhibida en la Fig. 4.3. La remoción del residuo en la intensidad de entrada produjo la señal que se muestra en la Fig. 4.4(a), con oscilaciones simétricamente distribuidas alrededor del cero. Sin embargo, se observa la importante influencia del ruido, dado que el mismo aumenta considerablemente la tasa de cruces por cero entre los cuadros 300 y 400, donde la modulación disminuye a valores mínimos. La Fig. 4.4(b) muestra la intensidad de entrada obtenida luego de la remoción del residuo y la $IMF1$. Esta

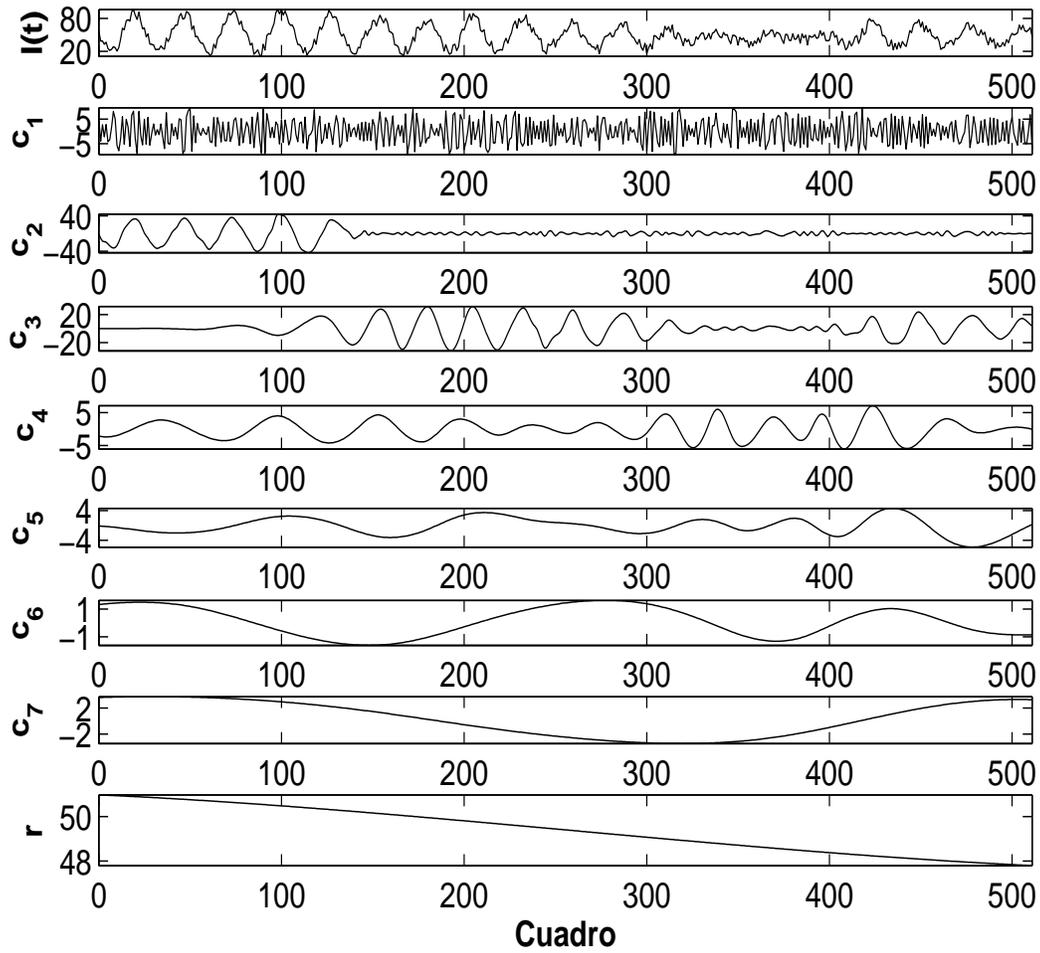


Figura 4.3: Intensidad de entrada y sus componentes obtenidas por la aplicación del método de EMD.

señal es simétrica alrededor del cero y contiene mucho menos ruido que $I(t)$. Por lo tanto, dicha señal presenta una importante reducción en la tasa de cruces por cero en las regiones de baja modulación de intensidad [Marengo Rodriguez et al., 2007], [Marengo Rodriguez et al., 2008].

La segunda etapa del algoritmo HT+EMD consiste en la evaluación de la componente en cuadratura de la intensidad obtenida en el paso anterior, mediante el empleo de la transformada de Hilbert. Dicha componente se expresa como $\mathcal{H}\{I_F(t)\}$, donde \mathcal{H} denota el operador transformada de Hilbert y constituye la parte imaginaria de la señal analítica cuya fase interesa conocer. El cómputo de la transformada de Hilbert

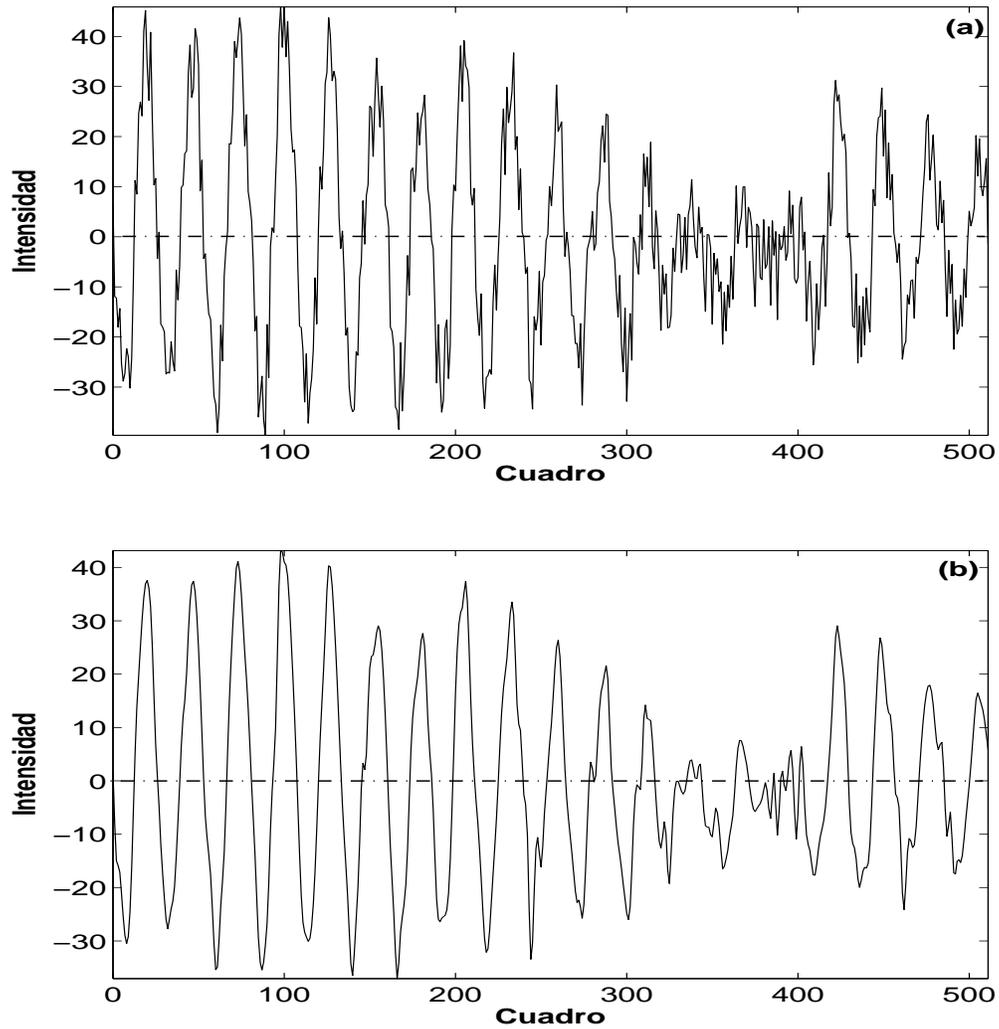


Figura 4.4: Señales obtenidas con el método de EMD cuando se aplica a la intensidad de la Fig. 4.2: (a) removiendo el residuo; (b) removiendo el residuo y la *IMF1*.

se lleva a cabo con el algoritmo `hilbert.m` descrito en el capítulo 2.

En la tercera etapa del método HT+EMD se calcula la señal analítica $I_{anal}(t)$ asociada a $I_F(t)$ a través de esa intensidad y su transformada de Hilbert

$$I_{anal}(t) = I_F(t) + i \mathcal{H}\{I_F(t)\}. \quad (4.4)$$

Retomando el ejemplo expuesto en la Fig. 4.2, los fasores asociados a $I(t) - r(t)$ y a $I_F(t)$ son los que se muestran en las Figs. 4.5(a) y 4.5(b), respectivamente. Por razones comparativas los gráficos se realizaron en el intervalo ($324 \leq t \leq 349$) en el cual la fase de entrada evoluciona en 2π rad. En estas figuras, los valores medidos de dichos fasores se señalan en círculos y sus reconstrucciones analógicas se dibujan en líneas de trazo lleno.

En estas figuras se debe notar que la remoción del ruido reduce considerablemente la cantidad de bucles no válidos en el trayecto del fador asociado. La señal compleja de la Fig. 4.5(b) completa una vuelta como era de esperar, mientras que el correspondiente a la señal con ruido gira tres vueltas como lo indican las flechas en la Fig. 4.5(a).

En la etapa siguiente del algoritmo HT+EMD se extrae la fase de la señal analítica obtenida en el paso anterior, a partir de sus partes real \Re e imaginaria \Im

$$\Psi_w(t) = \arctg \left[\frac{\Im\{I_{anal}(t)\}}{\Re\{I_{anal}(t)\}} \right]. \quad (4.5)$$

Luego se restan las contribuciones de la portadora ψt y de la fase inicial ϕ_a . En esta etapa se obtiene la distribución temporal de fase envuelta $\Delta\phi_w(m, n, t)$, la que al desenvolverse temporalmente se transforma en la distribución de fase desenvuelta $\Delta\phi_u(m, n, t)$. Para desenvolver la fase, excepto indicación contraria, de aquí en adelante se empleará la función `unwrap.m` disponible en el software MatLab [MATLAB Signal Processing Toolbox, 1996].

Finalmente, en la Fig. 4.6 se muestra la fase de entrada y las fases desenvueltas que se obtienen a partir de los fasores graficados en la Fig. 4.5. Las flechas indican el intervalo temporal en el cual se graficaron los fasores exhibidos en la Fig. 4.5. Es evidente el desenganche que se produce en la fase de la intensidad contaminada por ruido, especialmente a partir del instante $t = 324$ donde la modulación se reduce

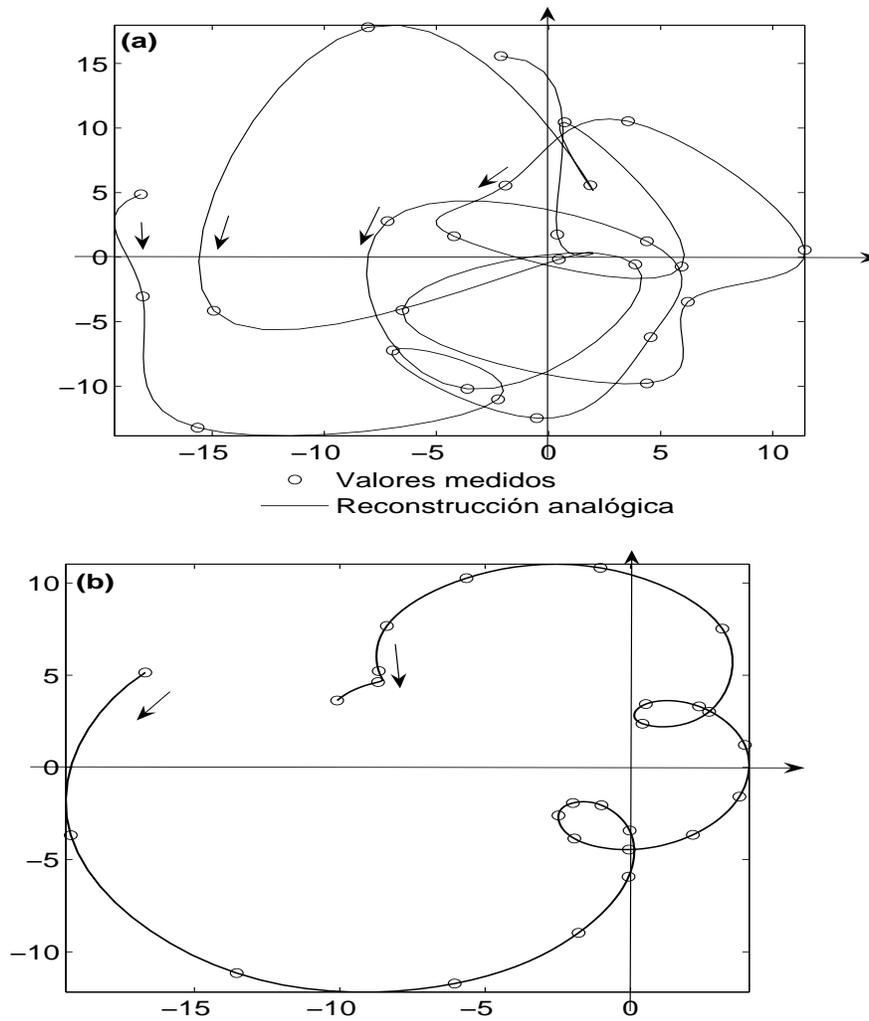


Figura 4.5: Fasores asociados a las intensidades procesadas con EMD de: (a) la Fig. 4.4(a); (b) la Fig. 4.4(b).

considerablemente (ver curva de trazo fino). En contraste, la remoción automática del ruido con el método EMD permite disminuir su influencia, y posibilita un mejor seguimiento de la fase original (ver curva de trazo grueso).

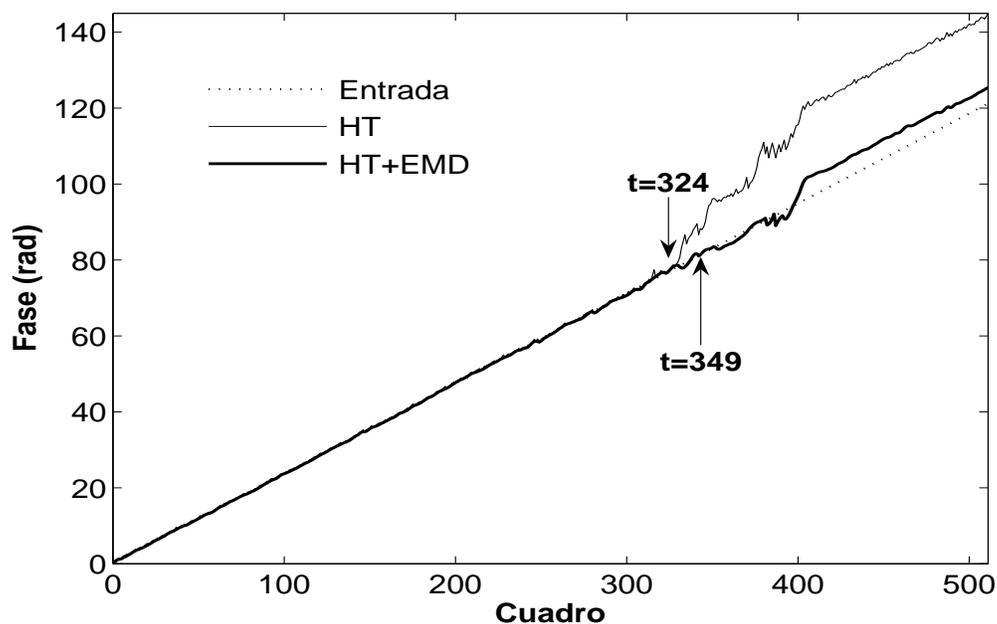


Figura 4.6: Fase de entrada y fases correspondientes a los fasores de la Fig. 4.5.

4.2. Ventajas de este método con respecto a la técnica basada en la transformada de Hilbert

Cuando se compara el método HT+EMD con la técnica HT propuesta por Madjarova et al., surgen diferencias sustanciales en la etapa de filtrado de la intensidad de entrada. Recordando la descripción presentada en la sección 2.2.3, la técnica HT filtra la intensidad de entrada mediante ventanas de longitud regulable por el usuario, de acuerdo a la tasa de oscilaciones que posee la componente relevante. La limitación más importante de este procedimiento de filtrado es la falta de automatización, así como la incapacidad de resolver regiones con baja modulación de intensidad, dada la alta sensibilidad de la transformada de Hilbert ante componentes indeseadas. Para mejorar este procedimiento propusimos el empleo de un filtro basado en la interpolación usando funciones de tipo splines cúbicas. Sin embargo, la señal obtenida poseía una media local oscilante y de frecuencia dependiente de la longitud de ventana adoptada.

En contraste, la aplicación del método EMD a la señal de entrada permite la

detección automática de la intensidad media y posibilita la obtención de oscilaciones simétricas alrededor del cero. Este resultado ilustrado gráficamente en la Fig. 3.4, constituye la primera ventaja del método HT+EMD con respecto a la técnica HT. Además, el método EMD permite detectar y remover el ruido en forma automática, sin la intervención de un operador. Se debe notar que las mejoras más importantes que se obtienen con el método HT+EMD se consiguen en las regiones que tiene una baja modulación de intensidad [Marengo Rodriguez et al., 2007], [Marengo Rodriguez et al., 2008].

Como consecuencia del procesamiento producido con el método EMD, la intensidad $I_F(t)$ se puede expresar como

$$I_F(t) = I_{0,res}(t) + I_{ruido,res}(t) + I_M(t) \cos[\psi t + \phi(t)], \quad (4.6)$$

donde $I_{0,res}(t)$ es la media residual y $I_{ruido,res}(t)$ es el ruido de alta frecuencia que no pudo ser removido. La primera de estas dos componentes es de magnitud muy reducida y su presencia se traduce en oscilaciones despreciables de la fase desenvuelta alrededor de su valor verdadero como se ilustró en la Fig. 2.7. La componente remanente de ruido tiene distintos efectos según sea su amplitud con respecto a la intensidad de modulación. En las regiones que no poseen baja modulación (ver en la Fig. 4.4(b) antes del cuadro $t = 300$), el ruido se presenta intermitentemente como ondas de tipo riding wave de amplitud despreciable. Por lo tanto, la fase se puede recuperar con muy buena precisión, tal como se mostró en la Fig. 4.6 en instantes previos a $t = 300$. Además, el ruido se mantiene bastante acotado, aún en las regiones de baja modulación (ver Fig. 4.4(b) entre $t = 300$ y $t = 400$), dado que se reducen las oscilaciones originadas por el ruido de entrada y por lo tanto se minimizan los cruces por cero no válidos. Esta reducción del ruido implica que los bucles del fasor asociado a $I_F(t)$ no encierran al origen (comparar la Fig. 4.5(a) con la Fig. 4.5(b)) y los errores introducidos en la fase recuperada son sólo pequeñas oscilaciones en lugar de los desenganches que se producen con el método HT. Este resultado se observa claramente en la Fig. 4.6 en la región señalada con las dos flechas.

Como las IMF que se obtienen con el método EMD son funciones puramente oscilatorias, con media local nula y banda limitada, las mismas se pueden expresar

en función de su amplitud $a_i(t)$ y fase $\theta_i(t)$ instantáneas como

$$c_i(t) = a_i(t) \cos\theta_i(t). \quad (4.7)$$

Por esta razón, la transformada de Hilbert de cada IMF posee un “buen comportamiento” [Huang et al., 1998], es decir que su fasor asociado $a_i(t) \exp(i\theta(t))$ no posee bucles y se halla libre de singularidades.

En el método de medición de fase propuesto por el autor de esta Tesis, la transformada de Hilbert se aplica a una suma de IMF, es decir

$$\mathcal{H}\{I_F(t)\} = \mathcal{H}\left\{\sum_{i=2}^N c_i(t)\right\}, \quad (4.8)$$

Este procedimiento no garantiza que la señal compleja estimada $I_{anal}(t)$ quede libre de bucles y singularidades. Sin embargo, la naturaleza de la intensidad de entrada a ser analizada permite discriminar claramente la componente deseada de las demás. Las IMF de orden 2 hasta la de orden N contienen en su conjunto la información relativa al desplazamiento de interés y por lo tanto en algunas regiones la suma $\sum_{i=2}^N c_i(t)$ podría contener modulación intrafrecuencial (es decir, riding waves). Sin embargo, este fenómeno está más limitado que en la técnica HT, dado que en esta última se ignora su presencia.

4.3. Post procesamiento de la fase desenvuelta

A pesar que el error introducido por el método HT+EMD para evaluar la distribución temporal de fase es menor que el generado con la técnica HT, los resultados obtenidos se encuentran contaminados con ruido que debe ser reducido. Por esta causa, se debe introducir un suavizado espacial en cada distribución de fase. Dado que el ruido que contamina las distribuciones de fase desenvueltas es de tipo impulsivo, con valores positivos y negativos, se decidió aplicar dos filtros espaciales: de mediana y gaussiano.

El filtro de mediana [Gonzalez and Woods, 2002] está definido por un algoritmo no lineal y es muy usado para remover el ruido impulsivo sin introducir una pérdida

de información apreciable. El tamaño del kernel a adoptar dependerá de la densidad y magnitud del ruido presente en el mapa de fase. En principio, se puede elegir un kernel de 3×3 ó de 5×5 .

Entre los filtros de tipo lineal, también se puede aplicar un pasabajos gaussiano dado que el mismo permite extraer la información de menor detalle de la distribución analizada, sin riesgos de contaminar los puntos vecinos al kernel analizado.

4.4. Simulación de una secuencia de interferogramas de speckle sin introducir una portadora

En esta sección se analizará la performance del método HT+EMD y se comparará con los resultados obtenidos mediante la técnica HT. Este estudio se realizará usando secuencias de interferogramas simulados mediante computadora, los cuales se generarán usando fases de entrada conocidas. Con esta metodología resultará posible comparar la fase de entrada con la distribución temporal de la fase desenvuelta a ser estimada y así se determinarán distintos parámetros que indicarán la performance ambos métodos de medición de fase. En particular, se analizarán secuencias de interferogramas que codifiquen un desplazamiento relativamente lento y en las cuales no se introduce una portadora, dado que estos casos presentan grandes dificultades para ser analizados mediante el método HT.

El modelo utilizado para simular una secuencia de interferogramas generados por un interferómetro sensible a desplazamientos normales (ver Fig. 1.8) fue desarrollado para verificar la teoría estadística del speckle descrita en el capítulo 1 de esta Tesis. Este modelo permite expresar matemáticamente la intensidad de entrada incidente sobre la cámara de video como [Kaufmann and Galizzi, 2002]

$$I(m, n, t) = |R \exp(i \alpha) + \mathcal{FT}^{-1}\{H(u, v) \mathcal{FT}\{\exp[i \phi(m, n, t)] U(m, n)\}\}|^2, \quad (4.9)$$

donde el primer sumando del segundo término representa la contribución del haz de referencia que se supone de amplitud R y fase α constantes, mientras que el segundo sumando está producido por la incidencia del haz del objeto que se origina

en la superficie del mismo y atraviesa el sistema formador de imágenes. Se supone que la superficie del objeto es ópticamente rugosa y está caracterizada por la matriz $U(m, n)$ de amplitud unitaria y fase aleatoria uniformemente distribuida en el intervalo $(-\pi, \pi)$. La fase $\phi(m, n, t)$ es la correspondiente al desplazamiento del objeto. El haz objeto incidente sobre la cámara de video está determinado por la transformada bidimensional de Fourier inversa del producto de la transformada de las fases mencionadas previamente y la respuesta en frecuencia del diafragma $H(u, v)$ del sistema óptico. Se debe mencionar que $H(u, v)$ es un filtro pasabajos de tipo circular con radio r , de valor unitario en $r < N_m/2$ y cero en los pixeles restantes. Este diafragma controla el tamaño promedio de los granos de speckle s sobre el detector, a través de

$$s = N_m/(2r), \tag{4.10}$$

El haz de referencia se seleccionó con fase nula ($\alpha = 0$) y el doble de amplitud que el haz promedio del objeto ($R = 2$). El tamaño promedio de los granos de speckle se eligió como $s = 1$ pixel. Entre los diferentes ejemplos analizados, interesa presentar los resultados obtenidos cuando la fase introducida por el desplazamiento del objeto está expresada por

$$\phi(m, n, t) = k \frac{\pi}{2} \frac{m}{N_m - 1} t, \tag{4.11}$$

donde k es un factor para controlar la velocidad del desplazamiento que fue elegido igual a un cuarto de la máxima velocidad admisible por el límite de Nyquist [Kaufmann and Galizzi, 2002], i.e. $k = 0,5$.

Finalmente, a la intensidad generada por la Ec. (4.9) se la contaminó con ruido aditivo atribuible al sistema de adquisición de imágenes y de procesamiento digital de señales. Este ruido se simuló como una variable aleatoria uniforme entre los valores 0 y $\tau = 20$ [Marengo Rodriguez et al., 2007]. Como resultado de esta simulación, la intensidad temporal de entrada correspondiente al pixel (76, 128) es la que se muestra en la Fig. 4.2.

4.5. Resultados y discusión

La secuencia de interferogramas generada mediante la Ec. (1.11) fue analizada con los métodos HT y HT+EMD. En la Fig. 4.7 se muestra una región de las distribuciones de fase continua obtenidas con ambos métodos en una región de 31×31 pixeles alrededor del pixel $(76, 128)$, correspondientes al instante final $t = N_t - 1$. En Fig. 4.7(a) se observa que la fase recuperada con el método HT se encuentra altamente contaminada con ruido impulsivo, principalmente en los pixeles con baja modulación de intensidad como el ilustrado en la Fig. 4.2. Sin embargo, el nivel de ruido y la densidad de pixeles degradados resultan más pequeños si la distribución de fase continua se calcula con el método HT+EMD, tal como se muestra en la Fig. 4.7(b) (notar que las escalas verticales en ambos gráficos son diferentes).

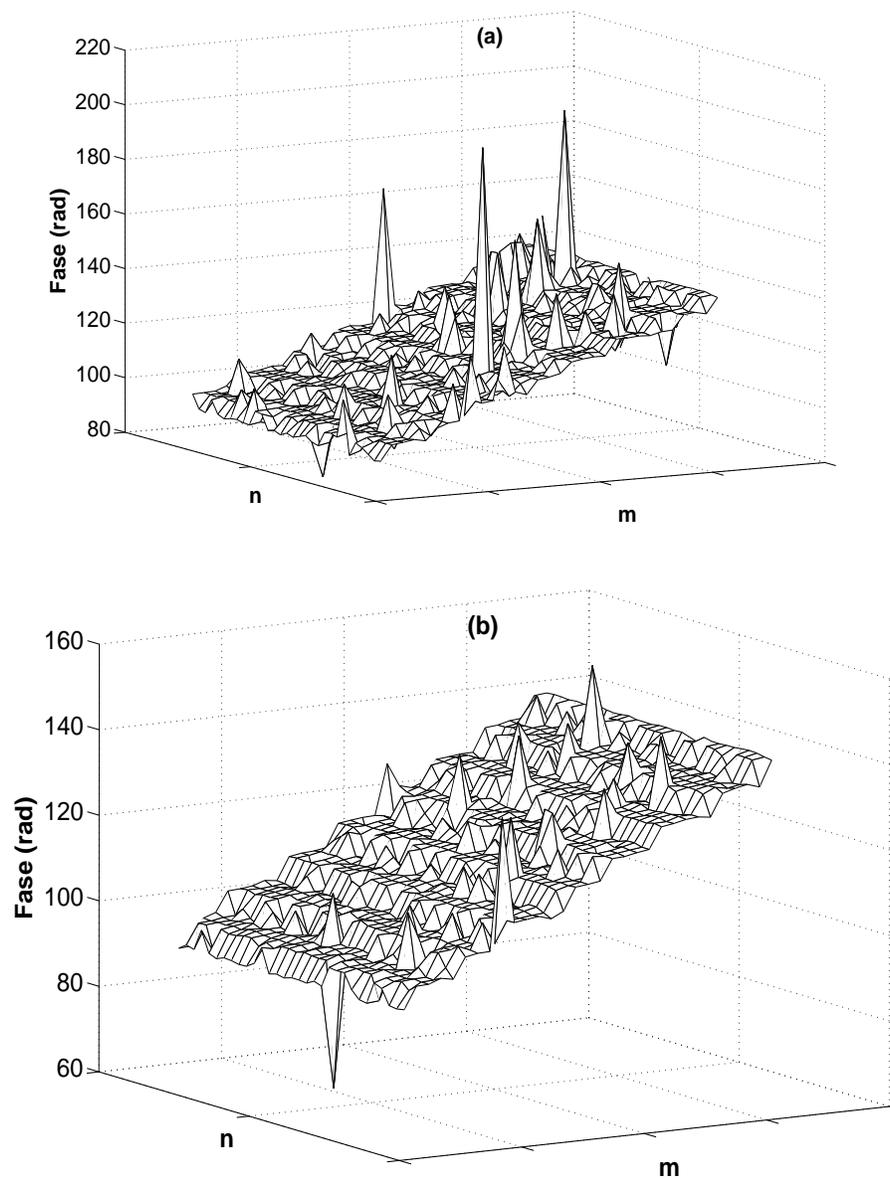


Figura 4.7: Distribuciones de fase continua obtenidas en el instante $t = N_t - 1$ con: (a) el método de HT; (b) el método HT+EMD.

La aplicación de un filtro de mediana de 5×5 a las distribuciones de fase exhibidas en las Figs. 4.7(a) y 4.7(b) se muestran en las Figs. 4.8(a) y 4.8(b), respectivamente. La Fig. 4.8 muestra que el método HT+EMD produce una efectiva reducción del ruido impulsivo.

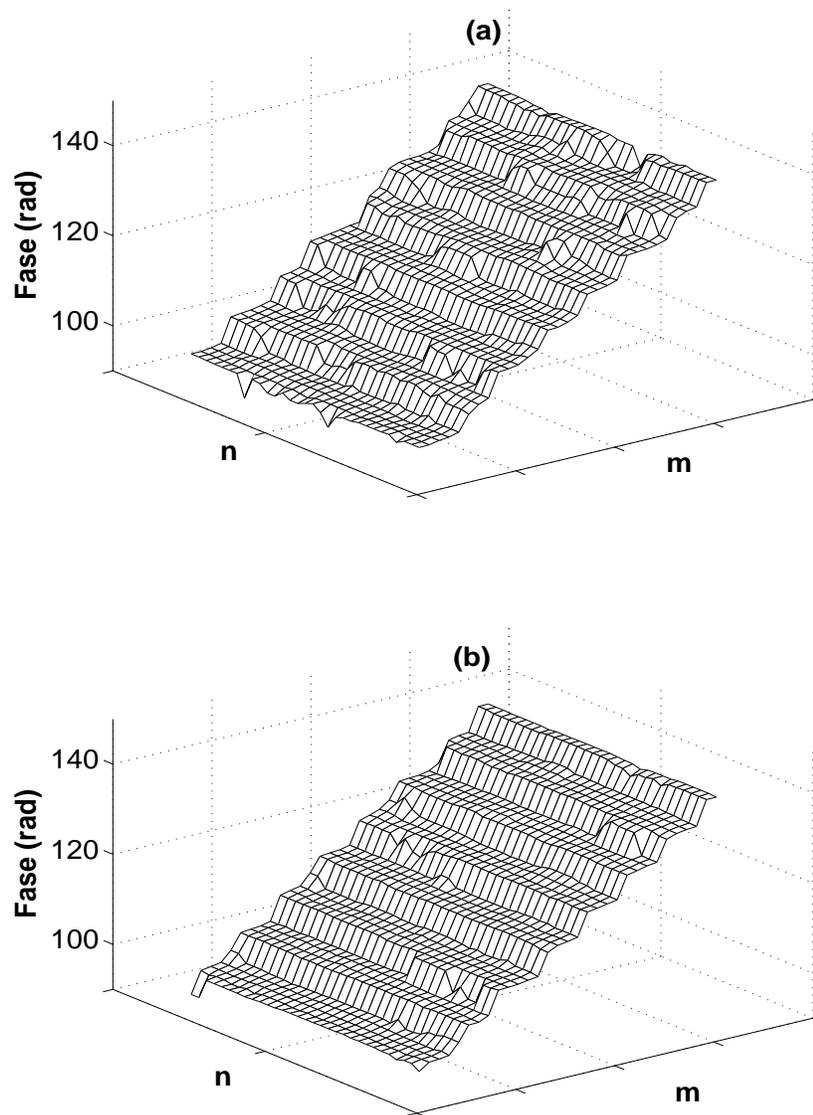


Figura 4.8: Aplicación de un filtro de mediana a las distribuciones de fase continua obtenidas con: (a) el método HT; (b) el método HT+EMD.

Un resumen más detallado de las distribuciones de fase obtenidas al aplicar diferentes filtros de mediana y gaussiano se muestra en la Fig. 4.9. En la columna izquierda de dicha figura se muestran los mapas de fase obtenidos con la técnica HT, mientras que en la columna derecha se observan los resultados generados con el método HT+EMD. De arriba hacia abajo se muestran los mapas de fase obtenidos mediante filtros de mediana de 3×3 y 5×5 píxeles, y usando kernels gaussianos con los mismos tamaños, respectivamente. De acuerdo con estos resultados, el ruido impulsivo se remueve más eficientemente con un filtro de mediana, aunque el mejor rendimiento se obtiene con el método HT+EMD y un kernel gaussiano de 5×5 píxeles. Más aun, estos resultados permitirían adelantar como conclusión que la performance del método HT+EMD sería superior a la generada por la técnica HT, cualquiera sea el filtro adoptado.

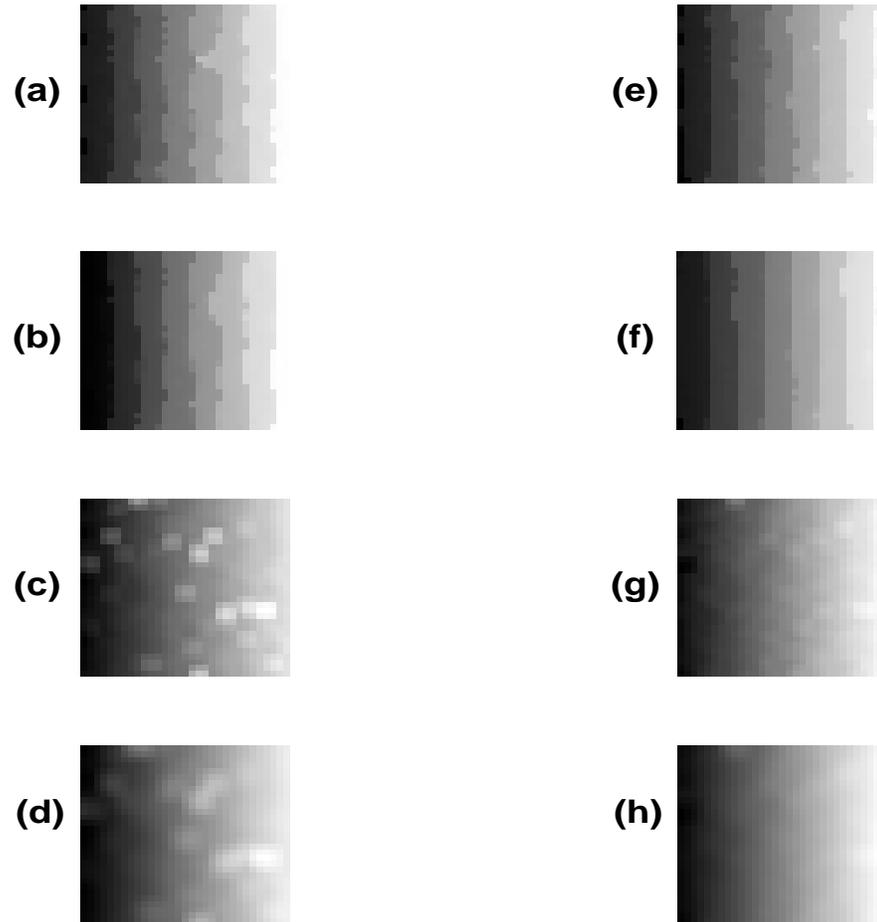


Figura 4.9: Mapas de fase obtenidos con el algoritmo HT con: (a) filtro de mediana de 3×3 ; (b) filtro de mediana de 5×5 ; (c) filtro gaussiano de 3×3 ; (d) filtro gaussiano de 5×5 ; (e), (f), (g), (h) resultados homólogos a los anteriores cuando se aplica el método HT+EMD.

Con el objeto de corroborar las observaciones mencionadas previamente, la performance de ambos métodos de medición de la fase se comparó a través de la evaluación del error rms σ , definido como [Kaufmann and Galizzi, 2002]

$$\sigma^2 = \frac{1}{K(K-1)} \sum_{m=m_1}^{m_2-1} \sum_{n=n_1}^{n_2-1} [|\Delta\phi_u(m, n, N_t - 1) - \Delta\phi(m, n, N_t - 1)| - \langle \Delta\phi_u(N_t - 1) \rangle]^2, \quad (4.12)$$

donde m_1, m_2 y n_1, n_2 delimitan la región espacial analizada, $K = (m_2 - m_1) \times (n_2 - n_1)$, y

$$\langle \Delta\phi_u(N_t - 1) \rangle = \frac{1}{K} \sum_{m=m_1}^{m_2-1} \sum_{n=n_1}^{n_2-1} |\Delta\phi_u(m, n, N_t - 1) - \Delta\phi(m, n, N_t - 1)|. \quad (4.13)$$

Los valores del error rms de fase σ introducidos por ambos métodos de medición se resumen en la Tabla 4.1, antes y después de aplicar los dos filtros mencionados previamente.

Tabla 4.1: Error de fase rms σ obtenido por la aplicación de los métodos HT y HT+EMD.

Filtro	σ (rad)	
	HT	HT+EMD
Sin filtrado	0.2310	0.065
Mediana 3×3	0.0283	0.0228
Mediana 5×5	0.0280	0.0233
Gausiano 3×3	0.0875	0.0207
Gausiano 5×5	0.0627	0.0145

Los resultados exhibidos en la Tabla 4.1 permiten afirmar que ambos filtros espaciales mejoran la estimación de la fase desenvuelta, cualquiera sea el método aplicado. En particular, el filtro de mediana tiene la misma eficiencia al usar un kernel de 3×3 o uno de 5×5 pixeles, mientras que el filtro gaussiano produce mejores resultados cuando se aplica el kernel de mayor tamaño. Además, el filtro de mediana optimiza

los resultados obtenidos con la técnica HT, dada su propiedad para reducir el ruido impulsivo. En cambio, la técnica HT+EMD tiene un rendimiento óptimo cuando se aplica un filtro gaussiano de 5×5 píxeles. Además, los resultados listados en la Tabla 4.1 permiten concluir que la performance generada por el método HT+EMD es superior a la obtenida con la técnica HT.

Como dato adicional relevante, se compararon los tiempos de procesamiento que requieren ambas técnicas al usar el programa MatLab 7.0 y una computadora personal Pentium IV de 3.0 GHz. El método HT optimizado con el filtro de mediana requiere 6,6 s de procesamiento mientras que la técnica HT+EMD necesita 498,0 s. Sin embargo, se debe destacar que el tiempo de cómputo asociado al método HT+EMD se puede minimizar considerablemente mediante la paralelización de los datos a procesar.

Por último, se analizaron los píxeles donde diverge la fase estimada, sin tener en cuenta la aplicación de los filtros espaciales mencionados. El propósito de este análisis es averiguar cuáles son los valores de modulación que provocan los errores más importantes en la recuperación de la fase. Este estudio se realizó detectando los píxeles con fase divergente que verifican el siguiente criterio

$$|\Delta\phi_u(m, n, t) - \Delta\phi(m, n, t)| > \varepsilon_\phi, \quad (4.14)$$

donde ε_ϕ es un umbral predeterminado. Luego, se determinó la intensidad de modulación asociada a dichos píxeles en el instante de divergencia de la fase. Dicha intensidad de modulación se calculó mediante de la función `hilbert.m` y posee valores no enteros debido a la alta sensibilidad del filtro de Hilbert ante la influencia del ruido residual.

Los parámetros más relevantes de las intensidades de modulación analizadas se listan en las Tablas 4.2 y 4.3 cuando se consideran los umbrales $\varepsilon_\phi = 5$ y $\varepsilon_\phi = 10$ rad, respectivamente. En dichas tablas, N_{crit} es la cantidad de píxeles críticos, $\langle I_M \rangle$ es la intensidad de modulación media de todos los píxeles donde la fase diverge, σ_{I_M} es su desvío estándar, $I_{M,crit}$ es el valor de la intensidad de modulación más probable donde se produce el desenganche de fase y f_{crit} es la frecuencia relativa de $I_{M,crit}$ con respecto a todos los píxeles divergentes.

Tabla 4.2: Resultados del análisis estadístico de los pixeles divergentes con umbral de fase $\varepsilon_\phi = 5$ rad.

	HT	HT+EMD
N_{crit}	57	25
Intervalo de I_M	[3,94 - 32,57]	[1,78 - 20,42]
$\langle I_M \rangle$	12,63	9,23
σ_{I_M}	6,28	5,09
$I_{M,crit}$	8,24	4,57
f_{crit}	0,3	0,2

Tabla 4.3: Resultados del análisis estadístico de los pixeles divergentes con umbral de fase $\varepsilon_\phi = 10$ rad.

	HT	HT+EMD
N_{crit}	36	8
Intervalo de I_M	[0,28 - 24,03]	[3,93 - 22,91]
$\langle I_M \rangle$	10,07	9,14
σ_{I_M}	6,06	6,09
$I_{M,crit}$	3,85	4,88
f_{crit}	0,22	0,38

En la Tabla 4.2 se muestra que el método HT+EMD diverge en la mitad de los pixeles que al aplicar la técnica HT y en un menor intervalo de intensidad de modulación. En promedio, el método HT+EMD diverge en valores más pequeños de la intensidad de modulación que la técnica HT y el valor de I_M más crítica es la mitad que el obtenido con HT. Este valor de intensidad de modulación está presente aproximadamente en el 30 % de todos los pixeles divergentes. Estas conclusiones se corroboran al observar los histogramas que se muestran en la Figs. 4.10(a) y 4.10(b).

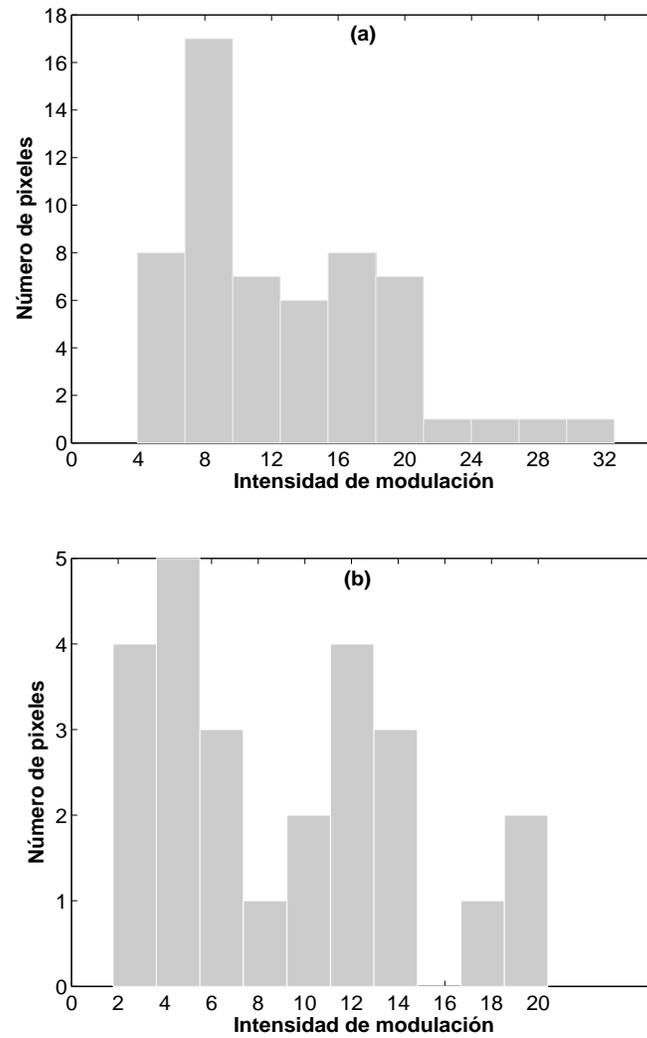


Figura 4.10: Histogramas de la intensidad de modulación estimada en los pixeles donde la fase diverge en $\varepsilon_\phi = 5$ rad con: (a) el método HT; (b) el método HT+EMD.

En la Tabla 4.3 se observa que el aumento del umbral acentúa la diferencia entre la cantidad de píxeles divergentes que generan ambos métodos. El método HT+EMD diverge en un número aproximadamente tres veces menor que la cantidad de píxeles divergentes generados con la técnica HT, resultado que ya se había anticipado previamente cuando se analizó la Fig. 4.7. Además, con respecto al caso correspondiente a $\varepsilon_\phi = 5$, el intervalo y el promedio de la intensidad de modulación no se modifican sustancialmente. Cuando se aplica el método HT, la modulación más crítica se reduce aproximadamente a la mitad.

4.6. Conclusiones

En este capítulo se muestra que la evaluación mediante la transformada de Hilbert de las distribuciones de fase generadas en interferometría de speckle temporal, se puede automatizar y mejorar al aplicar la descomposición empírica de modos a la intensidad de entrada. El método propuesto en esta Tesis permite minimizar la influencia del ruido presente en las regiones de baja intensidad de modulación, el cual introduce importantes errores en la distribución de fase a recuperar. Con este objeto, se analizaron distribuciones de fase obtenidas mediante simulación por computadora, en las cuales la distribución de fase es conocida. Esta metodología permite determinar los errores introducidos por la técnica basada en la transformada de Hilbert cuando se aplica y cuando no se aplica la descomposición empírica de modos.

También se muestra que la aplicación de filtros espaciales de tipo mediana o gaussiano permite mejorar la estimación de la distribución de fase temporal. En particular, los resultados más precisos se logran usando un filtrado gaussiano con un kernel de 5×5 .

Finalmente, se analizaron las intensidades de modulación obtenidas en los instantes en los cuales se introducen los errores más importantes en la determinación de las distribuciones de fase. Se corrobora que la aplicación de la descomposición empírica de modos al método de medición de fase basado en la transformada de Hilbert genera un número menor de píxeles fuertemente contaminados con ruido que cuando dicha

descomposición no se usa.

Resumiendo, los resultados obtenidos en este capítulo muestran que la aplicación de la descomposición empírica de modos permite mejorar la medición de distribuciones de fase temporales, cuando éstas se evalúan mediante la transformada de Hilbert, introduciendo errores más pequeños particularmente cuando se analizan bajas intensidades de modulación.

Capítulo 5

Comparación entre diferentes métodos de medición de fase en interferometría de speckle digital

5.1. Simulación del ruido que contamina la intensidad de entrada

En el capítulo anterior se consideró que el ruido presente en la intensidad de entrada era de naturaleza aditiva. Por lo tanto, dicho ruido se simuló como un término que se sumaba a la intensidad de entrada. Sin embargo, se conoce que el ruido de speckle que contamina a las señales adquiridas experimentalmente es de origen multiplicativo. Con el objeto de expresar esa dependencia, en este capítulo dicho ruido se introducirá como un término que se adiciona a la fase asociada al desplazamiento, tal como fue descrito en el análisis desarrollado en la sección 2.2.2.3 de esta Tesis. Por lo tanto, la intensidad de entrada deberá contener una componente de ruido que sea perfectamente discriminable de la información relevante. Además, la velocidad de adquisición de la cámara de video deberá ser mucho más grande que la variación por unidad de tiempo de la señal portadora que está modulada por la deformación del objeto.

Con el objeto de analizar estos temas, a continuación se aplicará el método

HT+EMD propuesto en esta Tesis a una función de tipo chirp parabólico con 255 niveles discretos de amplitud, la cual se expresa por

$$\begin{aligned}x(t) &= 128 + 127 \cos[\phi(t) + \phi_r(t)], \\t &= 0, 1, \dots, N_t - 1, \quad N_t = 2048,\end{aligned}\tag{5.1}$$

donde $\phi(t)$ es la fase a evaluar y $\phi_r(t)$ es la contribución del ruido. La fase a determinar tiene la siguiente derivada

$$\frac{d\phi(t)}{dt} = \omega_1 + \frac{\omega_2 - \omega_1}{N_t} t.\tag{5.2}$$

En la fase de entrada se adoptan los valores de frecuencia mínima $\omega_1 = 0,2$ rad/muestra y máxima $\omega_2 = \pi/3$ rad/muestra. Además, se supone que el ruido de fase $\phi_r(t)$ tiene una distribución uniforme en $(-\pi/4, \pi/4)$. Este intervalo fue adoptado para simular distintos resultados experimentales, como los obtenidos en la Ref. [Madjarova and Kadono, 2003].

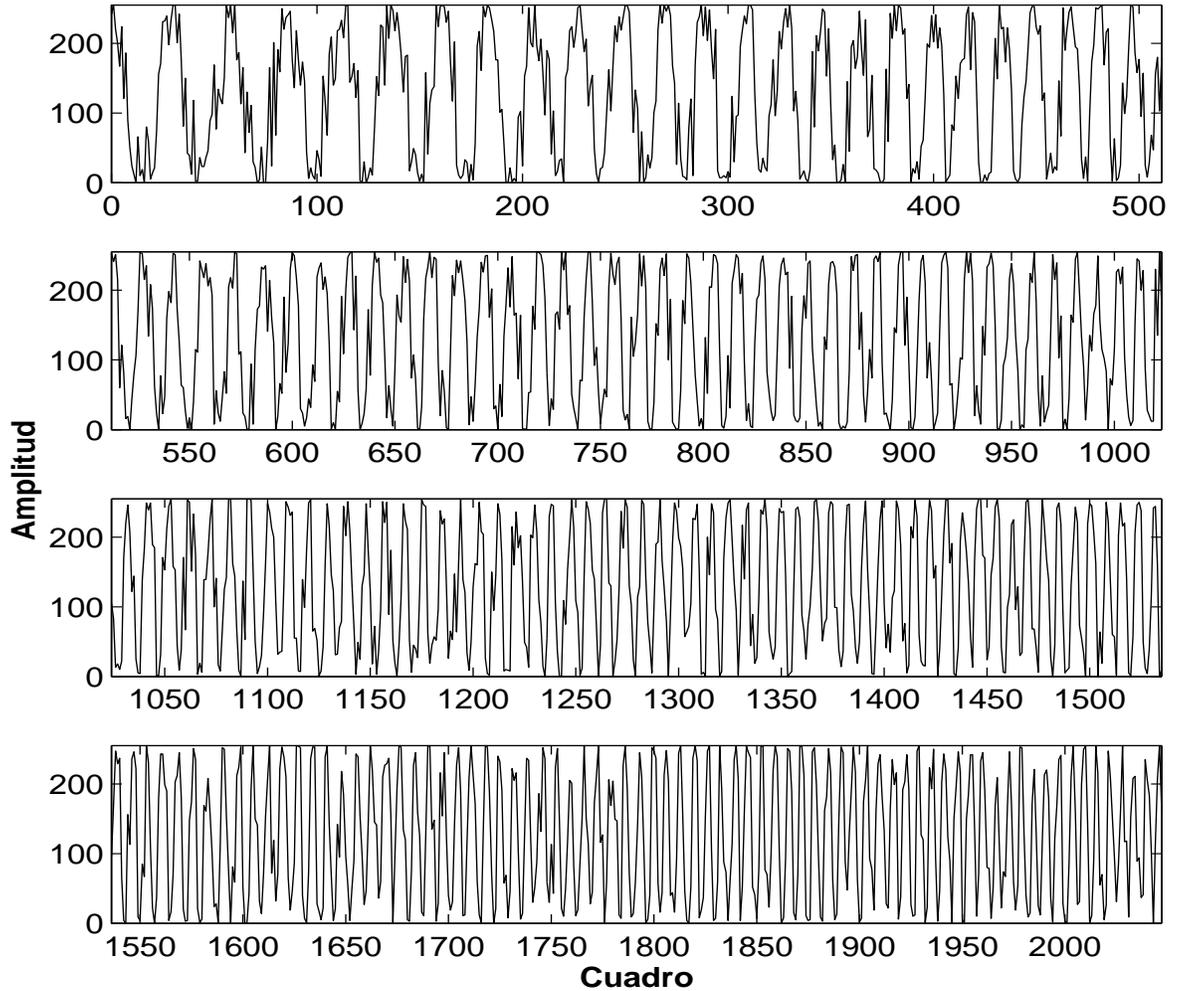


Figura 5.1: Evolución temporal de una función de tipo chirp parabólico contaminada con ruido de fase.

La evolución temporal de la señal generada con estos parámetros se muestra en la Fig. 5.1. En esta figura se observa que el ruido de fase introduce distorsiones en la tasa de oscilación y que éstas son menos detectables cuando la frecuencia aumenta. Este es un fenómeno de enmascaramiento, dado que en los últimos cuadros parecería que la señal tiene menos ruido, cuando en realidad eso no es cierto.

La aplicación del método EMD a la señal exhibida en la Fig. 5.1 genera la primera IMF $c_1(t)$ y la señal filtrada $x(t) - c_1(t) - r(t)$ que se muestran en la Fig. 5.2. En esta figura se observa que el método EMD produce una muy buena discriminación

del ruido en la primera mitad de la evolución temporal, mientras que no sucede lo mismo en la segunda. En particular, en las inmediaciones de los cuadros $t = 1345$ y $t = 1500$ se empiezan a notar problemas en el filtrado, dado que la tasa de oscilaciones de la fase de entrada es tan alta que se empieza a confundir con las generadas por el ruido de fase. En los instantes mencionados, la tasa de oscilación de entrada es de aproximadamente $\omega(1345) = 0,76$ y $\omega(1500) = 0,82$ rad/muestra.

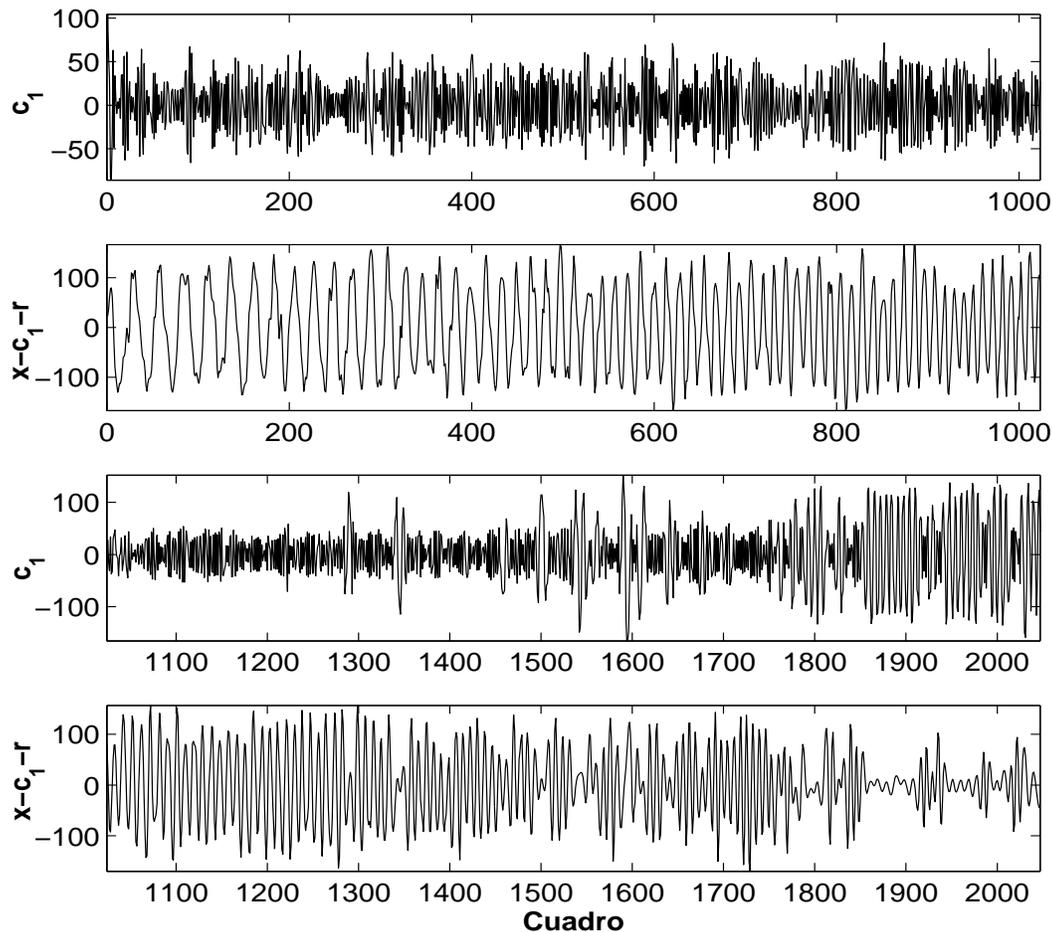


Figura 5.2: Evolución temporal de la primera IMF, y de la intensidad de entrada luego de sustraer c_1 y el residuo r , luego de aplicar el método EMD a la señal exhibida en la Fig. 5.1.

La influencia del filtrado producido por la decomposición sobre la fase recuperada con la técnica HT+EMD se muestra en la Fig. 5.3. La Fig. 5.3(a) compara la fase de entrada con la recuperada y la Fig. 5.3(b) muestra el error de fase absoluto

entre las señales graficadas en (a). De acuerdo a la Fig. 5.3, el método HT+EMD funciona correctamente siempre que la frecuencia angular de entrada sea menor a 0,76 rad/muestra (cifra similar a la amplitud máxima del ruido de fase). Este límite equivale a pedir que la cámara de video adquiera la componente de interés a una tasa mayor a 9 cuadros por período. La Fig. 5.3(b) ilustra las limitaciones que tiene la técnica HT+EMD cuando la velocidad de desplazamiento del objeto es mayor que la tasa antes mencionada.

Por último, se debe tener en cuenta que la velocidad de variación de fase será más grande si en el interferómetro se introduce una portadora ψ . En este caso, la velocidad límite de las variaciones de fase asociadas a la deformación deberá reducirse con respecto al valor previamente mencionado en una cantidad de ψ rad/muestra.

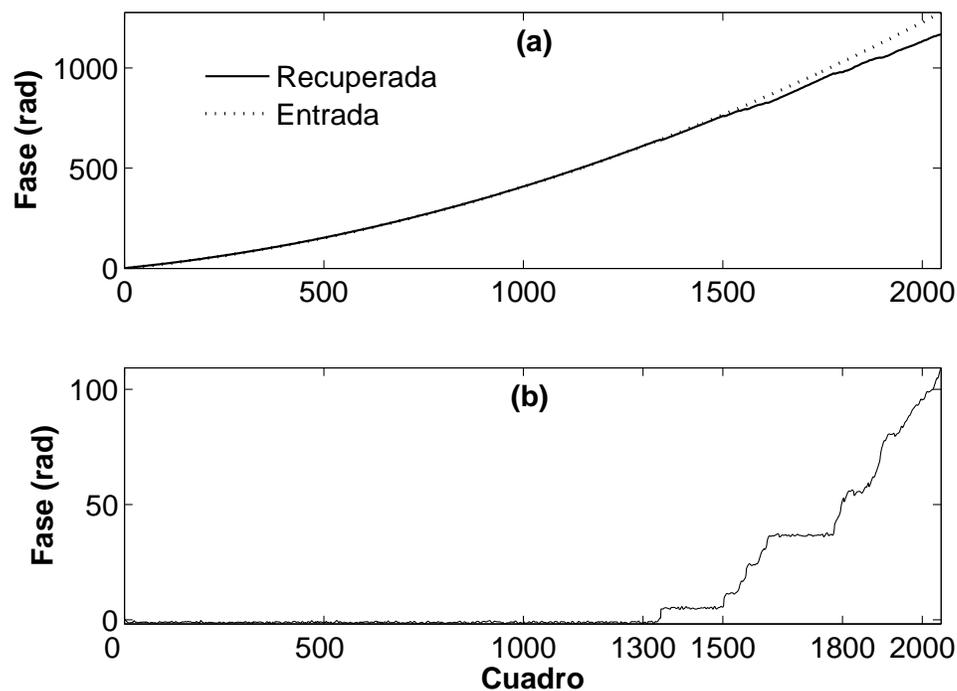


Figura 5.3: Resultados de la aplicación de la técnica HT+EMD a la función de tipo chirp exhibida en la Fig. 5.1: (a) evolución temporal de la fase de entrada y la fase recuperada; (b) error absoluto entre las secuencias graficadas en (a).

5.2. Comparación entre el método de medición de fase propuesto y los basados en las transformadas de Fourier y de Hilbert

En la sección 2.2.3 se mencionó que al aplicar la técnica HT, la remoción de la intensidad media se realiza usando ventanas temporales deslizantes. Esta etapa del procesamiento se puede optimizar si la intensidad de entrada se descompone con EMD y se sustrae el residuo, o la suma del residuo y la(s) última(s) IMF. Esta idea surge de la característica del método EMD para estimar componentes de distinta resolución temporal, además de minimizar la intervención del operario [Marengo Rodriguez et al., 2008].

Un razonamiento similar se puede aplicar a la técnica basada en la transformada de Fourier, dado que en lugar de remover la intensidad media en el dominio espectral, se puede lograr el mismo efecto aplicando el método EMD a la intensidad de entrada [Marengo Rodriguez et al., 2008].

Como un ejemplo típico de aplicación del método EMD, a continuación se muestran los resultados obtenidos al analizar una señal de entrada obtenida experimentalmente, cuando se usan las tres técnicas de medición de fase temporal descritas en esta tesis: HT, FT y HT+EMD. La intensidad de entrada analizada se muestra en la Fig. 5.4(a). En esta figura se observa que la intensidad media y de modulación poseen variaciones que no pueden ser despreciadas y por lo tanto resulta necesario remover óptimamente el primero de dichos aportes. También resulta muy notoria la influencia del ruido debido a la baja intensidad de modulación presente en la secuencia de entrada.

La aplicación del método EMD a la señal de entrada permite estimar su intensidad media como la suma del residuo y las últimas dos IMF. Dicha intensidad media se muestra en la Fig. 5.4(a) con la línea de puntos. La remoción de la intensidad media permite obtener la intensidad filtrada $I_F(t)$ evaluada con el método HT optimizado, como se ilustra en la Fig. 5.4(b). Se observa que esta señal muestra un evidente

aumento en la tasa de oscilaciones en las regiones de menor relación señal-ruido. La aplicación del filtrado espectral usando la técnica FT optimizada a la intensidad de entrada se muestra en la Fig. 5.4(c). En esta figura se observa que el ruido de speckle ha sido reducido parcialmente, pero la tasa de cruces por cero en las regiones de baja intensidad de modulación no varía apreciablemente. Las limitaciones generadas por los métodos HT y FT se superan cuando las componentes que contienen ruido se remueven mediante el método HT+EMD. En este último caso, la intensidad filtrada que se obtiene se muestra en la Fig. 5.4(d). Se nota que la primera IMF detecta el ruido de speckle y su remoción reduce significativamente los cruces por cero no válidos.

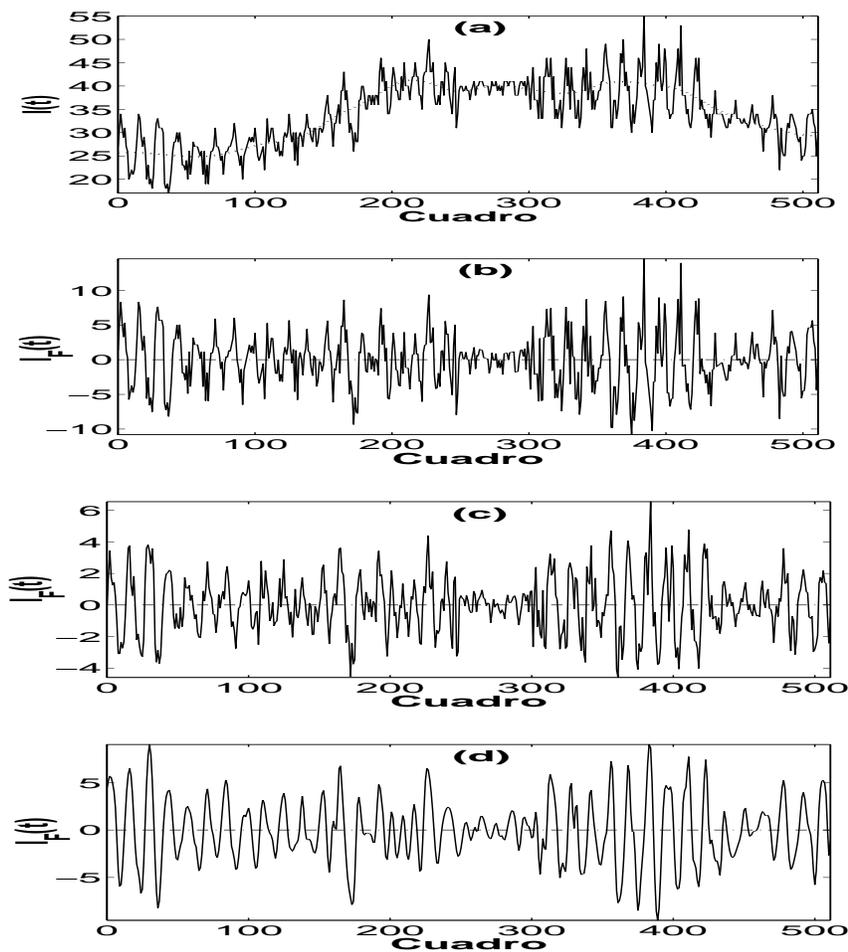


Figura 5.4: (a) Intensidad de entrada y la media estimada con EMD; (b), (c), (d) intensidades obtenidas con las técnicas HT, FT y HT+EMD, respectivamente.

5.3. Técnica alternativa de medición de fase basada en la transformada de Hilbert y la descomposición empírica de modos

Recientemente, Baldi et al. [Baldi et al., 2007] propusieron una técnica de medición de fase para usar en interferometría de speckle temporal que está basada en la transformada de Hilbert y la descomposición empírica de modos. Si bien dicha técnica es similar a la propuesta por el autor de esta Tesis, la diferencia más importante entre ambos métodos se encuentra en la etapa de filtrado con EMD, dado que Baldi et al. sólo recuperan la primera IMF y descartan las restantes componentes. Sin embargo, se debe resaltar que dicho filtrado se puede llevar a cabo exitosamente siempre que el detalle más fino de la intensidad de entrada esté asociado a la deformación del objeto y no al ruido de speckle. Para lograr este propósito, la portadora debe ser suficientemente alta o el desplazamiento medido debe variar muy rápidamente. Si estos requerimientos no se verifican, el detalle más fino contendrá información no deseada y se introducirán errores muy importantes en las mediciones.

5.3.1. Frecuencia de entrada mínima

Con el objeto de determinar la mínima tasa de oscilaciones de la componente relevante cuando se aplica el método HT+EMD propuesto por Baldi et al., se analizó la recuperación de la fase en el caso de la función de tipo chirp parabólico descrita por la Ec. (5.1), pero con una frecuencia angular de entrada entre los valores $\omega_1 = \pi/4$ y $\omega_2 = 2\pi/3$ rad/muestra. El gráfico de esta función se muestra en la Fig. 5.5.

Se debe observar que el ruido de alta frecuencia sólo se puede detectar en algunos instantes iniciales de la evolución temporal de la mencionada función de tipo chirp y que su presencia queda enmascarada en la segunda mitad del intervalo analizado. Por lo tanto, cabe esperar que la primera IMF contenga información de la deformación del objeto en instantes posteriores a $t = 1000$.

Esta conclusión se puede corroborar observando la Fig. 5.6, donde se muestra la

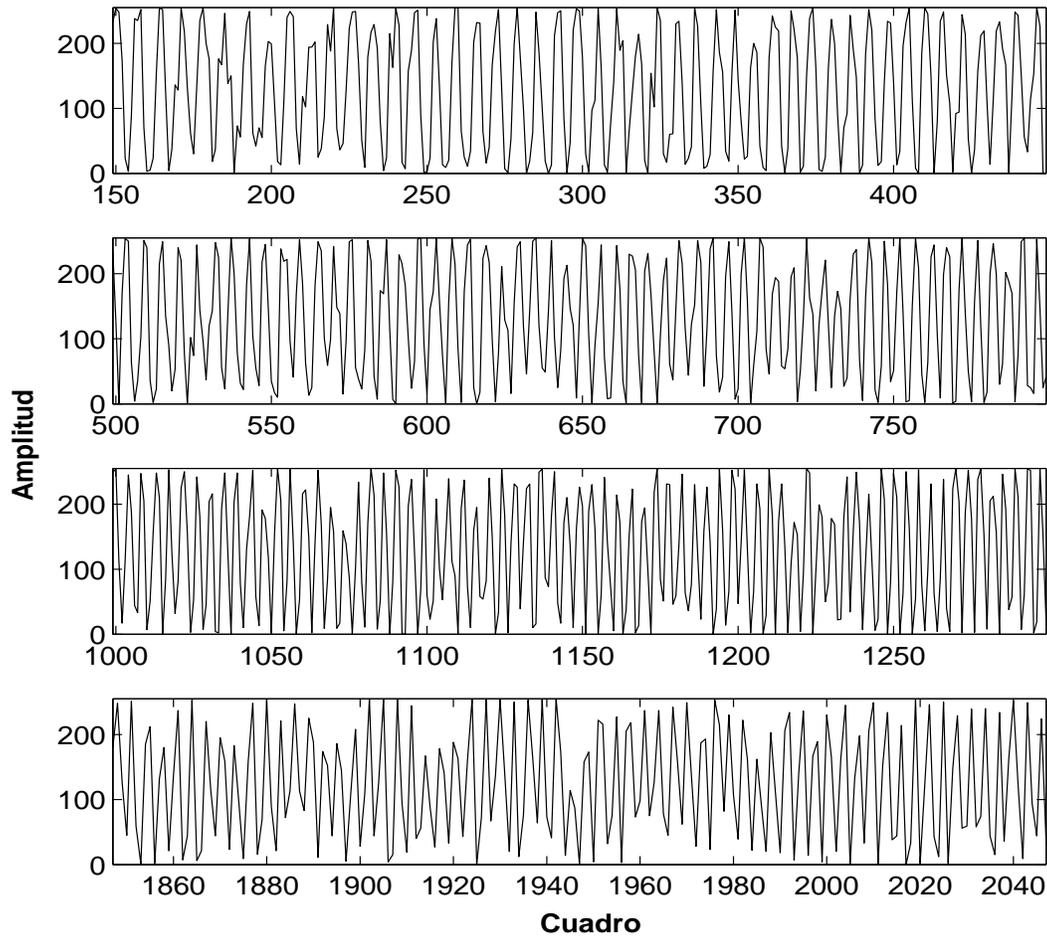


Figura 5.5: Función de tipo chirp parabólico contaminada con ruido de fase usada para analizar el método de Baldi et al.

señal de entrada y la primera IMF $c_1(t)$ determinada con el método EMD. En esta figura sólo se grafican los valores obtenidos en los primeros 800 cuadros, dado que en el intervalo entre 0 y $t = 600$ el ruido se manifiesta intermitentemente al sumarse en contrafase con la componente de entrada. A partir de $t = 600$, la primera IMF no distingue al ruido de speckle y contiene fundamentalmente la información asociada a la deformación del objeto.

En la Fig. 5.7(a) se muestra la evolución temporal de la fase de entrada y la fase recuperada con el método de Baldi et al. a partir de la primera IMF. El error absoluto entre ambas distribuciones temporales de fase se muestra en la Fig. 5.7(b). En esta

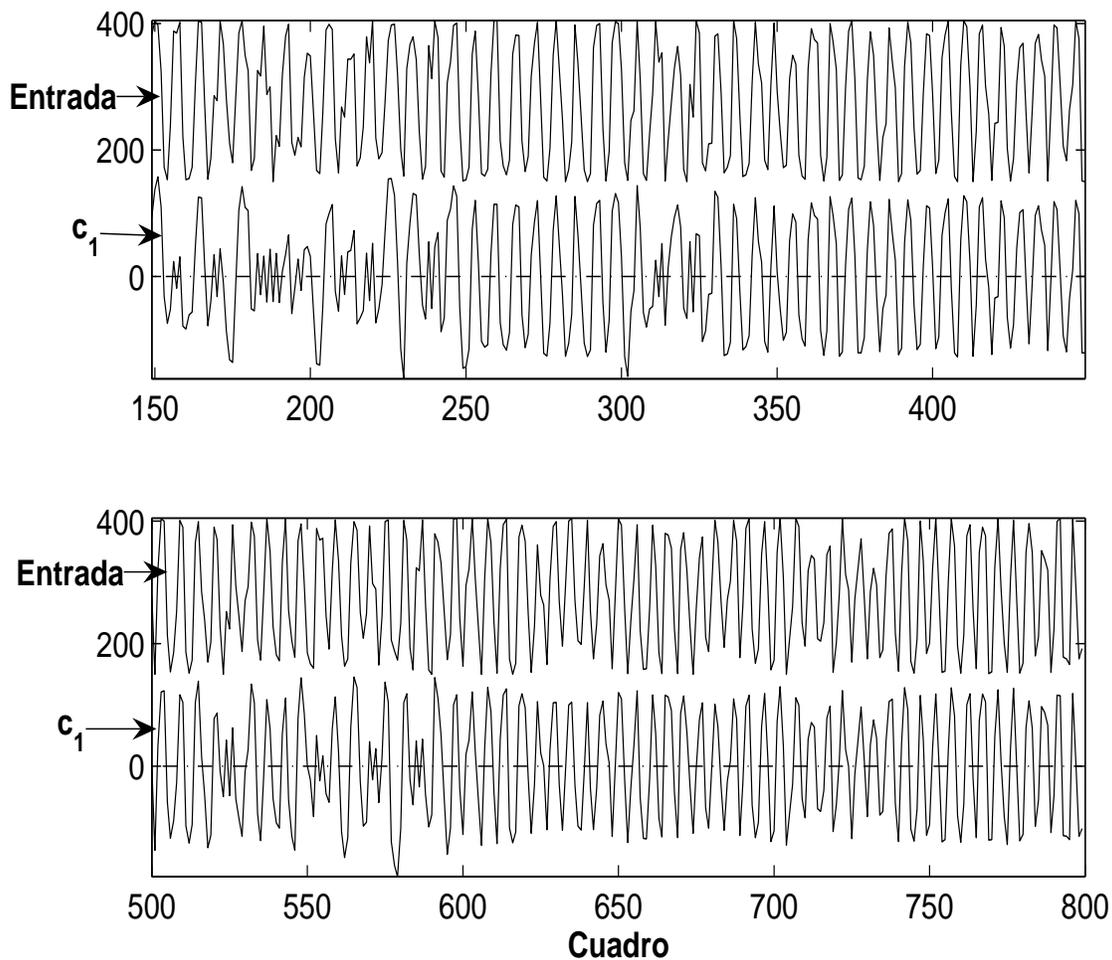


Figura 5.6: Señal de entrada y la primera IMF c_1 .

última figura se observa que los desenganches de fase sólo se producen en tiempos menores a $t = 600$, donde la frecuencia angular de entrada vale aproximadamente 1,17 rad/muestra.

Por lo tanto, el método propuesto por Baldi et al. funciona de manera fiable siempre que la cámara de video adquiera menos de 5 cuadros por período de la componente asociada a la deformación y a la portadora.

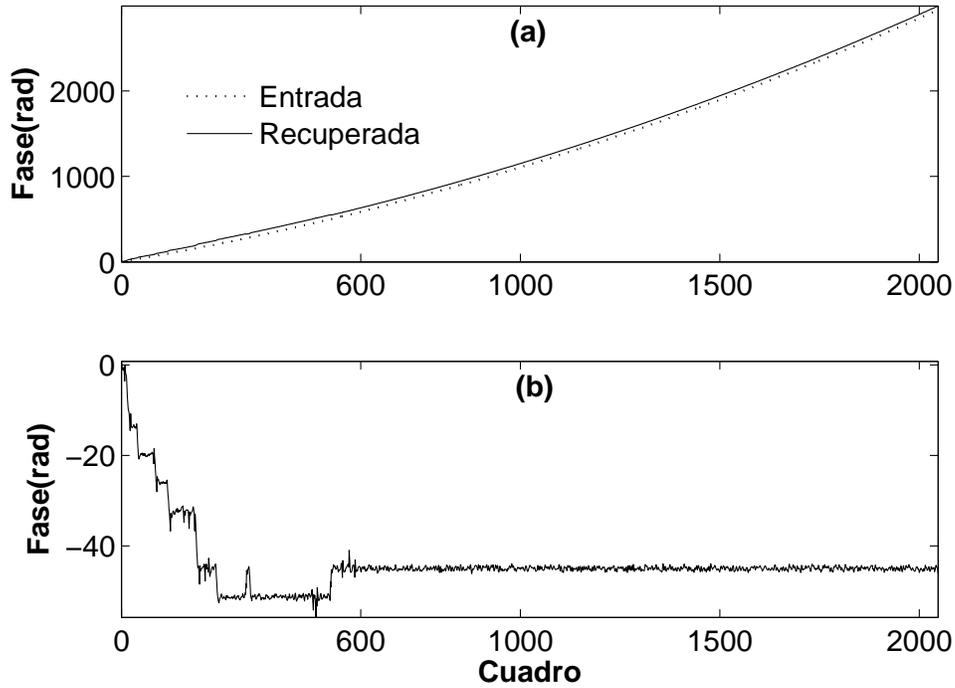


Figura 5.7: Resultados de la aplicación de la técnica HT+EMD a la función de tipo chirp exhibida en la Fig. 5.1: (a) evolución temporal de la fase de entrada y la fase recuperada; (b) error absoluto entre las secuencias graficadas en (a).

5.3.2. Frecuencia de entrada máxima

Rilling et al. [Rilling et al., 2003] investigaron las limitaciones del algoritmo EMD cuando el mismo se aplica al análisis de un tono puro $x_f(t)$ de frecuencia cíclica f . En ese trabajo, la performance del método EMD se evaluó a través del error relativo $e(f)$ definido por

$$e^2(f) = \frac{\sum_t [x_f(t) - c_1(t)]^2}{\sum_t x_f^2(t)}, \quad (5.3)$$

y se observó que dicho error aumentaba aproximadamente con el cuadrado de la frecuencia. Debido a este comportamiento, el rendimiento del algoritmo HT+EMD propuesto por Baldi et al. disminuye considerablemente en las frecuencias cercanas al límite de Nyquist. Se debe notar que este resultado constituye un aval a favor del método de evaluación de fase propuesto por el autor de esta Tesis, dado que el mismo opera en frecuencias más bajas que la técnica HT+EMD propuesta por Baldi et al. A modo de ejemplo, si el error relativo $e(f)$ se desea acotar a $1/16$, entonces

mediante los resultados obtenidos por Rilling et al. se puede anticipar que la frecuencia cíclica de la señal de entrada debe ser menor a $1/8$. Por lo tanto, la cámara de video deberá adquirir más de 8 cuadros por ciclo de la componente fundamental. Como se mencionó en la sección anterior, la técnica de Baldi et al. se puede usar si la tasa de adquisición es mayor a 5 cuadros por período, con lo cual el error se acota a sólo $1/4$.

Resumiendo, la componente del desplazamiento se puede detectar con el método de Baldi et al. cuando se usa una tasa de adquisición mayor a 5 cuadros por período de la componente relevante, pero a costa de errores no despreciables que se introducen en la etapa de filtrado con EMD. Esta limitación se acentuará en las regiones de baja relación señal-ruido debido a las siguientes razones: (a) la disminución de la amplitud repercute en incrementos del error relativo $e(f)$ al calcular la componente relevante, y (b) a mayor frecuencia de entrada se acentúa el enmascaramiento del ruido, lo cual imposibilita su filtrado y puede introducir importantes errores de medición.

5.3.3. Intervalos de frecuencia de entrada cuando se usan ambos métodos basados en la transformada de Hilbert y la descomposición empírica de modos

Usando los resultados obtenidos a través de los ejemplos numéricos analizados en las secciones 5.1 y 5.3.1, en la Fig. 5.8 se presentan los intervalos de frecuencia que debe tener la componente oscilatoria relevante. En dichos intervalos, los dos métodos HT+EMD, el descrito por el autor de esta Tesis y el desarrollado por Baldi et al., funcionan confiablemente. Se debe mencionar que dichos intervalos fueron deducidos sin contemplar variaciones de las intensidades media y de modulación, por lo que su validez resulta limitada.

El método propuesto por Marengo Rodriguez et al. funciona mejor en frecuencias angulares menores a $0,76$ rad/muestra. En este rango, la primera IMF siempre representará a una contribución de ruido. En la Fig. 5.8 se agregó el valor $\omega_1 = 0,2$ rad/muestra como cota inferior del intervalo de frecuencia en el que se puede asegurar que la información relevante se encuentra desde la segunda IMF en adelante.

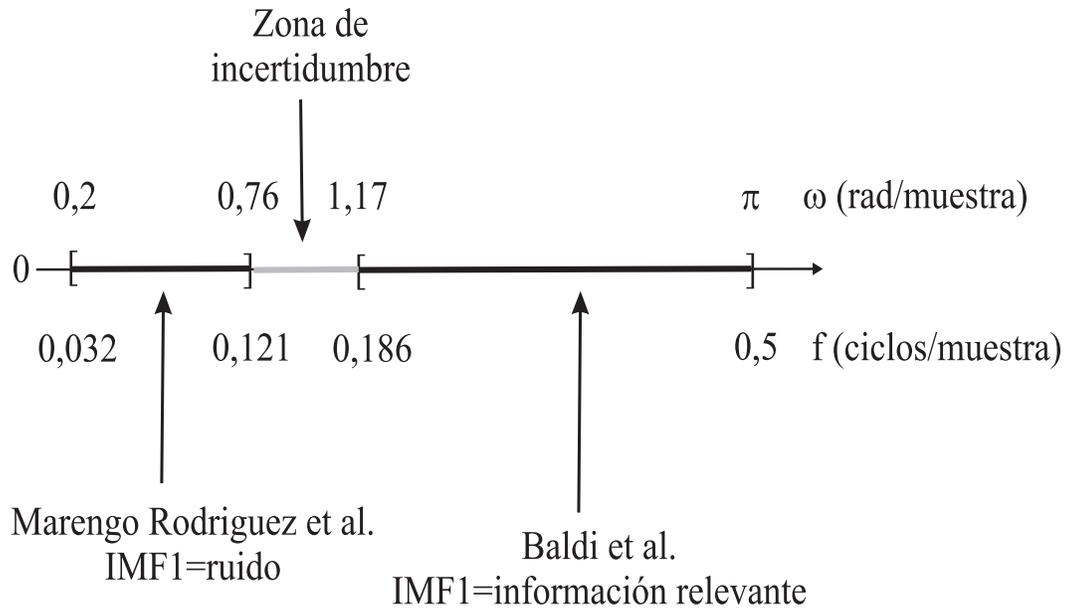


Figura 5.8: Intervalos de frecuencia de entrada en los cuales funcionan fiablemente ambos métodos HT+EMD.

La primera IMF representará a la componente de interés siempre que la intensidad detectada por la cámara de video oscile a una velocidad mayor que 1,17 rad/muestra. Idealmente, este resultado debería verificarse hasta el límite de Nyquist. Por esta razón, en la Fig. 5.8 se incluye el intervalo de funcionamiento del método de Baldi et al. como $1,17 \leq \omega \leq \pi$, aunque no se deben ignorar los errores que se introducen al extraer la primera IMF en las altas frecuencias, tal como fue mencionado en la sección 5.3.2.

En la Fig. 5.8 también se incluye en gris el intervalo de incertidumbre $0,76 < \omega < 1,17$ en el cual no se puede asegurar si la primera IMF representa ruido o información de interés para la medición. Este resultado muestra que se debe evitar el registro de secuencias de interferogramas de speckle que generen intensidades temporales cuya componente relevante oscile en el intervalo previamente mencionado.

5.3.4. Comparación de ambos métodos basados en la transformada de Hilbert y la descomposición empírica de modos

En esta sección se presenta una comparación entre los errores introducidos por el método HT+EMD descrito por el autor de esta Tesis y la técnica desarrollada por Baldi et al., cuando ambas metodologías se aplican para determinar las distribuciones de fase generadas en interferometría de speckle temporal. Esta comparación se realizó usando la fase contenida en una función de tipo chirp parabólico que tiene 255 niveles discretos de amplitud, ruido de fase uniforme en $(-\pi/4, \pi/4)$ y una portadora de forma que la frecuencia de entrada respete las cotas estimadas en la sección 5.3.3. La portadora varía a una tasa de $\psi_1 = 0,4$ rad/muestra cuando se usa el método HT+EMD propuesto por Marengo Rodriguez et al. y $\psi_2 = \pi/2$ rad/muestra al utilizar la técnica HT+EMD alternativa. La fase a recuperar evoluciona con frecuencia angular monótona creciente entre los valores $\omega_{ent,min} = -0,2$ y $\omega_{ent,max} = 0,38$ rad/muestra luego de $N_t = 512$ cuadros.

Las fases de entrada y recuperadas se muestran en la Fig. 5.9. Por cuestiones de claridad se agregaron constantes adecuadas en ambos gráficos. De acuerdo a la Fig. 5.9, ambos métodos permiten una buena recuperación de la información de interés, pero se observa que la distribución de fase evaluada mediante la técnica de Baldi et al. contiene un mayor nivel de ruido.

Con el objeto de visualizar mejor los resultados obtenidos con ambos métodos, en la Fig. 5.10 se comparan los errores de fase absolutos. También se comparó el error rms σ producido por ambos métodos, el cual está definido como

$$\sigma^2 = \frac{1}{N_t} \sum_{t=0}^{N_t-1} [\Delta\phi(t) - \Delta\phi_u(t)]^2. \quad (5.4)$$

El error rms obtenido con el método propuesto por Marengo Rodriguez et al. era de 0,2593 y de 0,6643 el introducido por la técnica de Baldi et al. Estos valores confirman claramente la mejor performance generada por la técnica propuesta por el autor de esta Tesis. Se debe notar que dicha performance se incrementa aun más al

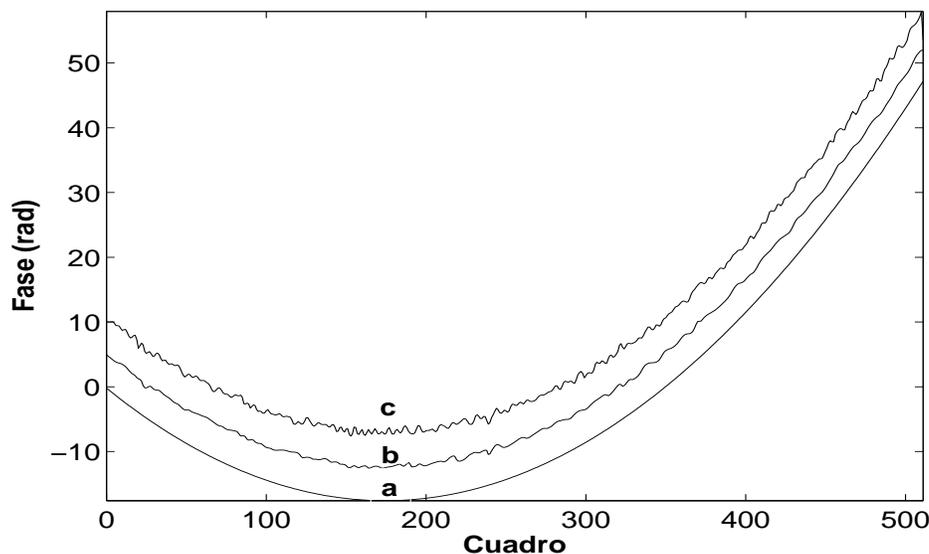


Figura 5.9: Distribuciones de fase de entrada (a) y recuperadas con los métodos propuestos por Marengo Rodriguez et al. (b) y por Baldi et al. (c).

tener en cuenta las variaciones de la intensidad media y de modulación, tal como se explicó al final de la sección 5.3.2.

5.4. Comparación entre las técnicas basadas en las transformadas de Hilbert y de Fourier y el método propuesto en esta Tesis

En esta sección se comparan los resultados obtenidos con las técnicas basadas en las transformadas de Hilbert y de Fourier y el método HT+EMD propuesto por el autor de esta Tesis. Este análisis se realizó a través de la simulación por computadora de secuencias temporales de interferogramas de speckle. En los tres métodos, la intensidad media se filtró mediante el algoritmo EMD.

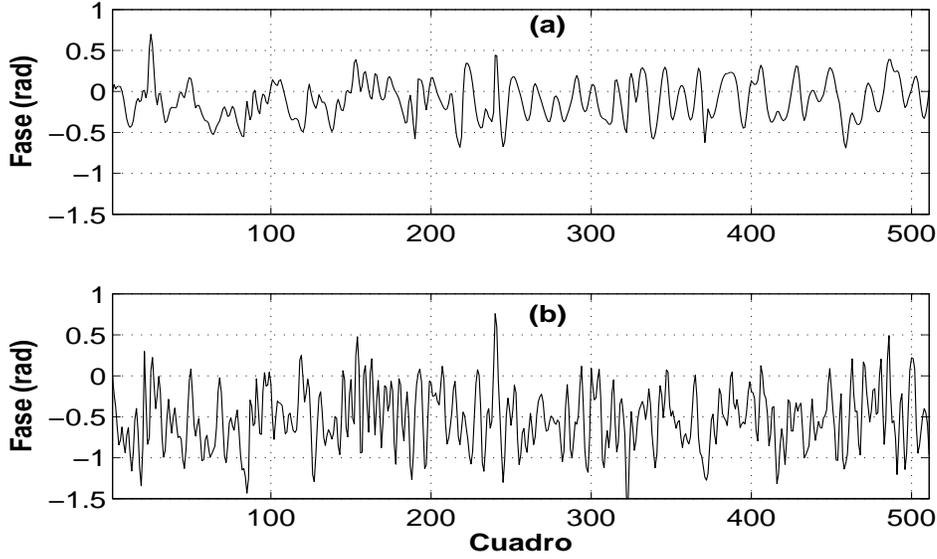


Figura 5.10: Error de fase absoluto introducido por los métodos propuestos por Marengo Rodriguez et al. (a) y Baldi et al. (b).

5.4.1. Simulación de secuencias de interferogramas de speckle introduciendo una portadora

Se simularon secuencias de interferogramas de speckle producidas por un interferómetro sensible a desplazamientos normales. Dicha simulación se llevó a cabo mediante el modelo matemático descrito en la sección 4.4, donde la intensidad de un interferograma $I(m, n, t)$ está expresada por

$$I(m, n, t) = |R \exp(i \alpha) + \mathcal{FT}^{-1}\{H(u, v) \mathcal{FT}\{\exp[i \phi(m, n, t) + i \phi_p(t)] U(m, n)\}\}|^2, \quad (5.5)$$

donde $t = 0, 1, \dots, N_t - 1$ es la coordenada temporal de la secuencia de $N_t = 512$ cuadros, $m, n = 0, 1, \dots, N - 1$ son las coordenadas espaciales de los $N^2 = 256 \times 256$ pixeles de la cámara de video, $\phi_p(t) = \psi t$ con $\psi \in \mathbb{R}$ es la fase introducida por la portadora en el haz del objeto, y $U(m, n)$ es una matriz compleja con fase aleatoria $\phi_r(m, n, t_0)$ uniformemente distribuida en el intervalo $(-\pi, \pi)$.

La distribución de fase temporal $\phi(m, n, t)$ que codifica al desplazamiento del

objeto se consideró como

$$\phi(m, n, t) = N \exp \left[-\frac{(n - \frac{N}{2})^2 + (m - \frac{N}{2})^2}{4N^2} \right] g(t), \quad (5.6)$$

donde $g(t)$ es la función que gobierna la evolución temporal de cada pixel (m, n) según

$$g(t) = C_1 \left\{ \exp \left[\left(\frac{1}{2} \right)^k \right] - \exp \left[\left(\frac{1}{2} - \frac{t}{N_t} \right)^k \right] \right\}. \quad (5.7)$$

Se debe aclarar que en la Ec. (5.7), k es un parámetro que controla el tipo de evolución temporal que tiene la distribución de fase a recuperar, tomando los valores $k = 2$ ó $k = 3$ según la misma sea bidireccional o unidireccional, respectivamente. Además, C_1 es una constante que regula la velocidad de la deformación, tal que $C_1 = 0,2/0,64$ para $k = 2$ y $C_1 = 0,25/0,423$ para $k = 3$. Con estos valores, se genera un desplazamiento temporal como se muestra en la Fig. 5.11(a), escalado por el segundo factor de la Ec. (5.6) que posee un valor máximo unitario en el pixel $(256, 256)$ y disminuye con el aumento de la distancia a ese pixel, hasta un valor mínimo de 0,88 aproximadamente. Resulta importante notar que para $k = 2$ (ver Fig. 5.11(a)), la deformación del espécimen arranca desde $\phi(m, n, 0) = 0$, alcanza su valor máximo en $t = 257$ (ver Fig. 5.11(b)) y finalmente vuelve a su estado inicial verificando $\phi(m, n, N_t - 1) = \phi(m, n, 0)$. Cuando $k = 3$ (ver Fig. 5.11(a)), el desplazamiento introducido es unidireccional y alcanza su valor final con una distribución similar a la exhibida en la Fig. 5.11(b).

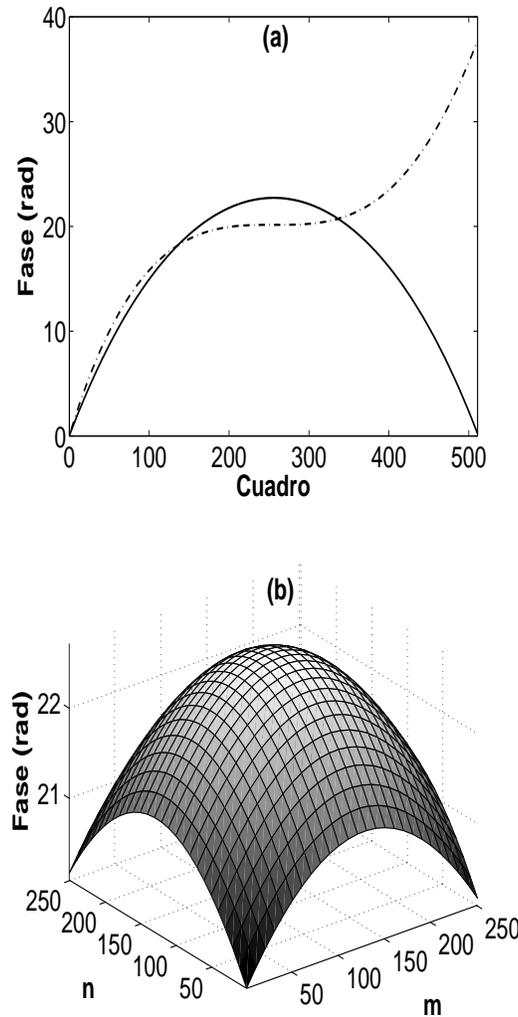


Figura 5.11: Distribución de fase usada en la simulación numérica: (a) historia temporal con $k = 2$ (línea continua) y $k = 3$ (línea de trazos); (b) distribución espacial con $t = 257$ y $k = 2$.

También se debe destacar que la constante C_1 se eligió con los valores citados previamente, con el propósito de limitar la velocidad máxima del desplazamiento a 0,2 y 0,25 rad/muestra para $k = 2$ y $k = 3$, respectivamente. De esta forma, la mínima tasa de variación de fase resultó ser aproximadamente igual a $-0,2$ y 0 rad/muestra para los mencionados valores de k .

En lo que respecta a la portadora, se realizó el ajuste de su incremento diferencial ψ con el fin de obtener señales temporales de intensidad que respeten el límite de Nyquist [Marengo Rodriguez et al., 2008] y también para permitir la discriminación

del ruido de acuerdo a la descripción de la Fig. 5.8. Por lo tanto, se adoptó $\psi = 0,4$ rad/muestra, siendo éste un valor muy cercano a la portadora empleada por Madjarova y Kadono [Madjarova and Kadono, 2003] en un ensayo experimental.

Como se mencionó en la sección 4.4, la matriz $U(m, n)$ de la Ec. (5.5) refleja la rugosidad superficial del objeto. Dado que la misma varía lentamente en el tiempo en relación a la distribución de fase a recuperar, se consideró una dependencia temporal $\phi_r(t)$ en la fase de la mencionada matriz de naturaleza aleatoria con distribución uniforme en $(-\pi/4, \pi/4)$.

Para los restantes parámetros de la simulación se eligieron los siguientes valores: fase del haz de referencia $\alpha = 0$, relación entre éste y el haz promedio del objeto $R = \{2, 4, 6\}$, y tamaño promedio del grano $s = \{1, 2, 3\}$ pixeles.

5.4.2. Resultados obtenidos al analizar datos simulados

Resulta importante destacar que la performance de cada método queda determinada por su robustez frente a las disminuciones que aparecen en la relación señal-ruido de las intensidades de entrada. En todos los casos analizados, se verificó que el método HT+EMD es más robusto que los basados en las transformadas de Hilbert y de Fourier, particularmente en los pixeles con baja intensidad de modulación [Marengo Rodriguez et al., 2008]. Un ejemplo de este tipo de pixel se ilustra en la Fig. 5.12, que corresponde a la posición (83, 190) del caso simulado con $k = 3$, $s = 1$, $R = 2$. La intensidad de entrada detectada por la cámara de video (ver Fig. 5.12(a)) se descompone con el método EMD, de manera de remover la intensidad media (ver curva de trazos de la Fig. 5.12(a)) y resulta la señal exhibida en la Fig. 5.12(b).

La posterior aplicación de filtrado espectral a la intensidad en la Fig. 5.12(b) genera la secuencia que se muestra en la Fig. 5.12(c). Como se puede observar, las mencionadas señales filtradas contienen ruido que influye decisivamente en las regiones de baja amplitud, produciendo aumentos excesivos en la tasa de oscilación alrededor del cero. Este problema se puede minimizar filtrando el detalle más fino con el método EMD (ver Fig. 5.12(d)), el cual corresponde a la primera IMF obtenida en la descomposición.

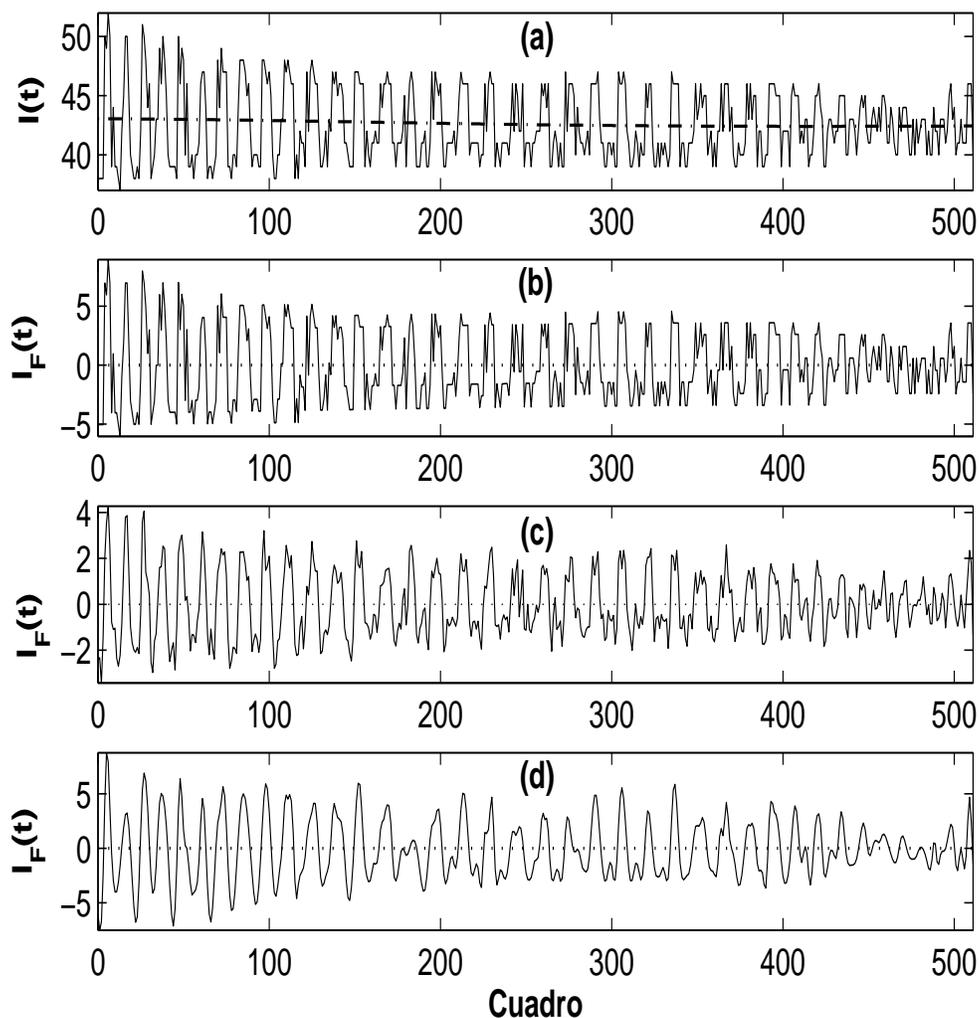


Figura 5.12: Señales generadas por un pixel con baja modulación: (a) intensidad detectada por la cámara de video (línea continua) y media determinada mediante el método EMD (línea de trazos); (b), (c) y (d) intensidad filtrada con los métodos HT, FT y HT+EMD, respectivamente.

Las distribuciones de fase recuperadas con los tres métodos que corresponden al pixel previamente mencionado se muestran en la Fig. 5.13. Se observa que la presencia de ruido en las regiones de baja amplitud que presenta la intensidad filtrada condiciona fuertemente el rendimiento de las técnicas basadas en las transformadas de Hilbert y de Fourier. En particular, este problema se manifiesta en las vecindades de los cuadros $t = 200$ y $t = 400$. Sin embargo, el método propuesto por Marengo

Rodriguez et al. permite una mejor detección de la distribución de fase.

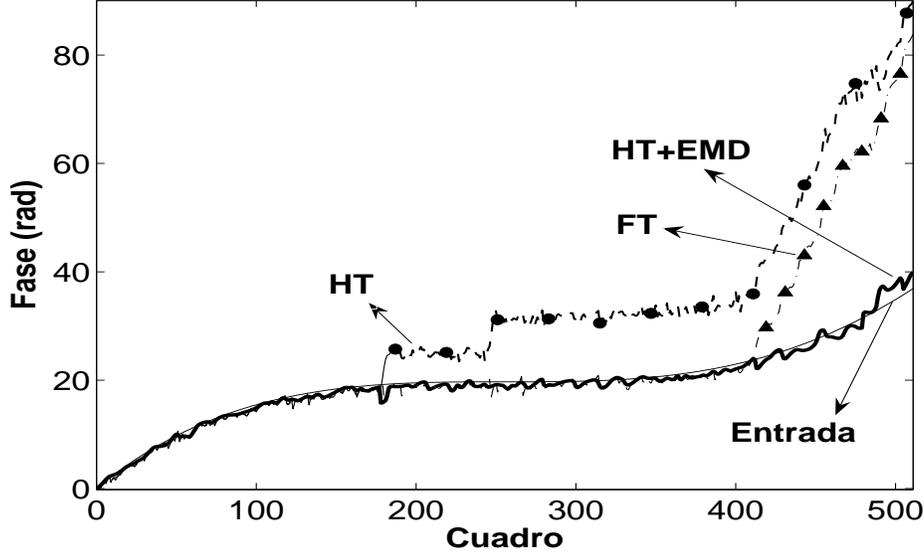


Figura 5.13: Distribuciones de fase de entrada y recuperadas con los métodos HT, FT y HT+EMD.

En los intervalos donde la fase de entrada evoluciona casi 2π rad, los fasores que se recuperan mediante las técnicas de HT y FT giran mucho más que una vuelta, a diferencia del fasor obtenido con el método HT+EMD el cual representa a la señal analítica original con mayor fidelidad. Este resultado aparece por ejemplo en los cuadros posteriores a $t = 400$ de la Fig. 5.13, tal como se observa en la Fig. 5.14.

Resulta importante tener en cuenta que la situación recién descrita, correspondiente al mencionado pixel con baja modulación, es representativa de los problemas que aparecen en numerosos puntos de los interferogramas de speckle analizados.

El rendimiento de cada uno de los tres métodos para recuperar la distribución temporal de fase se evaluó mediante el cómputo del error cuadrático medio σ definido como [Marengo Rodriguez et al., 2008]

$$\sigma^2 = \frac{1}{K} \sum_{t=0}^{N_t-1} \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} [\Delta\phi(m, n, t) - \Delta\phi_u(m, n, t)]^2, \quad (5.8)$$

donde $\Delta\phi(m, n, t)$ es el cambio de fase de entrada con respecto al cuadro inicial en $t_0 = 0$ definido por la Ec. (5.6), $\Delta\phi_u(m, n, t)$ es el cambio de fase desenvuelta de la

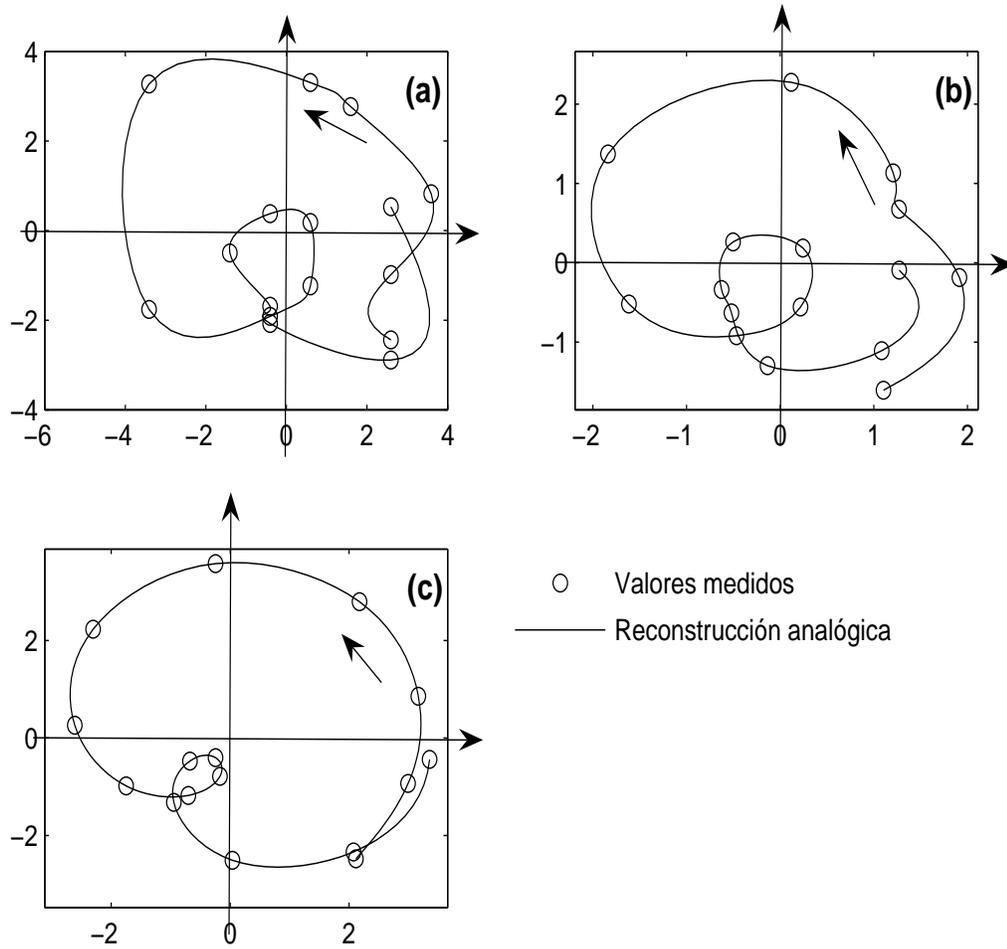


Figura 5.14: Fasores asociados a la intensidad analizada en la Fig. 5.12 usando los métodos: (a) HT; (b) FT; (c) HT+EMD.

serie temporal analizada expresado por $\Delta\phi_u(m, n, t) = \phi_u(m, n, t) - \phi_u(m, n, 0)$, y $K = N \times N \times N_t$.

Los resultados numéricos obtenidos luego de analizar las diferentes secuencias de interferogramas de speckle se resumen en la Tabla 5.1. La intensidad media se estimó como el resto de la descomposición obtenida mediante el método EMD cuando se aplica a cada intensidad de entrada, dado que los resultados no se modifican sensiblemente si se remueve también la IMF de orden N o incluso la de orden $N - 1$. Por lo tanto, al aplicar el método de EMD+HT se sigue verificando que la intensidad filtrada está expresada por $I_F(t) = \sum_{i=2}^N c_i(t)$.

En la Tabla 5.1 sólo se muestran los resultados obtenidos con $R = 2$, dado que el rendimiento de los tres métodos analizados no varía significativamente con R . También se debe mencionar que al aplicar la técnica basada en la transformada de Fourier se empleó una ventana rectangular suficientemente ancha a fin de optimizar su rendimiento.

Tabla 5.1: Error de fase rms σ obtenido con los tres métodos de medición en función de k y del tamaño promedio del grano de speckle s .

		σ (rad)		
	s	HT+EMD	HT	FT
$k = 2$	1	0,44	1,43	0,95
	2	1,38	3,69	3,58
	3	1,42	3,93	3,64
$k = 3$	1	0,47	1,17	0,79
	2	1,25	3,83	3,46
	3	0,92	3,68	3,40

Los resultados listados en la Tabla 5.1 ponen de manifiesto la superioridad del método HT+EMD frente a las técnicas basadas en las transformadas de Hilbert y de Fourier, para todos los casos estudiados [Marengo Rodriguez et al., 2008]. Asimismo, el rendimiento de estas dos últimas técnicas depende fuertemente del tamaño promedio del grano de speckle s , mientras que el método propuesto por el autor de esta Tesis es más robusto ante los cambios en dicha variable [Marengo Rodriguez et al., 2008].

La Tabla 5.1 también muestra la superioridad del método FT frente al basado en la transformada de Hilbert en todas las secuencias de interferogramas de speckle analizadas. Este resultado se debe a que el filtrado espectral de la intensidad remueve parte del ruido de speckle, proceso que la transformada de Hilbert ignora. No obstante, dicho filtrado es manual e insuficiente, por lo cual este problema es superado con el método EMD dada su naturaleza automática y adaptativa.

Como un ejemplo típico, la Fig. 5.15 muestra los espectros de amplitud generados por la intensidad exhibida en la Fig. 5.12. La Fig. 5.15(a) muestra la intensidad de entrada, la Fig. 5.15(b) exhibe la señal luego de remover la intensidad media obtenida con el método EMD y la ventana espectral empleada en el método FT, y la Fig. 5.15(c) muestra el espectro de la señal luego de remover la intensidad media y la primera IMF. La primera IMF tiene el espectro de amplitud graficado en la Fig. 5.15(d) y contiene al ruido. Esto se debe a que el método EMD se comporta como un filtro diádico [Wu, 2004] que discrimina muy bien a la componente de ruido, siempre que el espectro de esta última se aparte suficientemente del de la componente que contiene a la información de interés [Rilling and Flandrin, 2008].

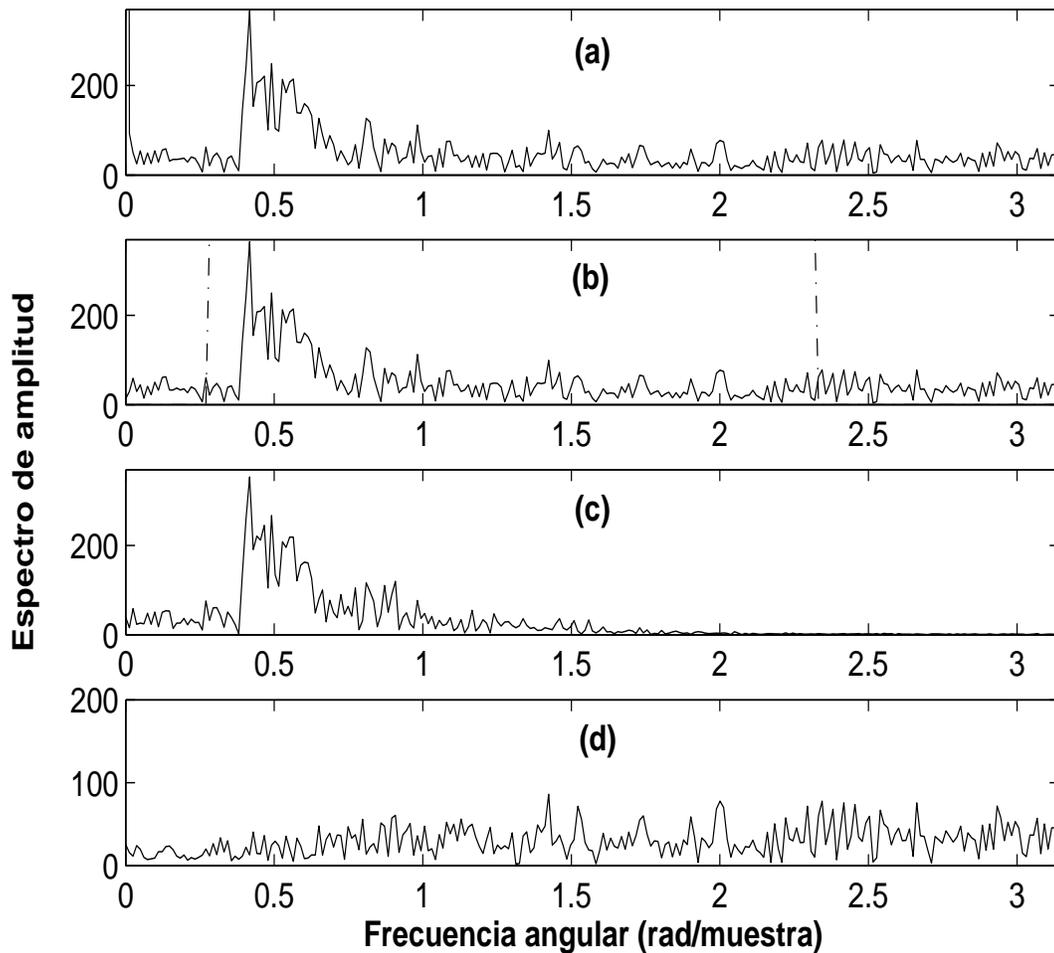


Figura 5.15: Espectros generados por la intensidad de la Fig. 5.12: (a) intensidad de entrada; (b) señal obtenida luego de remover la intensidad media obtenida con la técnica EMD (línea continua) y ventana usada con el método FT (línea de trazos); (c) señal obtenida luego de remover el ruido con el método EMD; (d) primera IMF.

Por lo tanto, los tres métodos para estimar distribuciones de fase en interferometría de speckle temporal siguen el siguiente orden de acuerdo a su rendimiento: HT+EMD, FT y HT.

Resulta importante mencionar que debido a los efectos de borde [Rilling et al., 2003], el análisis de las secuencias de interferogramas de speckle se realizó considerando todos los instantes de la evolución temporal, excepto las distribuciones de fase correspondientes a los primeros D y últimos D cuadros. Con el objeto de minimizar

la cantidad de datos eliminados, sólo se descartaron $D = 5$ cuadros en cada extremo de la secuencia de interferogramas de speckle. Este descarte es equivalente a tomar una cantidad que excede el 2% de los 512 interferogramas y eliminar dicho excedente en el cómputo de la distribución de fase $\phi_u(m, n, t)$.

A continuación se presenta un análisis estadístico de los tres métodos de recuperación de la distribución de fase previamente evaluados, adoptando el criterio de divergencia de fase según lo descrito en la Ec. (4.14) en el instante final de la evolución temporal. En cada distribución de fase recuperada, se determinaron las posiciones de los puntos divergentes y en cada uno se estimó el valor de la intensidad de modulación en el instante de desenganche de la fase. Para detectar dichos desenganches, se usaron los umbrales de fase $\varepsilon_\phi = 5$ y $\varepsilon_\phi = 10$ rad.

Se debe notar que los errores más importantes en la recuperación de la distribución de fase tienen lugar cuando $\phi_u(t)$ cambia en una magnitud múltiplo de 2π rad, a raíz del ruido residual que aparece en la intensidad filtrada. Dichos saltos son producidos por el algoritmo de desvoltura al detectar saltos no válidos en la fase envuelta (ver Fig. 4.27). Por esta causa, el umbral de $\varepsilon_\phi = 5$ rad permite detectar las posiciones donde se producen los saltos de magnitud cercanos o mayores a 2π rad, mientras que $\varepsilon_\phi = 10$ rad posibilita la ubicación de los puntos donde el desenganche es del orden o mayor a 4π . Como ejemplo típico, un salto de 2π es el que aparece en la Fig. 5.13 en un cuadro anterior a $t = 200$ al aplicar el método HT y está provocado por los dos cruces por cero que produce el ruido en la intensidad filtrada correspondiente a dicho instante (ver Fig. 5.12(b)). Por otro lado, los saltos en la fase recuperada mayores a 2π son producto de una sucesión de diferentes cruces por cero no válidos, prácticamente en ausencia de señal. Un ejemplo de esta situación se muestra en la Fig. 5.13 en los cuadros posteriores a $t = 400$ al usar los métodos HT y FT, provenientes de las Fig. 5.12(b) y 5.12(c), respectivamente.

La Tabla 5.2 lista la cantidad de puntos N_{crit} donde se producen los desenganches de 2π y la Tabla 5.2 presenta los puntos correspondientes a desenganches mayores a 2π que provienen de pixeles con baja intensidad de modulación. Se observa que ambas tablas avalan los resultados listados en la Tabla 5.1. Es decir, el método propuesto

Tabla 5.2: Cantidad de puntos con fase divergente N_{crit} de acuerdo al criterio adoptado en la Ec.(4.14) con umbral de fase $\varepsilon_\phi = 5$ rad.

		N_{crit}		
s		HT+EMD	HT	FT
	1	18	7387	5038
$k = 2$	2	254	13094	10991
	3	395	8205	3389
	1	17	1745	63
$k = 3$	2	368	8919	837
	3	322	6315	1146

por el autor de esta Tesis diverge en una cantidad mucho menor de puntos que al aplicar las otras dos técnicas. Asimismo, se confirma que la técnica HT es la más susceptible a errores y que el porcentaje de puntos divergentes depende fuertemente del tamaño promedio del speckle, tanto con el método HT como con la técnica FT. Sin embargo, el método HT+EMD es menos dependiente de dicho tamaño promedio. Además, la Tabla 5.2 permite inferir que si el desplazamiento medido es el correspondiente a $k = 2$, la técnica HT diverge 2π rad en un porcentaje de pixeles mayor al 11%, incluso hasta el 20% y el método FT diverge entre el 5% y el 16% de la totalidad de los puntos. Estos resultados implican que al usar dichas técnicas resulta indispensable aplicar una etapa de postprocesamiento. En contraste, el método HT+EMD propuesto por Marengo Rodriguez et al. diverge en menos del 0,6% de los puntos. Este resultado constituye un nuevo aval a favor de este último método.

La Tabla 5.3 muestra que la estimación de la fase realizada con las técnicas basadas en las transformadas de Hilbert y de Fourier producen una distribución $\Delta\phi_u(m, n, t)$ que presenta una cantidad no despreciable de puntos divergentes, que puede duplicar o incluso superar en un orden de magnitud a la cantidad de desenganches que produce el método HT+EMD.

El análisis estadístico se completa presentando los gráficos de los histogramas

Tabla 5.3: Cantidad de puntos con fase divergente N_{crit} de acuerdo al criterio adoptado en la Ec.(4.14) con umbral de fase $\varepsilon_\phi = 10$ rad.

		N_{crit}		
s		HT+EMD	HT	FT
	1	12	177	22
$k = 2$	2	158	1383	416
	3	244	817	462
	1	10	26	24
$k = 3$	2	101	648	353
	3	109	521	431

de las intensidades de modulación estimadas en los instantes de divergencia. Dichos histogramas corresponden a un caso típico con $k = 2$ y $s = 1$, y se muestran en la Fig. 5.16.

Al usar el umbral $\varepsilon_\phi = 5$ rad se confirma que el método HT+EMD produce un desenganche de 2π cuando la modulación es cercana a la unidad, es decir prácticamente en ausencia de información (ver Fig. 5.16(a)). La Fig. 5.16(b) muestra que el método HT es más susceptible a bajas modulaciones debido a la influencia del ruido de speckle cuando la oscilación de $I_F(t)$ cruza el cero. Un resultado similar se obtiene con la técnica FT (ver 5.16(c)). Las Figs. 5.16(d), 5.16(e) y 5.16(f) confirman que los desenganches bruscos se originan en ausencia de intensidad de modulación, si bien el método HT diverge en algunos puntos con baja modulación por su extremada sensibilidad al ruido como se explicó previamente.

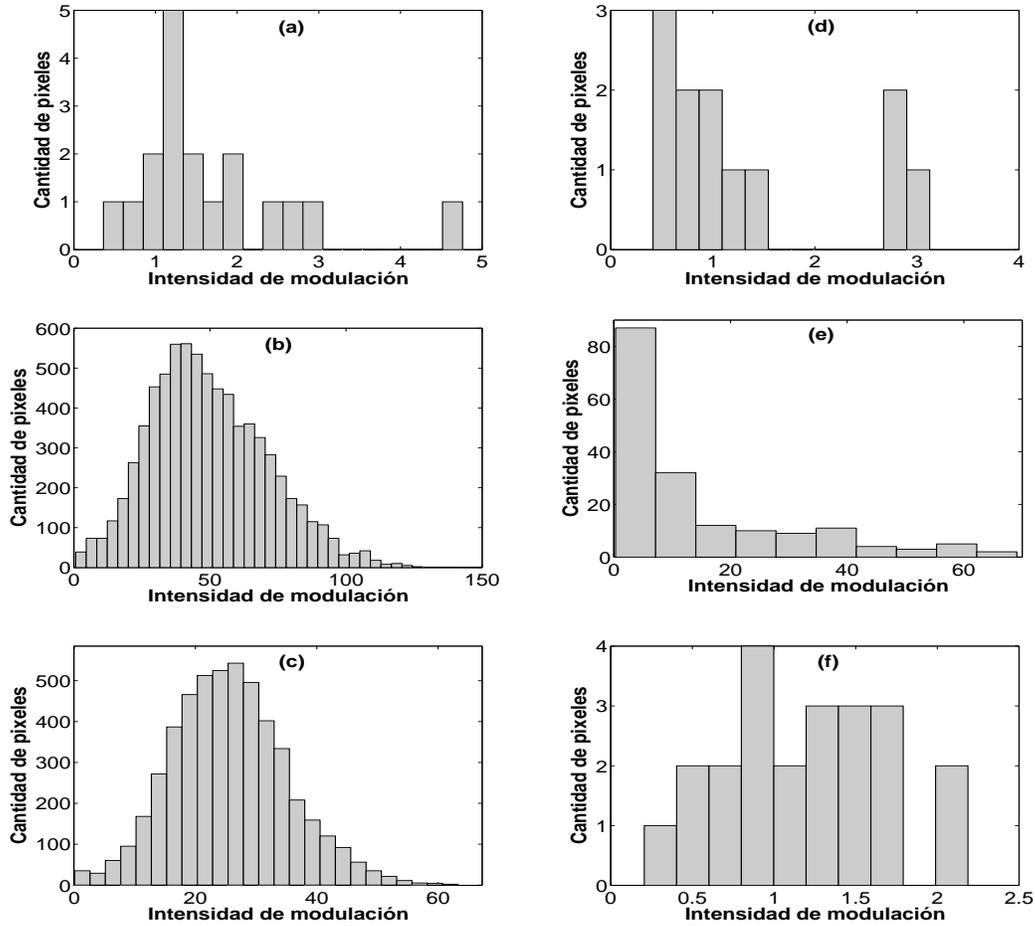


Figura 5.16: Histogramas de la intensidad de modulación estimada en el caso $k = 2$ y $s = 1$ en los puntos donde la fase diverge en $\varepsilon_\phi = 5$ rad (columna izquierda) y $\varepsilon_\phi = 10$ rad (columna derecha) al aplicar los métodos HT+EMD (fila superior), HT (fila central) y FT (fila inferior).

5.5. Conclusiones

Los tres métodos para evaluar las distribuciones de fase generadas en interferometría de speckle temporal que se comparan en este capítulo convierten a la intensidad de entrada en una señal compleja que se puede aproximar a la señal analítica. Debido a la equivalencia entre los métodos de estimación de fase basados en las transformadas de Hilbert y de Fourier, se concluye que el ruido y la intensidad de modulación son los factores de mayor influencia que deben tenerse en cuenta para una evaluación precisa de la distribución de fase. Para minimizar estas influencias sin la asistencia de un

operador, el autor de esta Tesis propone la aplicación del método de descomposición empírica de modos. El análisis de la intensidad temporal de entrada mediante la técnica basada en la transformada de Hilbert, cuando dicha señal se preprocesa con el método de descomposición empírica de modos, genera una nueva metodología para estimar distribuciones de fase en interferometría de speckle temporal.

En este capítulo también se presenta un estudio numérico para evaluar el método HT+EMD propuesto en esta Tesis mediante secuencias de interferogramas de speckle generados por computadora y modulados por una portadora temporal. Las secuencias de interferogramas de speckle se generaron usando diferentes distribuciones de fase, tamaño promedio de speckle y ruido. Como la fase codificada en cada secuencia de interferogramas es conocida, la fase estimada se puede usar para determinar el error cuadrático medio que introduce cada una de las técnicas analizadas.

Mediante el análisis numérico realizado se demuestra que las técnicas basadas en las transformadas temporales de Hilbert y de Fourier pueden ser optimizadas gracias a las ventajas que posee el método de descomposición empírica de modos para filtrar la intensidad media en forma automática y adaptativa. También se analiza un método alternativo que emplea la descomposición empírica de modos y la transformada de Hilbert, y se presentan algunas limitaciones del mismo. A través de un ejemplo se demuestra que su rendimiento es menor al del método HT+EMD propuesto en esta Tesis debido al enmascaramiento que sufre el ruido cuando la frecuencia de la componente de interés es alta.

En todos los casos analizados en el estudio numérico realizado, se demuestra que el método FT introduce errores más pequeños que el basado en la transformada de Hilbert, dado que el filtrado espectral reduce la influencia del ruido. La comparación realizada también demuestra que el método HT+EMD propuesto en esta Tesis es la técnica de estimación de fase óptima y que además es la menos dependiente del tamaño promedio de los granos de speckle. Este resultado se debe a que el método HT+EMD recupera la señal analítica con mayor fidelidad gracias al filtrado adaptativo del ruido. El análisis estadístico llevado a cabo con las intensidades de modulación correspondientes a los puntos de divergencia confirma que el rendimiento de los tres

métodos de recuperación de la fase queda condicionado fuertemente por los píxeles de baja modulación. El método HT+EMD propuesto en esta Tesis es más preciso debido a que recupera la fase introduciendo errores de desenganche en una cantidad de puntos mucho menor que con las otras dos técnicas.

Resumiendo, el método HT+EMD propuesto en esta Tesis es el más robusto para estimar distribuciones de fase en interferometría de speckle temporal debido al filtrado óptimo y automático de la componente de ruido que contiene la intensidad de entrada, especialmente en las regiones de baja relación señal-ruido.

Conclusiones

Al aplicar una técnica de interferometría de speckle para medir el campo de desplazamientos producido por una componente mecánica sometida a cargas, se generan cambios en la distribución de fase que está codificada en la intensidad detectada por la cámara de video. Dicho campo de desplazamientos se puede medir usando interferometría de speckle digital o DSPI, mediante la cual se obtiene la distribución espacial de fase envuelta y luego se debe aplicar un algoritmo de desenvoltura de fase bidimensional. Los desplazamientos del objeto también se pueden determinar usando interferometría de speckle temporal o TSPI, la cual está basada en la adquisición de una secuencia de imágenes durante la historia de la deformación. Las ventajas que genera TSPI con respecto a DSPI son principalmente: mayor precisión, cálculos más simples y rango de medición más amplio.

En esta Tesis se evaluaron dos técnicas conocidas para recuperar la fase a través de la evaluación de la señal analítica determinada a partir de la intensidad correspondiente a cada pixel. Dichas técnicas están basadas en las transformadas temporales de Fourier y de Hilbert. Se presenta un análisis que demuestra que las bases teóricas de ambos métodos son comunes y se muestra que el rendimiento de cada uno queda determinado por sus respectivos algoritmos. A través de varios ejemplos, también se pone de manifiesto que las performances de ambos métodos se encuentran condicionadas particularmente en las regiones de baja intensidad de modulación, es decir donde la relación señal-ruido alcanza valores mínimos. El ruido influye en estas regiones de forma decisiva, dado que el mismo incrementa notablemente la tasa de cruces por cero y distorsiona considerablemente la estimación de la señal analítica. Por estas causas, resulta indispensable filtrar el ruido con el objeto de optimizar el

rendimiento de la medición.

En esta Tesis se propone filtrar la intensidad de entrada mediante el método de descomposición empírica de modos o EMD. La aplicación de este método y del basado en la transformada de Hilbert constituyen la técnica denominada como HT+EMD. Se debe destacar que el algoritmo de EMD permite detectar en forma automática y adaptativa a las componentes con distinta resolución temporal. De esta forma, su uso permite discriminar el ruido y la media de la intensidad que contiene la información de interés. Estas características permiten que el método EMD genere un filtrado más eficiente e independiente del usuario. En particular, se muestra que la ventaja más importante que produce la aplicación del método EMD se manifiesta en las regiones de baja relación señal-ruido. Con el objeto de cuantificar las ventajas de este filtrado, con el método basado en la transformada de Hilbert se analiza una secuencia de interferogramas de speckle simulados por computadora en ausencia de portadora, con y sin el preprocesamiento con EMD. Mediante esta simulación se demuestra que el error de medición disminuye significativamente al aplicar el algoritmo de EMD, principalmente debido a los resultados obtenidos en las regiones de baja modulación. Asimismo, se ilustra la necesidad de aplicar un filtro espacial al campo de desplazamientos mediante un kernel gaussiano de 5×5 píxeles.

También se realiza una comparación entre los distintos métodos de medición de la distribución temporal de fase que se basan en la evaluación de la señal analítica. Se demuestra que las técnicas basadas en las transformadas temporales de Fourier y de Hilbert se pueden optimizar gracias al filtrado de la intensidad media que produce el algoritmo de EMD. Además, se analiza una metodología de medición de fase alternativa también basada en la transformada de Hilbert y en la descomposición empírica de modos. Se estudian sus limitaciones y mediante un ejemplo se demuestra que su rendimiento es inferior al método propuesto en esta Tesis. Finalmente, se analiza un conjunto de series de interferogramas de speckle simulados por computadora en presencia de una portadora, usando las técnicas basadas en las transformadas de Fourier y de Hilbert y en la propuesta en esta Tesis. Este análisis demuestra que los resultados obtenidos con el método de la transformada de Hilbert son superados por los

determinados con la transformada de Fourier, debido a que el filtrado espectral reduce parcialmente el ruido de speckle. Además, se demuestra que el preprocesamiento de la intensidad con el método EMD mejora sustancialmente los resultados anteriores, debido a la notable reducción del ruido de speckle que produce dicho algoritmo. Entre las ventajas generadas por el método de medición de fase propuesto en esta Tesis se destaca su robustez frente a variaciones del tamaño promedio del grano de speckle.

Para concluir, el método para recuperar la distribución temporal de fase que se propone en esta Tesis es el más preciso de las técnicas basadas en la evaluación de la señal analítica, especialmente en las regiones que contienen píxeles con baja relación señal-ruido.

Publicaciones del autor

- §1. Marengo Rodriguez, F. A., Federico, A., and Kaufmann, G. H. (2007). Phase measurement improvement in temporal speckle pattern interferometry using Empirical Mode Decomposition. *Optics Communications*, 275(1):38–41.
- §2. Marengo Rodriguez, F. A., Federico, A., and Kaufmann, G. H. (2007). Temporal speckle pattern interferometry: phase measurement improvement using Empirical Mode Decomposition. *In XII Reunión de Trabajo en Procesamiento de la Información y Control*. Río Gallegos, Argentina (en CD).
- §3. Marengo Rodriguez, F. A., Federico, A., and Kaufmann, G. H. (2007). Phase Estimation in Temporal Speckle Pattern Interferometry Using the Empirical Mode Decomposition Method. *Sexta Reunião Iberoamericana de Óptica (VI RIAO) e Nono Encontro Latinoamericano de Óptica, Lasers e suas Aplicações (IX OPTILAS)*. Campinas-São Paulo, Brasil (en CD).
- §4. Marengo Rodriguez, F. A., Federico, A., and Kaufmann, G. H. (2008). Hilbert transform analysis of a time series of speckle interferograms with a temporal carrier. *Applied Optics*, 47(9):1310–1316.

Bibliografía

- Abramowitz, M. and Stegun, I. A. Editors (1972). Orthogonal Polynomials In *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*, pages 771–802. New York, Dover, 9th printing.
- Baldi, A., Equis S., and Jacquot, P. (2007). Phase extraction in dynamic speckle interferometry by Empirical Mode Decomposition In *Experimental Analysis of Nano and Engineering Materials and Structures*, Gdoutos E. E., editor, pages 719–720. Springer, Netherlands.
- Bedrosian, E. (1963). A product theorem for Hilbert transforms, *Proceedings of the IEEE*, 51(5):868–869.
- Bernini, M. B., Federico, A. and Kaufmann, G. H. (2008). Noise reduction in digital speckle pattern interferometry using bidimensional empirical mode decomposition, *Applied Optics* 47(14):2592–2598.
- Bhuiyan, S. M. A. Adhami, R. R., and Khan, J. F. (2008). Fast and adaptive bidimensional empirical mode decomposition using a novel approach of envelope estimation, *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, Volume 2007, Issue 3. Hindawi, New York.
- Boashash B. (1992). Estimating and interpreting the instantaneous frequency of a signal, *Proceedings IEEE*, 80(4):520–568.
- Brown, G. M. and Smith, G. H. (1990). Dynamic computer aided video holometry, *Proceedings of SPIE*, 1162:36-45.

- Buckland, J. R., Huntley, J. M., and Turner, S. R. E. (1995). Unwrapping of noisy phase maps by use of a minimum-cost-matching algorithm. *Applied Optics*, 34:5100–5108.
- Carré, P. (1966). Installation et utilisation du comparateur photoélectrique et interférentiel du Bureau International des Poids et Mesures. *Metrologia*, 2:13–23.
- Charette, P. G., Hunter, P. J. and Hunter, I. W. (1997). Large deformation mechanical testing of biological membranes using speckle interferometry in transmission. 2. Finite element modeling, *Applied Optics*, 36(10):2246–2251.
- Colonna de Lega, X. (1997). *Processing of non-stationary interference patterns: adapted phase-shifting algorithms and wavelet analysis. Application to dynamic deformation measurements by holographic and speckle interferometry*. PhD thesis, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Suiza.
- Cooley, J. W. and Tukey, J. W. (1965). An Algorithm for the Machine Computation of the Complex Fourier Series In *Mathematics of Computation*, Oppenheim, A. V., editor, pages 297–301. Papers on Digital Signal Processing, MIT Press, Cambridge, Mass.
- Crinon, R. J. (1989). Sinusoid parameter estimation using the fast Fourier transform *IEEE International Symposium on Circuits and Systems*, 2:1033–1036.
- Cusack, R., Huntley, J. M., and Goldrein, H. T. (1995). Improved noise-immune phase unwrapping algorithm. *Applied Optics*, 34:781–789.
- Dolinko, A. E. and Kaufmann, G. H. (2007). Enhancement in flaw detectability by means of lockin temporal speckle pattern interferometry and thermal waves. *Optics and Lasers in Engineering*, 45(6):690-694.
- Fernandez Doval, A. M. (1997). *Una aproximación sistemática a la holografía-TV y desarrollo de nuevas técnicas para la cuantificación y el análisis de magni-*

- tudes dinámicas con periodicidad temporal*. PhD thesis, Departamento de Física Aplicada, Universidad de Vigo, Vigo, España.
- Floureaux, T. (1993). Improvement of electronic speckle fringes by addition of incremental images, *Optics and Lasers Technology*, 25(4):255–258.
- Frantz, L. M., Sawchuk, A. A., and Von der Ohe, W. (1979). Optical phase measurement in real time. *Applied Optics*, 18(19):3301–3306.
- Ghiglia, D. C., Mastin, G. A., and Romero, L. A. (1987). Cellular automata method for phase unwrapping. *Journal of the Optical Society of America*, 4(1):267–280.
- Ghiglia, D. C. and Romero, L. A. (1994). Robust two-dimensional weighted and unweighted phase unwrapping that uses fast transforms and iterative methods. *Journal of the Optical Society of America*, 11(1):107–117.
- Ghiglia, D. C. and Romero, L. A. (1996). Minimum L^p -norm two-dimensional phase unwrapping. *Journal of the Optical Society of America*, 13:1999–2021.
- Ghiglia, D. C. and Pritt, M. D. (1998). *Two dimensional phase unwrapping: Theory, algorithms and software*. John Wiley and Sons.
- Goldstein, R. M., Zebker, H. A., and Wernel, C. L. (1988). Satellite radar interferometry: Two dimensional phase unwrapping. *Radio Science*, 23(4):713–720.
- Gollub, G. H. and Van Loan, C. F. (1990). *Matrix Computations*, chapter Iterative methods for linear systems, pages 516–538. John Hopkins University Press, second edition.
- Gonzalez, R. C. and Woods, R. E. (2002). *Digital Image Processing*. Prentice Hall, New Jersey, second edition.
- Goodman, J. W. (1975). Statistical Properties of Laser Speckle Patterns. In *Laser Speckle and Related Phenomena*, Dainty J. C., editor, pages 9–75. Springer-Verlag, Berlin.

- Goodman, J. W. (1996). An introduction to Fourier Optics. MacGraw-Hill, New York, second edition.
- Hahn, S. L., (1996). *Hilbert Transforms in Signal Processing*. Artech House, London.
- Hariharan, P., Oreb, B. F., and Eiju, T. (1987). Digital phase-shifting interferometry: a simple error-compensating phase calculation algorithm. *Applied Optics*, 26(13):2504–2506.
- Haykin, S. (1994). *Communication Systems*, pages 79–83. Wiley, New York.
- Huang, N. E., Shen, Z., Long, S. R., Wu, M. C., Shih, H. H., Zheng, Q., Yen, N. C., Tung, C. C., and Liu, H. H. (1998). The empirical mode decomposition and the hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis. *Proceedings of the Royal Society London A*, 454:903–995.
- Huang, N. E. (2005). Introduction to the Hilbert-Huang Transform and its Related Mathematical Problems In *Hilbert-Huang Transform and its Applications*, Huang, N. E. and Shen, S. S. P., editors, pages 1–26. Greenbelt, Maryland.
- Huntley, J. M. (1989). Noise-immune phase unwrapping algorithm. *Applied Optics*, 28(15):3268–3270.
- Huntley, J. M. and Saldner, H. (1993). Temporal phase-unwrapping algorithm for automated interferogram analysis. *Applied Optics*, 32(17):3047–3052.
- Huntley, J. M. (1995). Random phase measurement errors in digital speckle pattern interferometry. *Proc. SPIE*, 2544:246–257.
- Huntley, J. M., Kaufmann, G. H., and Kerr, D. (1999). Phase-Shifted Dynamic Speckle Pattern Interferometry at 1 kHz. *Applied Optics*, 38(31):6556–6563.
- Huntley, J. M. (2001). Automated Analysis of Speckle Interferograms In *Digital Speckle Pattern Interferometry an Related Techniques*, Rastogi P. K., editor, pages 1–58. Wiley, West Sussex.

- Itoh, K. (1982). Analysis of the phase unwrapping problem. *Applied Optics*, 21(14):2470–2476.
- Joenathan, C., Franze, B., Haible, P., and Tiziani, H. J. (1998a). Large in-plane displacement measurement in dual-beam speckle interferometry using temporal phase measurement. *Journal of Modern Optics*, 45(9):1975–1984.
- Joenathan, C., Franze, B., Haible, P., and Tiziani, H. J. (1998b). Shape measurement by use of temporal Fourier transformation in dual-beam illumination speckle interferometry. *Applied Optics*, 37(16):3385–3390.
- Joenathan, C., Franze, B., Haible, P., and Tiziani, H. J. (1998c). Speckle interferometry with temporal phase evaluation for measuring large-object deformation. *Applied Optics*, 37(13):2608–2614.
- Joenathan, C., Haible, P., and Tiziani, H. J. (1999). Speckle interferometry with temporal phase evaluation: influence of decorrelation, speckle size, and nonlinearity of the camera. *Applied Optics*, 38:1169–1178.
- Johansson, M. (1999). *The Hilbert transform*. Master thesis, Vaxjo University, Suecia.
- Jones, R. and Wykes, K. (1989). *Holographic and Speckle Interferometry*. Cambridge Studies in Modern Optics. Cambridge University Press, second edition.
- Judge, T. R. and Bryanston-Cross, P. J. (1994). A review of phase unwrapping techniques in fringe analysis, *Optics and Lasers in Engineering*, 21(44):199–239.
- Kadono, H., Madjarova V. and Toyooka S. (2004). Dynamic ESPI (DESPI) and Hilbert transform method for deformation analysis of MEMS and very small object. *Proceedings of Photonics*, CD-ROM(OQC2.4), Cochin(India).
- Kaufmann, G. H. and Galizzi, G. E. (1998). Unwrapping of electronic speckle pattern interferometry maps: evaluation of an iterative weighted algorithm. *Optical Engineering*, 37(2):622–628.

- Kaufmann, G. H. and Galizzi, G. E. (2002). Phase measurement in temporal speckle pattern interferometry: comparison between the phase-shifting and the Fourier transform methods. *Applied Optics*, 41(34):7254–7263.
- Kaufmann, G. H. (2003a). Phase measurement in temporal speckle pattern interferometry using the Fourier transform method with and without a temporal carrier. *Optics Communications*, 217(1–6):141–149.
- Kaufmann, G. H. (2003b). Nondestructive testing with thermal waves using phase-shifted temporal speckle pattern interferometry. *Optical Engineering*, 42(7):2010–2014.
- Kerr, D., Kaufmann, G. H., and Galizzi, G. E. (1996). Unwrapping of interferometric phase-fringe maps by the discrete cosine transform. *Applied Optics*, 35(5):810–816.
- Krantz, S. G. (1999). *Handbook of Complex Variables*. Birkhauser, Boston.
- Kreis, T. (1996). *Holographic Interferometry: Principles and Methods*. Akademie Verlag, Berlin.
- Lehmann, M. (2001). Speckle Statistics in the Context of Digital Speckle Interferometry. In *Digital Speckle Pattern Interferometry and Related Techniques*, Rastogi P. K., editor, pages 1–58. Wiley, West Sussex.
- Lokberg, O. J. and Slettemoen, G. A. (1987). *Applied Optics and Optical Engineering*, pages 455–504. Academic Press, San Diego.
- Long, D. G. (2004). Comments on Hilbert Transform Based Signal Analysis, *MERS Technical Report # MERS 04-001*, Brigham Young University, Utah, USA.
- Loughlin, P. J. and Cohen, L. (2004). The Uncertainty Principle: Global, Local, or Both? *IEEE Transactions on Signal Processing*, 52(5):1218–1227.
- Maas, A. A. M. and Vrooman, H. (1988). Digital phase stepping speckle interferometry. *Proceedings of SPIE*, 952:196–198.

- Madjarova, V., Toyooka, S., Widiastuti, R., and Kadono, H. (2002). Dynamic ESPI with subtraction-addition method for obtaining the phase, *Optics Communications* 212(1–3):35–43.
- Madjarova, V. D. and Kadono, H. (2003). Dynamic electronic speckle pattern interferometry (DESPI) phase analyses with temporal Hilbert transform. *Optics Express*, 11(6):617–623.
- Madjarova, V. D., Kadono, H., and Toyooka, S. (2006). Use of dynamic electronic speckle pattern interferometry with the Hilbert transform method to investigate thermal expansion of a joint material. *Applied Optics*, 45(29):7590–7596.
- Marengo Rodriguez, F. A., Federico, A., and Kaufmann, G. H. (2007). Phase measurement improvement in temporal speckle pattern interferometry using Empirical Mode Decomposition. *Optics Communications*, 275(1):38–41.
- Marengo Rodriguez, F. A., Federico, A., and Kaufmann, G. H. (2008). Hilbert transform analysis of a time series of speckle interferograms with a temporal carrier. *Applied Optics*, 47(9):1310–1316.
- Marple, S. L. (1999). Computing the discrete-time analytic signal via FFT. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 47(9):2600–2603.
- The MathWorks (1996). *MATLAB Signal Processing Toolbox: Users guide*. The MathWorks, www.mathworks.com.
- Morgan, C. J. (1982). Least-squares estimation in phase-measurement interferometry. *Optics Letters*, 7(8)368:370.
- Nakadate, S. and Saito, H. (1985). Fringe scanning speckle-pattern interferometry. *Applied Optics*, 24(14):2172–2180.
- Oppenheim, A. V. and Schaffer, R. W. (1999). *Discrete - Time Signal Processing*. Prentice-Hall, New Jersey, second edition.

- Picinbono, B. (1997). On Instantaneous Amplitude and Phase of Signals, *IEEE Transactions on Signal Processing*, 45(3):552–560.
- Picinbono, B. (1998). Some Remarks on Instantaneous Amplitude and Frequency of Signals, *Proceedings of the IEEE-SP International Symposium on Time-Frequency and Time-Scale Analysis*, pages 293–300. Pittsburgh, PA, USA.
- Proakis, J. G. and Manolakis, D. (1996). *Digital Signal Processing*. Prentice Hall, New Jersey, third edition.
- Rasiah, A. I., Togneri, R. and Attikiouzel, Y. (1997). Modelling 1-D signals using Hermite basis functions. *IEE Proceedings Vision, Image and Signal Processing*, 144(6):345–354.
- Rastogi, P. K. (2001). *Digital Speckle Pattern Interferometry and Related Techniques*, chapter 3: Measurement of Static Surface Displacements, Derivatives of Displacements, and Three-dimensional Surface Shapes—Examples of Applications to Non-destructive Testing, pages 141-224. John Wiley & Sons, West Sussex, England.
- Rilling, G., Flandrin, P., Goncalves, P. (2003). On Empirical Mode Decomposition and its Algorithms, *IEEE-EURASIP Workshop on Nonlinear Signal and Image Processing NSIP-03*, Grado (I).
- Rilling, G. and Flandrin, P. (2008). One or Two Frequencies? The Empirical Mode Decomposition Answers, *IEEE Transactions on Signal Processing*, 56(1):85–95.
- Robinson, D. W. and Williams, D. C. (1986). Digital phase stepping speckle interferometry. *Optics Communications*, 57(1):26–30.
- Santoyo, F. M., Kerr, D. and Tyrer, J. R. (1988). Interferometric fringe analysis using a single phase step technique. *Applied Optics*, 27(17):4362–4364.
- Schwider, J., Burow, R., Elssner, K. E., Grazanna, J., Spolaczyc, R., and Merkel, K., (1983). Digital wave-front measuring interferometry: some systematic error sources. *Applied Optics*, 22(21):3421–3432.

- Schwider, J., Falkenstörfer, O., Schreiber, H., Zöller, A. and Streibl, N. (1993). New compensating four-phase algorithm for phase-shift interferometry. *Optical Engineering*, 32(8):1883–1885.
- Shen, M., Tang, H. and Li, B. (2007). The Modified Bidimensional Empirical Mode Decomposition for Image Denoising, *International Conference on Signal Processing Proceedings, ICSP*, Volume 4, Article number 4129824.
- Surrel, Y. (1993). Phase stepping: a new self-calibrating algorithm. *Applied Optics*, 32(19):3598–3600.
- Surrel, Y. (1996). Design of algorithms for phase measurements by the use of phase-stepping. *Applied Optics*, 35(1):51–60.
- Takeda, M. Ina, H., and Kobayashi, S. (1982). Fourier-transform method of fringe-pattern analysis for computer-based topography and interferometry. *Journal of Optical Society of America*, 72(1):156–160.
- Takeda, M. and Yamamoto, H. (1994). Fourier-transform speckle profilometry—three-dimensional phase measurements of diffuse objects with large height steps and/or spatially isolated surfaces. *Applied Optics*, 33(34):7829–7837.
- Tiziani, H. J. (2001). Progress in temporal speckle modulation. *Optik*, 112(9):370–380.
- Wu, Z. and Huang, N. E. (2004). A study of the characteristics of white noise using the empirical mode decomposition method, *Proceedings of the Royal Society London A*, 460:1597–1611.
- Wyant, J. C. (1975). Use of an ac heterodyne lateral shear interferometer with real-time wavefront correction systems. *Applied Optics*, 14:2622.
- Wyant, J. C. (1982). Interferometric optical metrology: basic principles and new systems. *Laser Focus*, 18(5):65–71.