Axiomas y Teoremas de los capítulos 13 y 14

(13.5) Teorema. Ley de exclusión de milagros.

$$\{P\}\ S\ \{false\} \equiv P \equiv false$$

(13.6) Teorema. Fortalecimiento de precondición.

$$\{P\}\ S\ \{Q\} \wedge (P_o \Rightarrow P) \Rightarrow \{P_o\}\ S\ \{Q\}$$

(13.7) Teorema. Debilitamiento de postcondición.

$$\{P\}\ S\ \{Q\} \wedge (Q \Rightarrow Q_o) \Rightarrow \{P\}\ S\ \{Q_o\}$$

(13.8) Teorema.

$$\{P\}\ S\ \{Q\} \wedge \{P\}\ S\ \{R\} \equiv \{P\}\ S\ \{Q \wedge R\}$$

(13.9) Teorema.

$$\{P\}\ S\ \{Q\} \wedge \{R\}\ S\ \{Q\} \equiv \{P \vee R\}\ S\ \{Q\}$$

(13.10) Teorema.

$$\{P_0\}\, S\, \{Q_0\} \wedge \{P_1\}\, S\, \{Q_1\} \Rightarrow \{P_0 \wedge P_1\}\, S\, \{Q_0 \wedge Q_1\} \wedge \{P_0 \vee P_1\}\, S\, \{Q_0 \vee Q_1\}$$

(13.11) Teorema. Relación entre Terna de Hoare y wp.

$$\{P\}\ S\, \{Q\}\ \equiv\ P \Rightarrow wp.S.Q$$

(13.12) Axioma. Propiedad de wp respecto a $false$.

$$wp.S.false \equiv false$$

(13.13) Axioma. Propiedad distributiva de wp sobre $\wedge$.

$$wp.S.Q \wedge wp.S.R \equiv wp.S.(Q \wedge R)$$

(13.14) Axioma. Propiedad distributiva de wp sobre $\vee$.

$$wp.S.Q \vee wp.S.R \Rightarrow wp.S.(Q \vee R)$$

(13.15) Teorema. Monotonía de wp.

$$(P \Rightarrow Q) \Rightarrow (wp.S.P \Rightarrow wp.S.Q)$$

(14.1) **Axioma.** Regla de Hoare para skip.

$$\{P\}\ \textbf{skip}\ \{Q\} \equiv P \Rightarrow Q$$

(14.2) **Axioma.** Regla de Hoare para abort.

$$\{P\}\ \textbf{abort}\ \{Q\} \quad \equiv \quad P \equiv \mathit{false}$$

(14.3) **Axioma.** Regla de Hoare para la asignación.

$$\{P\}\ x := E\ \{Q\}\ \equiv\ P \Rightarrow Q[x := E]$$

(14.4) **Axioma.** Regla de Hoare para la concatenación.

$$\{P\}\ S;T\ \{Q\} \equiv (\exists R :: \{P\}\ S\ \{R\} \wedge \{R\}\ T\ \{Q\})$$

(14.5) **Axioma.** Regla de Hoare para la sentencia alternativa.

$$\begin{array}{llllllll} \{P\} & \textbf{if} & B_0 & \rightarrow & S_0 & \{Q\} & \equiv & (P \Rightarrow B_0 \vee B_1) \\ & [] & B_1 & \rightarrow & S_1 & & & \wedge \{P \wedge B_0\}\, S_0\, \{Q\} \\ & \textbf{fi} & & & & & & \wedge \{P \wedge B_1\}\, S_1\, \{Q\} \end{array}$$

Formato general para sentencia alternativa con múltiples guardas:

$$\begin{array}{llllllll} \{P\} & \textbf{if} & B_0 & \rightarrow & S_0 & \{Q\} & \equiv & (P \Rightarrow B_0 \vee B_1 \vee \ldots \vee B_n) \\ & [] & B_1 & \rightarrow & S_1 & & & \wedge \{P \wedge B_0\}\, S_0\, \{Q\} \\ & \vdots & & & & & & \wedge \{P \wedge B_1\}\, S_1\, \{Q\} \\ & [] & B_n & \rightarrow & S_n & & & \vdots \\ & \textbf{fi} & & & & & & \wedge \{P \wedge B_n\}\, S_n\, \{Q\} \end{array}$$

(14.6) **Axioma.** Regla de Hoare para ciclos.

$$\begin{array}{lll} \{Q\} & \equiv & \{Q\}\, S_0\, \{P\} \\ S_0 & & \wedge \{P \wedge B\}\, S\, \{P\} \\ \{Inv : P\} & & \wedge\ (P \wedge \neg B \Rightarrow R) \\ \{Func.\ cota : t\} & & \wedge \{P \wedge B \wedge t = T\}\, S\, \{t < T\} \\ \textbf{do}\ B \rightarrow S\ \textbf{od} & & \wedge\ (P \wedge B \Rightarrow t > 0) \\ \{R\} & & \end{array}$$

Formato general para ciclos con múltiples guardas:

$$
\begin{array}{lll}
\{Q\} & \equiv & \{Q\}\,S\,\{P\} \\
S & & \wedge\,\{P \wedge B_0\}\,S_0\,\{P\} \\
\{Inv : P\} & & \wedge\,\{P \wedge B_1\}\,S_1\,\{P\} \\
\{Func.\ cota : t\} & & \vdots \\
\textbf{do}\ B_0 \rightarrow S_0 & & \wedge\,\{P \wedge B_n\}\,S_n\,\{P\} \\
[]\ \ B_1 \rightarrow S_1 & & \wedge\,(P \wedge \neg B_0 \wedge \neg B_1 \ldots \wedge \neg B_n \Rightarrow R) \\
\vdots & & \wedge\,\{P \wedge B_0 \wedge t = T\}\,S_0\,\{t < T\} \\
[]\ \ B_n \rightarrow S_n & & \wedge\,\{P \wedge B_1 \wedge t = T\}\,S_1\,\{t < T\} \\
\textbf{od} & & \vdots \\
\{R\} & & \wedge\,\{P \wedge B_n \wedge t = T\}\,S_n\,\{t < T\} \\
 & & \wedge\,(P \wedge (B_0 \vee B_1 \vee \ldots \vee B_n) \Rightarrow t > 0)
\end{array}
$$

(14.7) Axioma.

$$wp.\textbf{skip}.Q \equiv Q$$

(14.8) Axioma.

$$wp.\textbf{abort}.Q \equiv false$$

(14.9) Axioma.

$$wp.(x := E).Q \equiv Q[x := E]$$

(14.10) Axioma.

$$wp.(S;T).Q \equiv wp.S.(wp.T.Q)$$

(14.11) Axioma.

$$wp.IF.Q = (B_0 \vee B_1 \vee \ldots \vee B_n) \wedge (B_0 \Rightarrow wp.S_0.Q) \wedge \ldots \wedge (B_n \Rightarrow wp.S_n.Q)$$