

Superficies Curvas

Guía de clase elaborada por

Ing. Guillermo Verger

www.ingverger.com.ar



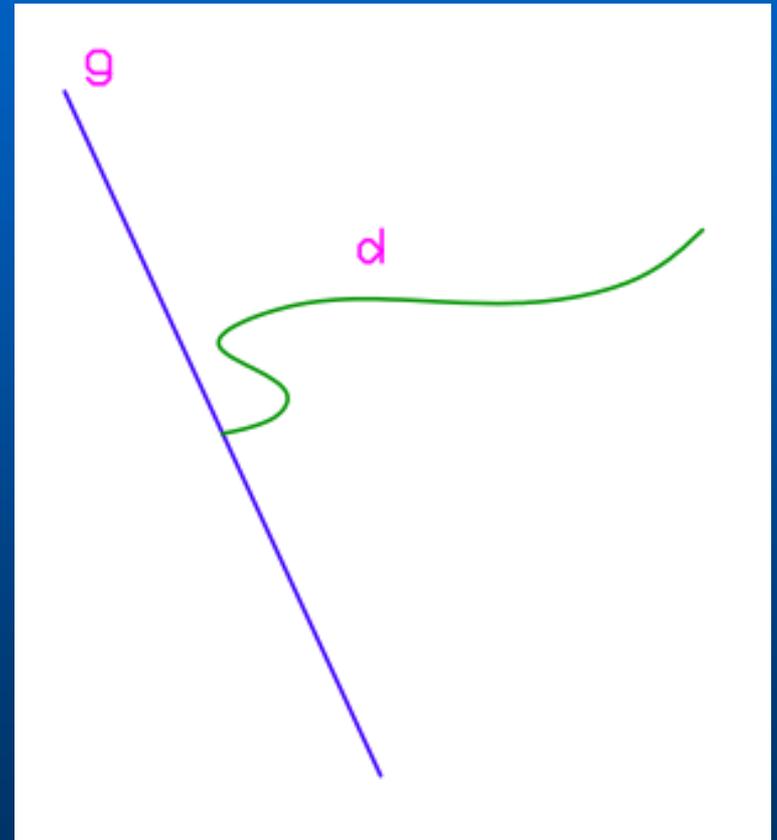


Sistemas de Representación

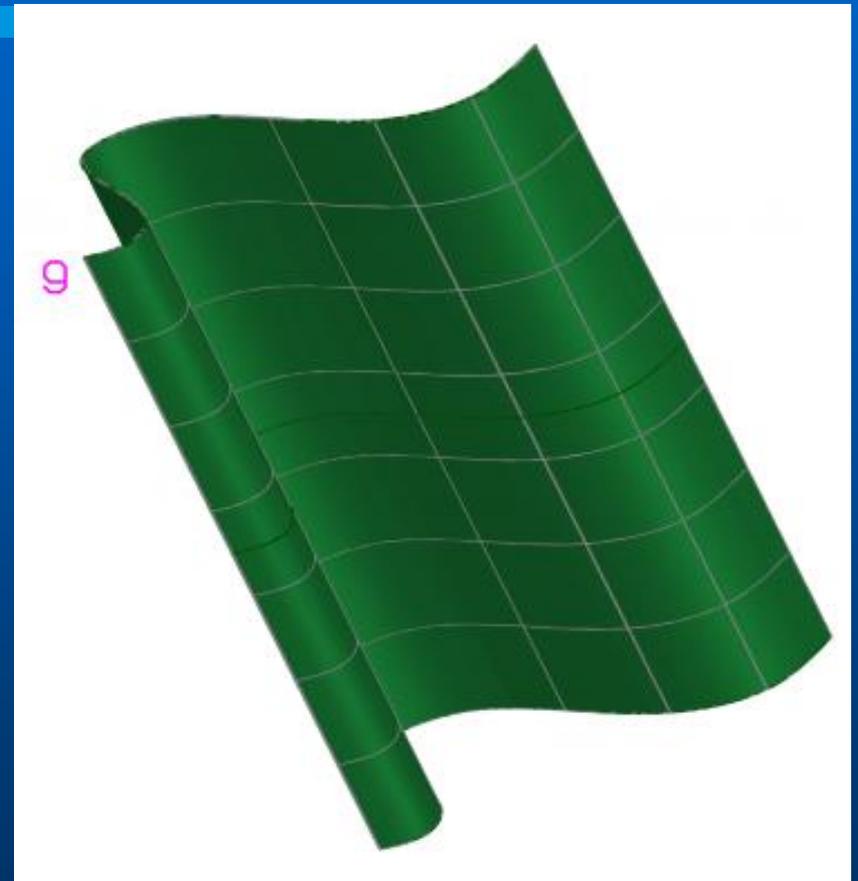
Superficie cilíndrica

Es aquella generada por una recta llamada generatriz que se mueve en el espacio manteniéndose constantemente paralela a si misma y teniendo un punto de contacto con una curva plana o alabeada llamada directriz.

d: directriz
g: generatriz



Superficie cilíndrica



Clasificación de Superficies Cilíndricas

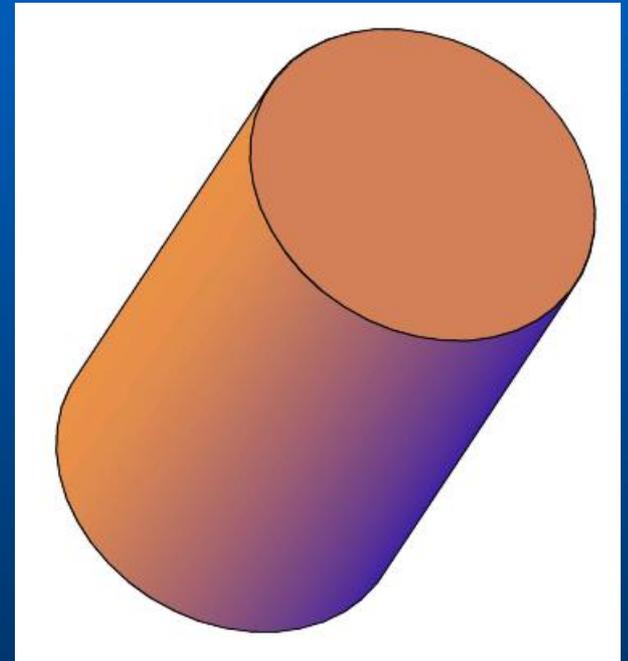
Según la naturaleza de la curva directriz, pueden clasificarse las superficies cilíndricas en superficies de directriz parabólica, circular, elíptica, etc.

Clasificación de las Superficies Cilíndricas de Directriz Circular

- Oblicuas: Si la generatriz es oblicua respecto del plano de la circunferencia directriz se dice que la superficie cilíndrica es oblicua.
- De revolución: Si en cambio la generatriz es perpendicular al plano de la circunferencia directriz se dice que la superficie cilíndrica de directriz circular es recta o de revolución.

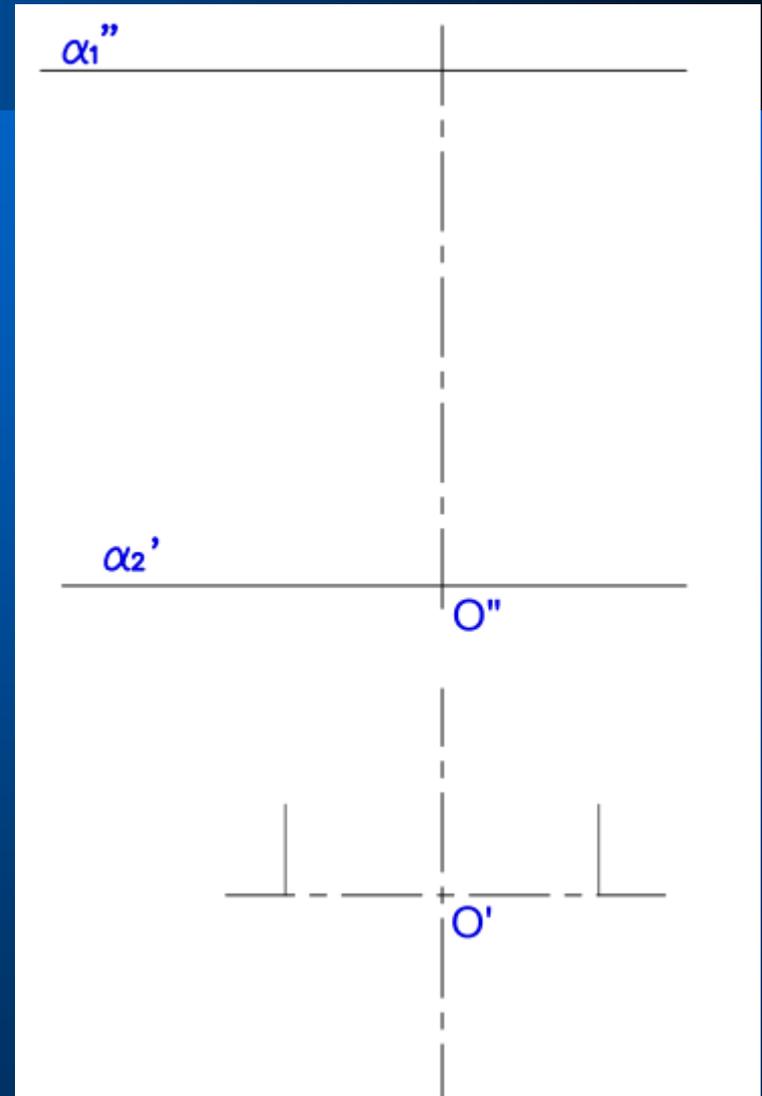
Cilindro recto

Conjunto de puntos del espacio, interiores a una superficie cilíndrica recta de directriz circular, incluidos los puntos de esta superficie pero comprendidos entre el plano que contiene a la circunferencia directriz y otro plano paralelo a éste que corta a la superficie cilíndrica.

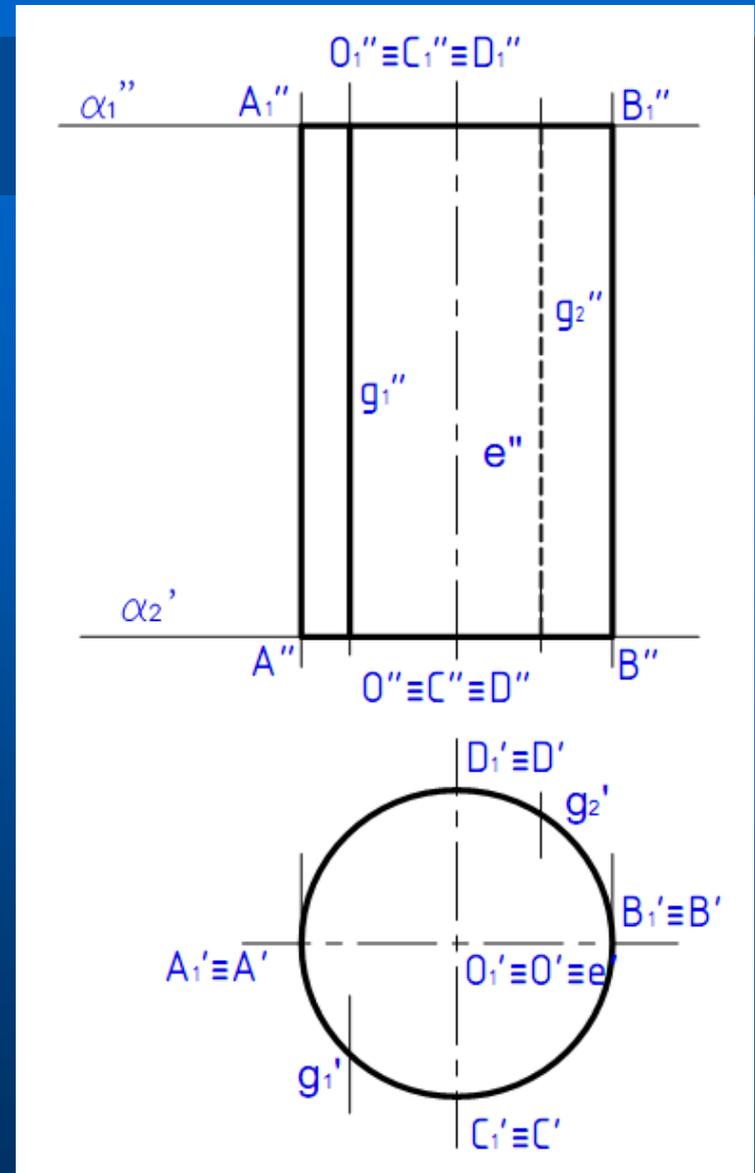


Problema: Representación de cilindro recto

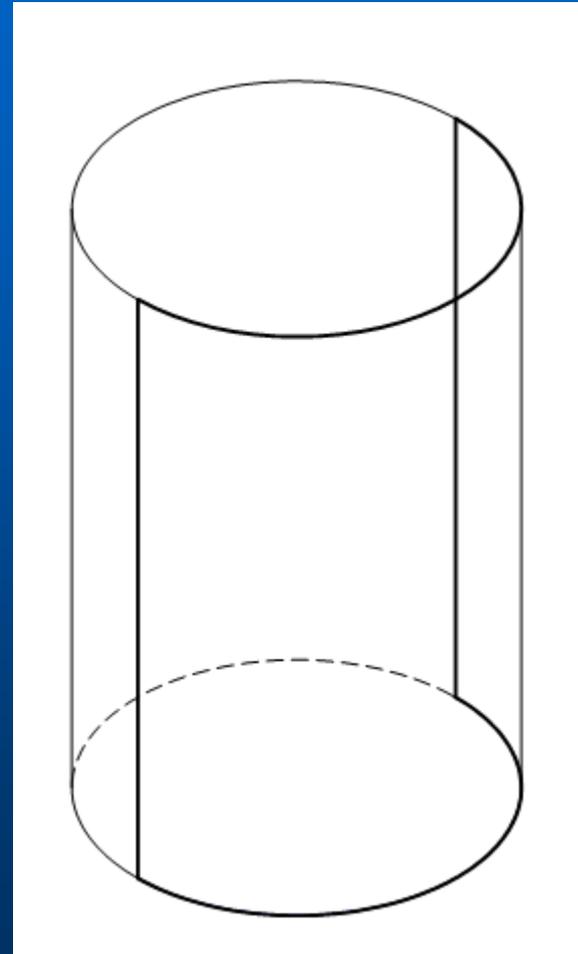
- Diámetro de la base = 50 mm
- Altura del cilindro = 80 mm
- Eje del cilindro: recta vertical
- Se dan como datos las proyecciones de la base inferior (Punto O)



En el problema anterior se agrega la representación de dos generatrices del cilindro, una visible (g_1) y otra no visible (g_2).

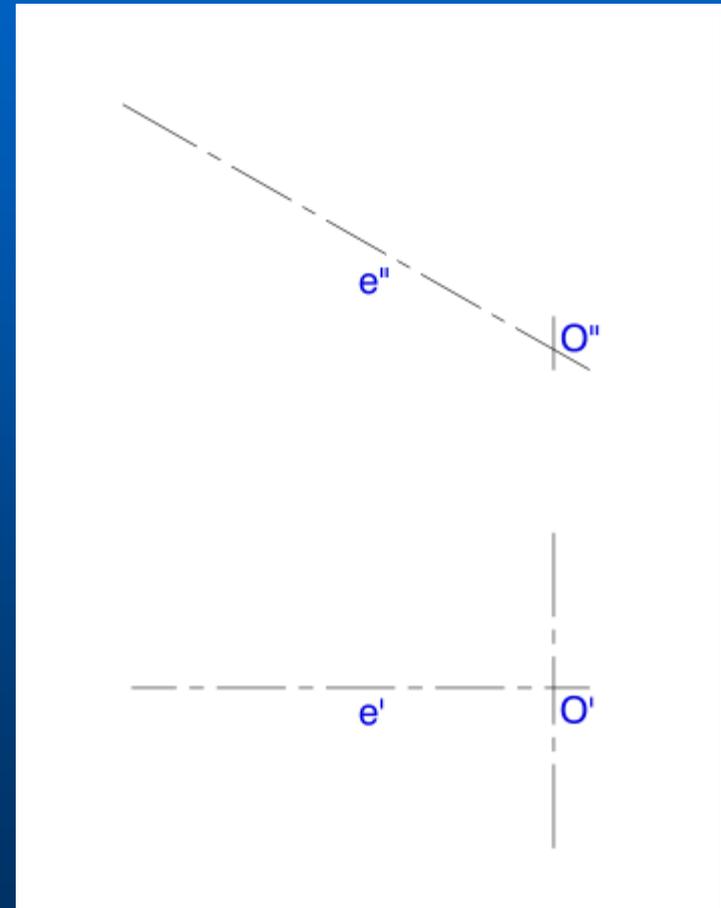


Contorno aparente en cilindro



Problema: Cilindro Recto, Eje Frontal.

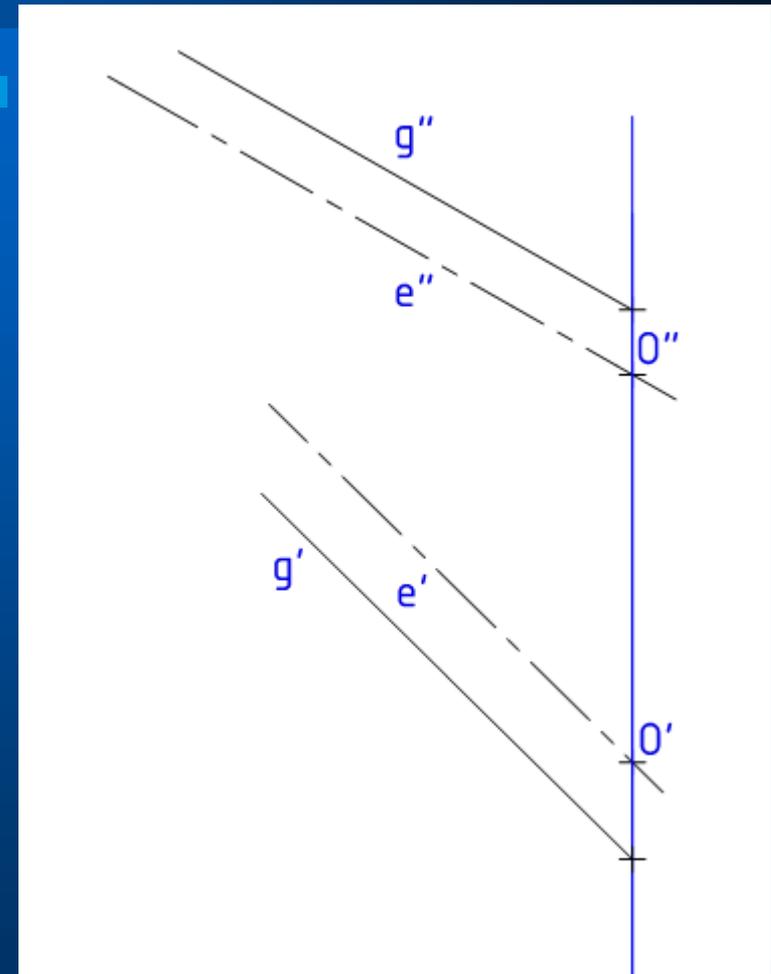
- Diámetro 30 mm
- Altura = 50 mm
- Eje del cilindro es recta frontal que forma 30° con el plano I con cotas crecientes hacia la izquierda.
- Proyecciones del centro de la base inferior (Punto 'O')



Problema: Cilindro Recto, Eje oblicuo (1)

Determinar las proyecciones de un cilindro recto de eje 'e' con los siguientes datos:

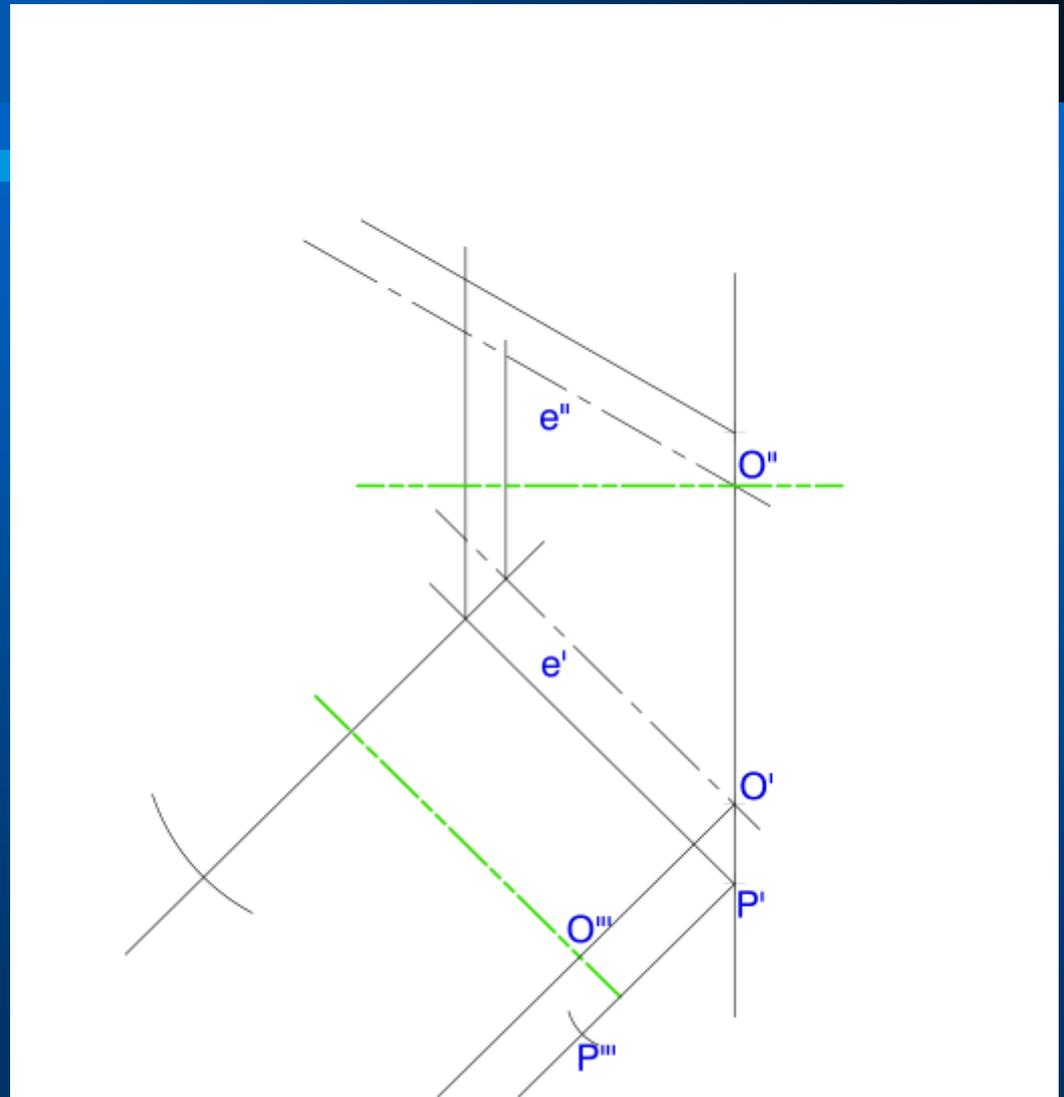
- Proyecciones del eje 'e'
- Proyecciones del centro de la base
- Altura = 45 mm
- Proyecciones de una generatriz
- Nota: Se sugiere comenzar el proceso de resolución con un cambio de plano de proyección vertical.



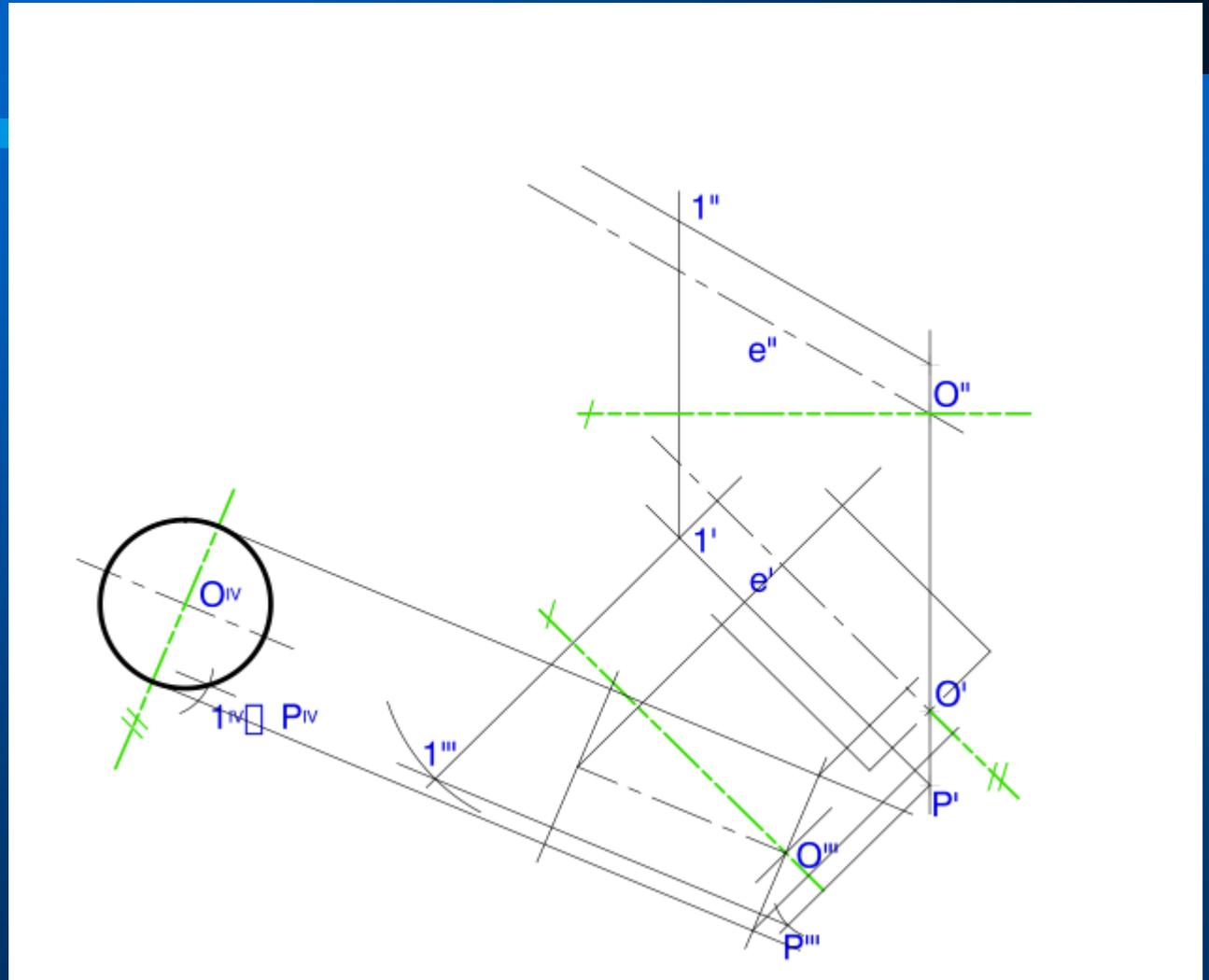
Problema: Cilindro Recto, Eje oblicuo (2)

Determinar las proyecciones de un cilindro recto de eje 'e' con los siguientes datos:

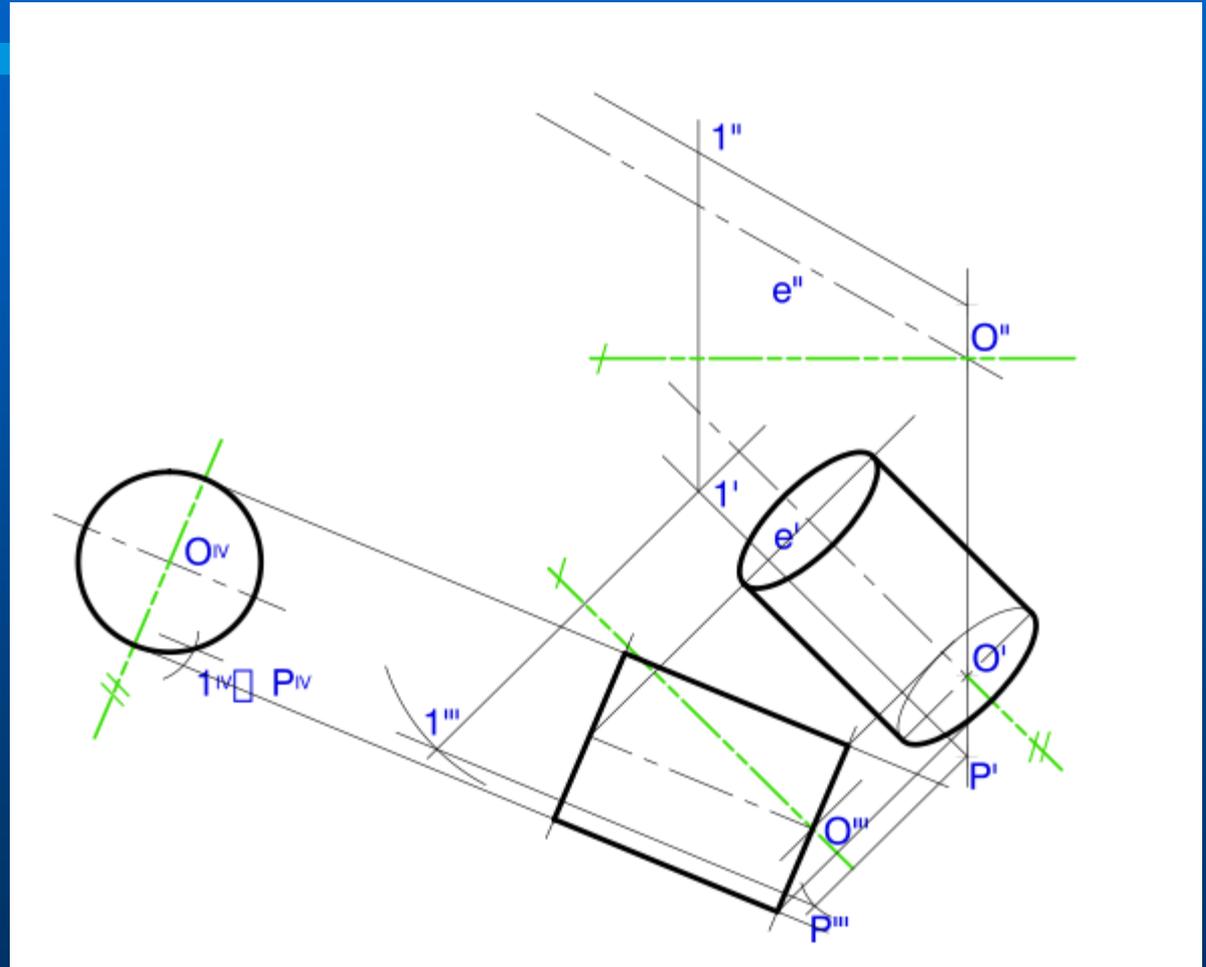
- Proyecciones del eje 'e'
- Proyecciones del centro de la base
- Altura = 45 mm
- Proyecciones de una generatriz
- Nota: Se sugiere comenzar el proceso de resolución con un cambio de plano de proyección vertical.



Problema: Cilindro Recto, Eje oblicuo (3)

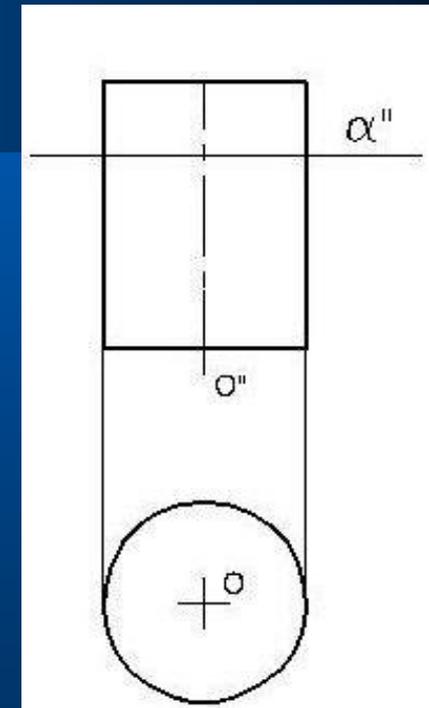
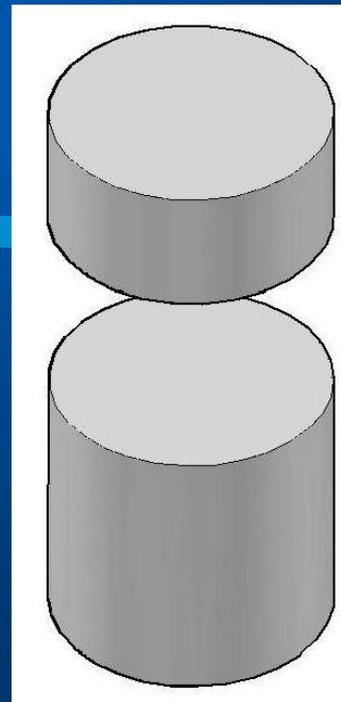
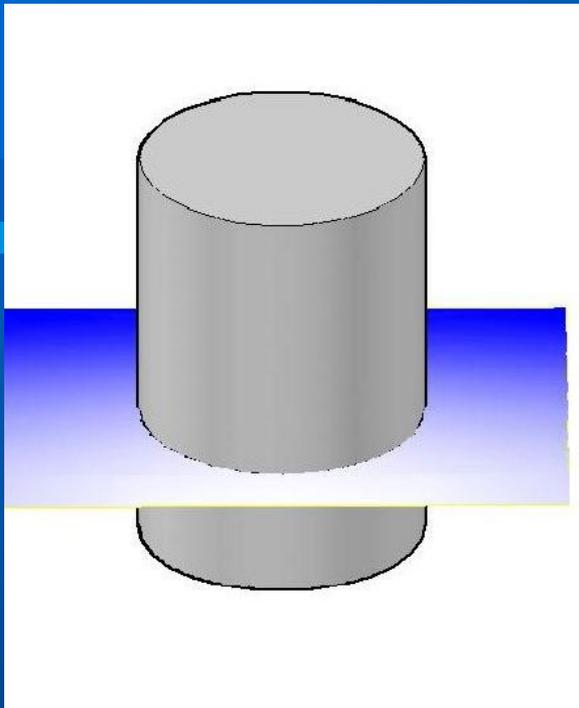


Problema: Cilindro Recto, Eje oblicuo (4)



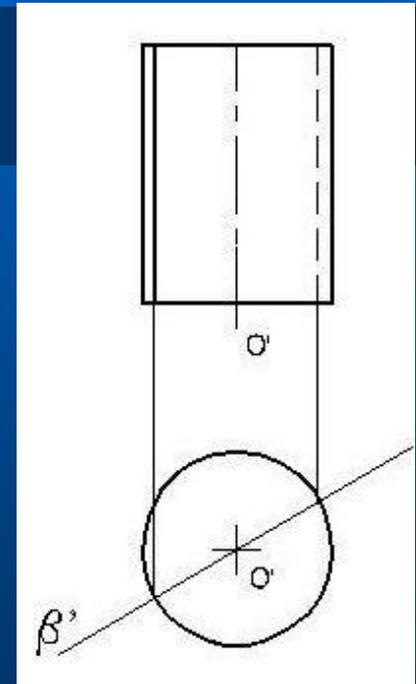
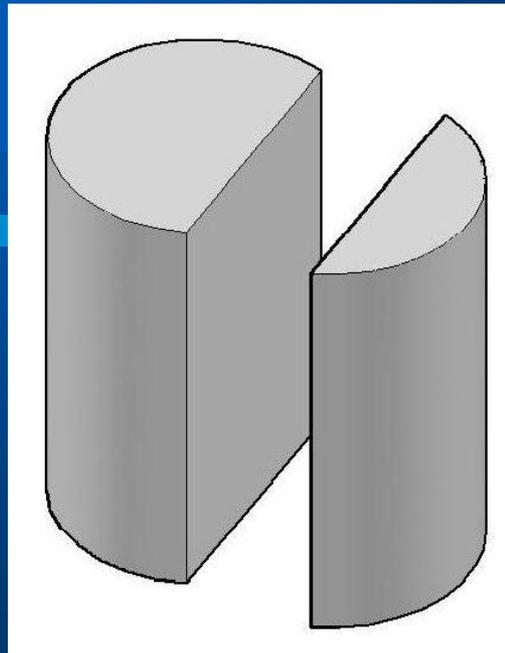
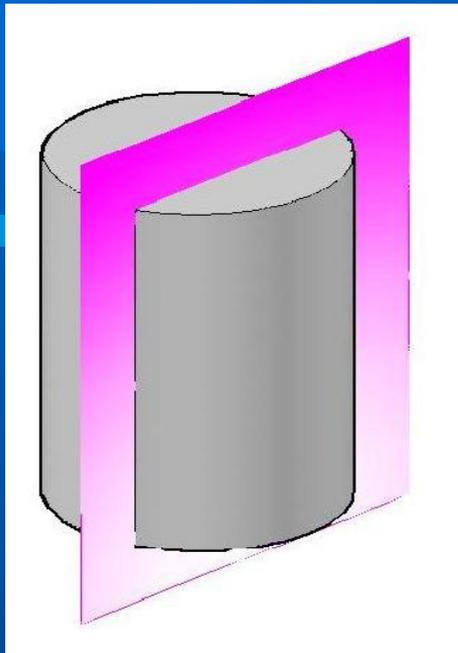
Secciones Planas en Cilindro Recto

1/ Plano secante normal al eje del cilindro



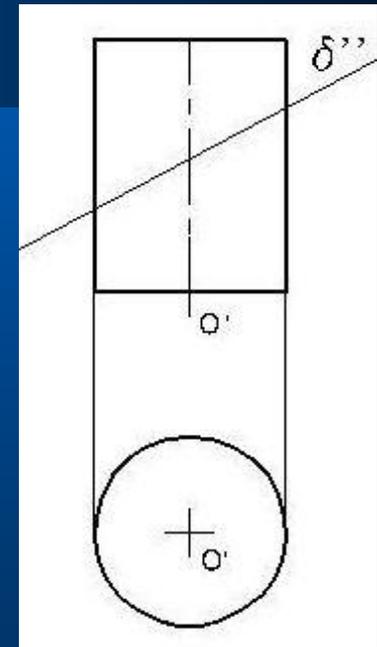
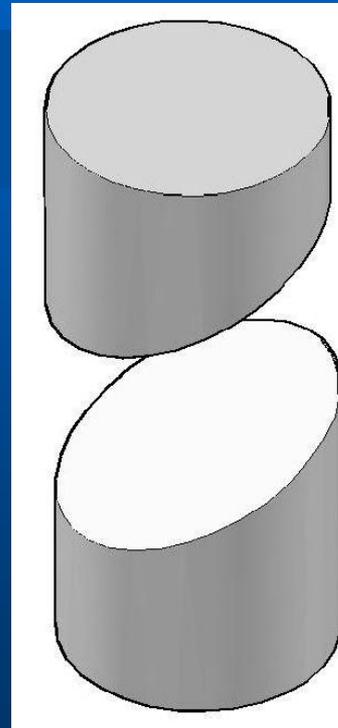
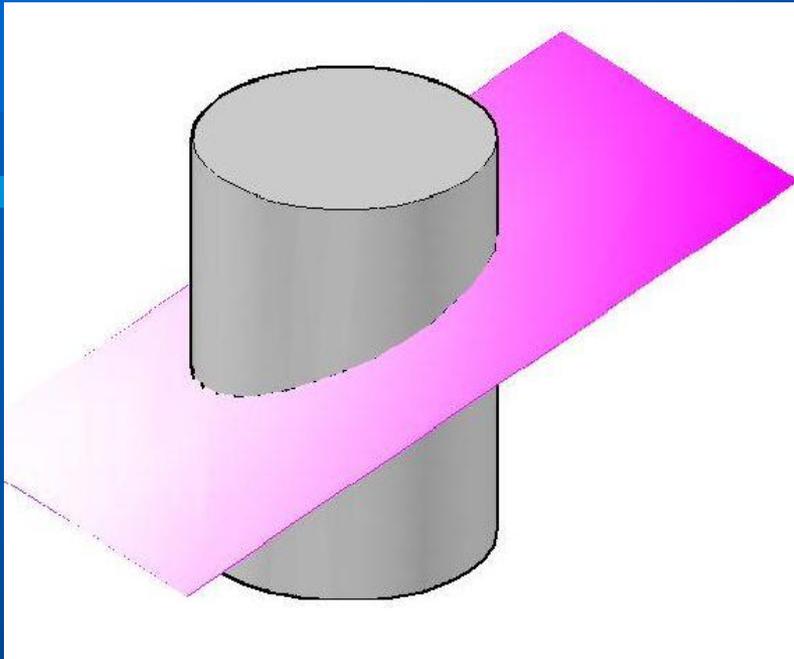
Secciones Planas en Cilindro Recto

2/ Plano paralelo al eje del cilindro

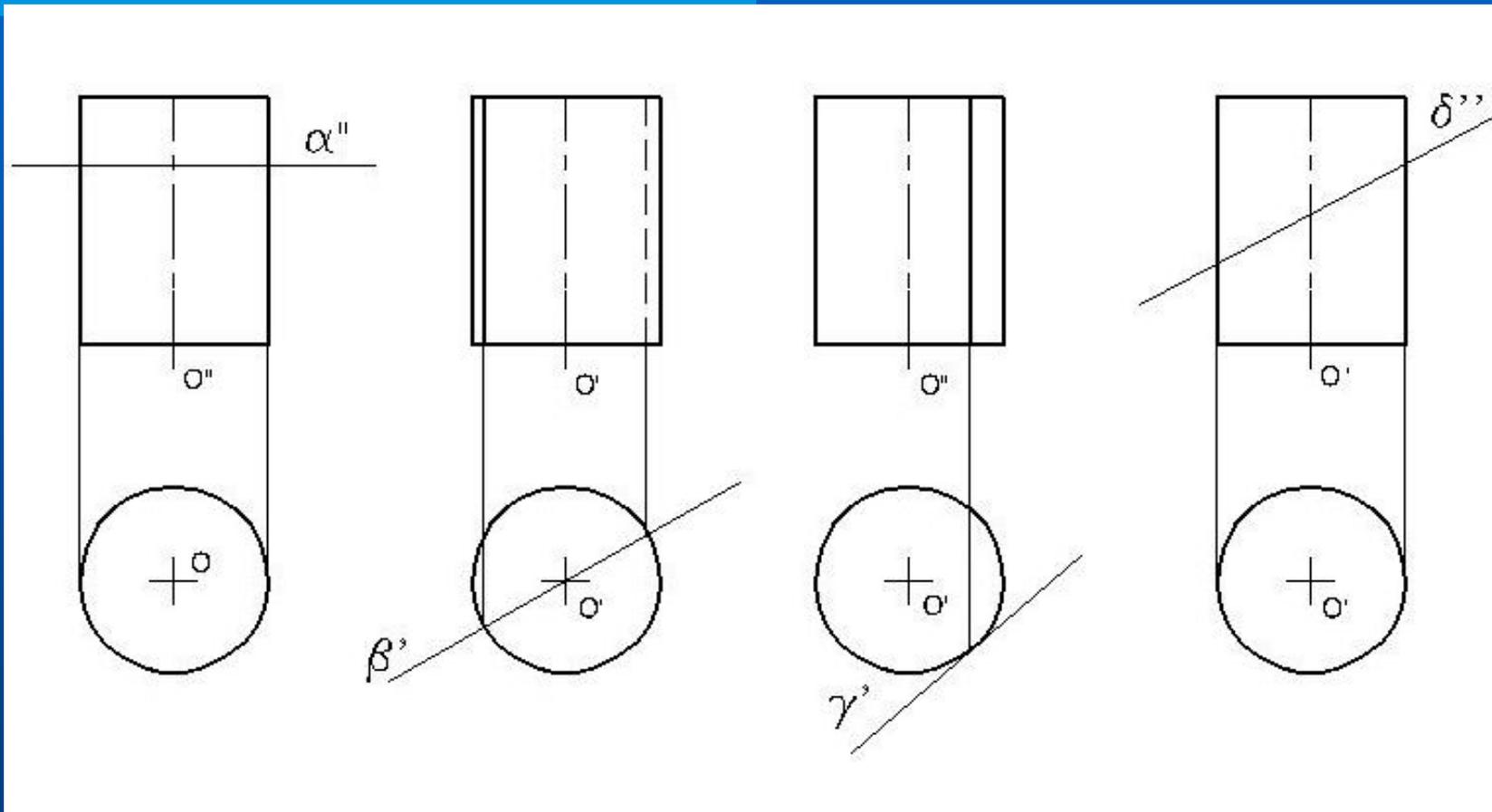


Secciones Planas en Cilindro Recto

3/ Plano oblicuo a las generatrices del cilindro

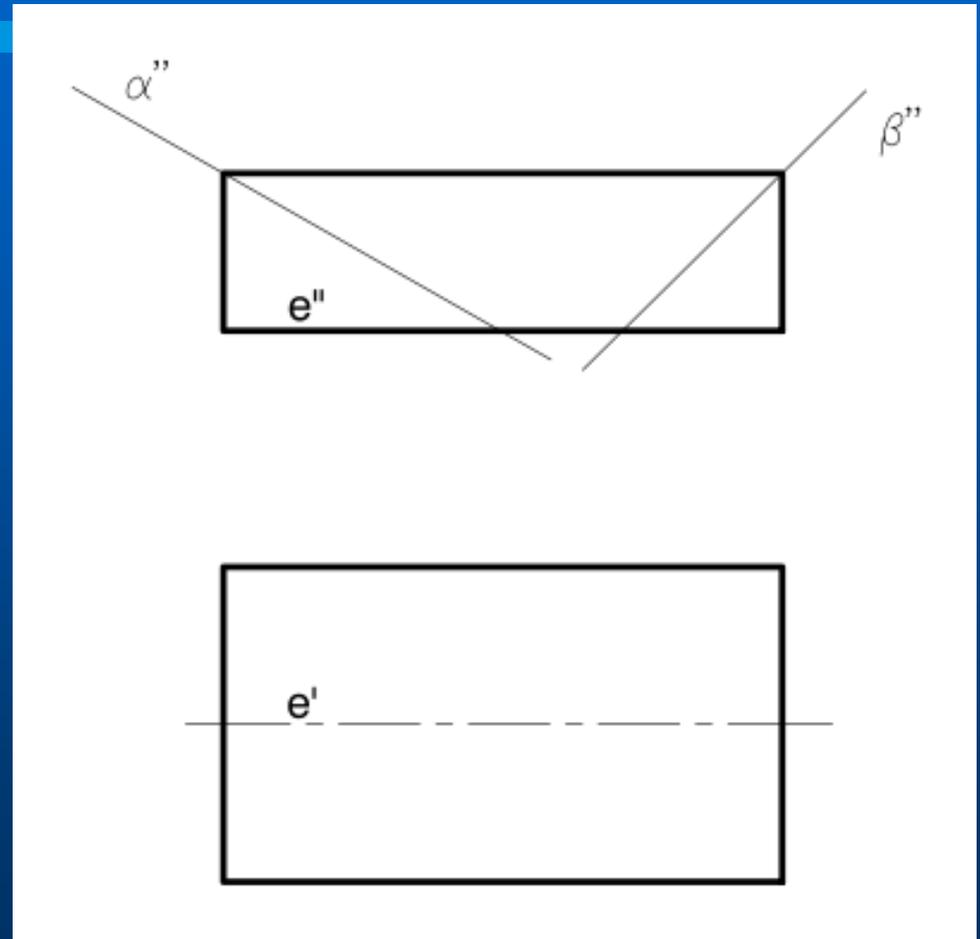


Secciones Planas en Cilindro Recto



Problema: Sección Plana en Superficie Semi-cilíndrica

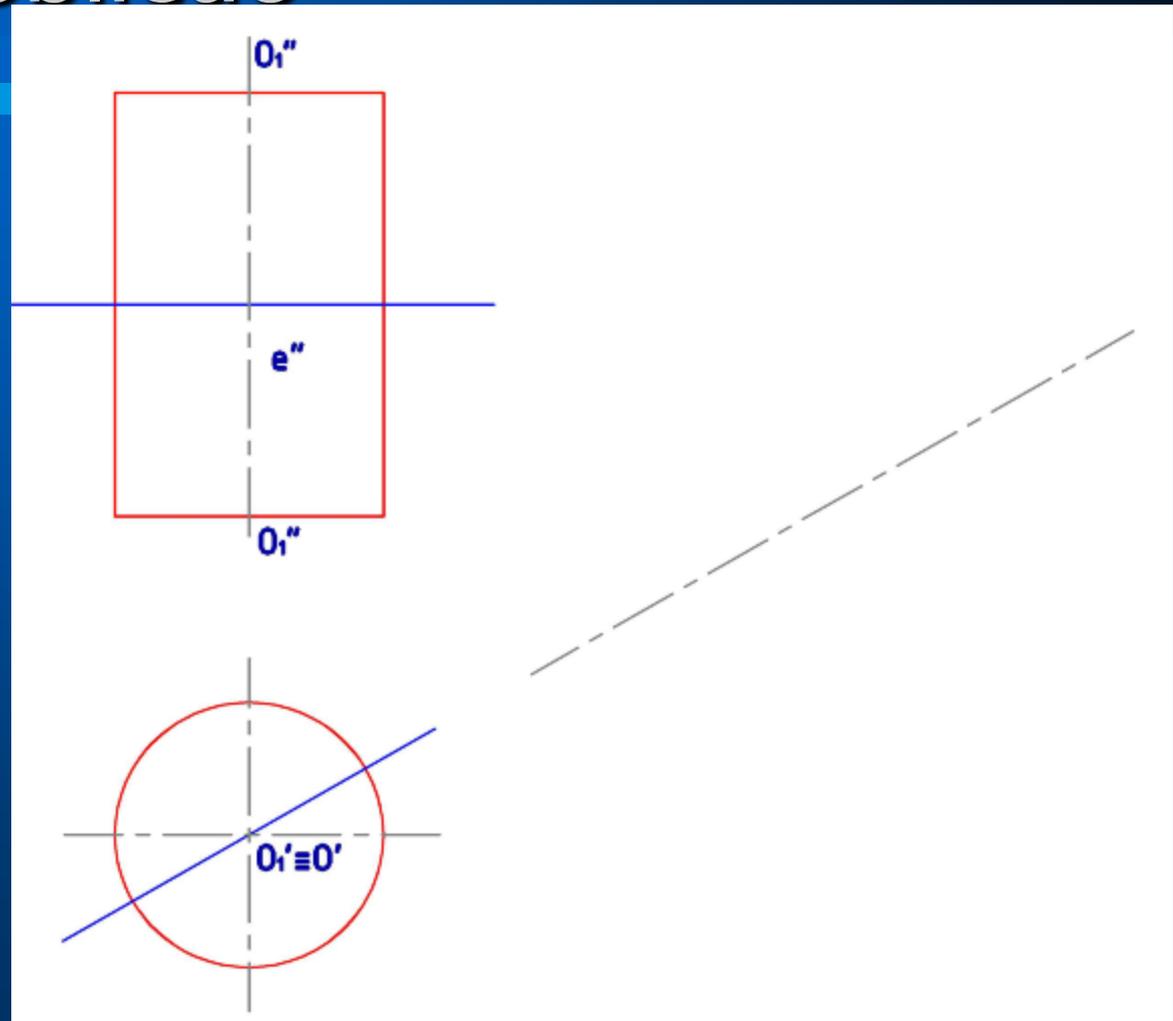
- Hallar las proyecciones de la sección producida en una superficie semi-cilíndrica de eje 'e' paralelo a línea de tierra.
- Diámetro cilindro: 40 mm
- Altura: 70 mm



Problema: Cilindro seccionado por plano oblicuo

Hallar las proyecciones de la sección producida en el cilindro recto representado por un plano secante α que pasa por el punto medio de la altura.

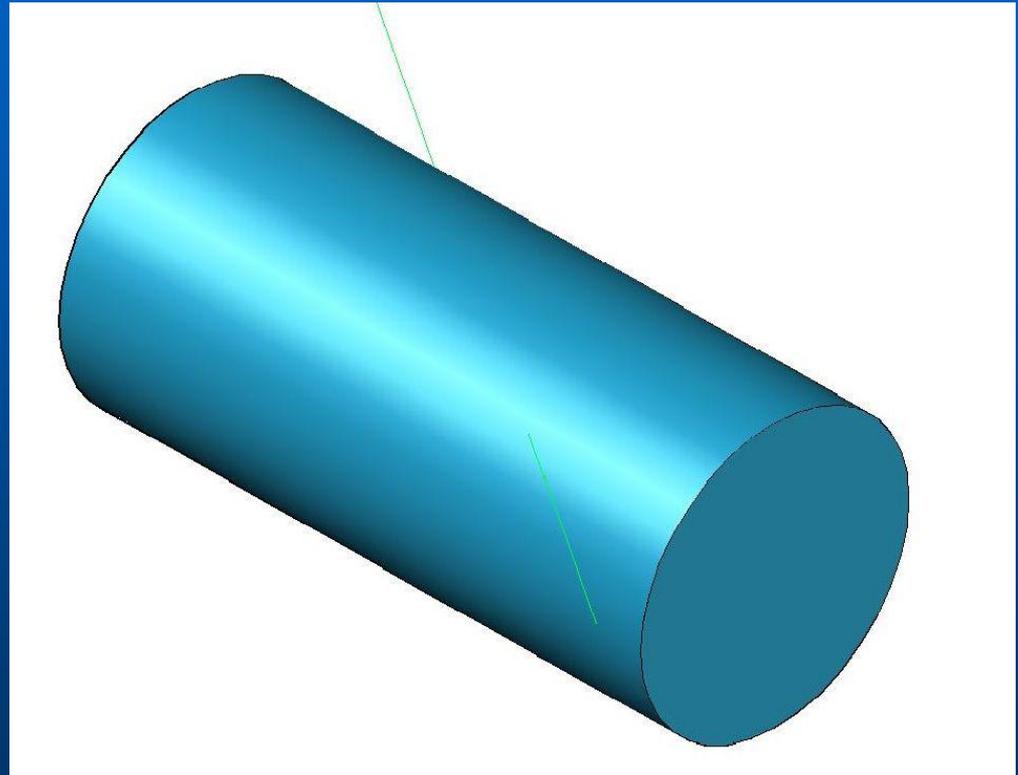
- Las rectas horizontales de α forma un ángulo de 30° con el plano II de modo que los apartamientos decrecen a derecha.
- α forma un ángulo diedro de 45° con el plano I.



Intersección de recta con cilindro

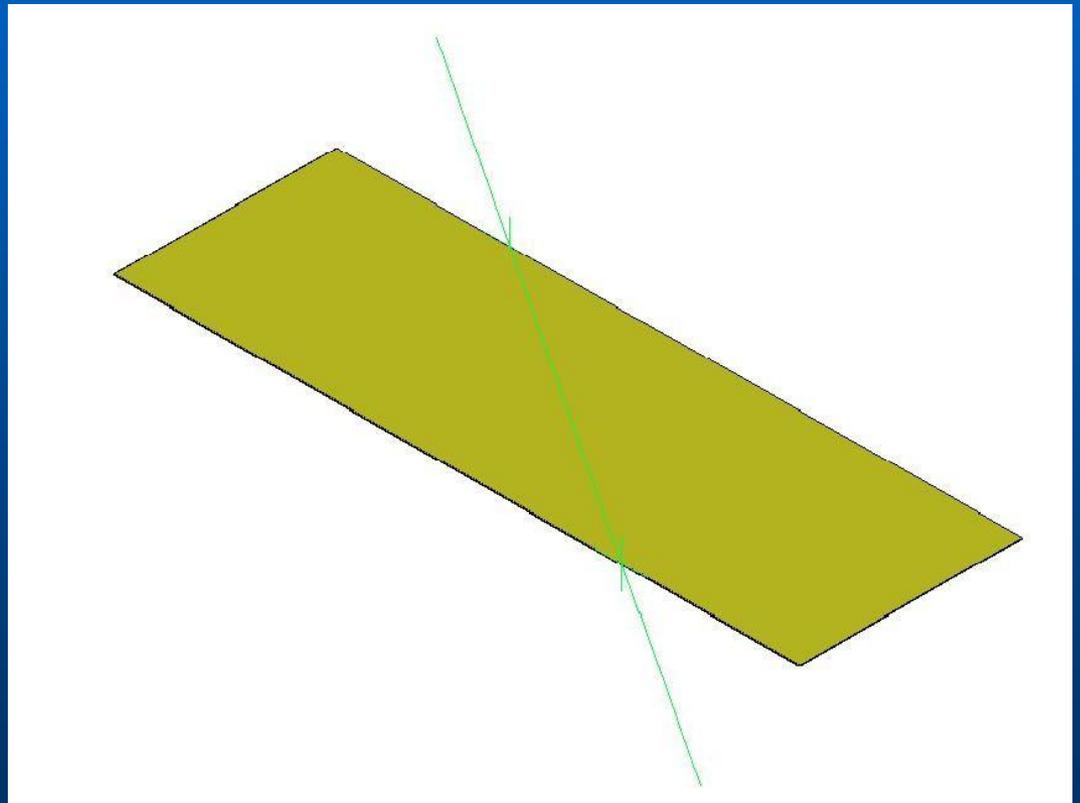
Método general de intersección de recta con sólido:

1. Considerar un plano auxiliar que contenga a la recta y que resulte conveniente para la solución.
- 2...



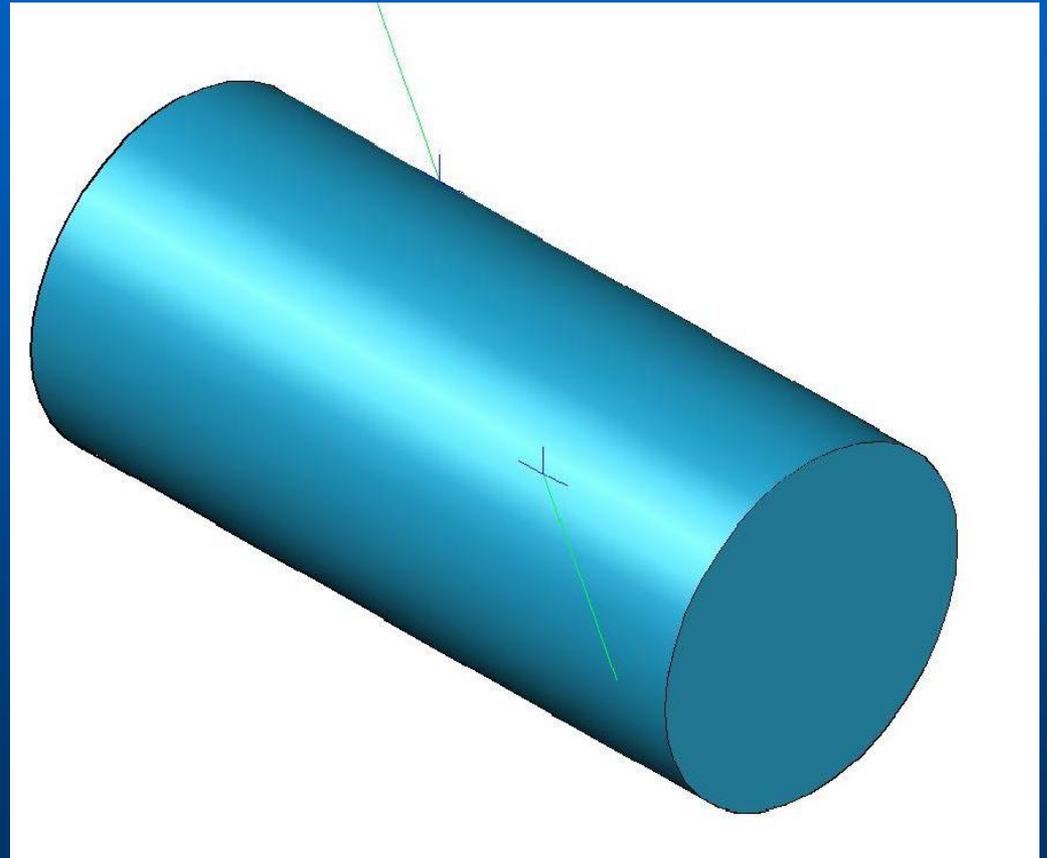
Intersección de recta con cilindro

2. Hallar la intersección producida en el sólido por dicho plano auxiliar.
- 3...

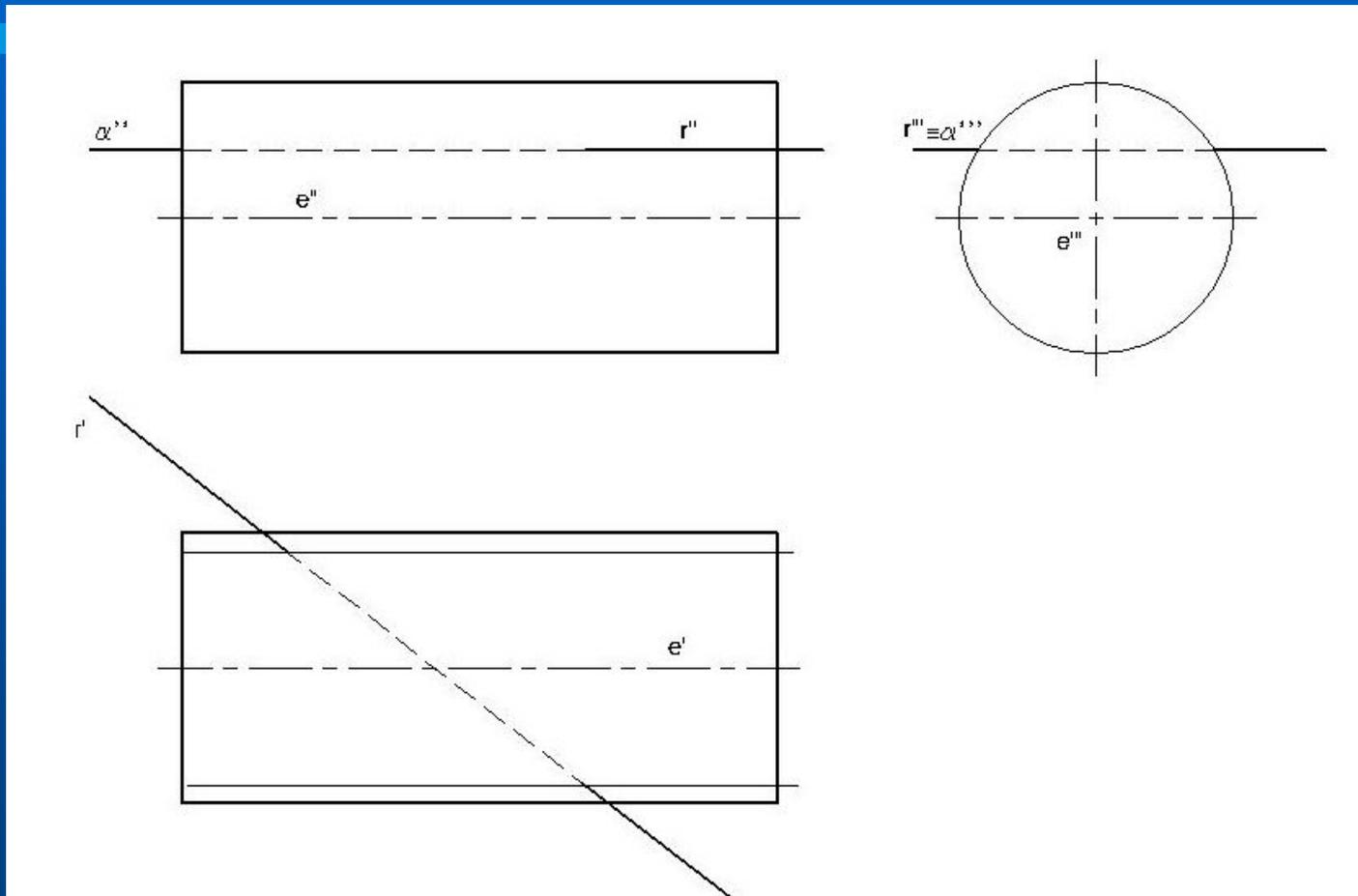


Intersección de recta con cilindro

3. Los puntos comunes a esa sección y a la recta son los puntos de intersección buscados.



Problema: Intersección de recta con cilindro

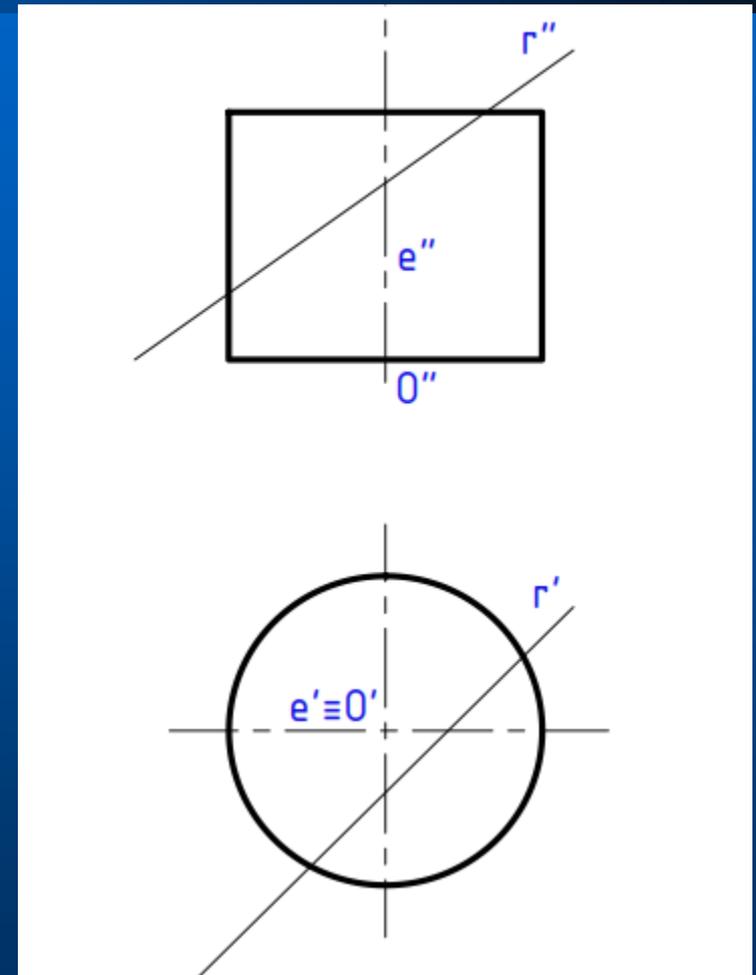


Problema: Intersección de recta con cilindro

Determinar las proyecciones de los puntos de intersección de la recta r' con el cilindro recto.

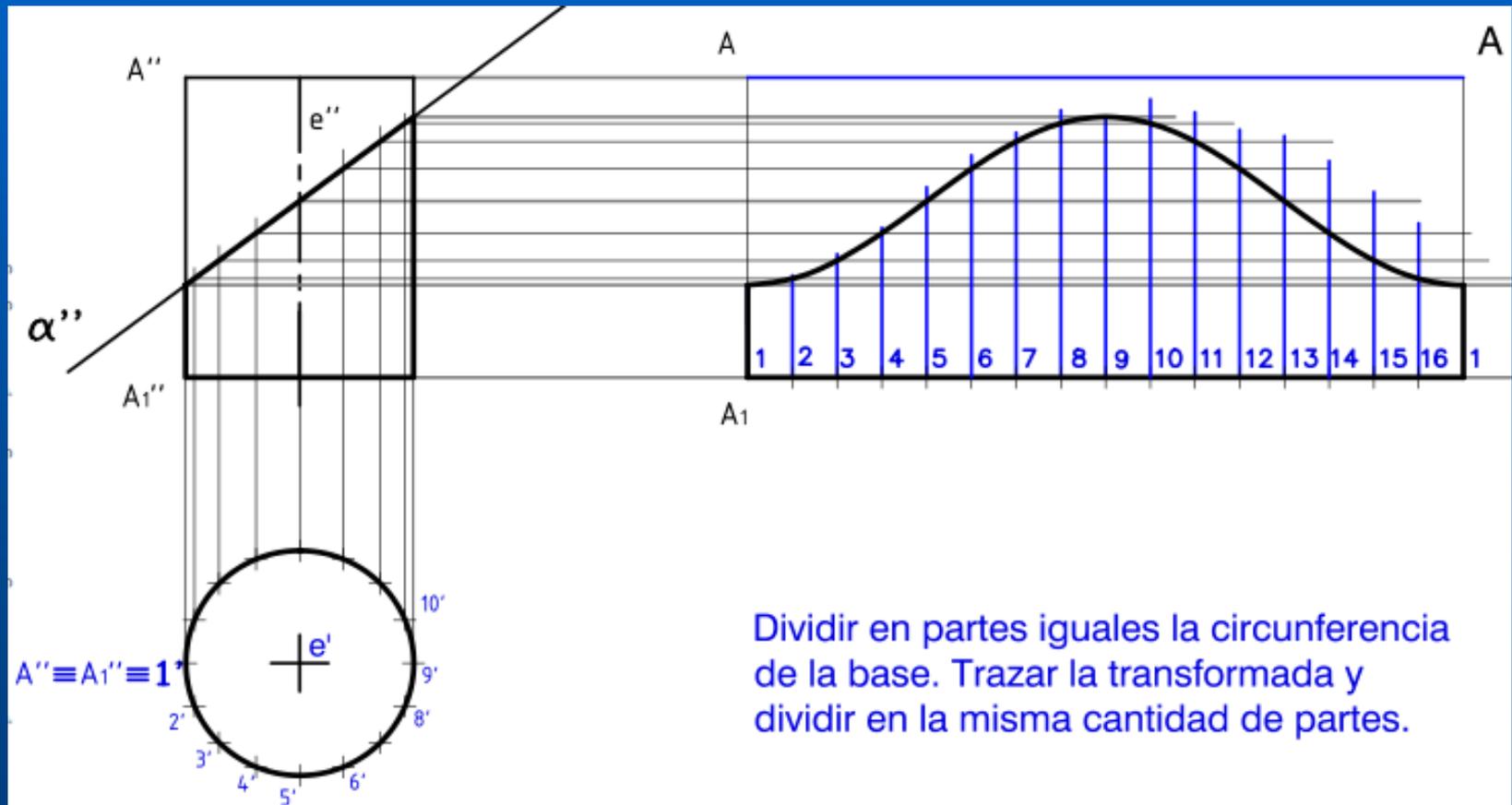
Estudiar visibilidad.

- Diámetro cilindro: 36 mm
- Altura: 20 mm



Problema: Desarrollo de superficie lateral de cilindro recto.

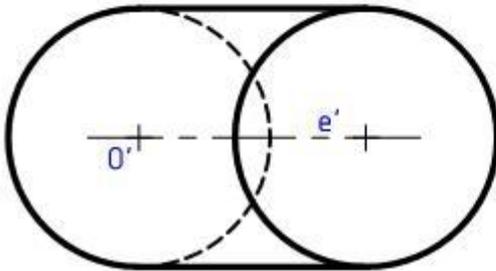
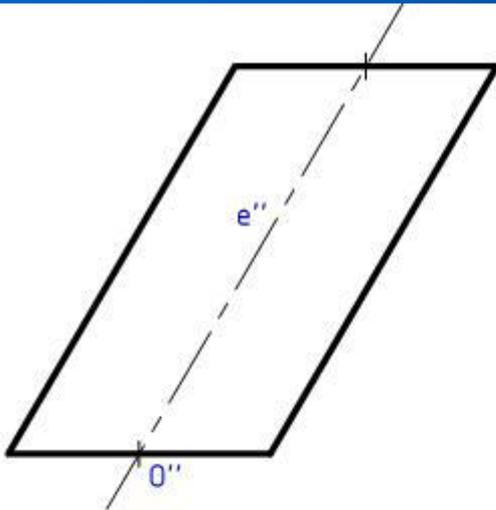
Determinar el desarrollo de la superficie lateral de un cilindro recto.



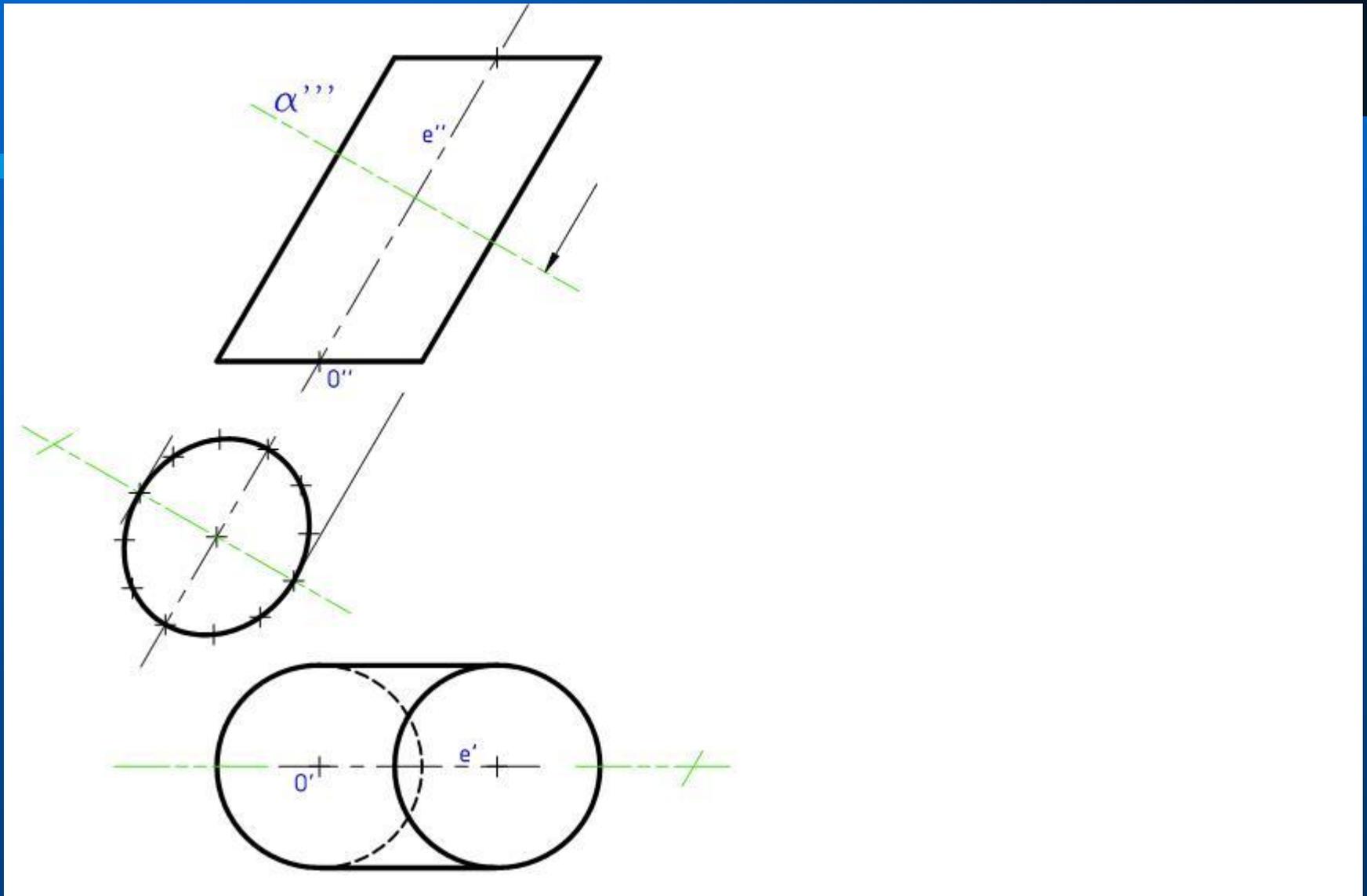
Técnica desarrollo con CAD 3D

- Construir un prisma de la una cantidad de aristas laterales acorde a la precisión pretendida.
- Truncarlo similar al cilindro a desarrollar.
- Descomponerlo una vez; se tendran las caras del poliedro.
- Descomponerlo por segunda vez; se tendran las aristas del poliedro.
- Trazar la transformada de la circunferencia de la base.
- Dividirla en tantas veces como caras se le hayan dado al prisma.
- Desplazar las aristas del prisma a los correspondientes puntos de la transformada. Reemplazan generatrices.
- Los extremos de las generatrices determinan el contorno del desarrollo.

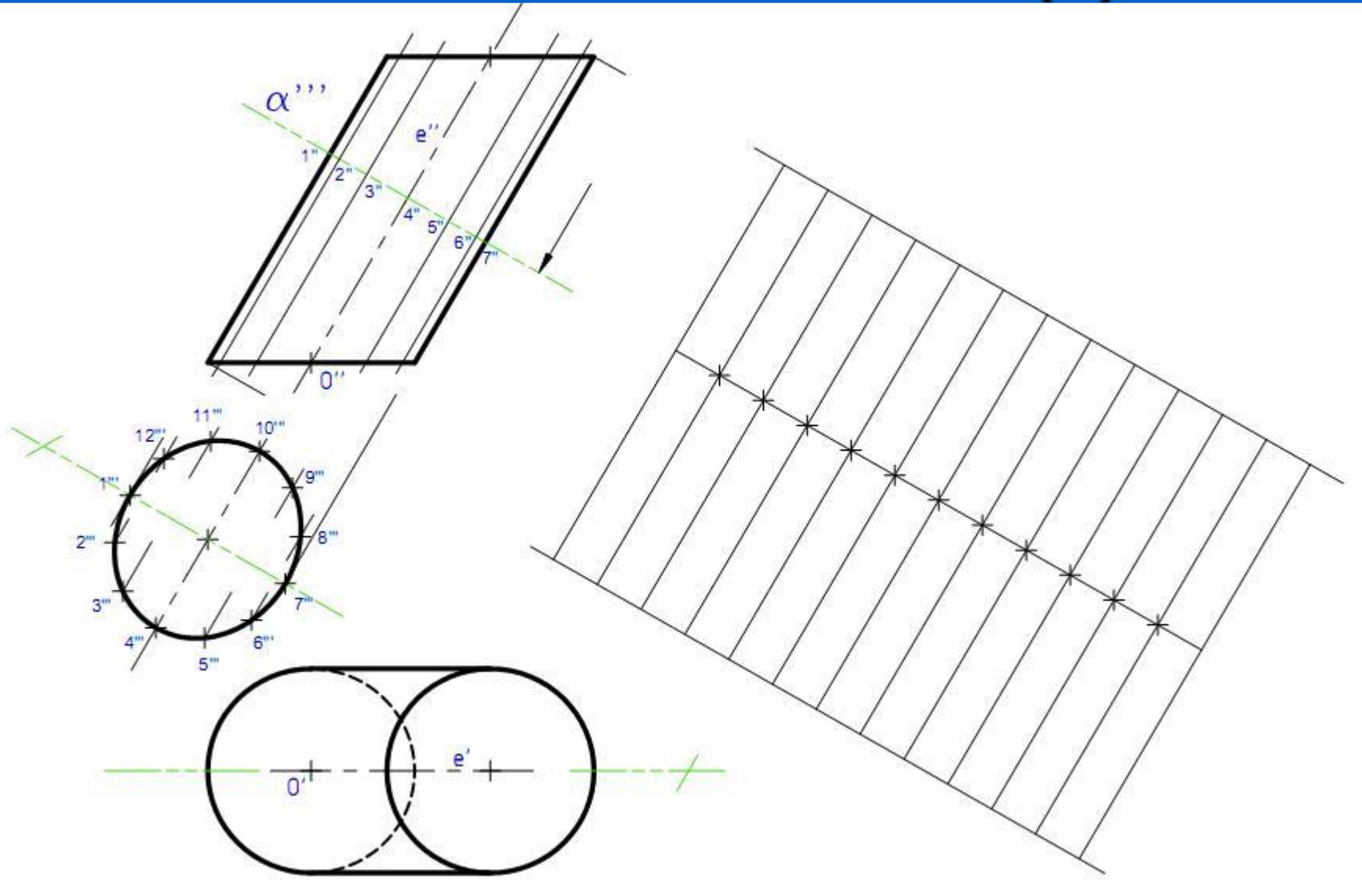
Desarrollo de Cilindro oblicuo (1)



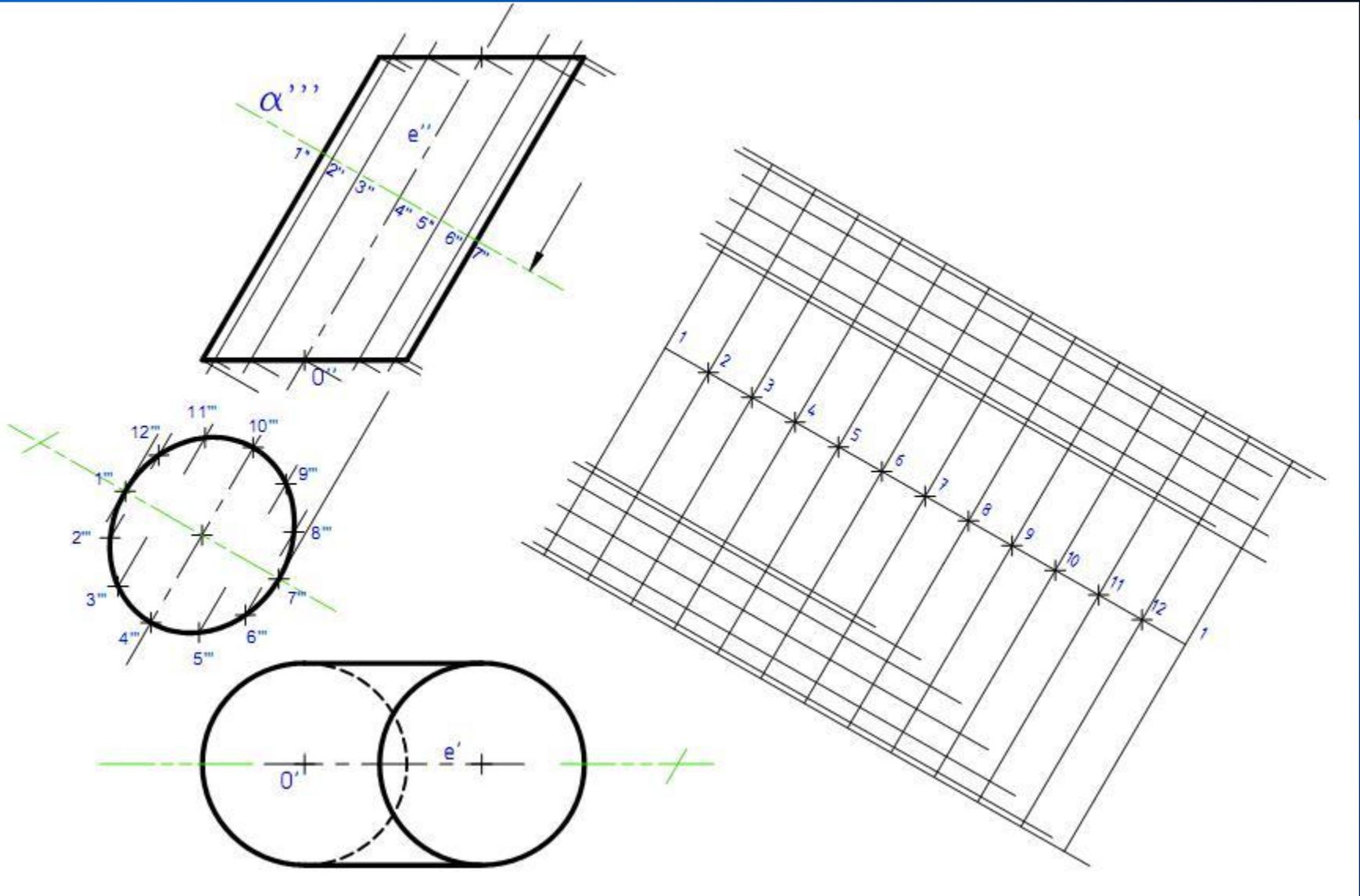
Desarrollo de Cilindro oblicuo (2)



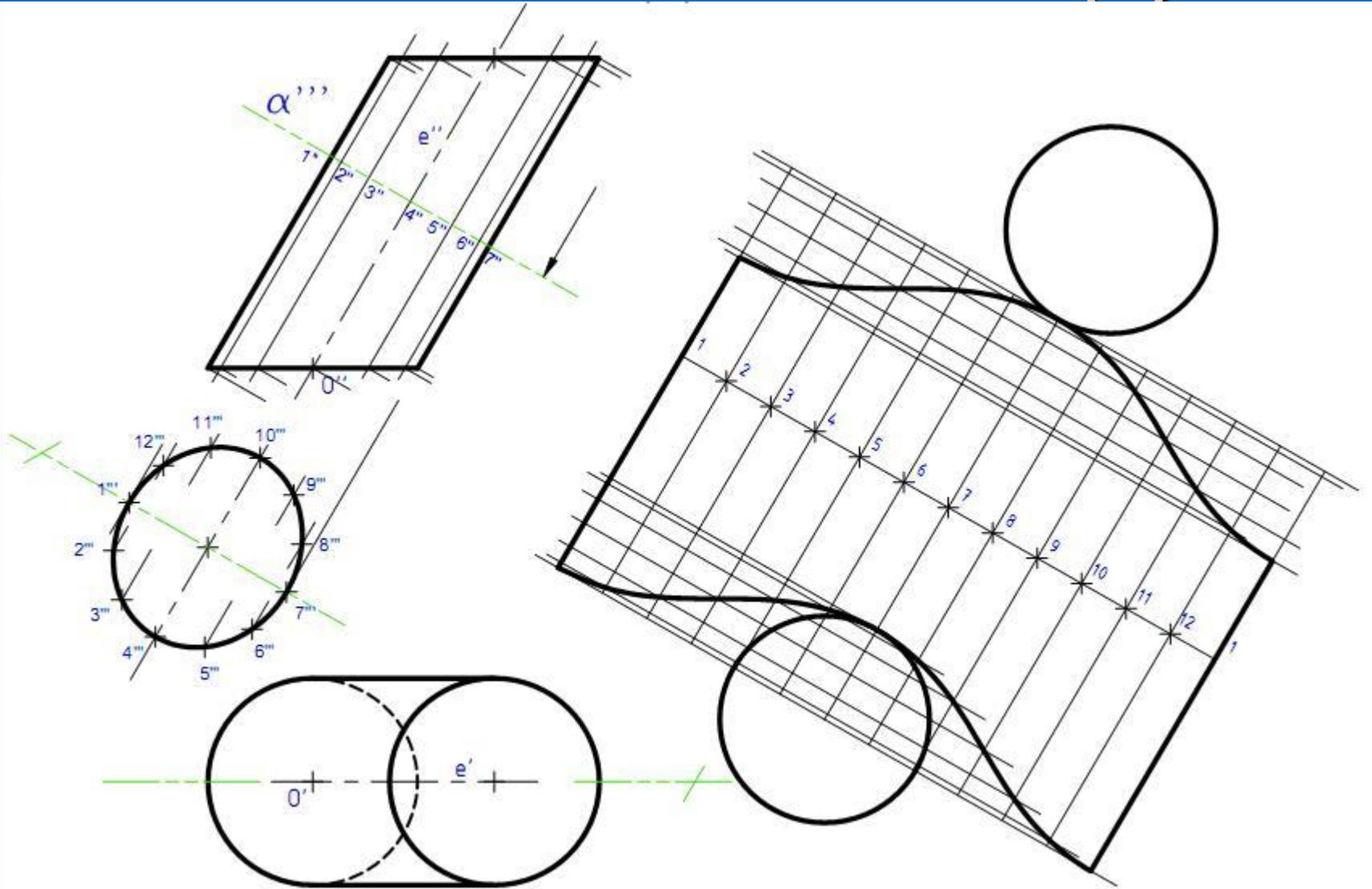
Desarrollo de Cilindro oblicuo (3)



Desarrollo de Cilindro oblicuo (4)



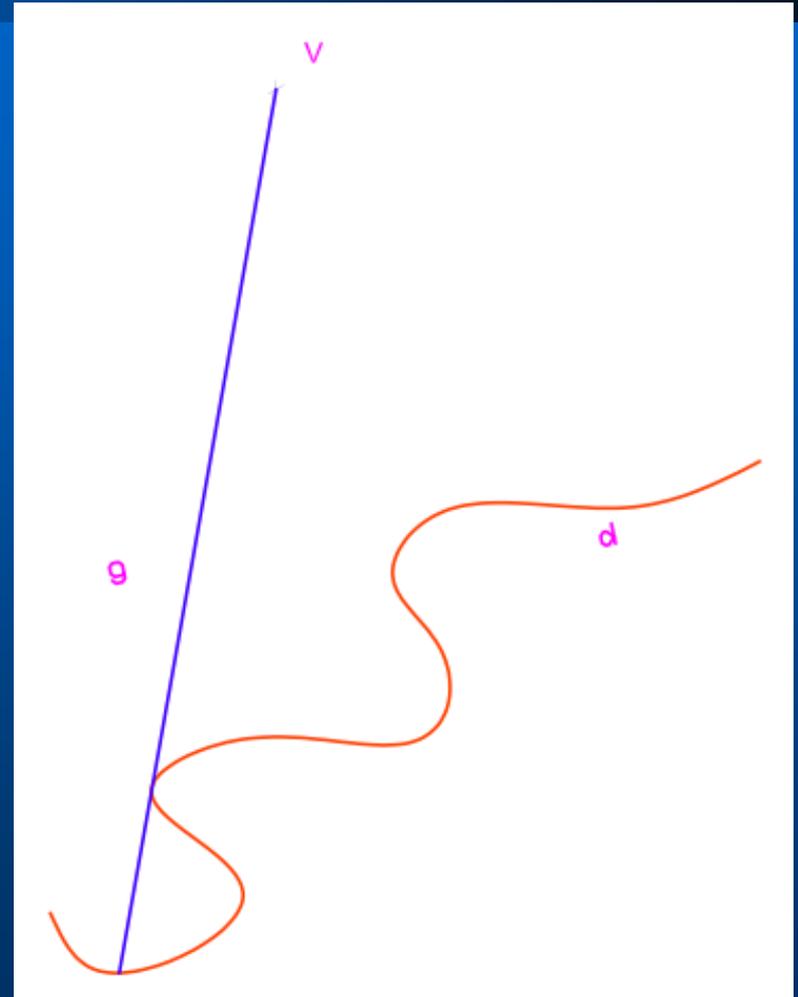
Desarrollo de Cilindro oblicuo (5)

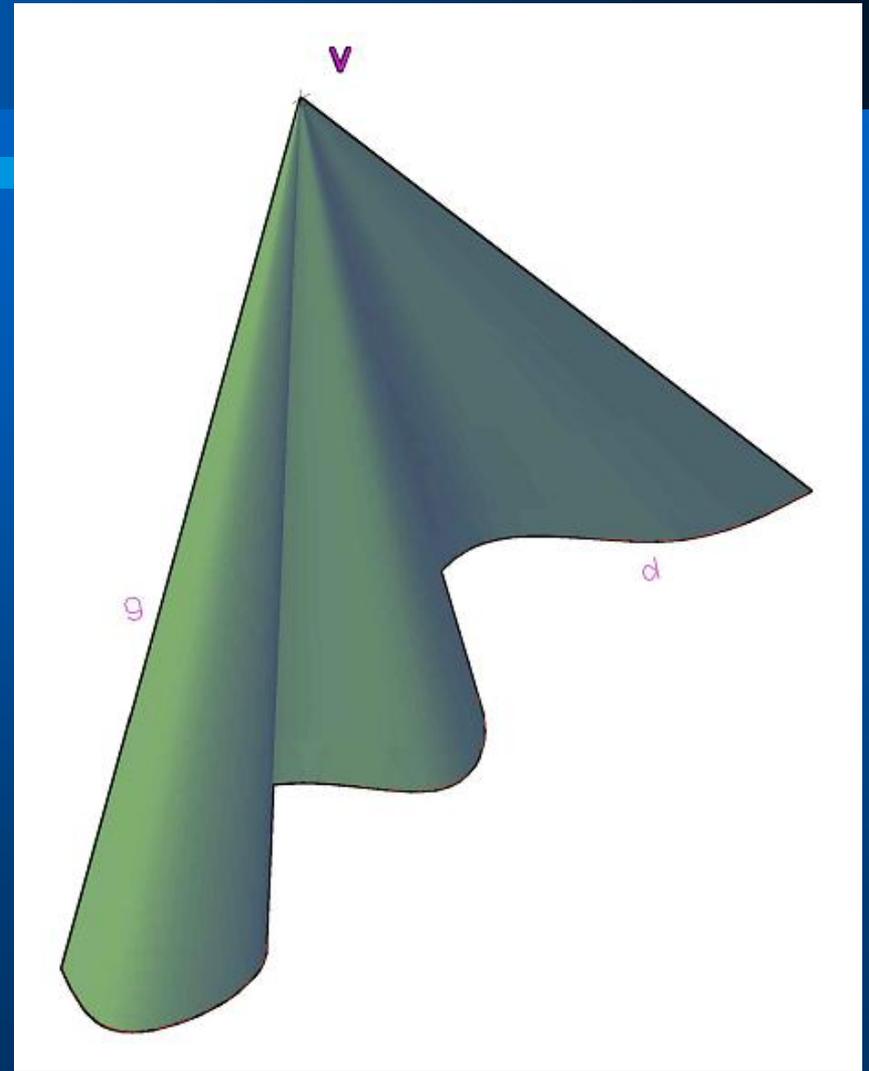
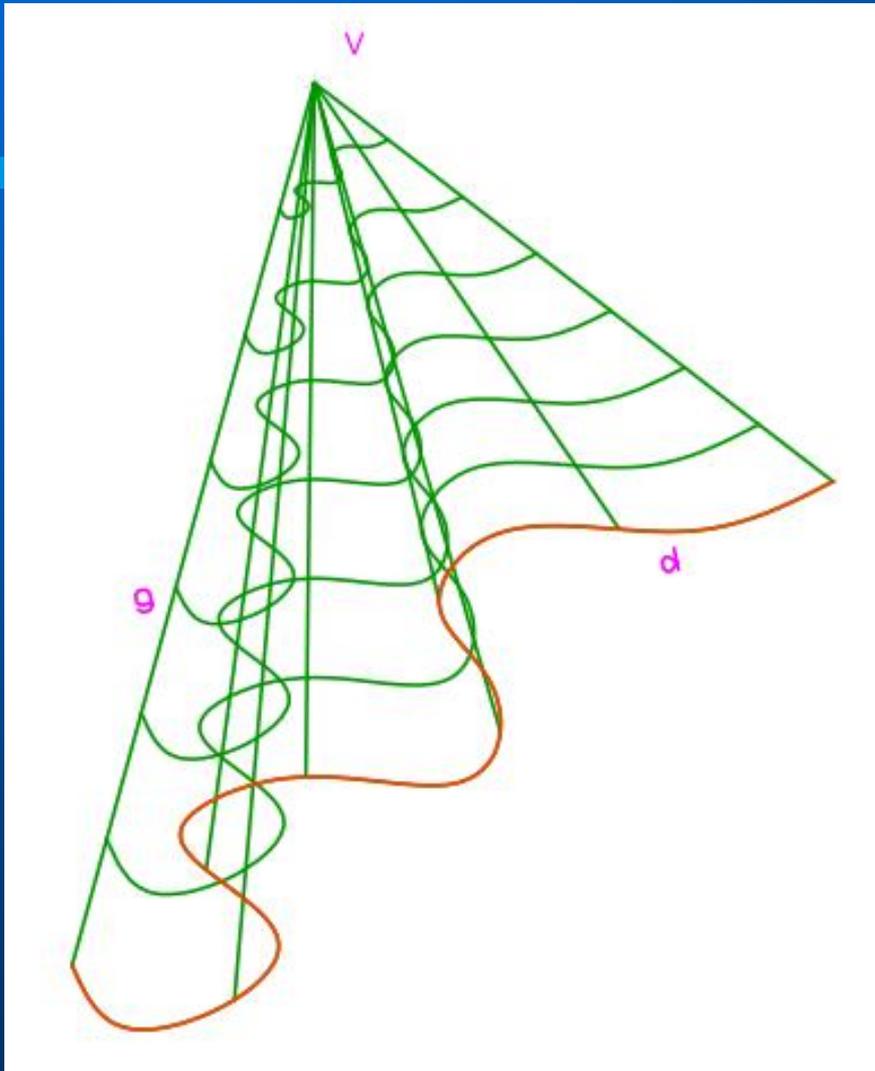


Superficie cónica

Es la generada por una recta llamada generatriz que se mueve en el espacio pasando constantemente por un punto fijo (Q) llamado cúspide y apoyándose constantemente sobre una curva plana o alabeada llamada directriz.

De esta forma se genera una superficie que consta de dos mantos.





Sistemas de Representación

Superficie cónica recta de directriz circular - cono recto

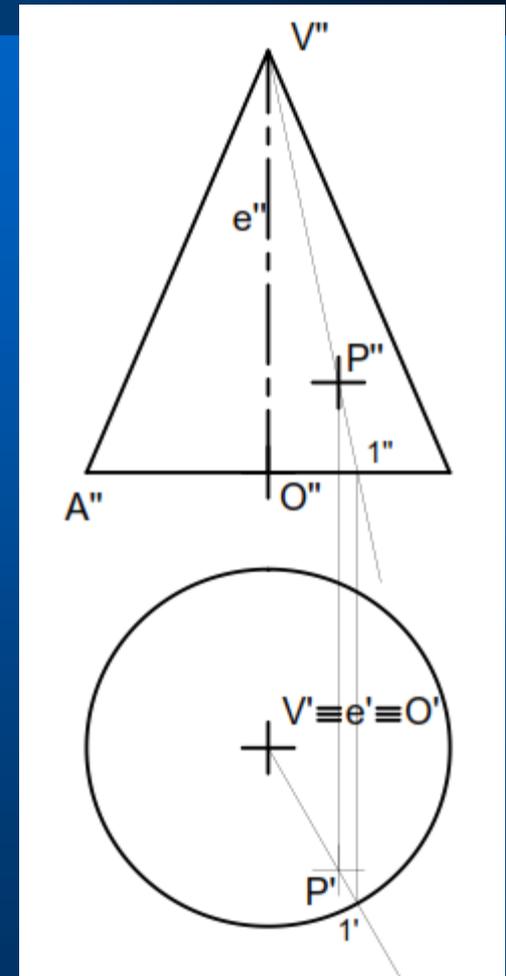
Conjunto de puntos del espacio interiores a una superficie cónica recta de directriz circular, incluidos los puntos de dicha superficie, comprendidos entre la cúspide y un plano perpendicular al eje de la superficie cónica que secciona a uno de los mantos de dicha superficie cónica.



Problema: Cono Recto de Eje Vertical

- Altura: 60 mm
- Diámetro de la base 40 mm
- La cúspide tiene mayor altura que el centro de la base.

Siendo P'' proyección vertical de un punto Z perteneciente a la superficie lateral del cono, hallar P' , sabiendo que P es visible en proyección vertical.

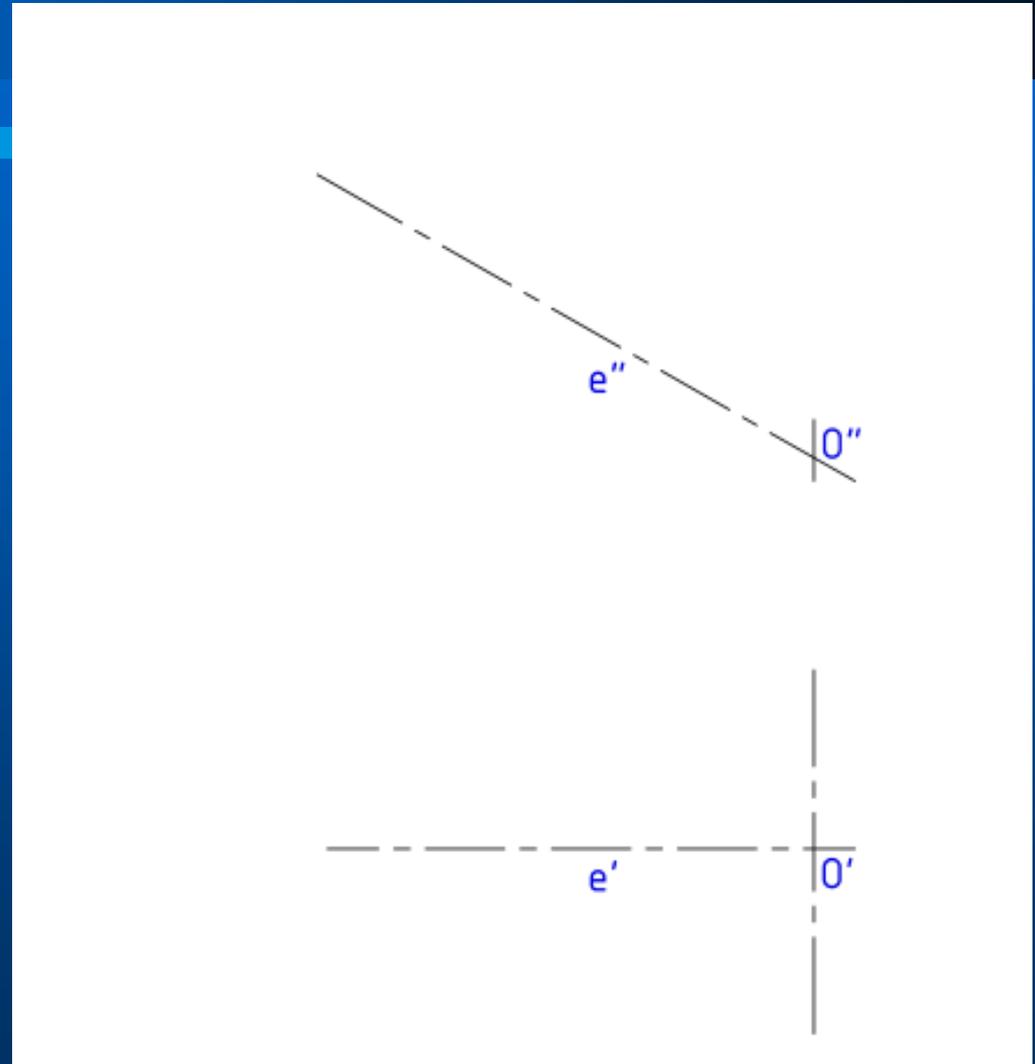


Problema: Cono Recto de Eje Frontal

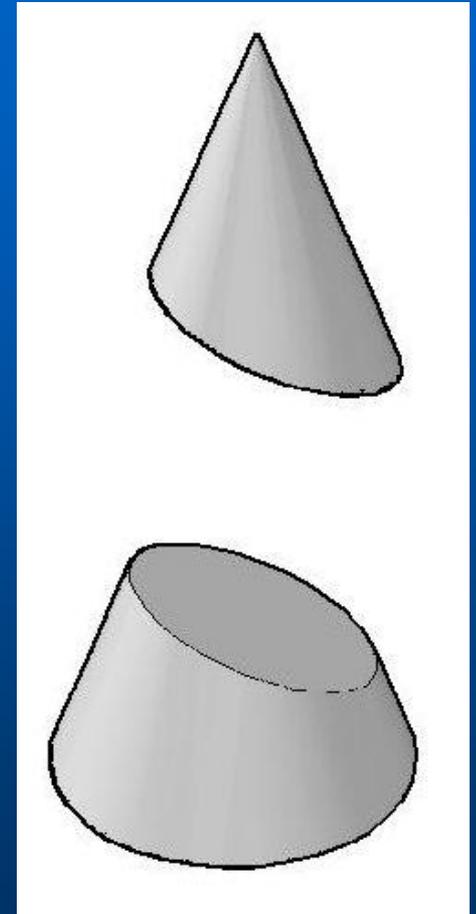
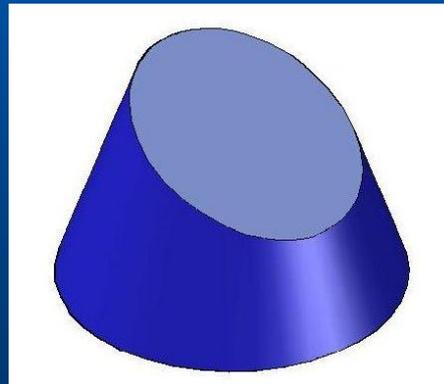
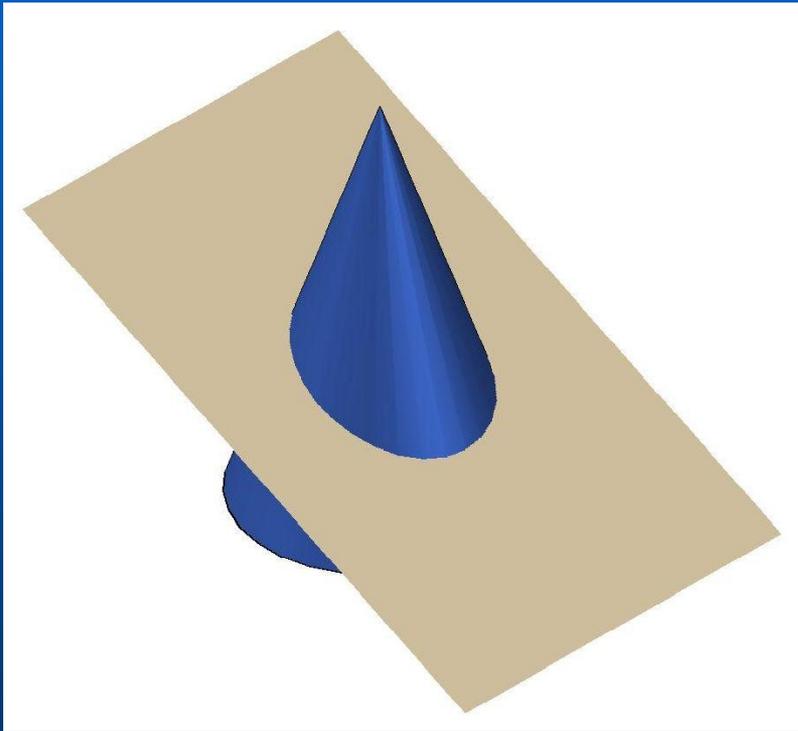
Representar un cono recto
eje oblicuo; de altura: 50 mm
y diámetro de base 40 mm
Proyecciones del centro de la
base 'O'

El eje del cono es recta
frontal que forma 30° con el
plano I de manera tal que las
cotas del eje crecen hacia la
izquierda.

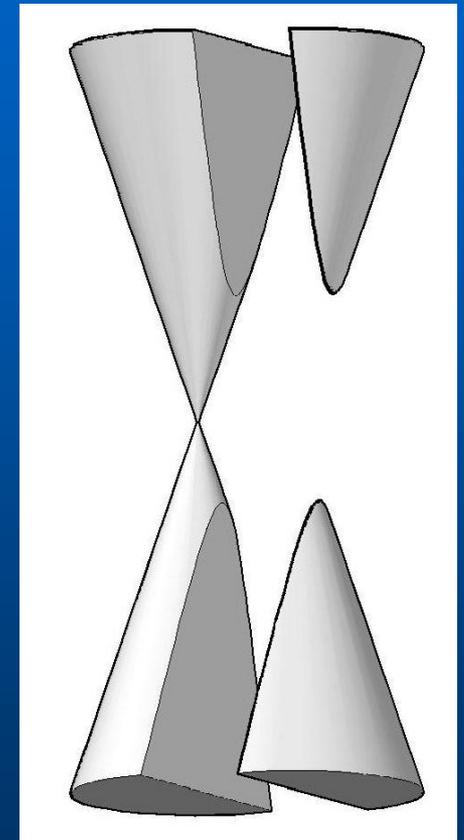
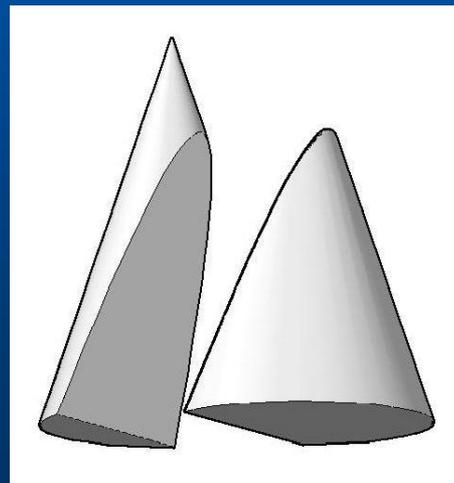
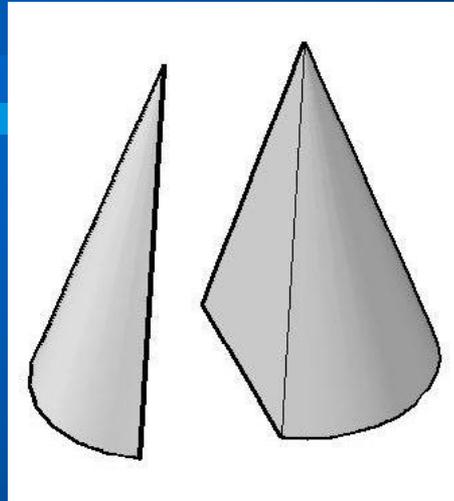
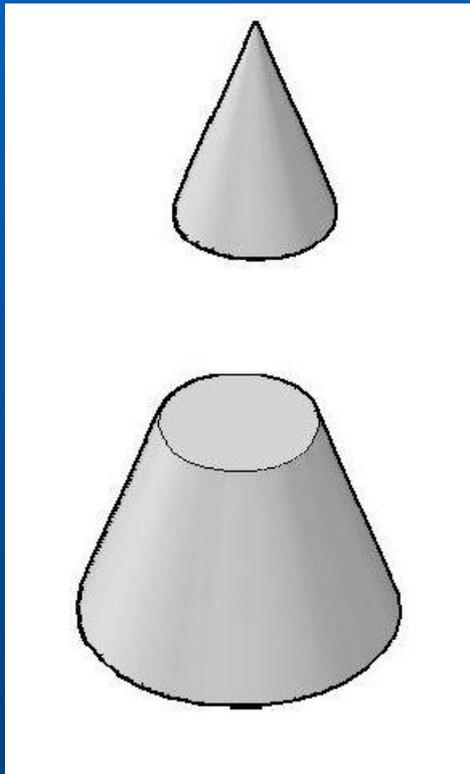
Representar un punto Z,
perteneciente a la sup cónica
de la que se da la proy vert.



Secciones planas en cono recto



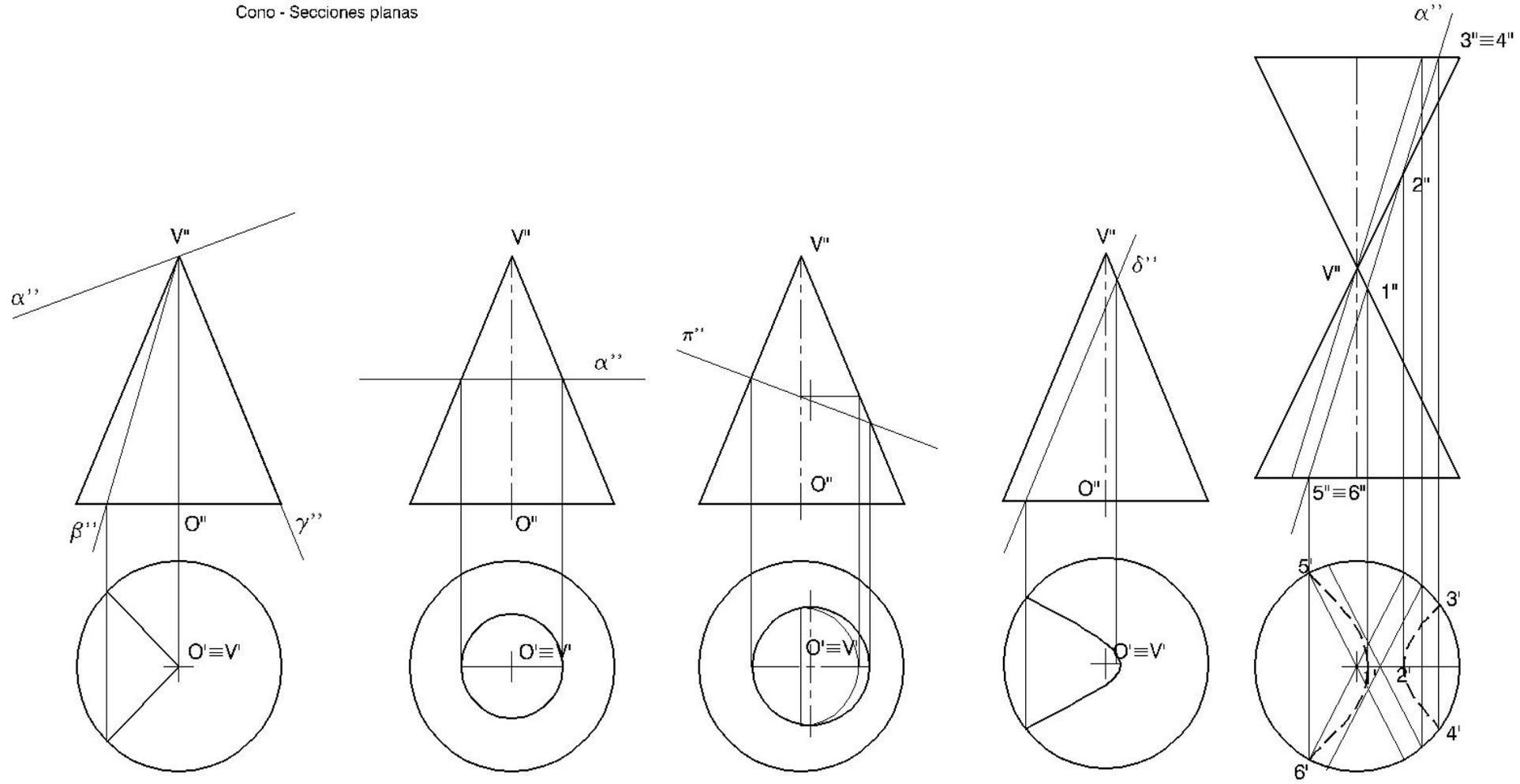
Secciones planas en cono recto



Sistemas de Representación

Secciones planas en cono recto

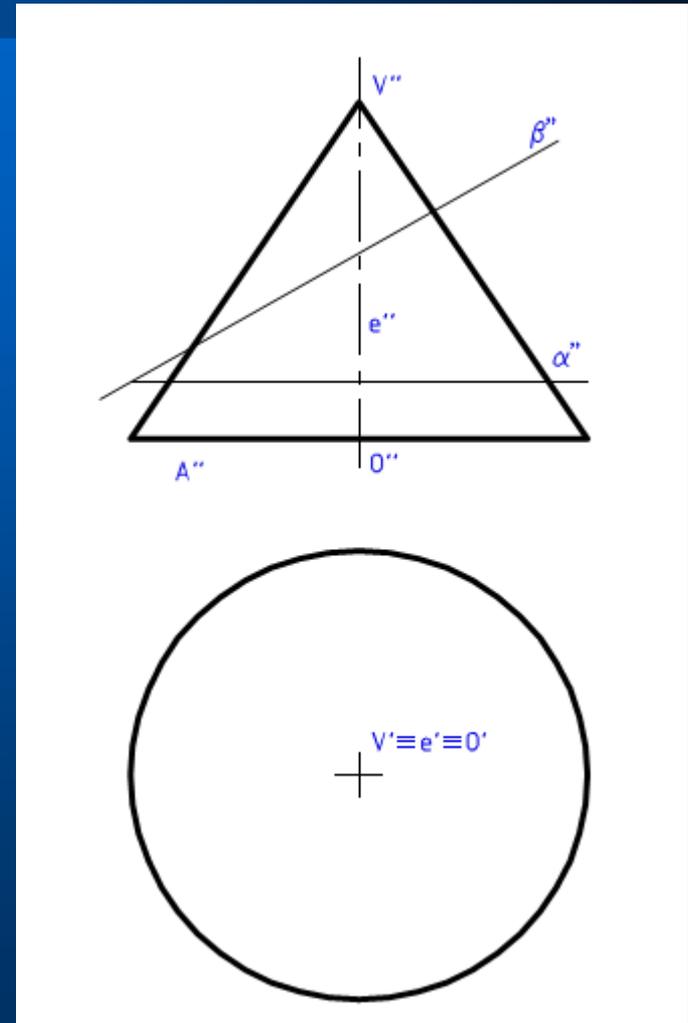
Cono - Secciones planas



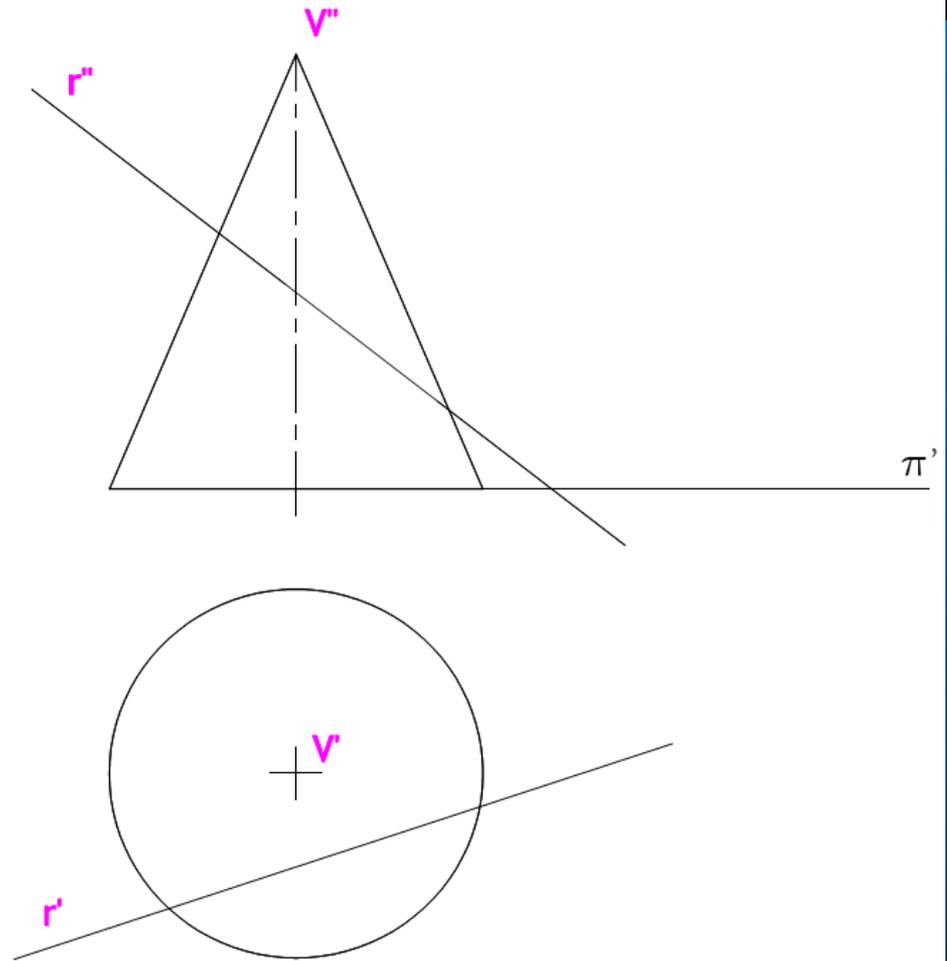
Sistemas de Representación

Problema: Secciones planas en cono recto

Dado el cono recto representado hallar las proyecciones de las secciones producidas por los planos: horizontal α y proyectante vertical β



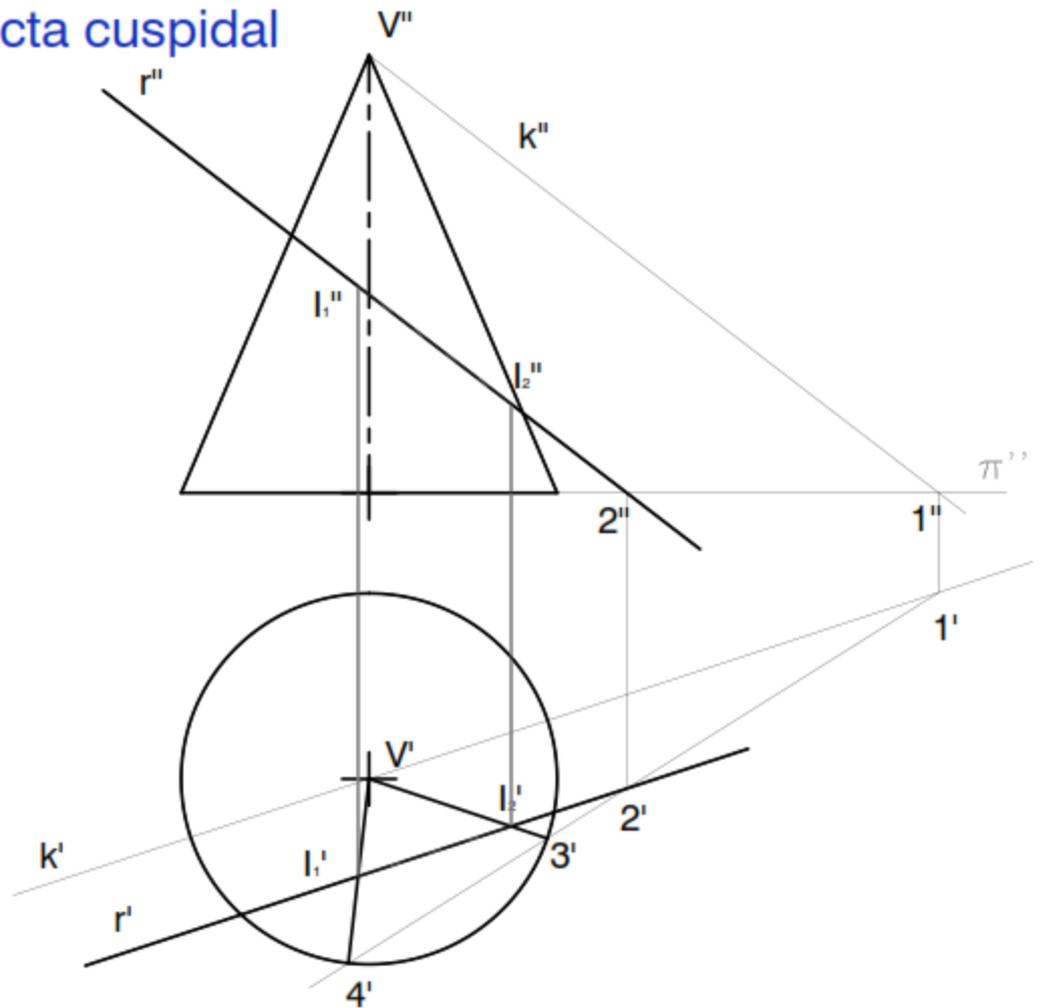
Intersección Recta con Cono. Solución.



Sistemas de Representación

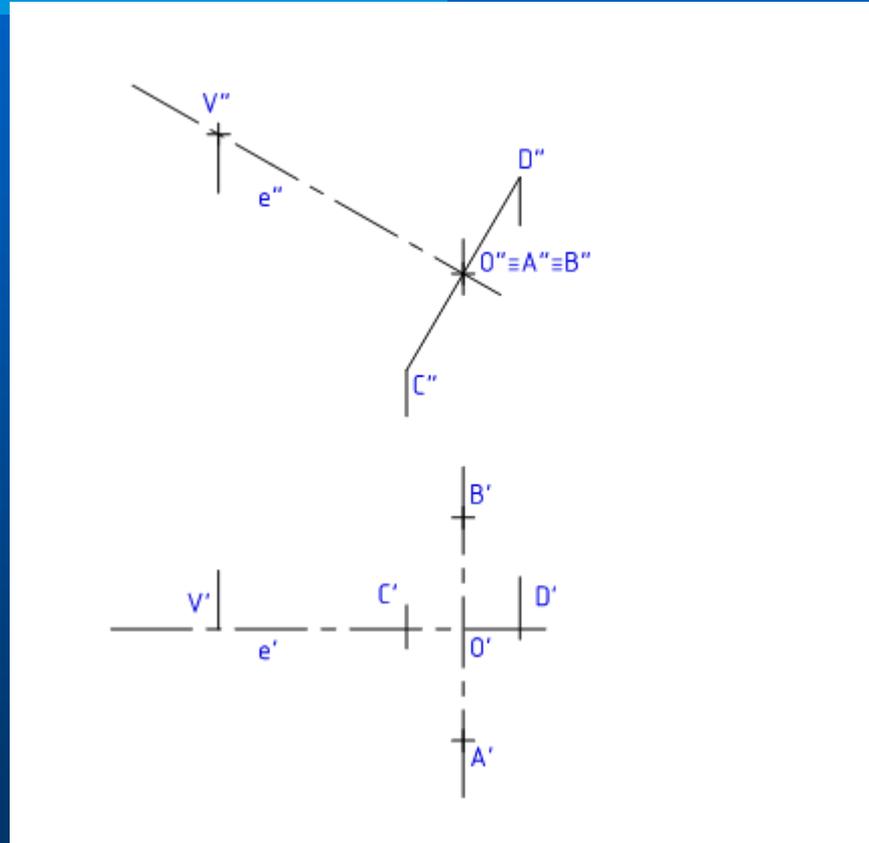
Intersección Recta con Cono

Método de la recta cuspidal



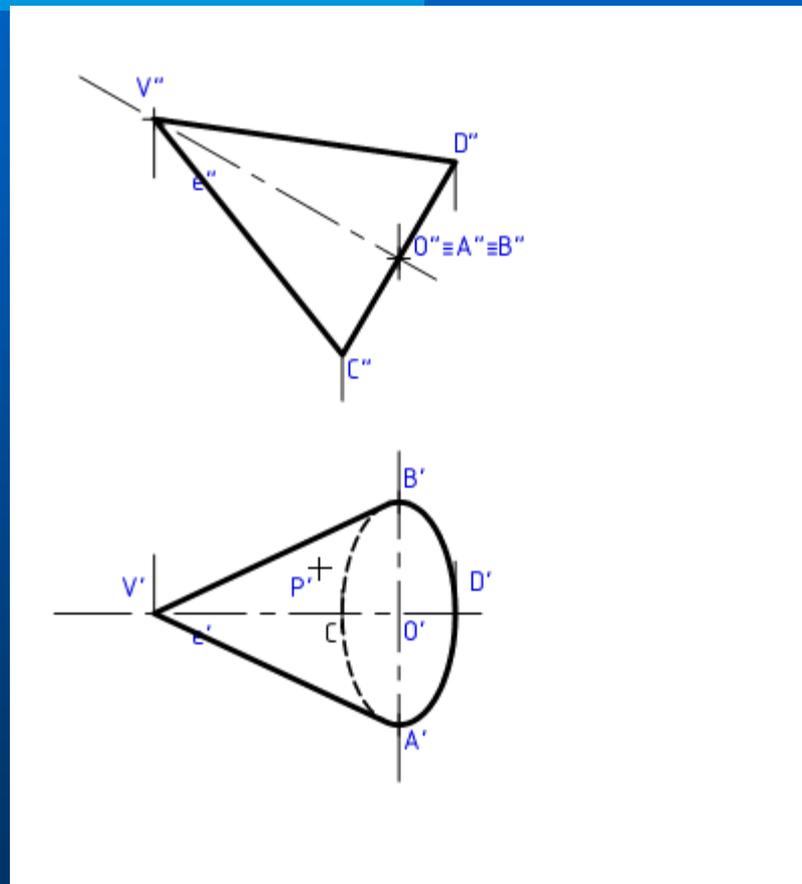
Sistemas de Representación

Punto en Superficie Cónica



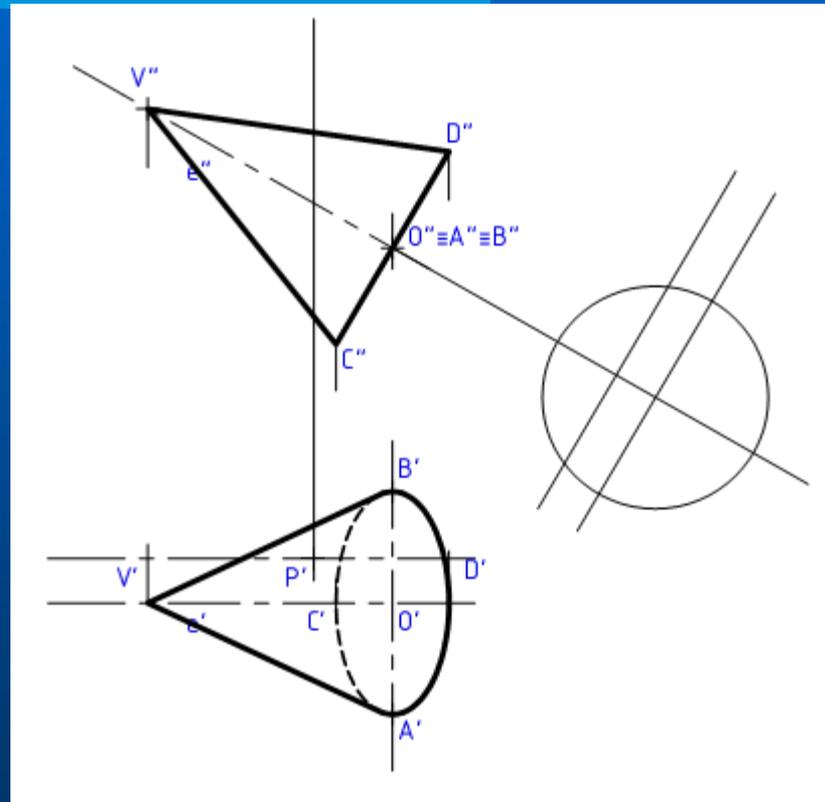
Sistemas de Representación

Punto en Superficie Cónica

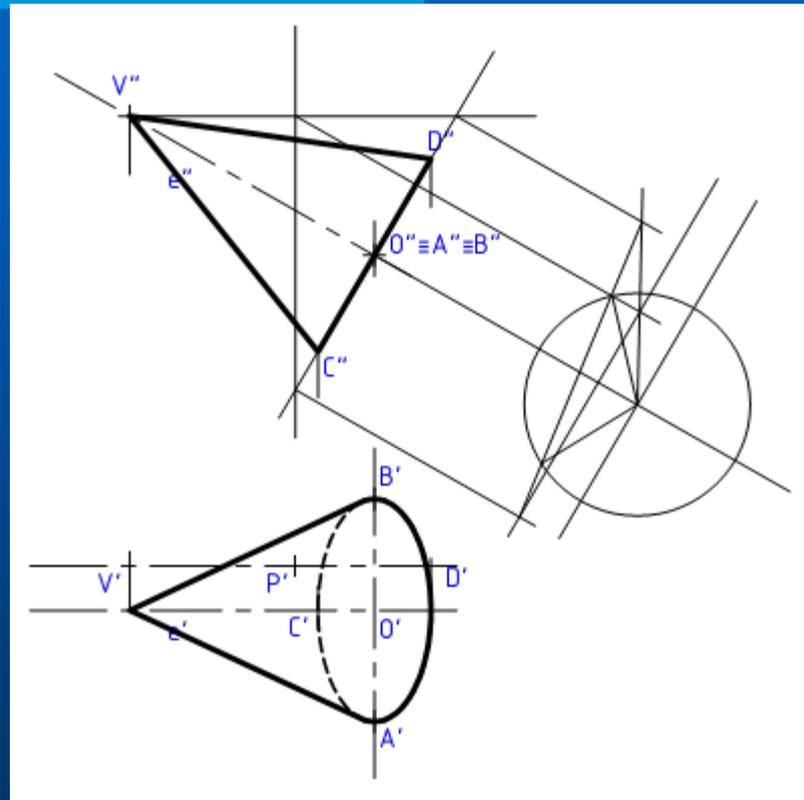


Sistemas de Representación

Punto en Superficie Cónica



Punto en Superficie Cónica



Sistemas de Representación

Desarrollo de la superficie lateral de un cono recto (1)

Se puede deducir que el desarrollo de la superficie lateral de un cono recto es un sector circular que tiene como radio la generatriz del cono y cuyo ángulo φ está dado por la expresión:

$$\varphi = 2 \times \pi \times \frac{r}{g}$$

Donde:

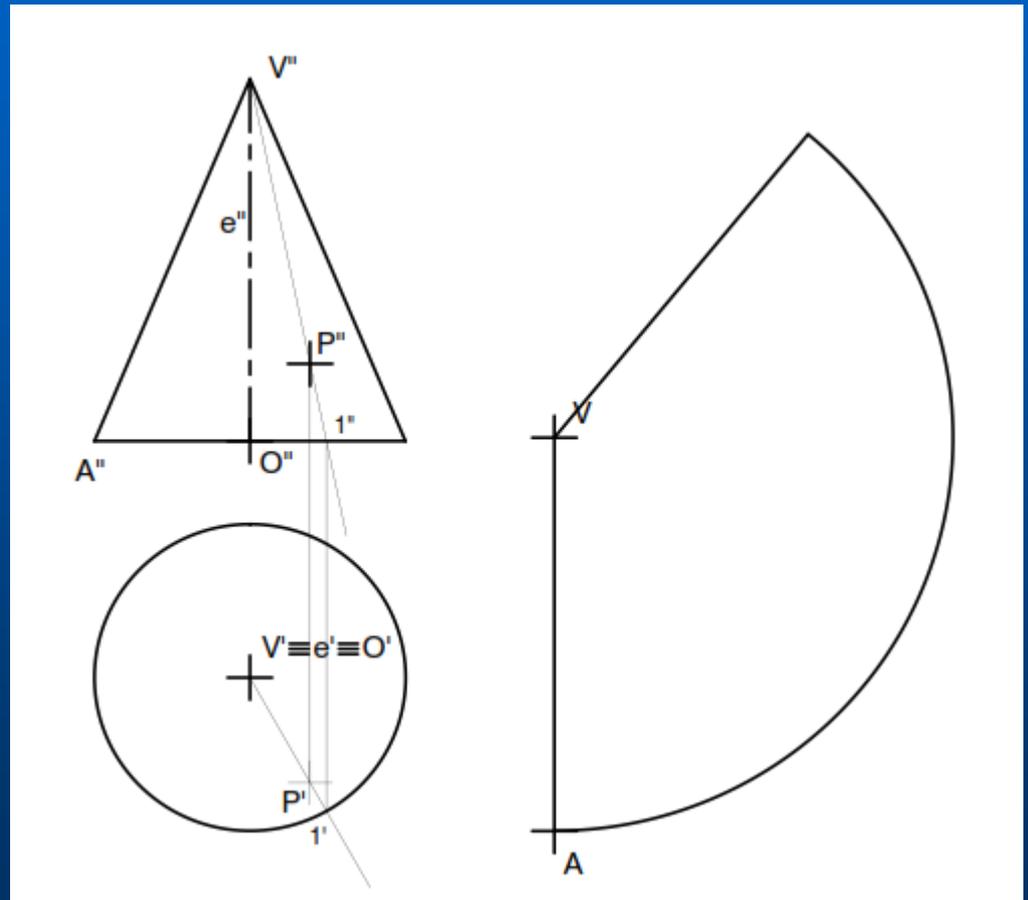
φ : ángulo abarcado por el sector circular

r: radio de la base del cono

g: longitud de la generatriz del cono.

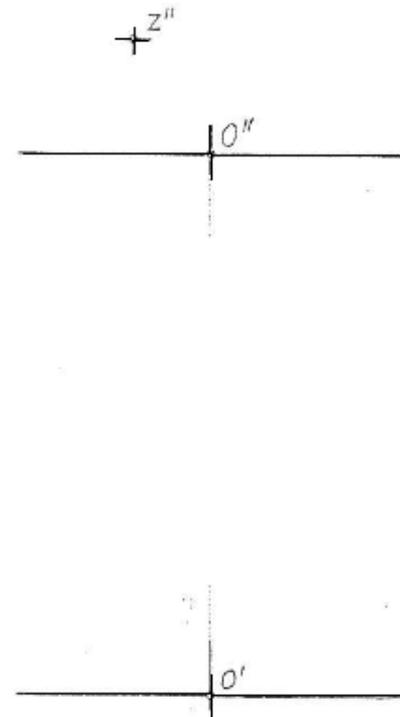
Desarrollo de la superficie lateral de un cono recto (2)

Trabajando con CAD es preferible solicitar la longitud de la circunferencia de la base y sobre un arco de radio igual a la generatriz del cono establecer una longitud igual a la de la base del cono.



Superficie Esférica (Esfera)

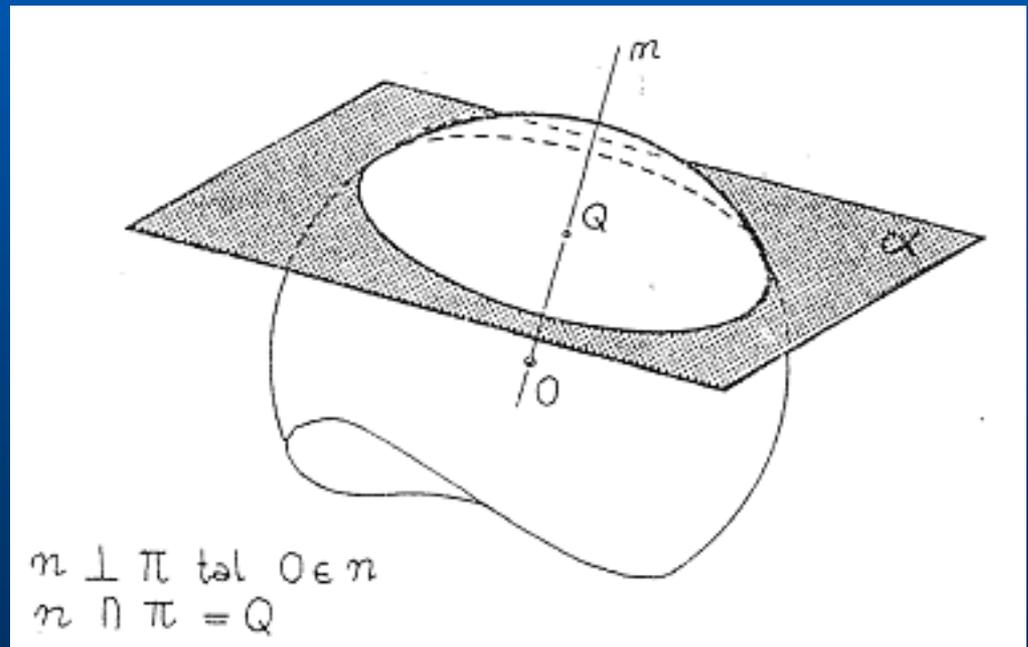
Representar una superficie esférica de 60 mm de diámetro. O centro de la superficie. Proyecciones del punto Z que está 15 mm a la izquierda, 10 mm arriba de O, pertenece a superficie esférica y es no visible en proyección vertical.



Sección Plana en Esfera

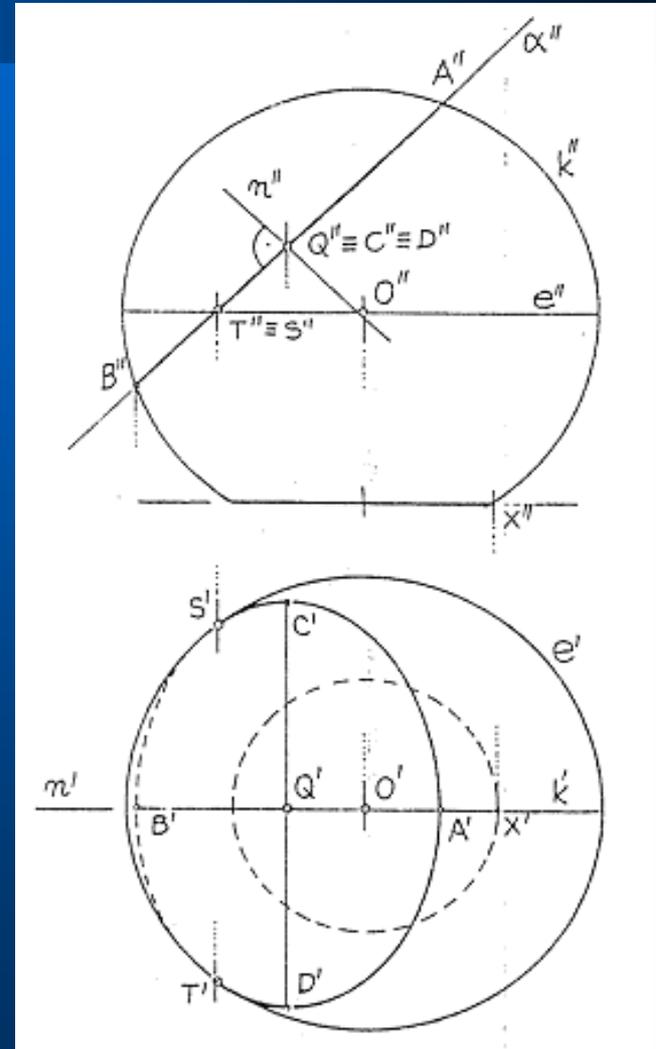
Propiedad: Se demuestra que todo plano α corta a una superficie esférica según una circunferencia cuyo centro, punto Q, se determina trazando por el centro O de la superficie esférica una recta n perpendicular al plano secante α . El punto de intersección de n con dicho plano α define el punto Q centro de la circunferencia sección.

Observación: La sección será máxima si el plano secante α contiene el centro O de la superficie esférica.



Sección con plano proyectante

Dada la superficie esférica de centro O se pide hallar las proyecciones de la sección producida por el plano proyectante vertical α , dado por su traza vertical α'' .

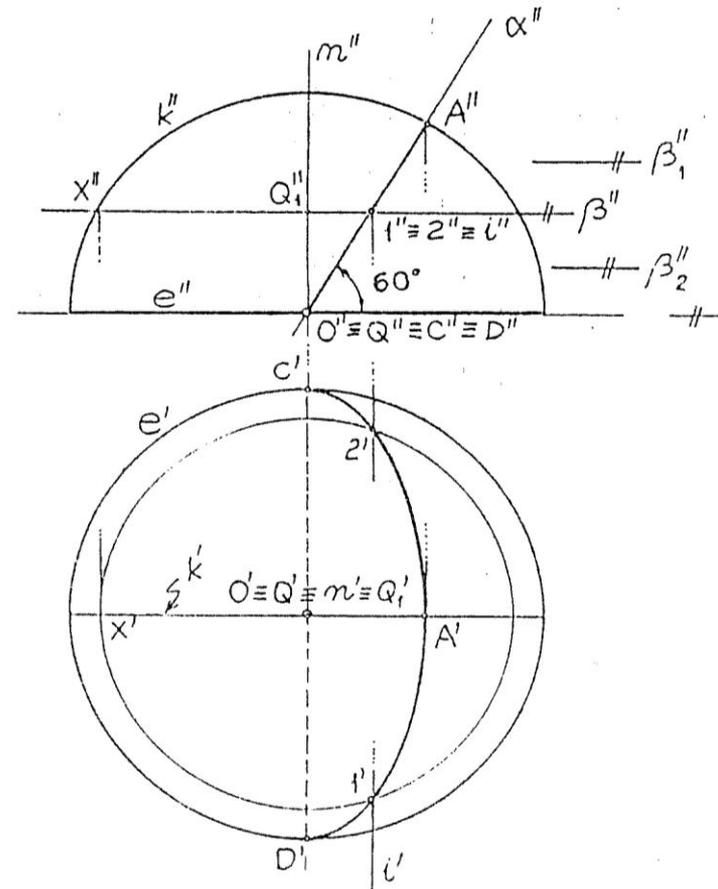


Sección con plano proyectante (2)

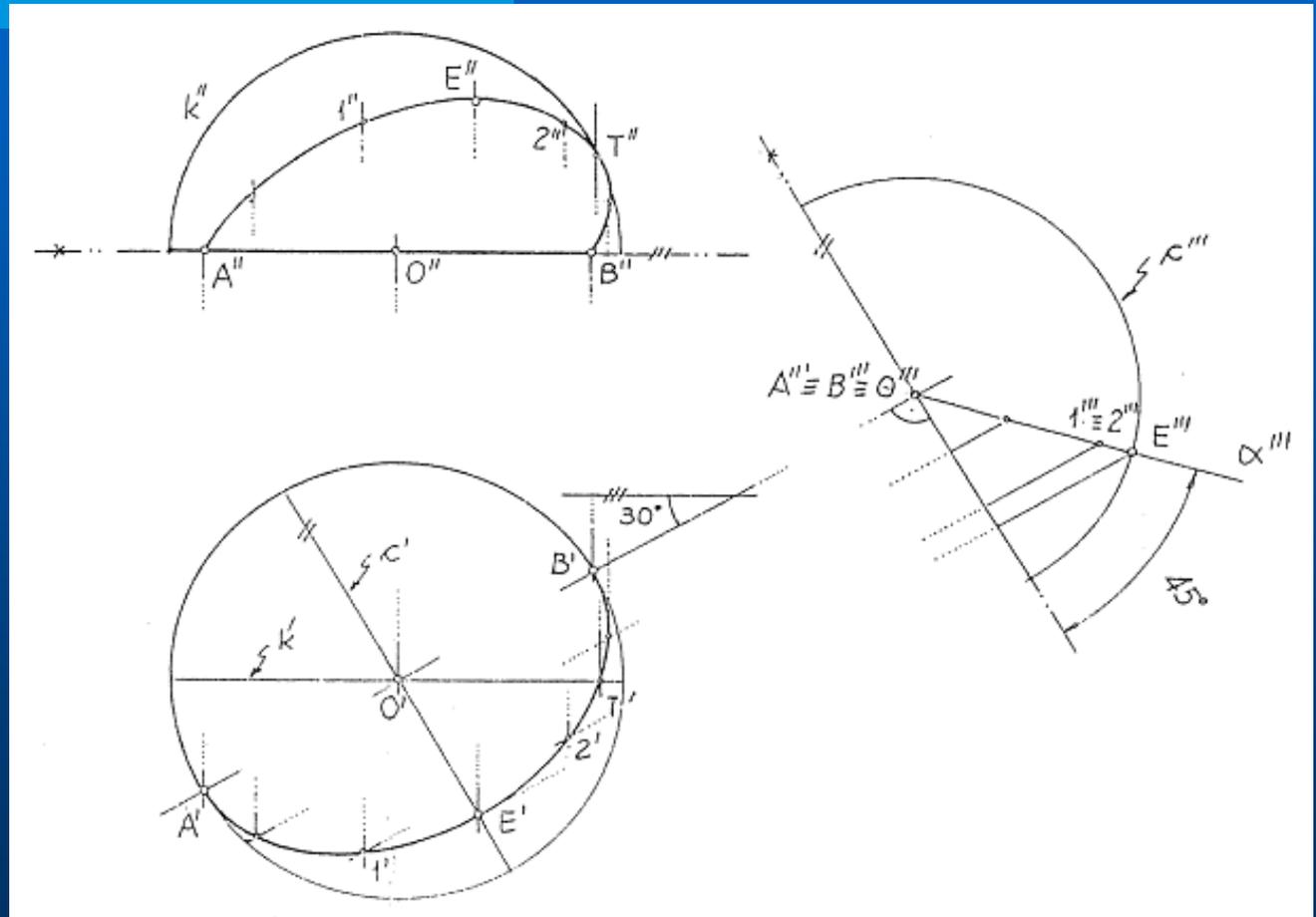
Determinar las proyecciones de la sección producida en la semiesfera representada (sólido) por un plano proyectante vertical α que contiene al diámetro \overline{CD} y forma con el plano horizontal de proyección I ángulo de 60° . Estudiar visibilidad.

Resolver:

- Determinando los ejes de la elipse que es proyección horizontal de la sección.
- Resolver por puntos mediante sucesivos planos auxiliares β paralelos a H, según se indica.



Sección con Plano Oblicuo

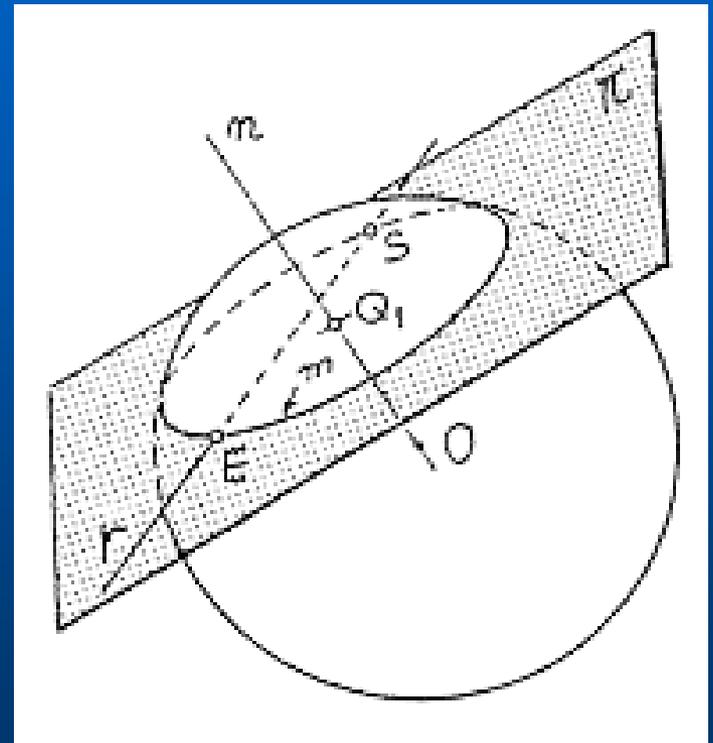


Sistemas de Representación

Intersección de recta con superficie esférica

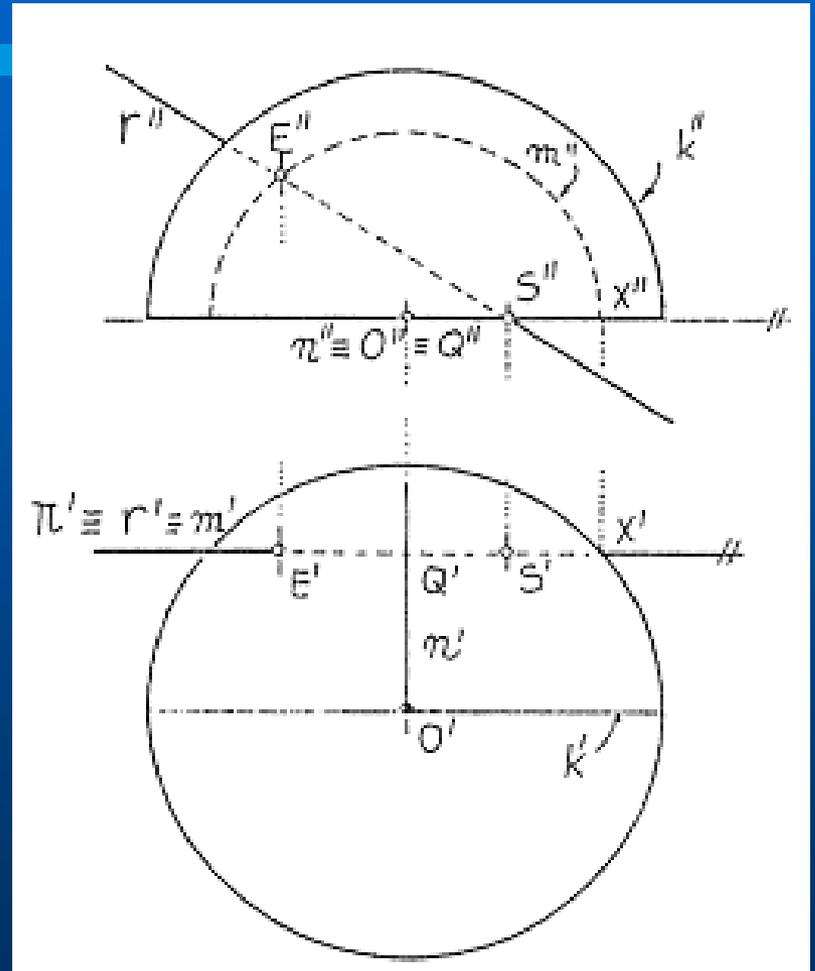
Método General

1. Se hace pasar por la recta r un plano auxiliar π , tal que la sección producida en la superficie esférica sea de fácil representación.
2. Se determina la sección m producida por el plano auxiliar π en la superficie omega.
3. Los puntos comunes a la sección m y a la recta r nos definen los puntos de intersección buscados.



Intersección de recta con superficie esférica. Problema.

Hallar las proyecciones de los puntos de intersección de la recta frontal r con la semiesfera representada. Estudiar visibilidad.

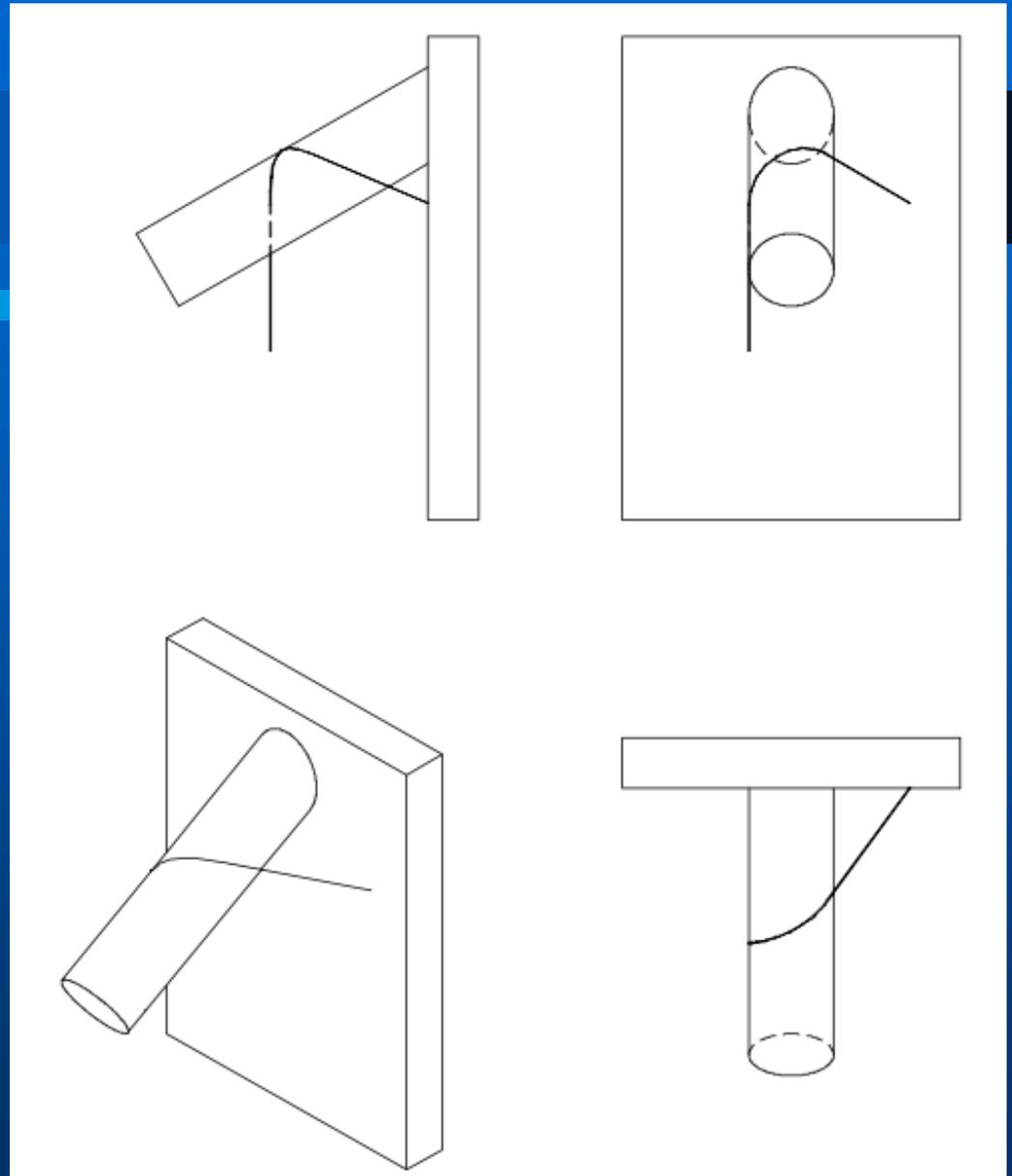


Aplicación

Un cilindro recto de revolución truncado con plano a 30° con respecto al eje del cilindro apoya sobre una superficie frontal de modo que el eje del cilindro queda ubicado como segmento de perfil.

En un punto de la misma superficie frontal, 70 mm a derecha y 52 mm debajo del punto O está anclado un cable de 250 mm de longitud con una pesa en el extremo libre P que lo mantiene tirante.

El cable pasa sobre el cilindro y cae libremente por efecto de la pesa. Asumiendo que no existiese rozamiento entre el cable y la superficie del cilindro se quiere saber la posición que tendrá el extremo libre del cable P con respecto al punto O.



Consideraciones

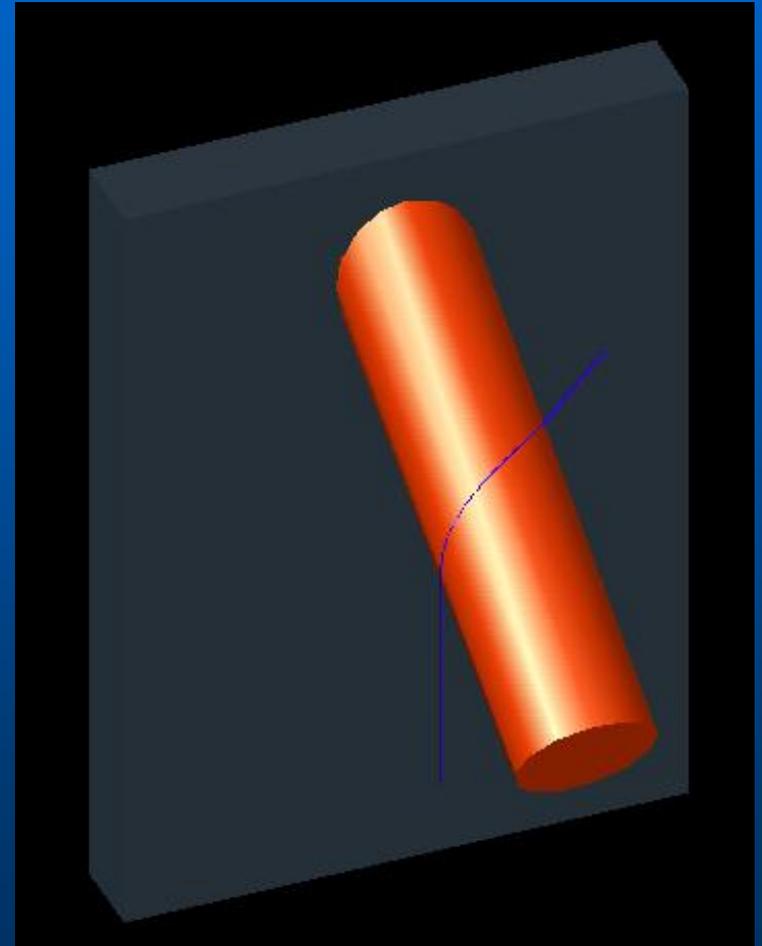
Desde su anclaje en el punto A hasta su apoyo en la superficie cilíndrica el cable forma un segmento de recta que resulta ser tangente a esa superficie.

El cable y la generatriz g_1 que pasa por el punto de tangencia de aquel en la superficie cilíndrica determinan un plano (alfa) tangente a la superficie cilíndrica.

Seguidamente el cable recorre la superficie cilíndrica hasta alcanzar una generatriz g_2 en la que por efecto de la gravedad se despega de la superficie cilíndrica y adopta una dirección vertical.

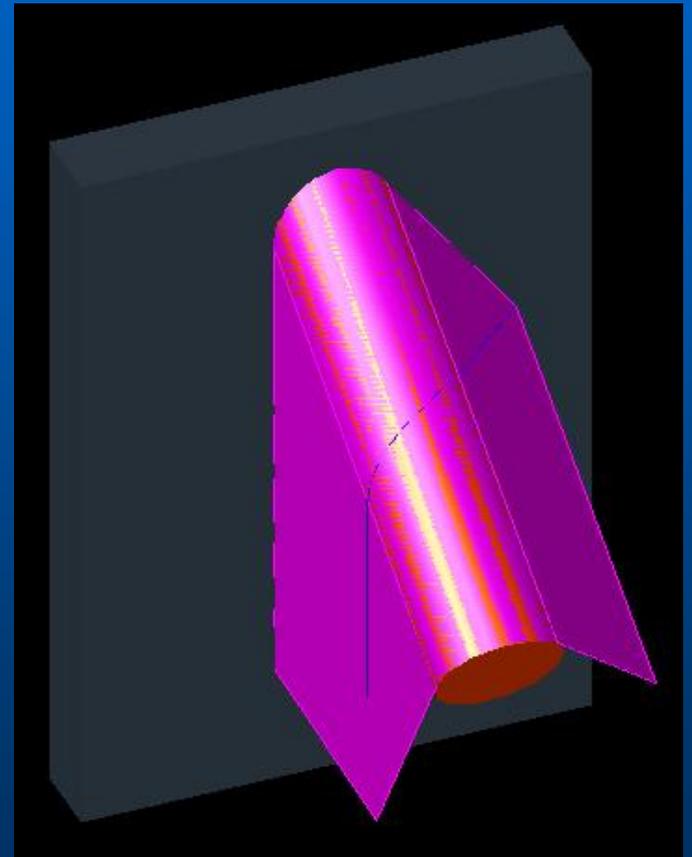
Al sector de superficie cilíndrica abrazado por el cable lo llamaremos (beta)

Nuevamente el cable y esta última generatriz determinan otro plano tangente a la superficie cilíndrica, esta vez será un plano de perfil que llamaremos (gamma).



Observaciones

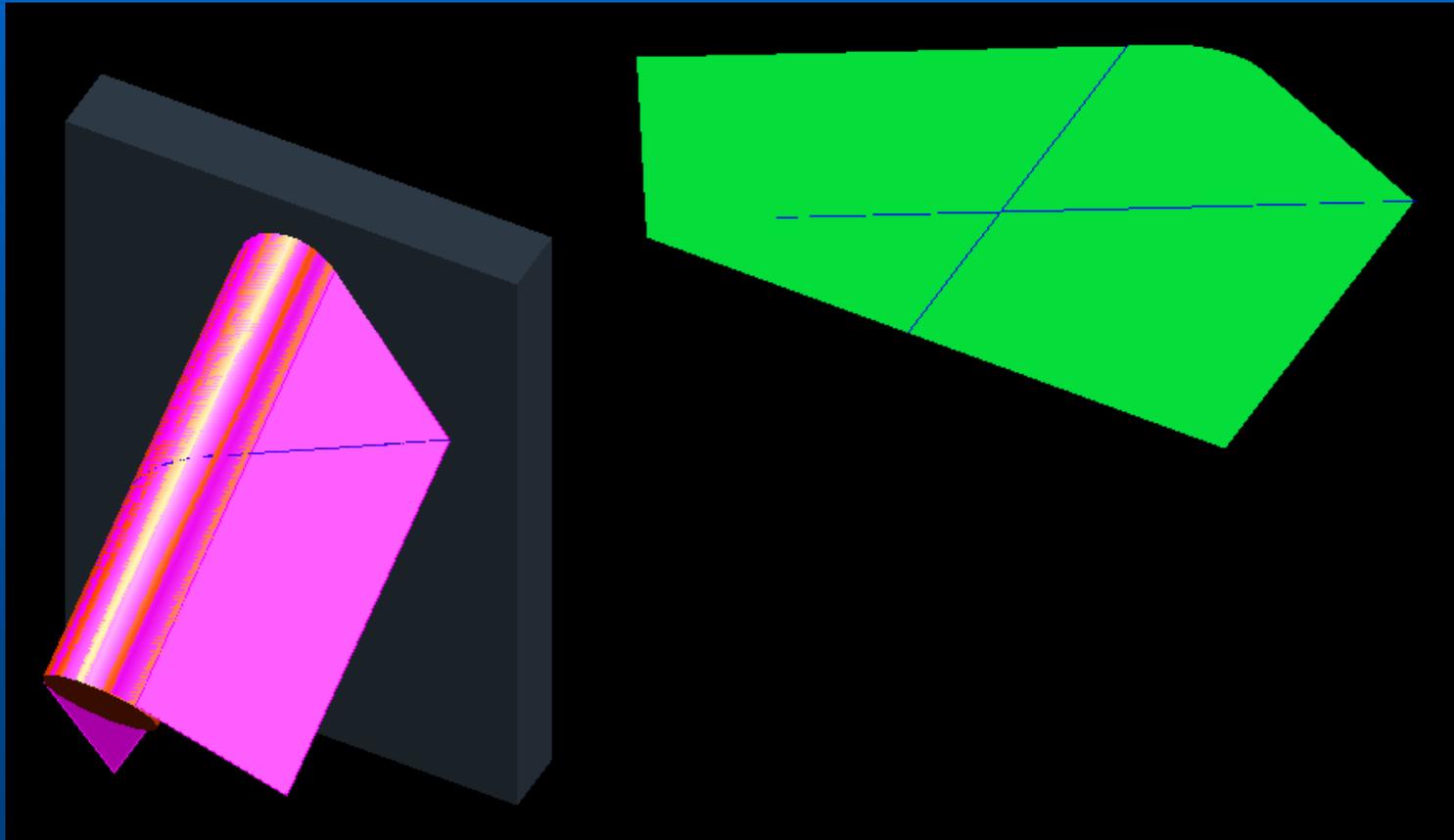
1. Entre el último tramo del cable y la generatriz del cilindro en contacto con él se puede medir un ángulo delta, igual a 90° menos el ángulo formado por el plano truncado con el eje del cilindro. Por lo que resulta ser delta igual a 60° .
2. Por efecto de la carga el extremo libre del cable tratará de alcanzar la posición más baja posible.



Resolución

1. Construir el modelo.
2. Determinar el plano tangente a la superficie cilíndrica que pasa por el punto A. (alfa)
3. Determinación del sector de superficie cilíndrica abrazado por el cable. (beta)
4. Determinación del plano de perfil, tangente a la superficie cilíndrica que pasa por el punto B (gamma)
5. Desarrollo del conjunto de superficies alfa-beta-gamma
6. Trazado de una línea desde punto A que forme 60° con la generatriz g_2 que determina el punto B.
7. Aplicar la longitud del cable.
8. Tomar la longitud del tramo libre de cable.
9. Llevar estos datos al modelo.
10. Determinar posición relativa del punto P con respecto al punto O.

Modelo y desarrollo



Sistemas de Representación