

Programa de
Cálculo III



Código/s: 2.09.2

Identificación y características de la Actividad Curricular

Carrera/s:	Licenciatura en Matemática		
Plan de Estudios:	2002	Carácter:	Obligatoria
Bloque/Campo:	Área:		
Régimen de cursado:	Cuatrimestral		
Cuatrimestre:	4º [LM]		
Carga horaria:	105 hs. / 7 hs. semanales	Formato curricular:	Asignatura
Escuela:	Ciencias Exactas y Naturales	Departamento:	Matemática
Docente responsable:	CIRELLI, Mariela		

Programa Sintético

Integración de funciones de varias variables. Aplicaciones. Integrales curvilíneas y de superficie. Fórmula de Green. Teoremas de la divergencia y del rotor. Aplicaciones al cálculo de volúmenes de cuerpos y áreas de superficies. Sucesiones y series de funciones. Convergencia uniforme. Series de potencias y de Fourier. Introducción a la teoría de variable compleja.

Asignaturas Relacionadas

Previas:	1.03 - Geometría I, 2.06.1 - Cálculo II
Simultaneas Recomendadas:	2.10.2 - Estructuras Algebraicas I, 2.11.2 - Matemática Discreta
Posteriores:	3.12 - Topología, 4.22.1 - Procesos Estocásticos, 3.13.1 - Cálculo IV, 3.15.1 - Análisis Numérico I, 4.25.2 - Métodos Matemáticos

Vigencia desde

Firma Profesor

Fecha

Firma Aprob. Escuela

Fecha

Con el aval del Consejo Asesor:

Características generales

Cálculo III es una asignatura que se ubica en el segundo cuatrimestre del segundo año de la carrera y tiene asignada siete horas semanales. En ella se conectan los tradicionales contenidos de Cálculo II con la primera parte de la teoría de funciones de varias variables.

Esta actividad curricular aborda dos temas principales. Uno de ellos permitirá al estudiante construir estrategias para modelar y resolver problemas de optimización relacionados con funciones de dos o más variables. El otro, relacionado con el estudio de las funciones y campos vectoriales, le permitirá modelar problemas tan importantes como los de cálculo de masa, trabajo, flujo de masa, flujo de calor, etc.

Los contenidos temáticos de las actividades curriculares: Cálculo I, Cálculo II, Cálculo III, Cálculo IV y Ecuaciones Diferenciales, han sido reacomodados, sin suprimir ninguno de ellos, para una mejor comprensión por parte de los estudiantes. Esta redistribución, fue consensuada entre todos los docentes involucrados en las asignaturas, la dirección de carrera, la dirección del departamento de Matemática y la dirección de la Escuela de Ciencias Exactas y Naturales.

Objetivos

Se espera que el alumno pueda construir nociones generales sólidas, aplicar técnicas adecuadas y utilizar con criterio las herramientas básicas y fundamentales del Cálculo, para poder abordar problemas matemáticos y físicos.

Asimismo se busca promover la utilización de recursos tecnológicos de cálculo algebraico y simbólico a fin de obtener, estimar, visualizar y analizar soluciones.

Contenido Temático

Unidad 1. CÁLCULO DIFERENCIAL PARA FUNCIONES DE VARIAS VARIABLES

- 1.1. Topología de \mathbb{R}^n . Subconjuntos de \mathbb{R}^n .
- 1.2. Funciones definidas en \mathbb{R}^n . Campos escalares y vectoriales. Gráficas. Definición de superficies en \mathbb{R}^3 . Límites y continuidad de campos escalares y vectoriales.
- 1.3. Derivadas direccionales y parciales de campos escalares. Interpretación geométrica de las derivadas parciales.
- 1.4. Diferenciabilidad de campos escalares. Propiedades de las funciones diferenciables. Vector gradiente. Dirección de máximo crecimiento. Criterio de diferenciabilidad. Plano tangente a una superficie. Regla de la Cadena. Diferenciabilidad de campos vectoriales.

Unidad 2. APLICACIONES DEL CÁLCULO DIFERENCIAL PARA FUNCIONES DE VARIAS VARIABLES

- 2.1. El Teorema del Valor Medio y la Fórmula de Taylor.
- 2.2. Extremos de campos escalares. Condición necesaria. Condición suficiente en términos de formas cuadráticas. Matriz hessiana. Pequeño intermedio cuadrático. Extremos de campos escalares. Condición necesaria y suficiente de existencia de extremos. Criterio del Hessiano para la determinación de extremos para $n = 2$. Criterios para analizar la forma cuadrática cuando $n > 2$. Extremos de funciones continuas en conjuntos compactos.
- 2.3. Funciones implícitas. Teorema de Dini.
- 2.4. Extremos condicionados. Multiplicadores de Lagrange. Problemas de aplicación. Método de Lagrange. Multiplicadores de Lagrange.

Unidad 3. INTEGRALES MÚLTIPLES

- 3.1. Introducción. Integrales dobles sobre rectángulos como límite de sumas de Riemann. Integralidad de funciones continuas. Teorema de Fubini.
- 3.2. Extensión de la integral a regiones más generales. Teorema del Valor Medio.
- 3.3. Cambio de variables en integrales dobles. Jacobiano de una transformación. Coordenadas polares en el

plano.

3.4. Integral en regiones acotadas de \mathbb{R}^n . Integral triple sobre un cubo. Integral triple sobre conjuntos más generales. Cambio de variables en integrales triples. Coordenadas cilíndricas y esféricas.

3.5. Aplicaciones de las integrales dobles y triples: área de una región, volumen de un sólido, valor medio de un campo escalar, masa y centro de masa de un cuerpo (placa o sólido), momento de inercia.

Unidad 4. INTEGRALES CURVILÍNEAS

4.1. Introducción. Integral de línea de un campo escalar respecto de la longitud de arco. Definiciones y ejemplos. Aplicaciones.

4.2. Integral de línea de un campo vectorial. Concepto de Trabajo de un campo de fuerzas.

4.3. Independencia del camino. Construcción de la función potencial de un campo vectorial. Condiciones necesarias y suficientes para que un campo vectorial sea un gradiente. Criterio de las derivadas cruzadas. El operador nabla. Gradiente, rotor y divergencia. Construcción de una función potencial.

4.4. Teorema de Green. Aplicaciones. Extensión del Teorema de Green a regiones múltiplemente conexas.

Unidad 5. INTEGRALES DE SUPERFICIE

5.1. Representación paramétrica de una superficie. Producto vectorial fundamental. Ortogonalidad con la superficie.

5.2. Área de una superficie.

5.3. Integral de un campo escalar sobre una superficie. Ejemplos y aplicaciones: masa, centro de masa y momento de inercia.

5.4. Flujo de un campo vectorial a través de una superficie. Teorema de la divergencia (Gauss). Teorema del rotor (Stokes). Aplicaciones.

Unidad 6. NOCIONES DE FUNCIONES DE VARIABLE COMPLEJA

6.1. Introducción de funciones de variable compleja. Función analítica.

6.2. Integral de una función analítica a lo largo de una curva. Teorema de Cauchy como consecuencia de la fórmula de Green.

Para esta actividad curricular se consideran también los siguientes contenidos:

Procedimentales:

- Ejemplificación con entes matemáticos que cumplen y no cumplen con ciertas condiciones.
- Validación de proposiciones matemáticas.
- Contrastación de situaciones, analizando semejanzas y diferencias.
- Demostración de propiedades.
- Elaboración de conjeturas a partir de la observación de regularidades.
- Modelización matemática a través de las herramientas de las ecuaciones diferenciales.
- Comunicación en forma oral y escrita de los procedimientos de resolución de problemas.

Actitudinales:

- Independencia y autonomía en el pensamiento.
- Capacidad para tomar decisiones y aceptar responsabilidades.
- Valoración de la investigación como fuente de conocimiento y aprendizaje.
- Curiosidad, apertura, duda, en relación a los conceptos y procedimientos con los que actúa.
- Valoración de la Matemática como fuente de construcción humana.
- Valoración del aporte de los contenidos matemáticos a las distintas áreas y a las distintas situaciones de la vida cotidiana.
- Valoración del papel central del pensamiento crítico en el desarrollo de las ciencias.
- Valoración de las posibilidades y limitaciones del pensamiento científico.
- Valoración de los diferentes lenguajes que posibilitan la expresión y la comunicación.
- Valoración del intercambio plural de ideas en la elaboración de conocimientos y como fuente de aprendizaje, y flexibilidad y respeto hacia el pensamiento y producciones ajenas.
- Seguridad para sostener sus ideas, creencias y los productos de su actividad, y disponibilidad y flexibilidad para

revisar los propios puntos de vista y las propias producciones.

- Autonomía, creatividad y perseverancia en el planteo y la búsqueda de soluciones a los problemas, en la toma de decisiones y en el diseño y concreción de proyectos.
- Valoración de la importancia del aprendizaje permanente.
- Responsabilidad y cuidado en el uso de los instrumentos y equipamiento que se emplea en el aprendizaje.

Modalidades de enseñanza-aprendizaje

Se entiende al estudiante como constructor de su propio conocimiento. Es por ello que se propone el trabajo en equipo como estrategia didáctica y la clase como un espacio de aprendizaje con uso de fuentes bibliográficas y de recursos tecnológicos.

Es parte del trabajo áulico brindar a los estudiantes oportunidades para que discutan, saquen conclusiones, defiendan sus ideas. El docente alentará la comunicación de resultados y de procedimientos, la expresión oral y la utilización de distintos lenguajes.

La actividad curricular alternará distintas instancias:

Una instancia con un mayor protagonismo del docente quien sobre la base de un material didáctico disponible y en permanente interacción con los alumnos destaca la importancia de cada tema, presenta definiciones, enuncia y/o prueba propiedades relevantes y analiza ejemplos simples que faciliten la comprensión y conceptualización.

Una segunda instancia con un mayor protagonismo de los alumnos, quienes en grupos (de dos o tres) trabajan sobre una guía de ejercicios y problemas, con el soporte de los docentes quienes interaccionan constantemente con cada grupo fomentando la discusión entre sus miembros y reorientando sus iniciativas.

Todos los docentes de la cátedra fijarán una hora semanal de consulta para continuar con la discusión de aquellos conceptos y problemas en los que los estudiantes hayan encontrado dificultades.

Actividades de Formación Práctica

Para la formación práctica se realizarán diversas actividades. Algunas corresponderán a la resolución de ejercicios y problemas seleccionados de la bibliografía básica tendientes al aprendizaje de técnicas, por lo que mayormente serán realizados fuera del horario de clase. Otras, consistirán en la resolución de guías confeccionadas por la cátedra con el objetivo de fomentar la discusión, el análisis y el uso de recursos tecnológicos en el aula.

En estas actividades el alumno adquiere un mayor protagonismo desarrollando habilidades para detectar errores y reconocer que desde ellos se plantea un nuevo aprendizaje.

Nº	Título	Descripción
1	Cálculo diferencial para funciones de varias variables	Consiste en un conjunto de ejercicios de diversa complejidad y problemas seleccionados de la bibliografía. Destacándose la utilización de software matemático, para realizar el gráfico de funciones de dos variables independientes, y los problemas tendientes a interpretar geoméricamente a las derivadas parciales y direccionales de un campo escalar.
2	Aplicaciones del cálculo diferencial para funciones de varias variables	Consiste en un conjunto de ejercicios de complejidad creciente, seleccionados de la bibliografía. Destacándose la resolución de problemas de optimización.

3	Integrales múltiples	Consiste en un conjunto de ejercicios y problemas, de diversa complejidad, seleccionados de la bibliografía. Destacándose la resolución de problemas correspondientes a la física y los ejercicios de aplicación del Teorema de Fubini.
4	Integrales curvilíneas	Consiste en un conjunto de ejercicios y problemas, de diversa complejidad, seleccionados de la bibliografía. Destacándose la resolución de problemas correspondientes a la física y los ejercicios de aplicación del Teorema de Green.
5	Integrales de superficies	Consiste en un conjunto de ejercicios y problemas, de diversa complejidad, seleccionados de la bibliografía. Destacándose la resolución de problemas correspondientes a la física y los ejercicios de aplicación de los Teoremas de Gauss y de Stokes.

Evaluación

La propuesta es hacer de la evaluación un continuo integrado en el proceso de enseñanza-aprendizaje, que refleje los caminos de aprendizaje del alumno y ayude al docente, de ser necesario, a reorientar la enseñanza de manera eficaz.

Se combinarán actividades de evaluación sumativa con actividades de evaluación formativa y continua.

En cuanto a las actividades de evaluación sumativa:

Se realizan dos evaluaciones parciales de tipo teórico-práctico-conceptual que comprenden el manejo de definiciones, propiedades, teoremas y la resolución de problemas y ejercicios.

Parcial n°1: se evaluarán los temas de las unidades 1, 2 (Aprox. en la semana 8)

Parcial n° 2: se evaluarán los temas de las unidades 3,4. (Aprox. en la semana 13)

Estas evaluaciones tendrán como objetivo reconocer si el estudiante maneja las ideas centrales de los contenidos temáticos puestos en juego, y se encamina a lograr los objetivos específicos de la asignatura.

1. El alumno que apruebe los parciales con una nota superior a 5 y un promedio de los dos parciales superior a 6 alcanzará la condición de alumno regular, y para acreditar Cálculo III deberá realizar en las mesas de exámenes una evaluación práctica sobre todos los temas de la asignatura que deberá aprobar con nota superior a 6 y realizará luego un coloquio final globalizador, que deberá aprobar con nota superior a 6. La aprobación de las dos instancias implica la acreditación de la asignatura.

2. El alumno que apruebe los parciales con una nota superior a 7 y un promedio de los dos parciales superior a 8 alcanzará la condición de alumno regular (promovido), teniendo la posibilidad de realizar en las mesas de exámenes una evaluación práctica sobre los temas de la asignatura que no hayan sido incluido en los parciales, que deberá aprobar con nota superior a 6 y realizará luego un coloquio final globalizador, que deberá aprobar con nota superior a 6 para acreditar la asignatura. En caso de no aprobar en el turno correspondiente de examen (en las mesas de noviembre-diciembre) el alumno mantendrá de todas maneras la condición de alumno regular y para acreditar la asignatura procederá como en el ítem 1.

3. El alumno que no apruebe uno de los dos parciales, deberá realizar en la semana 15 una evaluación recuperatoria con los temas correspondientes al parcial no aprobado. Si aprueba esta evaluación práctica recuperatoria, alcanza la condición de alumno regular, y para acreditar la asignatura procederá como en el ítem 1. Si no aprueba esta evaluación práctica queda en condición de alumno libre.

4. El examen para el alumno con condición libre consta de una primera instancia escrita de práctica, que deberá aprobarse, con nota superior a 6, para acceder a la segunda instancia sobre fundamentos teóricos, que deberá aprobarse con nota superior a 6, y finalmente un coloquio final globalizador, que también deberá aprobar con nota superior a 6. La aprobación de las tres instancias implica la acreditación de la asignatura.

Distribución de la carga horaria

Presenciales

Teóricas		52 Hs.
Prácticas	Prácticas en gabinetes y/o laboratorios	0 Hs.
	Trabajo de campo	0 Hs.
	Resolución de Problemas y Ejercicios	35 Hs.
	Problemas abiertos vinculados a la profesión	0 Hs.
	Prácticas vinculadas a las TIC	10 Hs.
	Actividades de Proyecto y Diseño	0 Hs.
	Práctica Profesional Supervisada	0 Hs.
Evaluaciones		8 Hs.
Total		105 Hs.

Dedicadas por el alumno fuera de clase

	Preparación Teórico-Práctica	100 Hs.
	Elaboración y redacción de informes, trabajos, presentaciones, etc.	5 Hs.
Total		105 Hs.

Bibliografía básica

Título	Autores	Editorial	Año	Ejem.
Cálculo vectorial - Quinta Edición	Marsden J.- Tromba A.	Pearson Educación	2004	4
Cálculo. Varias variables - Undécima Edición	Thomas G.B Jr	Pearson Educación	2006	32
Cálculus - Segunda Edición	Spivak M.	Reverté	1998	6
Análisis Matemático	Apostol T.	Reverté		
Introducción al Cálculo y al Análisis Matemático	Courant R.	Limusa		
Cálculus Volumen I : Cálculo con una variable con una introducción al Álgebra Lineal	Apostol T.	Reverté		
Cálculus Volumen II : Cálculo con funciones de varias variables y Álgebra Lineal, con aplicaciones a las ecuaciones diferenciales y a las probabilidades	Apostol T.	Reverté		

Bibliografía complementaria

Título	Autores	Editorial	Año	Ejem.
Basic Elements of Real Analysis	Murray H. Protter	Springer		

Recursos web y otros recursos

En esta asignatura se trabaja principalmente con apuntes de cátedra. Se dispone de uno por cada unidad de la asignatura y en ellos se incluyen las actividades prácticas propuestas (consignadas arriba) en formato digital o impreso. En algunas clases teórico-prácticas se realizan exposiciones orales utilizando los recursos de las aulas: pizarrón, fibrón, pc con cañón proyector, notebook, conexión a internet. Además software de graficación y

cálculo simbólico (Geogebra, entre otros) y animaciones (por ejemplo: Integral de línea de un campo escalar <http://1ucasvb.tumblr.com/post/47736801235/line-integral-of-a-scalar-field-this-animation>; Integral de línea de un campo vectorial <http://1ucasvb.tumblr.com/post/42670012294/updated-line-integral-of-a-vector-field>).

La cátedra mantiene fluida comunicación con los alumnos por correo electrónico, a través del mismo se envían los archivos digitales de los apuntes y trabajos prácticos, como así también toda información referente a horarios y lugar de consulta, fechas de parciales y resultados de las evaluaciones.

Además los alumnos reciben información de otros temas relacionados con la carrera inscribiéndose en la lista de correo electrónico euclides.

Cronograma de actividades

Semana	Unidad	Tema	Actividad
1	1	Topología de \mathbb{R}^n . Subconjuntos de \mathbb{R}^n . Funciones definidas en \mathbb{R}^n .	Clases teórico-prácticas. Trabajo sobre la práctica N° 1.
2	1	Campos escalares y vectoriales. Gráficas. Definición de superficies en \mathbb{R}^3 . Límites y continuidad de campos escalares y vectoriales.	Clases teórico-prácticas. Trabajo sobre la práctica N° 1.
3	1	Derivadas direccionales y parciales de campos escalares. Interpretación geométrica de las derivadas parciales. Diferenciabilidad de campos escalares.	Clases teórico-prácticas. Trabajo sobre la práctica N° 1.
4	1	Propiedades de las funciones diferenciables. Vector gradiente. Dirección de máximo crecimiento. Criterio de diferenciabilidad. Plano tangente a una superficie.	Clases teórico-prácticas. Trabajo sobre la práctica N° 1.
5	1	Regla de la cadena. Diferenciabilidad de campos vectoriales.	Clases teórico-prácticas. Trabajo sobre la práctica N° 1.
6	2	El Teorema del Valor Medio y la Fórmula de Taylor. Extremos de campos escalares. Condición necesaria. Condición suficiente en términos de formas cuadráticas. Matriz hessiana. Pequeño intermedio cuadrático. Extremos de campos escalares. Condición necesaria y suficiente de existencia de extremos. Criterio del Hessiano para la determinación de extremos para $n = 2$. Criterios para analizar la forma cuadrática cuando $n > 2$.	Clases teórico-prácticas. Trabajo sobre la práctica N° 2.
7	2	Extremos de funciones continuas en conjuntos compactos. Funciones implícitas. Teorema de Dini.	Clases teórico-prácticas. Trabajo sobre la práctica N° 2.
8	2	Extremos condicionados. Multiplicadores de Lagrange. Problemas de aplicación. Método de Lagrange. Multiplicadores de Lagrange.	Clases teórico-prácticas. Trabajo sobre la práctica N° 2. Primer Parcial.
9	3	Integrales dobles sobre rectángulos como límite de sumas de Riemann. Integralidad de funciones continuas. Teorema de Fubini. Extensión de la integral a regiones más generales. Teorema del Valor Medio.	Clases teórico-prácticas. Trabajo sobre la práctica N° 3.

10	3	Cambio de variables en integrales dobles. Jacobiano de una transformación. Coordenadas polares en el plano. Integral en regiones acotadas de R^n . Integral triple sobre un cubo. Integral triple sobre conjuntos más generales.	Clases teórico-prácticas. Trabajo sobre la práctica N° 3.
11	3	Cambio de variables en integrales triples. Coordenadas cilíndricas y esféricas. Aplicaciones de las integrales dobles y triples: área de una región, volumen de un sólido, valor medio de un campo escalar, masa y centro de masa de un cuerpo (placa o sólido), momento de inercia.	Clases teórico-prácticas. Trabajo sobre la práctica N° 3.
12	4	Integral de línea de un campo escalar respecto de la longitud de arco. Definiciones y ejemplos. Aplicaciones. Integral de línea de un campo vectorial. Concepto de Trabajo de un campo de fuerzas. Independencia del camino. Construcción de la función potencial de un campo vectorial. Condiciones necesarias y suficientes para que un campo vectorial sea un gradiente.	Clases teórico-prácticas. Trabajo sobre la práctica N° 4.
13	4	Criterio de las derivadas cruzadas. El operador nabla. Gradiente, rotor y divergencia. Construcción de una función potencial. Teorema de Green. Aplicaciones. Extensión del Teorema de Green a regiones múltiplemente conexas.	Clases teórico-prácticas. Trabajo sobre la práctica N° 4. Segundo Parcial.
14	5	Representación paramétrica de una superficie. Producto vectorial fundamental. Ortogonalidad con la superficie. Área de una superficie. Integral de un campo escalar sobre una superficie. Ejemplos y aplicaciones: masa, centro de masa y momento de inercia.	Clases teórico-prácticas. Trabajo sobre la práctica N° 5.
15	5-6	Flujo de un campo vectorial a través de una superficie. Teorema de la divergencia (Gauss). Teorema del rotor (Stokes). Aplicaciones. Funciones de variable compleja. Función analítica. Integral de una función analítica a lo largo de una curva. Teorema de Cauchy como consecuencia de la fórmula de Green.	Clases teórico-prácticas. Trabajo sobre la práctica N° 5. Recuperatorio.