Universidad Nacional de Rosario

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS, INGENIERÍA Y AGRIMENSURA

ESCUELA DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

# Asignatura: Cálculo III (LM-PM) - 2018

**Docentes: Pablo Torres, Ana Laura Alet, Brian Luporini.**

**Práctica 6: Análisis Complejo.**

1. Mostrar que $\lim\limits_{z\to 0} \frac{\bar{z}}{z}$ no existe.

2. Demostrar que $u(x,y) = e^{-x}(x\,\mathrm{sen}(y) - y\cos(y))$ es armónica. Encontrar $v(x,y)$ tal que $f(z) = u + iv$ es analítica.

3. Mostrar que las ecuaciones de Cauchy-Riemann en forma polar se escriben
$$\frac{\partial u}{\partial r} = \frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial \theta}, \qquad \frac{\partial v}{\partial r} = -\frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial \theta}.$$

4. Calcular $\int\limits_{\gamma} sen(z)dz$, donde $\gamma$ es la semicircunferencia de radio 1 centrada en el origen en el semiplano $Re(z) \geq 0$, recorrida en sentido antihorario.

5. Calcular $\int\limits_{\gamma} \bar{z}dz$, para $(a)$ $\gamma_1 : [0,2] \mapsto \mathbb{C}$ dada por $\gamma_1(t) = t + it^2$, y $(b)$ para la curva unión de los segmentos de recta que unen los puntos 0 con 2 y luego, 2 con $2+4i$.

6. Sea $\gamma$ la curva cuya imagen es la elipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ parametrizada por $\gamma(t) = a.cos(t) + i.b.sen(t)$ con $0 \leq t \leq 2\pi$. Calcular $\oint\limits_{\gamma} \frac{1}{z}dz$ y deducir $\int\limits_0^{2\pi} \frac{1}{a^2cos^2(t)+b^2sen^2(t)}dt = \frac{2\pi}{ab}$.