Cálculo III (LM-PM)

Examen Final - Promovido - Regular 1 - Libre 1 - 20/12/2017

Alumna/o: .... Carrera: LM - PM

1. Encontrar el área de la superficie definida como intersección del plano $x + y + z = 1$ con el sólido $x^2 + 2y^2 \leq 1$.

2. Evaluar el flujo del campo vectorial

$$F(x, y, z) = (xy, y^2 + e^{xz^2}, sen(xy))$$

a través de la superficie frontera de la región acotada por el cilindro parabólico $z = 1 - x^2$ y los planos $z = 0$, $y = 0$, $y + z = 2$.

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS, INGENIERÍA Y AGRIMENSURA

ESCUELA DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Cálculo III (LM-PM)

Examen Final - Regular 2 - Libre 2 - 20/12/2017

Alumna/o: .... Carrera: LM - PM

1. Sea $f(x,y) = \frac{xy^3}{x^3+y^6}$ si $(x,y) \neq (0,0)$, y definamos $f(0,0) = 0$.
   a) Demostrar que existe la derivada direccional de f en $(0,0)$ en la dirección de cualquier vector a y calcular su valor en función de las componentes de a.
   b) Determinar si f es o no continua en el origen.
2. Calcular $\int\limits_C Pdx + Qdy$,
   donde $P(x,y) = xe^{-y^2}$, $Q(x,y) = -x^2ye^{-y^2} + \frac{1}{x^2+y^2+1}$, y C es la frontera del cuadrado de lado $2a$ determinado por las desigualdades $|x| \leq a$ e $|y| \leq a$, orientado positivamente.
3. Calcular $\iiint\limits_R (y^2+z^2)dV$
   siendo R un cono recto de revolución de altura h, base situada en el plano XY y de radio a y eje en el eje z.
4. Encuentre el volumen máximo de una caja rectangular inscripta en una esfera de radio r.

Cálculo III (LM-PM)

Examen Final - Libre 3 - 20/12/2017

Alumna/o: .... Carrera: LM - PM

1. La temperatura en un punto (x, y) es $T(x, y)$ medida en grados Celsius. Un gusano se arrastra de modo que su posición en el instante t (en segundos) está dada por $x(t) = \sqrt{1+t}$, $y(t) = 2 + \frac{1}{3}t$ (en centímetros).
   La ley de la función T no es conocida, pero se sabe que $T_x(2, 3) = 4$ y $T_y(2, 3) = 3$. ¿Con qué rapidez está subiendo la temperatura en la trayectoria del gusano en el instante $t = 3s$?

2. Se representa la superficie de un lago por una región en el plano XY. Su profundidad (en metros) en el punto $P(x, y)$ está dada por la función $h(x, y) = 400 - 3x^2y^2$. Si un bañista está en el punto $P_0(1, -2)$:

   a) Determine en qué dirección y sentido debe nadar para que la profundidad aumente lo más rápido posible.

   b) Si por el contrario, el bañista se encuentra en una situación de riesgo, ¿hacia dónde debe nadar para llegar lo más rápido posible a un lugar menos profundo?.

   c) ¿Qué recorrido debe seguir para que la profundidad permanezca constante?