MODELIZACIÓN DEL RUIDO DEL TRÁNSITO AUTOMOTOR

Federico Miyara Laboratorio de Acústica y Electroacústica Universidad Nacional de Rosario Riobamba 245 bis 2000 Rosario, Argentina E-mail: fmiyara@fceia.unr.edu.ar

<u>Resumen</u>: Se brindan los fundamentos físicos, estadísticos y algorítmicos de la predicción del ruido del tránsito automotor. Se desarrollan los conceptos de propagación del sonido en exteriores, incluyendo los efectos de la divergencia geométrica, atenuación en el aire, reflexión y absorción superficial, efectos del viento y los gradientes térmicos, potencia sonora emitida por un vehículo, efectos de la pendiente, aceleración y desaceleración, firma acústica, distribución espectral, intensidad y distribución estadística del tránsito, perfiles de velocidad, y las consecuencias sobre la magnitud, espectro y parámetros estadísticos del ruido total. Finalmente, se dan pautas para protocolos de medición y ajuste de los parámetros en situaciones específicas.

1 INTRODUCCIÓN

Existen varias razones por las que resulta interesante la posibilidad de predecir el ruido del tránsito automotor por una vía urbana o interurbana. En primer lugar, permite la evaluación del impacto acústico de una nueva obra vial o de infraestructura edilicia próxima a una vía existente, así como de cualquier modificación que afecte la intensidad o composición del tránsito. Éste es, actualmente, un requisito impuesto por diversas legislaciones para la aprobación de los respectivos proyectos o anteproyectos,^[1] y, en los casos en que la legislación no contemple tales estudios de impacto acústico, de todas maneras permite anticipar los conflictos potenciales que podrían originarse y tomar decisiones que permitan evitarlos o atenuarlos.

En segundo lugar, permite llevar a cabo zonificaciones o catastros acústicos sin recurrir a la realización de extensas y costosas campañas de medición. Esto es útil con el fin de programar o planificar el crecimiento y desarrollo urbanos, establecer áreas protegidas o sensibles, o distribuir racionalmente los usos del suelo.

En tercer lugar, dichas predicciones pueden emplearse para simplificar y reducir costos del trazado y actualización de mapas acústicos.^[2, 3] En efecto, a partir de una reducida cantidad de mediciones pueden ajustarse los parámetros de un modelo predictivo que permita la extrapolación a otros puntos y la actualización frecuente de los valores.

La predicción de diversos parámetros e indicadores relativos al ruido se realiza mediante modelos físicos que tienen en cuenta tanto las características de las fuentes (los vehículos y su distribución estadística en el espacio y el tiempo) como del medio en el que se propaga el sonido (el ambiente acústico, en el que se tienen en cuenta las particularidades de la edificación, las condiciones atmosféricas, la existencia de obstáculos, naturales o artificiales, etc.).^[4]

Con respecto a las fuentes, la caracterización acústica mínima corresponde al dato sobre la potencia acústica media emitida por cada vehículo bajo condiciones típicas de circulación. En el otro extremo, podría contarse, para cada tipo o modelo de vehículo, con información detallada de la potencia emitida bajo diversas condiciones de circulación (velocidades, aceleración y cargas), clasificada según bandas de frecuencia apropiadas (octava o tercio de octava) y según su distribución direccional. Otros datos relacionados con las fuentes es la distribución estadística de los ingresos a una cuadra, el perfil de velocidad medio y su dispersión estadística, la composición del parque automotor, etc.

En cuanto al medio de propagación, la información puede ser tan escueta como el tipo de perfil (en U, en L o abierto), o tan completa como una descripción detallada de la volumetría edilicia circundante, la temperatura, humedad y presión ambientes, el gradiente vertical de temperatura, la velocidad y dirección del viento, las propiedades acústicas de la calzada y otras superficies como las fachadas, el tipo de vegetación, etc. En la mayor parte de los casos la información disponible no será tan detallada ni en lo relativo a las fuentes ni a las condiciones de propagación. Es factible, en esos casos, obtener modelos de validez estadística cuyos parámetros puedan inferirse a partir de un número relativamente reducido de mediciones programadas para que su representatividad sea elevada.

Esta variedad de situaciones exige plantear modelos con diversos grados de detalle que permitan describir la situación acústica lo más precisamente posible para los datos que se puedan recolectar.

2 PROPAGACIÓN DEL SONIDO AL AIRE LIBRE

La propagación del sonido al aire libre está determinada por varios factores. En primer lugar, tenemos la divergencia geométrica, es decir la disminución de la intensidad sonora con el cuadrado de la distancia en el caso de una fuente puntual (divergencia esférica o hemisférica),

$$I(r) = I(r_0) \frac{r_0^2}{r^2},$$
 (1)

o con la distancia en el caso de una fuente lineal (divergencia cilíndrica):

$$I(r) = I(r_0) \frac{r_0}{r}.$$
 (2)

Los vehículos individuales pueden considerarse como fuentes puntuales, mientras que una autopista muy circulada es asimilable a una fuente lineal.

En segundo lugar aparece el fenómeno de atenuación de energía sonora en el aire, debido a la fricción y al intercambio de energía vibratoria y rotacional en las moléculas, que implica una atenuación adicional dada por

$$I' = e^{-\gamma_{\rm m} x} I, \qquad (3)$$

donde γ_m es el coeficiente de atenuación de energía, que depende de la temperatura, la humedad relativa ambiente y la frecuencia, y *x* la distancia que debe recorrer la onda sonora.^[5, 6]

En tercer lugar está el efecto de las reflexiones, particularmente en el suelo, y, en el caso de calles con perfil en U o en L, en las fachadas (ver figura 1). En algunos casos estas reflexiones producen un incremento de la intensidad, y en otros casos, una disminución. Esto último se debe a que a ciertas frecuencias y distancias la llegada al punto receptor de las ondas directa y reflejada están en contrafase. Por ejemplo, si la tanto la fuente como el receptor están a una altura *h* y la distancia entre ellos es *d*, entonces las frecuencias

$$f_n = n\frac{c}{2}\frac{1}{\sqrt{4h^2 + d^2} - d},$$
(4)

donde *c* es la velocidad del sonido, se verán atenuadas para *n* impar y reforzadas para *n* par. Este efecto se denomina "filtro peine" (*comb filter*). Las reflexiones múltiples en las fachadas opuestas de una calle dan origen a un refuerzo reverberante del campo sonoro conocido como *efecto cañón*.

Luego se tiene el efecto del gradiente vertical de temperatura,^[5, 8] que produce una curvatura por refracción de la dirección de propagación de la onda sonora. Esto puede explicarse por medio de la Ley de Snell. Cuando una onda sonora pasa de una zona a otra en la cual la velocidad de propagación es diferente, tiende a inclinarse hacia la dirección en que disminuye la velocidad (figura 2a) de acuerdo con la expresión siguiente:

$$\operatorname{sen} \varphi_2 = \frac{c_2}{c_1} \operatorname{sen} \varphi_1.$$
(5)



Figura 1. Reflexión en el suelo y las fachadas en una calle urbana con perfil en U. También se ilustra el sonido directo.

En el caso en que hay un gradiente continuo de velocidad del sonido, el sonido se propaga siguiendo una trayectoria curva que tiende a hacerse paralela a la dirección a lo largo de la cual se reduce la velocidad. Esta situación, ilustrada en la figura 2b, es típica de la atmósfera en reposo (es decir, sin viento), debido a que la velocidad del sonido decrece por la disminución de la temperatura con la altitud. Se puede demostrar que, en el caso en que la velocidad del sonido decrece linealmente con la altitud, las trayectorias son circunferencias cuyos centros se encuentran todos a la altura en que la velocidad del sonido se hace teóricamente 0 (línea de trazos en la figura 2b). En el caso de la atmósfera normal en reposo la velocidad del sonido se reduce a razón de aproximadamente 3,9 m/s por km, por lo cual las trayectorias tienen sus centros a 88,5 km de altura (después de los 11 km de altura la velocidad del sonido deja de decrecer, por lo cual las trayectorias sólo pueden considerarse circunferencias por debajo de esa altura).^[5]



Figura 2. (a) Refracción del sonido al pasar de un medio a otro. **(b)** Refracción del sonido al atravesar una zona de gradiente de velocidad negativo (la velocidad c decrece hacia arriba).

Una consecuencia de la curvatura de las trayectorias del sonido es la aparición de "sombras acústicas" como la ilustrada en la figura 3. Este efecto explica por qué un aeroplano que se aproxima recién comienza a escucharse cuando está bastante cerca, mucho después de avistarlo. La curvatura de la trayectoria explica también por qué el sonido parece provenir de una dirección diferente que la imagen visual.



Figura 3. Sombra acústica ocasionada por la curvatura de la trayectoria de las ondas sonoras en un gradiente normal de temperatura.

Hay situaciones en las que cerca del suelo la temperatura crece con la altura en lugar de disminuir, por ejemplo en una noche clara (situación conocida como *inversión de temperatura*). En estos casos (figura 4) la curvatura de las trayectorias de las ondas sonoras se invierte, dirigiéndose hacia el suelo en la zona de inversión de temperatura. En este caso las reflexiones múltiples en el suelo impiden la existencia de sombras acústicas.



Figura 4. Propagación del sonido por fenómenos de refracción en una zona de inversión de temperatura.

En algunos casos, como por ejemplo temprano a la mañana, la inversión se produce a cierta altura, debido a que cerca de la suelo, debido al sol, la temperatura es mayor. En esos casos se genera una especie de "túnel" acústico que permite la propagación del sonido a distancias considerables casi sin alteración, ya que se forma una especie de guía de ondas acústicas similar a una fibra óptica. Si bien se mantiene la atenuación de energía sonora en el aire, desaparece la atenuación por divergencia geométrica, comportándose la onda sonora como si fuera casi plana. Esta situación se muestra en la figura 5.

Finalmente, la presencia de viento ocasiona un gradiente de velocidad más complejo, ya que difiere según la dirección de aquél. En efecto, suponiendo que la velocidad v del viento fuera independiente de la altura, la velocidad efectiva del sonido es c + v a favor del viento y c - v contra él. Si ahora tenemos en cuenta que además la velocidad del viento en general aumenta con la altura (ya que la fricción contra el suelo se reduce), vemos que la velocidad efectiva del sonido a favor del viento aumenta con la altura, y en cambio

contra el viento disminuye con la altura. Este efecto es más notorio que el debido al gradiente térmico debido a que el viento varía su velocidad más rápidamente con la altura. En la figura 6 se ilustra este fenómeno. Como puede apreciarse, en dirección opuesta al viento se puede generar fácilmente una sombra acústica. Por esta razón el sonido parece propagarse mejor en la dirección favorable al viento.



Figura 5. Propagación del sonido por fenómenos de refracción en una zona de inversión de temperatura. En línea de puntos se indican las trayectorias divergentes, y en línea llena las que se *canalizan* en las proximidades de la zona de inversión.





Existen diversas fórmulas empíricas que permiten calcular el nivel de presión sonora resultante considerando los diversos factores analizados anteriormente. La forma general es^[7]

$$L_{p} = L_{W} + D - A, (6)$$

donde L_p es el nivel de presión sonora, L_W el nivel de potencia sonora de la fuente (referido a 1 pW), D el índice de directividad de la fuente (definido como la diferencia en dB entre la intensidad en una dirección dada y la que tendría, a igual distancia, una fuente omnidireccional de igual potencia sonora) y A la atenuación total en dB, dada por

$$A = A_{\rm div} + A_{\gamma} + A_{\rm refl}, \qquad (7)$$

siendo los términos del segundo miembro las atenuaciones debidas a la divergencia geométrica, la atenuación en el aire, y al efecto combinado de reflexión y absorción superficial. En caso de haber obstáculos, tales como barreras o pantallas acústicas, vegetación, terraplenes o desniveles en el terreno, etc., podrían agregarse otros términos. Los dos primeros términos pueden calcularse en forma precisa:

$$A_{div} = 10 \log \frac{4\pi r^2 P_{ref}^2}{\rho_0 c W_{ref}}$$
(8)

$$A_{\gamma} = 10 r \gamma_{\rm m} \log e . \tag{9}$$

Para r expresado en metros, puede reescribirse

$$A_{\rm div} \cong 20 \log r + 11 \tag{10}$$

$$A_{\gamma} \cong 4,34 \ \gamma_{\rm m} r \,. \tag{11}$$

El tercer término, A_{refl} , en general se determina empíricamente, ya que hay una gran cantidad de variables involucradas que no pueden determinarse en forma sencilla. Entre otras cosas, A_{refl} depende de la frecuencia, de la absorción superficial de las superficies reflectantes, del ángulo de incidencia, de las posiciones de la fuente y el receptor con respecto a cada superficie, de la directividad de la fuente, etc.

3 Ruido de vehículos individuales

El ruido de los vehículos automotores es en general una superposición de tres tipos de ruido de orígenes bien diferenciados: a) el ruido de propulsión (el motor, la transmisión y el sistema de escape asociado); b) el ruido de rodadura entre las cubiertas y la calzada; y c) el ruido aerodinámico. A velocidades por encima de 80 km/h el ruido aerodinámico se vuelve muy importante, ya que la potencia de ruido aerodinámico crece con una potencia elevada (entre 4 y 8) de la velocidad. Por debajo de 50 km/h, en general predomina el ruido del motor. Sin embargo, y especialmente en el caso de los automóviles más nuevos, el silenciador de escape es tan efectivo que aún a velocidades tan bajas como 40 km/h sigue predominando el ruido de rodadura.

La caracterización de los vehículos como fuentes sonoras puede efectuarse con diversos grados de detalle. Por ejemplo podría describirse simplemente el promedio de la potencia sonora emitida en diversas condiciones de circulación, o podría darse una descripción particularizada para diversos tipos de vehículos de la potencia sonora por bandas de tercio de octava en función de la velocidad y aceleración, junto con un diagrama polar en acimut y elevación. En la práctica, rara vez se dispondrá de tanta información, pero, al mismo tiempo, un detalle tan extremo requeriría un modelo muy refinado para su aprovechamiento completo. Una situación intermedia podría ser disponer de la potencia sonora emitida en bandas de octava en función de la velocidad.

Como ejemplo, en la tabla 1 se indica el espectro típico del ruido de automóviles y camiones pesados circulando a dos velocidades diferentes,^[9] graficado en la figura 7. Los valores han sido medidos a 15 m de distancia y a 1,2 m del suelo, y corresponden al instante en que el vehículo pasa frente al instrumento de medición. Si bien el ruido de propulsión depende más de la velocidad angular del motor que de la velocidad lineal del vehículo, las condiciones de conducción habituales llevan a que la alta velocidad lineal se asocie a una elevada velocidad de giro del motor. En la figura 8 se muestran los niveles sonoros con compensación A para tres categorías de vehículos, en función de la velocidad.

Tabla 1. Espectro típico del ruido de automóviles y camiones pesados circulando a dos velocidades.^[9] Los valores se midieron a 15 m de distancia y a 1,2 m del suelo.

Tipo de vehículo	Velocidad [km/h]	Frecuencia [Hz]					
		125	250	500	1000	2000	4000
Automóviles	56	65	61	62	61	57	53
	88	71	68	66	68	66	60
Camiones	56	87	84,5	81,5	78	74,5	70,5
	88	87,5	85	87,5	82,5	77	73,5



Figura 7. Espectros correspondientes a los datos de la tabla 1.



Figura 8. Nivel sonoro típico (dBA) en función de la velocidad v (km/h) para tres categorías de vehículos en EEUU, a 15 m de la trayectoria.^[10]

A partir del nivel de presión sonora a 15 m de distancia, puede estimarse la potencia emitida, si se hacen ciertas suposiciones, por ejemplo que la emisión es aproximadamente omnidireccional, que la superficie de la calzada es muy reflectante, y que no se producen cancelaciones como las comentadas en relación con la ecuación 4. Bajo estas condiciones puede suponerse divergencia hemisférica, y entonces vale

$$W = \frac{2\pi r^2}{\rho_0 c} P_{\rm ref}^2 10^{L_{\rm p}/10} .$$
 (12)

En la práctica, para medir el nivel de presión sonora a una distancia dada, basta colocarse a esa distancia de la trayectoria del vehículo y medir el valor máximo de L_p.

3.1 Ruido debido a un vehículo en movimiento

Hasta aquí sólo habíamos tenido en cuenta el instante en que el vehículo pasaba a una distancia dada (por ejemplo 15 m) del sonómetro. Por supuesto que habría sido más simple dejar el vehículo detenido a esa distancia y medir el nivel de presión sonora o el espectro a distintas velocidades angulares del motor, pero no podríamos incluir en dicha medición los ruidos de rodadura y aerodinámico, que son tan importantes a altas velocidades.

Vamos a analizar ahora cómo varía el ruido conforme va variando la distancia entre el vehículo y el receptor debido al movimiento. Con referencia a la figura 9, llamando P_{máx} a la presión registrada en el



Figura 9. Disposición geométrica para determinar el efecto del movimiento sobre el nivel sonoro en un punto receptor.

instante $t = t_0$ en que el vehículo pasa justo frente al observador y despreciando la atenuación atmosférica así como los efectos del viento, tendremos

$$P_{\rm máx}^{\ 2} = \frac{W \rho_0 c}{2\pi d^2}$$
(13)

$$P^{2} = P_{\text{máx}}^{2} \frac{d^{2}}{d^{2} + v^{2} (t - t_{0})^{2}}.$$
 (14)

Se ha calculado la presión cuadrática en lugar de la presión porque esto permitirá luego superponer en energía los efectos de varios automóviles circulando simultáneamente por la misma vía. La evolución de P^2 se suele denominar *firma acústica* o *huella acústica* del vehículo en cuestión. Dicha firma acústica se ilustra en la figura 10 en su versión energética y logarítmica. En la práctica, debido a que el ruido del vehículo no es perfectamente estacionario, las firmas acústicas presentan irregularidades, como se muestra en la figura 11.

Si se tiene en cuenta el ruido de fondo, simbolizado por una presión sonora de fondo $P_{\rm f}$, la ecuación 14 se transforma en

$$P^{2} = P_{\text{máx}}^{2} \frac{d^{2}}{d^{2} + v^{2} (t - t_{0})^{2}} + P_{f}^{2}.$$
(15)

Como era previsible, para $t - t_0$ muy grande, la presión sonora, perturbada por el paso del vehículo, retorna a su valor de fondo.



Figura 10. Firma o huella acústica idealizada de un vehículo pasando a una velocidad constante v frente a un punto de observación separado por una distancia d de la trayectoria. Se indican las versiones energética (P^2) y logarítmica (L_p).



Figura 11. Firma o huella acústica real de un vehículo, en versión energética (P^2) y logarítmica (L_p).

3.2 Efecto de las atenuaciones en la propagación

En las ecuaciones anteriores sólo se tuvo en cuenta la atenuación por divergencia geométrica, pero no por atenuación energética en el aire ni por fenómenos de reflexión o absorción. Podríamos, en primer lugar, obtener una ecuación que incluya la atenuación en el aire multiplicando la ecuación 14 por el factor $e^{-\gamma m X}$, donde x es la distancia en cada instante entre el vehículo y el receptor. Sin embargo, dado que dicho factor se hace importante recién a distancias considerables (antes de eso es aproximadamente 1), lo más probable es que el efecto de la divergencia geométrica reduzca el nivel de presión sonora por debajo del ruido de fondo antes de que dicha corrección sea realmente necesaria.

En cuanto al efecto de las reflexiones, las correcciones empíricas debidas al suelo dependen esencialmente de las características de éste, mientras que la reflexión en las fachadas será tenido en cuenta, más adelante, mediante el método de las imágenes, es decir, agregando varias fuentes virtuales que reemplacen a las fuentes virtuales.

3.3 Nivel equivalente del ruido de un vehículo en movimiento

A partir de la ecuación 14 es posible obtener el nivel equivalente durante un tiempo *T*. Para ello calculamos el promedio energético:

$$P_{\text{ef},T}^{2} = \frac{P_{\text{máx}}^{2}}{T} \int_{t_{0}-T/2}^{t_{0}+T/2} \frac{d^{2}}{d^{2} + v^{2} (t-t_{0})^{2}} dt.$$
(16)

El cálculo de esta integral sustituyendo $u = v (t - t_0) / d$, arroja

$$P_{\text{ef},T}^{2} = \frac{P_{\text{máx}}^{2}}{T} \frac{d}{v} 2 \arctan \frac{vT}{2d}.$$
 (17)

El caso más interesante es cuando vT >> 2d, ya que abarca la parte significativa del pasaje del vehículo frente al observador. En ese caso el argumento de la arcotangente es muy grande y ésta tiende a $\pi/2$, por lo cual puede aproximarse

$$P_{\text{ef},T}^{2} \cong P_{\text{máx}}^{2} \frac{\pi d}{vT} = \frac{W \rho_{0} c}{2 d vT} , \qquad (18)$$

de donde

$$L_{\text{eq},T} \cong 10 \log \frac{W \rho_0 c}{2 \, d \, vT \, {P_{\text{ref}}}^2}.$$
(19)

Vemos que el nivel equivalente depende del tiempo considerado. Esto es así porque el paso de *un* vehículo aporta al receptor una energía sonora *finita*, que debe repartirse en un tiempo *arbitrario*. Si dicho tiempo es muy corto, de la ecuación 16 se deduce que la presión eficaz tiende al valor de la presión máxima. Si es muy largo, la energía se distribuye en un intervalo muy grande, resultando que el promedio tiende a cero.

3.4 Niveles estadísticos L_N del ruido de un vehículo en movimiento

Muchos criterios en acústica ambiental utilizan los niveles estadísticos L_N , definidos como los niveles que son superados un N% del tiempo para diversos N entre 0 y 100. La razón para ello es que permiten dar una idea del grado de variabilidad del ruido, y que pueden obtenerse fácilmente con instrumentos apropiados, particularmente con varios modelos de sonómetros integradores digitales. Aun cuando los niveles estadísticos correspondientes a un evento aislado (como el paso de un vehículo individual frente al observador) no tienen mucha utilidad práctica, su estudioo nos permitirá ubicarnos en el problema.

Dado que el paso de un solo vehículo no es un fenómeno estacionario, el valor estadístico necesariamente estará vinculado al periodo de tiempo específico *T* que abarque la medición. A partir de la ecuación 14 es fácil verificar que en condiciones ideales, es decir si el ruido de fondo es despreciable, se cumple

$$L_N = L_{\rm p,\,máx} - 10\log\left(1 + \eta^2 \frac{v^2 T^2}{4 \, d^2}\right), \tag{20}$$

donde $\eta = N/100$. Como se puede apreciar, al aumentar el intervalo de tiempo *T* considerado, L_N disminuye hasta valores arbitrariamente bajos (inclusive negativos, correspondientes a presiones sonoras inaudibles)

En el caso real en que hay un ruido de fondo L_f , la expresión anterior sólo vale mientras L_N sea sensiblemente mayor que L_f . Si no, debe utilizarse la ecuación 15 en lugar de la 14, obteniéndose

$$L_N = L_{\rm p,\,máx} + 10\log\left(\frac{1}{1 + \eta^2 \frac{v^2 T^2}{4 d^2}} + \frac{P_{\rm f}^2}{P_{\rm máx}^2}\right). \tag{21}$$

Para *T* grande, todos los valores, excepto L_0 (que es igual a $L_{p, máx}$), tienden a coincidir con el nivel de ruido de fondo.

4 Ruido del tránsito

Pasaremos ahora a considerar el ruido del tránsito como fenómeno colectivo. En este caso tenemos no un vehículo sino una serie de ellos circulando sucesivamente frente al punto de observación. Así, cuando un vehículo determinado esté ya lo bastante lejos como para que su aporte de energía sonora sea despreciable, habrá otro u otros pasando cerca del observador.

Una primera aproximación al problema es suponer que todos los vehículos son iguales y marchan a la misma velocidad, pasando frente al punto de observación con una frecuencia constante *Q* (por ejemplo 0,3 veh/s). Entonces la presión cuadrática viene dada por

$$P^{2}(t) = P_{máx}^{2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{d^{2}}{d^{2} + v^{2} (t - k/Q)^{2}}.$$
 (22)

Cuando $Q.d/v \ll 1$, el régimen se asemeja al de un único vehículo que pasa esporádicamente. En la figura 12 se muestran las firmas acústicas de 5 vehículos sucesivos y el resultado de la circulación continua para el caso en que Q.d/v = 1. Como se observa, la presión cuadrática resultante es casi constante. A modo de comparación, la figura 13 muestra la presión cuadrática para varias relaciones Q.d/v, correspondientes a tránsito medianamente intenso a intenso. Vemos que cuanto más intenso es el tránsito (Q alto) o más lejos está el observador (d grande), más constante es la presión cuadrática y, por consiguiente, el nivel de presión sonora.

La serie de la ecuación 22 puede sumarse fácilmente para el caso en que t = 0, obteniéndose así el valor de pico de la presión cuadrática:

$$P_{\rm pico}^2 = P_{\rm máx}^2 \frac{\pi Q d}{v} \, \coth \frac{\pi Q d}{v}, \qquad (23)$$

o bien

$$P_{\text{pico}}^{2} = \frac{W \rho_0 c}{2 d} \frac{Q}{v} \operatorname{coth} \frac{\pi Q d}{v}.$$
(24)

Esta fórmula muestra que a una distancia considerable de una carretera ésta se comporta como una fuente lineal, ya que en ese caso la cotangente hiperbólica tiende a 1, y entonces la intensidad depende inversamente de la distancia (ver ecuación 2):

$$P_{pico}^{2} \cong \frac{Q W \rho_0 c}{2 d v}.$$
(25)



Figura 12. Presión cuadrática correspondiente a una sucesión de vehículos y las firmas acústicas de cinco de ellos. En este caso Q.d / v = 1.



Figura 13. Presión cuadrática correspondiente a una sucesión de vehículos para cinco relaciones *Q.d/v*.

Los valles también se pueden calcular con relativa facilidad, considerando t = 1/2Q (ya que se dan en el punto medio entre dos picos, cuyos valores están distanciados $\Delta t = 1/Q$). EL resultado es

$$P_{\text{valle}}^2 = P_{\text{máx}}^2 \left(\frac{2\pi Qd}{v} \operatorname{coth} \frac{2\pi Qd}{v} - \frac{\pi Qd}{v} \operatorname{coth} \frac{\pi Qd}{v} \right), \tag{26}$$

o bien

$$P_{\text{valle}}^2 = \frac{W \rho_0 c}{2 d} \frac{Q}{v} \left(2 \coth \frac{2\pi Q d}{v} - \coth \frac{\pi Q d}{v} \right).$$
(27)

Este valor tiende asintóticamente al mismo valor correspondiente a los picos cuando Q.d/v se hace muy grande (tránsito intenso).

En la figura 14 se muestra cómo varían los picos y los valles en función de Q.d/v, así como el cociente entre ambos. (En los valles, para bajos valores de Q.d/v debería incluirse el ruido de fondo, que en este caso se ha despreciado por simplicidad.)



Figura 14. Variación de los picos y los valles de la presión resultante en función de Q.d/v. Se incluye, como referencia, el cociente (adimensional) entre ambos.

4.1 Nivel equivalente del ruido del tránsito

Suponiendo que se tiene un volumen de tránsito de Q vehículos por segundo, podemos calcular el nivel equivalente total a partir de la presión eficaz cuadrática que corresponde a un solo vehículo, obtenida en la ecuación 18. Para ello primero multiplicamos dicha presión cuadrática por la cantidad de vehículos que pasan durante el tiempo T considerado, es decir, por Q.T:

$$P_{eq,T}^{2} \cong Q T \frac{W \rho_0 c}{2 d v T} = \frac{Q W \rho_0 c}{2 d v}.$$
(28)

No debe sorprendernos la identidad entre esta presión cuadrática media y la presión cuadrática de pico de la ecuación 25, ya que aquélla había sido obtenida suponiendo que Q.d/v era grande, por lo cual las variaciones de la presión eficaz podían despreciarse.

Podemos ahora expresar esta presión en términos de nivel, y así obtenemos el nivel equivalente:

$$L_{\text{eq},T} \cong 10 \log \frac{Q W \rho_0 c}{2 d v P_{\text{ref}}^2}.$$
(29)

Observamos que el nivel equivalente no depende del tiempo *T*, en tanto éste sea considerable (T >> 2d/v). Un problema experimental importante vinculado con esto es determinar, dadas ciertas condiciones (por ejemplo, tipo de circulación, composición del tránsito, idiosincrasia regional de conducción), cuál debe ser el

tiempo mínimo de medición para obtener una apropiada estabilización del nivel equivalente. Dicha estabilización viene planteada en términos de la tolerancia admisible en la medición. A pesar de que hemos considerado un flujo idealmente ordenado, dado que el aporte de energía sonora de cada vehículo en un tiempo considerable no depende del momento en que pase frente al observador, la fórmula 29 sigue siendo válida aun en presencia de un flujo aleatorio.

Se observa que la dependencia entre el nivel equivalente y el volumen o caudal de tránsito es logarítmica, siendo ésta la base de los modelos más simples que permiten estimar el ruido del tránsito.

4.2 Niveles estadísticos del tránsito

En las condiciones ya mencionadas, podemos ver en la figura 13 que para Q.d/v moderadamente alto la alternancia entre picos y valles tiende a una función aproximadamente senoidal cuyos valores extremos son P_{pico}^2 y P_{valle}^2 . Esto permite obtener aproximaciones para los niveles estadísticos L_N , para lo cual basta analizar un semiperiodo decreciente de una función senoidal, comprendido entre su máximo y su mínimo (figura 15).



Figura 15. Análisis geométrico para obtener los niveles estadísticos L_N cuando la presión cuadrática fluctúa en forma aproximadamente senoidal.

El valor de presión cuadrática correspondiente a L_N es

$$P_N^2 = \frac{P_{\text{pico}}^2 - P_{\text{valle}}^2}{2} \cos \eta \,\pi + \frac{P_{\text{pico}}^2 + P_{\text{valle}}^2}{2}$$
(30)

donde $\eta = N/100$. El nivel estadístico resulta, entonces,

$$L_N = 10 \log \frac{{P_N}^2}{{P_{\rm ref}}^2}$$
(31)

4.3 Descripción estadística del tránsito

En las secciones previas supusimos, por simplicidad, que el flujo vehicular era perfectamente periódico. Si bien varias de las conclusiones obtenidas seguirán siendo cualitativa e inclusive cuantitativamente válidas, en realidad la circulación es aleatoria y debe ser descripta por medio de parámetros estadísticos. Corresponde primeramente analizar qué sucede con los instantes de paso de los sucesivos vehículos frente al punto de observación. Si suponemos que no hay interrupciones importantes del flujo por causas exógenas (por ejemplo la existencia de semáforos o luces de señalización) se darán aproximadamente las condiciones requeridas para que la distribución sea de Poisson. Estas son:^[11, 12, 13]

- a) La cantidad de eventos (vehículos pasando frente al observador) en un intervalo $[t_0, t_0 + t]$ es una variable aleatoria X dependiente sólo de t, y no del instante t_0 .
- b) Las cantidades de eventos que ocurren en intervalos de tiempo disjuntos son variables aleatorias independientes.
- c) La probabilidad de que en un intervalo de tiempo pequeño $[t_0, t_0 + t]$ ocurra un evento tiende a ser proporcional a t: $P_1(t) = \lambda t + o(t)$, donde o(t) es un infinitésimo de orden superior a t.
- d) La probabilidad de que en un intervalo pequeño de tiempo $[t_0, t_0 + t]$ sucedan dos o más eventos es de orden superior, es decir o(t).

La condición a) se satisface si suponemos que el flujo es estacionario. Esto no sucede si consideramos períodos largos de tiempo (por ejemplo un día completo), pero sí si restringimos el análisis a lo que sucede en un horario específico. La condición b) se cumple porque en general no hay acuerdo entre los usuarios de los diversos vehículos que puedan hacer depender la circulación ulterior de lo que ya sucedió. Una situación en que esta hipótesis podría peligrar es el caso de la circulación en caravana. La condición c) se cumple si el caudal medio Q de vehículos se mantiene constante en un período dado, resultando $\lambda = Q$. Por último, la condición d) queda garantizada por el hecho de que es muy improbable que pasen casi simultáneamente dos ó más vehículos.

Bajo los supuestos anteriores, se demuestra que la probabilidad de que se produzcan m eventos en un intervalo de amplitud t es

$$p_m(t) = P(X = m) = \frac{e^{-Qt}(Qt)^m}{m!}.$$
 (32)

En particular, si llamamos *h* al tiempo entre vehículos sucesivos, la probabilidad de que *h* > *t* coincide con la probabilidad de que en un intervalo de amplitud *t* haya 0 eventos, es decir, con $p_0(t)$:

$$P(h > t) = e^{-Qt}, (33)$$

entonces

$$P(h \le t) = 1 - e^{-Qt}, \tag{34}$$

siendo la densidad de probabilidades correspondiente

$$\varphi(t) = \frac{dP(h \le t)}{dt} = Qe^{-Qt}.$$
(35)

Estas funciones, que corresponden a la distribución exponencial, se ilustran en la figura 16.

Se demuestra que para esta distribución el valor medio o esperanza matemática del número de eventos (es decir de vehículos que pasan frente al observador) en el intervalo *t* es, como era natural esperar,

$$\mu = Q t \tag{36}$$

mientras que el desvío estándar es

$$\sigma = \sqrt{Qt} \tag{37}$$

Esto significa que la dispersión no crece tan rápidamente como el intervalo de tiempo considerado y, por consiguiente, la dispersión relativa σ/μ disminuye, y lo hace tanto más rápidamente cuanto más intenso sea el tránsito (Q grande).



Figura 16. Distribución de probabilidades de Poisson y su correspondiente función de probabilidad acumulada para el caso en que se reduce a una exponencial (tiempo entre eventos sucesivos, m = 0).

Además de los instantes de paso frente al observador, interesa la velocidad, ya que como hemos visto anteriormente, el ruido emitido por un vehículo depende de la velocidad. Estrictamente hablando, también depende de la aceleración, ya que en aceleración la relación de transmisión es más alta que la que corresponde a velocidad estacionaria, lo cual implica mayor cantidad de revoluciones por minuto y mayor ruido. Dicha consideración es importante cuando se analizan zonas de aceleración y desaceleración, como por ejemplo los cruces y las zonas de detención señalizadas.

Podremos suponer que la velocidad es una variable aleatoria V que responde estadísticamente a una distribución gaussiana, lo cual implica que la probabilidad de que V < v es

$$P(V < v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} \int_{-\infty}^{v} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{V - v_0}{\sigma}\right)^2} dV$$
(38)

donde v_0 es la velocidad media y σ el desvío estándar, que determina la dispersión.

Si t_{0n} son los instantes en los que pasa algún vehículo por la posición x_0 (los que, como se ha supuesto, estarán distribuidos según Poisson), entonces los instantes en los que dicho vehículo pasa por la posición $x = x_0 + L$ serán

$$t_n = \frac{L}{v_n} + t_{0n} \tag{39}$$

(ver figura 17). Si se considera una cantidad suficientemente grande de eventos, los instantes t_n también se distribuyen según Poisson, dando así coherencia al modelo. Suponiendo que la gran mayoría de los vehículos tienen velocidades comprendidas entre $v_0 - 3\sigma$ y $v_0 + 3\sigma$, en el peor caso el primer vehículo considerado llegará a la posición $x_0 + L$ en un instante t_1 acotado por:

$$t_1 = t_{0,1} + \frac{L}{v_0 - 3\sigma}.$$
 (40)

Durante ese tiempo habrán pasado por x₀ una cantidad de vehículos estimada por

$$N_0 = Q \frac{L}{v_0 - 3\sigma},$$
 (41)

por lo tanto la cantidad de vehículos a considerar para que se haya estabilizado la distribución de llegadas es

$$n > Q \frac{L}{v_0 - 3\sigma}, \qquad (42)$$

ya que a partir de allí el promedio de vehículos por unidad de tiempo en el punto de llegada se hace sensiblemente igual a Q. Este criterio fue corroborado por simulación.



Figura 17. Instantes de partida y de llegada para una sucesión de vehículos y sus respectivas trayectorias.

Por último, consideraremos que la presión cuadrática máxima (esto es, la que se registra cuando el vehículo pasa justo frente al observador), que venía dada por la ecuación 13, también es una variable aleatoria. En este caso cabe acotar que esta presión cuadrática máxima en la práctica puede tener una distribución bimodal o aún polimodal, debido a que en el tránsito hay varios tipos de vehículos bien diferenciados, como se muestra en las figuras 7 y 8 (las cuales consignan únicamente los valores promedio para cada tipo de vehículo y condición de marcha). Esto se puede resolver considerando por separado cada tipo de vehículo (por ejemplo automóviles, camiones ligeros y camiones pesados), y luego superponer las energías que aporta cada grupo.

Una complicación adicional es que esta variable es doblemente aleatoria, ya que para una velocidad determinada tiene una distribución, que podemos suponer gaussiana, pero además *depende de la velocidad*, que también está distribuida aleatoriamente. Mediante un ajuste logarítmico entre la velocidad y la presión máxima, es posible obtener, de la figura 8, las relaciones siguientes:

$$L_{\text{p máx}} = \begin{cases} 39 \log \frac{v}{14} + 62 & \text{autos} \\ 29 \log \frac{v}{14} + 75 & \text{camiones livianos} \\ 26 \log \frac{v}{14} + 80 & \text{camiones pesados} \end{cases}$$
(43)

Esto implica unas relaciones del tipo

$$P_{\text{máx}}^{2} = K_{1} \left(\frac{v}{v_{0}}\right)^{K_{2}},$$
 (44)

lo cual a su vez permite, aplicando la ecuación 18, concluir que

$$P_{\text{ef},T}^{2} = K_{1} \frac{\pi d}{v_{0}T} \left(\frac{v}{v_{0}}\right)^{K_{2}-1}.$$
(45)

Como K_2 resulta siempre mayor que 1, resulta predominante el incremento del nivel máximo por velocidad sobre la reducción del tiempo de tránsito frente al observador.

Si pasáramos por alto esta correlación, asignando a P_{max}^2 una variable aleatoria independiente de la velocidad, no sólo estaríamos permitiendo un aumento en la dispersión, sino que además provocaríamos un desplazamiento del valor esperado.

En la práctica podríamos suponer que log K_1 es una variable gaussiana y que K_2 es constante, por lo cual la dependencia de la velocidad será funcionalmente determinística. La razón por la cual suponemos K_2 constante es que al circunscribirse a un tipo de vehículos (por ejemplo automóviles), quedan fijadas aproximadamente las condiciones aerodinámicas y de rodadura, que son las que determinan la forma funcional en que el ruido depende de la velocidad.

4.4 Algoritmos para simulación de las distribuciones estadísticas

Partimos de la base de una distribución uniforme en el intervalo [0, 1], ya que es ésta la más habitualmente disponible en los lenguajes de programación. Dicha distribución se presenta en la forma de una función RANDOM que proporciona realizaciones de una variable aleatoria uniforme. La distribución uniforme se define como aquélla tal que para $u_0 \in [0, 1]$

$$P(u \le u_0) = u_0.$$
 (46)

Buscamos transformarla primero en una variable h distribuida exponencialmente, ya que en caso de disponer de una distribución exponencial, bastará sumar las sucesivas realizaciones de la misma para obtener los instantes de tiempo según una distribución de Poisson:

$$t_n = h_1 + h_2 + \dots + h_n. \tag{47}$$

Debe cumplirse que

$$P(h \le h_0) = 1 - e^{-Q h_0}.$$
(48)

Buscamos una función f tal que h = f(u). Sabemos que, siendo u una variable aleatoria distribuida uniformemente,

$$P(u \le 1 - e^{-Q h_0}) = 1 - e^{-Q h_0}.$$
(49)

Podemos reescribirla despejando h_0 :

$$P(-\ln(1-u) / Q \le h_0) = 1 - e^{-Q h_0}$$
(50)

por lo cual la variable aleatoria *h*, obtenida a partir de *u*,

$$h = \frac{\ln(1-u)}{-Q},$$
 (51)

está distribuida exponencialmente, y por lo tanto representa correctamente los intervalos entre pasos sucesivos de los vehículos frente al punto de observación.

En segundo lugar requeriremos simular una variable distribuida en forma gaussiana. Hay varios enfoques, pero probablemente el más eficiente en lo que a cálculo se refiere es utilizar la transformación siguiente:

$$p = \sqrt{-2 \ln u_1 \cos 2\pi u_2}, \tag{52}$$

donde u_1 y u_2 son dos variables aleatorias independientes distribuidas uniformemente entre 0 y 1. La variable aleatoria p tiene una distribución aproximadamente normal con esperanza matemática (media) 0 y desvío estándar unitario.^[14]

4.5 Un modelo probabilístico de simulación del ruido del tránsito

Este modelo computacional surge de una generalización probabilística de la ecuación 22, reproducida aquí:

$$P^{2}(t) = P_{\max}^{2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{d^{2}}{d^{2} + v^{2} (t - k/Q)^{2}}.$$

En este caso se sustituirá la velocidad v por las sucesivas realizaciones V_k de la variable aleatoria V, distribuidas normalmente, los instantes k/Q por las sucesivas realizaciones $t_{0, k}$ de una variable aleatoria t_0 distribuida según Poisson, y la presión cuadrática máxima (que será diferente para cada término) por la expresión de la ecuación 44 en la cual se incluyó el efecto de las sucesivas realizaciones de la variable V, y el efecto de las sucesivas realizaciones de la variable V, y el efecto de las sucesivas realizaciones de la variable V, y el efecto de las sucesivas realizaciones de la variable V, y el efecto de las sucesivas realizaciones de la variable V, y el efecto de las sucesivas realizaciones $K_{1, k}$ de la variable gaussiana K_1 . El resultado es la expresión

$$P^{2}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{d^{2} K_{1,k} \left(\frac{V_{k}}{v_{0}}\right)^{K_{2}}}{d^{2} + V_{k}^{2} (t-t_{0,k})^{2}}.$$
(53)

Desde luego, no queda en este caso esperanza alguna de poder obtener expresiones cerradas, y es un problema muy complejo el obtener analíticamente la distribución estadística de los diversos parámetros significativos para el análisis del ruido del tránsito. Por fortuna es posible simular esta expresión por medio de un adecuado programa de computadora, sumando una gran cantidad de términos generados a partir de los métodos numéricos descriptos para lograr las distribuciones exponencial, de Poisson y de Gauss.

Las variables aleatorias que allí intervienen son las simuladas por medio de las siguientes ecuaciones:

$$t_{0,k} = t_{0,k-1} - \frac{\ln(1-u_k)}{Q}, \qquad (54)$$

$$V_k = \sigma_V \sqrt{-2 \ln u_{1,k}} \cos 2\pi u_{2,k} + V_{med}$$
(55)

$$\log K_{1,k} = \sigma_{\log K_1} \sqrt{-2 \ln u_{3,k}} \cos 2\pi u_{4,k} + \log K_{1,med}$$
(56)

Aquí las variables *u* y *u*₁, ..., *u*₄ son variables pseudoaleatorias generadas algorítmicamente por la computadora en la forma de números aleatorios entre 0 y 1 uniformemente distribuidos. El valor cuadrático medio de la presión, a partir del cual se calcula fácilmente $L_{eq, T}$, puede obtenerse también por simulación, aunque no es necesario efectuar la suma de la serie para todo *t* y luego integrar, porque la integración puede hacerse término a término, resultando cada término una expresión como la de las ecuaciones 18 y 45:

$$P_{\text{eq},T}^{2} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} K_{1,k} \frac{\pi d}{v_{0}T} \left(\frac{V_{k}}{v_{0}}\right)^{K_{2}-1}$$
(57)

En la figura 18 se muestra un ejemplo en el cual se superponen diez simulaciones sucesivas de la magnitud de la presión cuadrática en función del tiempo. Para ello se calculan primero las sucesivas realizaciones de las diferentes variables aleatorias que intervienen en la ecuación 53 y posteriormente se utilizan esos datos



Figura 18. Una muestra de la presión cuadrática simulada por software. Se han superpuesto varias simulaciones, para poner de manifiesto la aleatoriedad resultante.

para evaluar, instante a instante, el valor de la serie, la cual se ha restringido a 100 vehículos que ya pasaron por el punto de observación y 100 que aún están por pasar. La simulación es muy rápida, demorando sólo breves instantes para presentar los resultados en pantalla.

4.6 Efecto de las reflexiones

Cuando se pretende simular el tránsito urbano, es importante tener en cuenta el efecto de las reflexiones en las fachadas. Ello puede lograrse por medio de acústica de rayos. Lo habitual es hacerlo con acústica de rayos bidimensional, pero se trabaja hoy en día en el desarrollo de algoritmos de acústica de rayos tridimensional, lo cual permitirá analizar qué sucede, por ejemplo, en lo alto de un edificio.^[15] En la figura 19 se puede apreciar cómo es posible, mediante acústica de imágenes o fuentes o receptores virtuales, obtener el efecto de las reflexiones de una manera sencilla. Una vez obtenida la presión cuadrática correspondiente a cada receptor virtual, la presión cuadrática total se obtiene sumando dichas presiones. Dado que las fachadas tendrán un coeficiente de absorción, que puede ser considerable a alta frecuencia, previamente se debe afectar cada rayo por los coeficientes de absorción que correspondan a las diferentes superficies virtuales "atravesadas". Normalmente hará falta considerar unos 10 ó 15 rayos, antes de que la energía de los restantes se vea lo bastante atenuada como para que pueda despreciársela.



Figura 19. Análisis de las reflexiones mediante acústica de rayos e imágenes. En este caso se utiliza una sola fuente y el receptor se considera desglosado en varios receptores, cada uno de los cuales recibe una de las reflexiones.

5 Determinación experimental de los parámetros

Es éste un tema en el cual se suscitan grandes discusiones, y en el que existe un campo fértil para la investigación. Si bien no profundizaremos en él en el marco del presente trabajo, indicaremos algunas pautas.

Desde luego sería ideal si pudiera disponerse de una flota de vehículos de características controladas para extraer los parámetros por experimentación. En la realidad dicho proyecto no puede en general llevarse a cabo por las limitaciones económicas que ello implica. En tal caso puede procederse a seleccionar los puntos de medición de manera que sean representativos de situaciones típicas, y en los que pueda garantizarse el predominio de determinado tipo de vehículo, por ejemplo automóviles particulares. Entonces se realizarán mediciones que tengan en cuenta tres aspectos: el ruido de fondo, que deberá restarse en energía de los niveles medidos, la atenuación total debida a los efectos mencionados al principio, cuidando por ejemplo de no medir en situaciones atípicas en cuanto a gradientes de temperatura o de viento (a menos que se esté investigando ese punto particular), y la emisión media de los vehículos, así como su dispersión. La velocidad se podrá estimar en forma indirecta, o, si pudiera disponerse de un aforador automático, en forma precisa.

Una vez determinados los parámetros se procede a ajustar el modelo que permitirá simular otras situaciones, por ejemplo cambios en la circulación, otros horarios en los que no se haya medido el ruido pero en los que se disponga de la posibilidad de efectuar conteos u aforos.

6 REFERENCIAS

- [2] Puigdomènech, J.; Cabanellas, S.; Mosconi, P.; Pasch, V.; Yanitelli, M.; Rall, J. C.; Vazquez, J.; Miyara, F. "Ambiente Humano: Caracterización Acústica del Área Central de la Ciudad de Rosario". Primer Congreso Argentino sobre Calidad de Vida Urbana. Rosario, Argentina, noviembre de 1997.
- [3] Puigdomènech, J.; Cabanellas, S.; Mosconi, P.; Pasch, V.; Yanitelli, M.; Rall, J. C.; Vazquez, J.; Miyara, F. "El Ruido como Variable Significativa en la Estructura Urbana y el Transporte". Primer Provial Urbano, Rosario, Argentina, abril de 1998.
- [4] Miyara, F. "TRANSRUIDO: Simulación Digital del Ruido del Tránsito Urbano". Primer Provial Urbano, Rosario, Argentina, abril de 1998.
- [5] Beranek, L. "Acoustical Measurements". Acoustical Society of America. Cambridge, Massachusetts, USA, 1988.
- [6] ISO 9613-1. "Acoustics Attenuation of sound during propagation outdoors Part 1: Calculation of atmospheric absorption". Genève, Suiza, 1993.
- [7] ISO 9613-2. "Acoustics Attenuation of sound during propagation outdoors Part 2: General method of calculation". Genève, Suiza, 1994.
- [8] Beranek, L.; Vér, I. "Noise and Vibration Control Engineering". John Wiley & Sons. New York, USA, 1993.
- [9] Harris, C. "Handbook of Acoustical Measurements and Noise Control". Acoustical Society of America. Woodbury, New York, USA, 1998.
- [10] U.S. Department of transportation. "Highway traffic noise analysis and abatement Policy and Guidance". Federal highway administration - Office of environment and planning - Noise and air quality branch. Washington, DC, USA, June 1995.
- [11] Smirnov, N.; Dunin-Barkowskij, I. "Cálculo de probabilidades y estadística matemática". Editorial Paraninfo, Madrid, España, 19t8.
 [12] Johnson, R. "Probabilidad y Estadística para Ingenieros de Miller y Freund". Prentice Hall Hispanoamericana, México, 1997 (Sta edición)
- [13] Cal y Mayor, R.; Cárdenas, J. "Ingeniería de tránsito Fundamentos y Aplicaciones". Alfaomega, México, 1994.
- [14] Abramovitz, M.; Stegun, I. "Handbook of Mathematical Functions". Dover, New York USA, 1972.
- [15] Mlyara, F. "TRANSRUIDO: Simulación digital del ruido del tránsito urbano". Primer Provial Urbano, Rosario, Argentina, abril de 1998.