III Taller sobre Regionalización de Precipitaciones Máximas
Rosario (Argentina) – 1 y 2 de diciembre de 2011

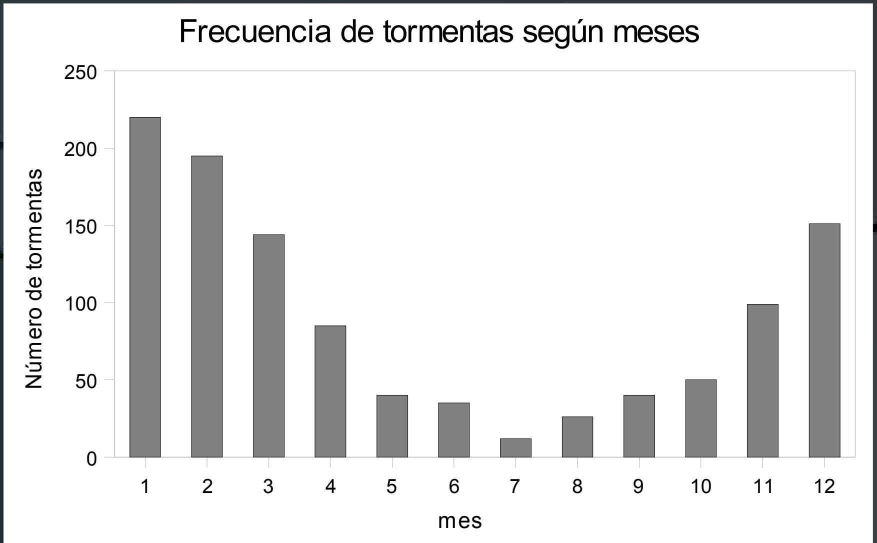
Desempeño del modelo DIT ante distintas distribuciones teoricas de probabilidad: caso idT de la ciudad de La Rioja

Juan F. Weber

Laboratorio de Hidráulica, Departamento de Ingeniería Civil, Facultad Regional Córdoba, Universidad Tecnológica Nacional, Maestro M. López esq. Cruz Roja Argentina, Ciudad Universitaria - CP (X5016ZAA) - Córdoba, Argentina, jweber@civil.frc.utn.edu.ar

Información disponible

- Periodo discontinuo de 25 años:
  - 1961 - 1978
  - 1981 - 1989
  - 1995 - 1998
- Análisis mensual de frecuencias
- Año hidrológico: 1 de agosto al 31 de julio



UTN - FRC

Generación de serie de intensidades máximas anuales

- Se generaron 15 series (entre 5 y 720 minutos) de precipitaciones máximas anuales de longitud 25 → 375 valores a ajustar con la idT
- Se determinaron las correspondientes intensidades como

$$i\left(mm/h\right)=\frac{h\left(mm\right)\cdot 60}{d\left(min\right)}$$

- Intensidad máxima obtenida: **140 mm/h**

UTN - FRC

Asignación empírica de probabilidades

- Método de las posiciones de ploteo
  - Fórmula de Weibull

$$p\left(X \geq x_m\right) = \frac{m}{n+1} \qquad T = \frac{n+1}{m}$$

UTN - FRC

El modelo DIT

- Factor de frecuencia
  - (Chow, 1994) $y = \mu_y + \sigma_y \Phi_y$
- Expresión analítica para la distribución lognormal
  - (Caamaño y García, 1999)

$$\Phi_y = 2{,}584458 \left(\ln T \right)^{0{,}375} - 2{,}252573$$

- Modelo DIT

$$\ln i = A\,\Phi_y - B\,\delta_y + C \qquad \delta_y = \left(\ln d \right)^q$$

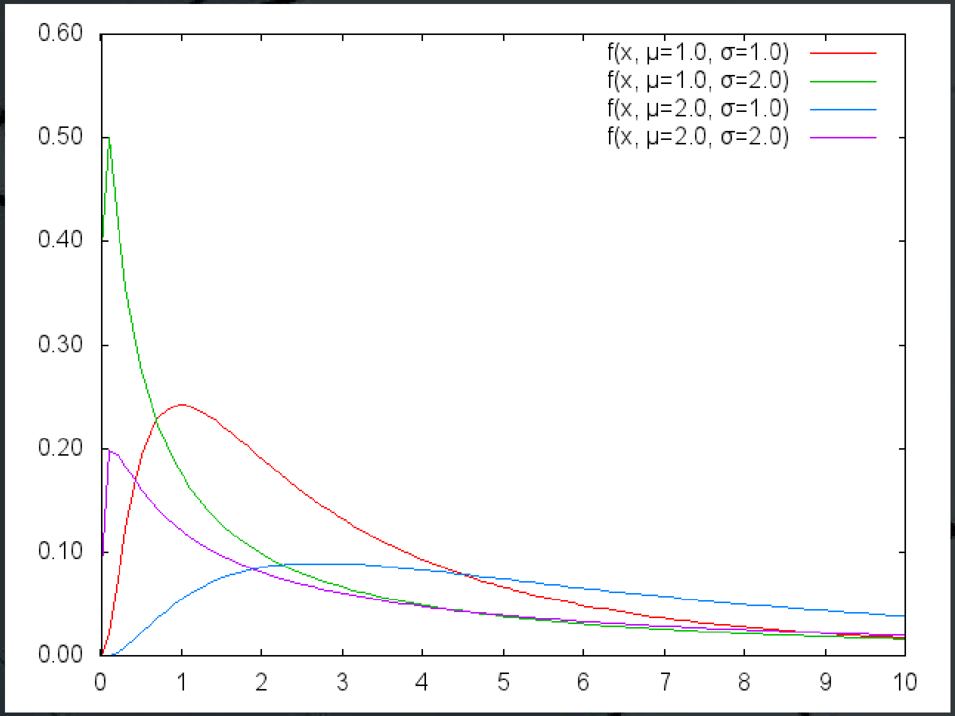
Distribuciones teóricas de probabilidad consideradas

- lognormal
- Gumbel
- Log Pearson III
- Weibull
- Gamma

Distribución lognormal

- Función de densidad (Y = ln X)

$$f(x)=\frac{1}{x\sigma_Y\sqrt{2\pi}}e^{-(1/2)[(\ln x-\mu_Y)/\sigma_Y]^2}$$



UTN - FRC

Distribución lognormal

- Esperanza y varianza

$$E(X)=\mu_X=e^{\mu_Y+\frac{1}{2}\sigma_Y^2}$$

$$V(X)=\sigma_X^2=e^{2\mu_Y+\sigma_Y^2}\left(e^{\sigma_Y^2}-1\right)$$

- Factor de frecuencia (Caamaño y García, 1999)

$$\Phi_y=2{,}584458(\ln T)^{0{,}375}-2{,}252573$$

Distribución de Gumbel

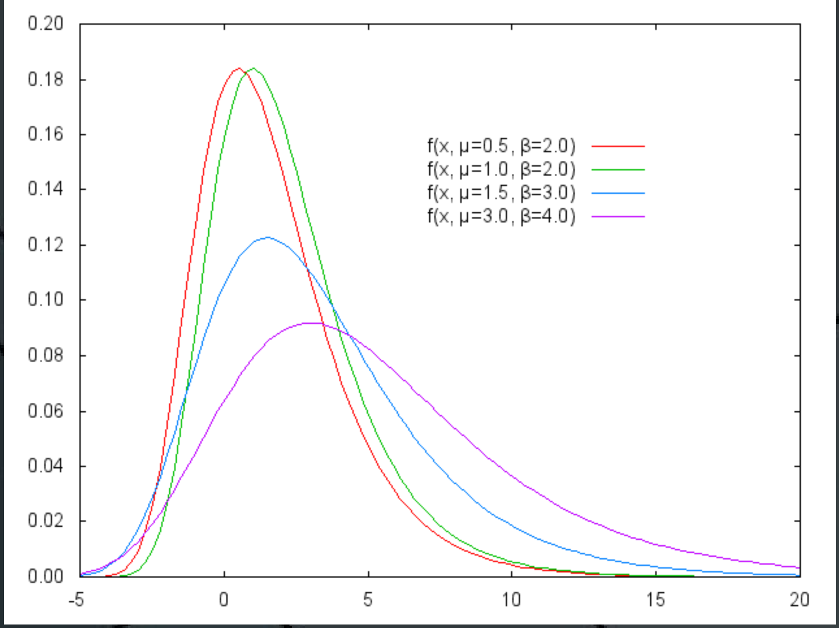
- Función de distribución

$$F(x) = e^{-e^{-z}}$$

- Función de densidad

$$f(x) = e^{-z-e^{-z}}$$

$$z = \frac{x-\mu}{\beta}$$



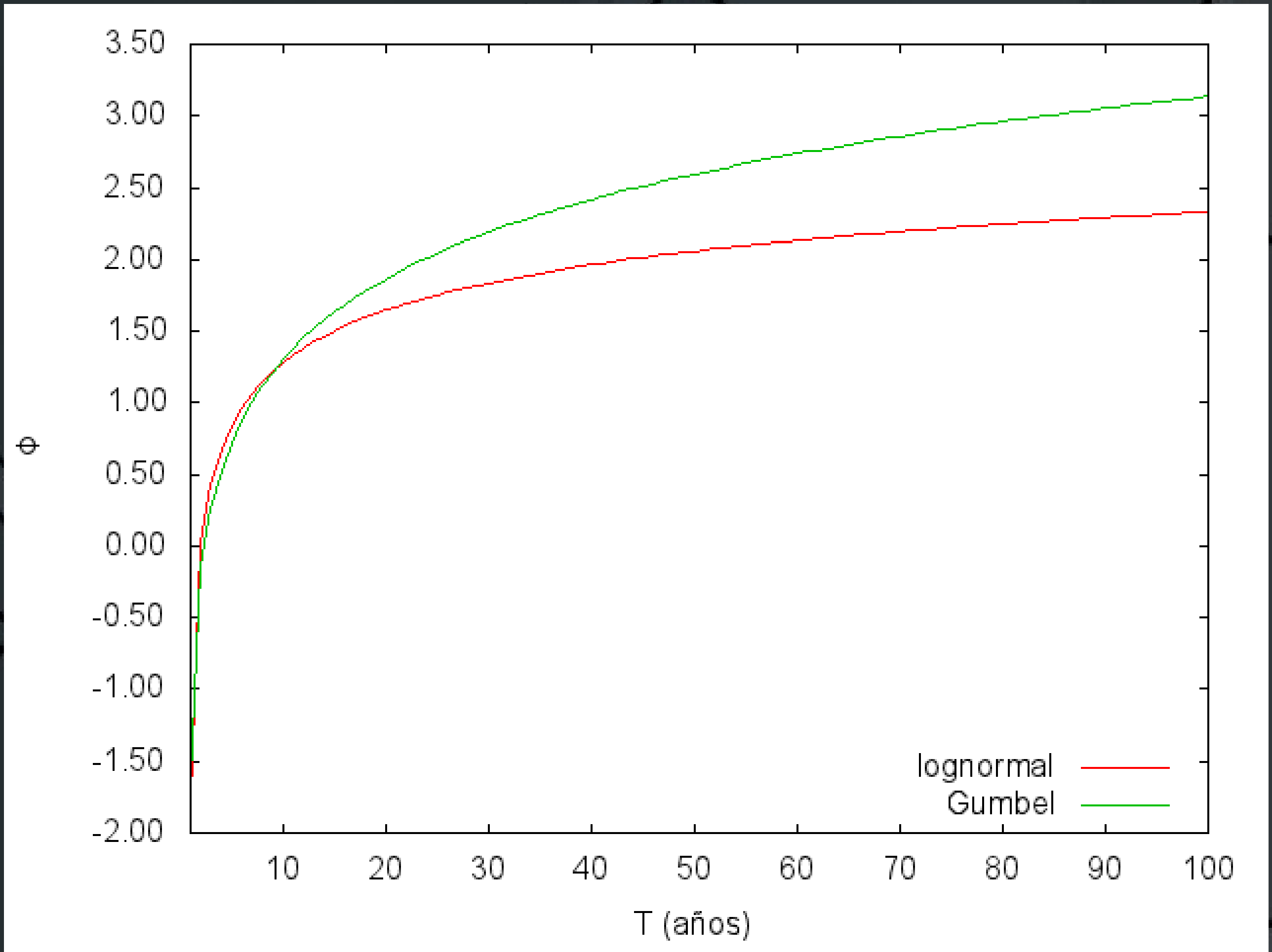
Distribución de Gumbel

- Estimadores de los parámetros

$$\beta = \frac{\sqrt{6}\,\sigma_X}{\pi} \qquad \mu = \mu_X - 0.5772\,\beta$$

- Factor de frecuencia

$$\Phi = -\frac{\sqrt{6}}{\pi}\left\{0.5772 + \ln\left[\ln\left(\frac{T}{T-1}\right)\right]\right\}$$


3.50
3.00
2.50
2.00
1.50
1.00
0.50
0.00
-0.50
-1.00
-1.50
-2.00
Φ
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
T (años)
lognormal
Gumbel

Juan F. Weber

Distribución log-Pearson III

- Distribuciones de Pearson

$$\frac{d[f(x)]}{dx}=\frac{f(x)(x-d)}{C_0+C_1x+C_2x^2}$$

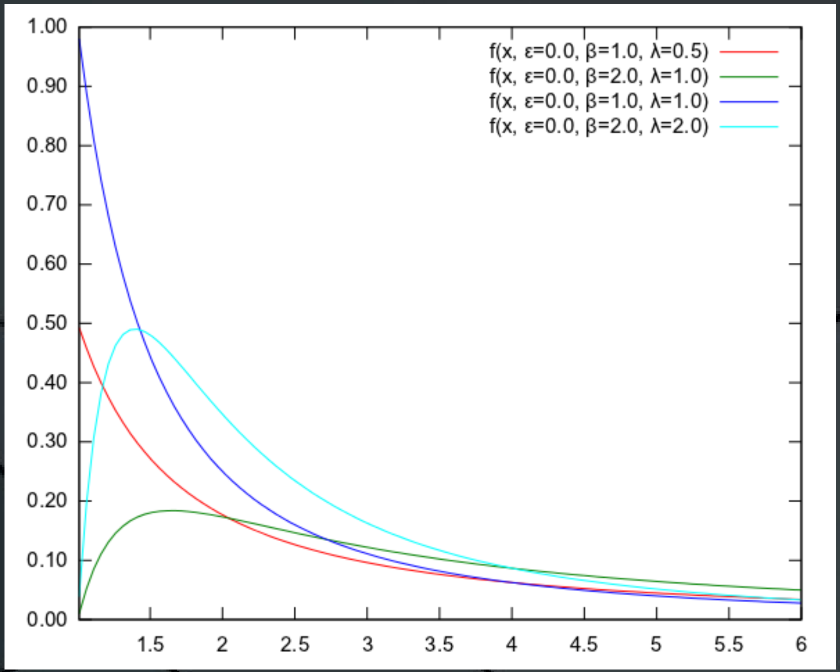
- Si $C_2 = 0 \rightarrow$ distribución Pearson tipo III

$$f(x)=\frac{\lambda^{\beta}(x-\epsilon)^{\beta-1}e^{-\lambda(x-\epsilon)}}{\Gamma(\beta)}$$

Distribución log-Pearson III

- Si y = ln x → distribución logPearson-III

$$f(x)=\frac{\lambda^{\beta}(y-\epsilon)^{\beta-1}e^{-\lambda(y-\epsilon)}}{x\Gamma(\beta)}$$



UTN - FRC

III Taller sobre Regionalización de Precipitaciones Máximas
Rosario (Argentina) – 1 y 2 de diciembre de 2011

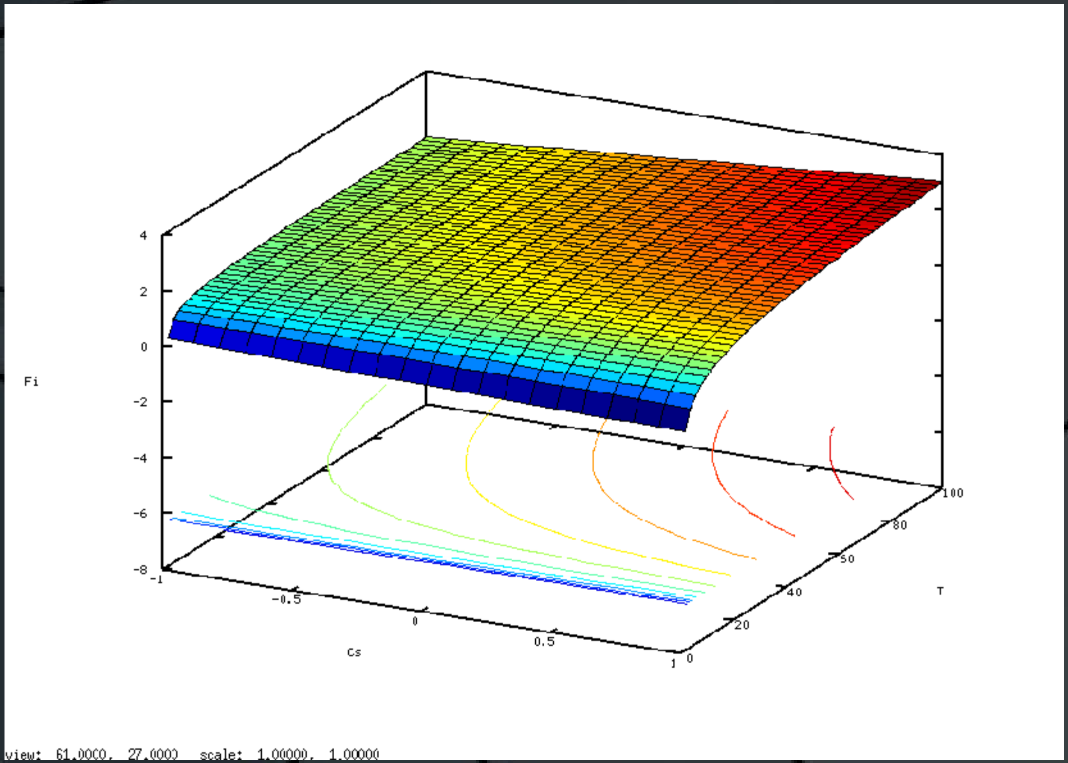
Distribución log-Pearson III

- Factor de frecuencia

$$\Phi = z + (z^2 - 1)k + \frac{1}{3}(z^3 - 6z)k^2 - (z^2 - 1)k^3 + zk^4 + \frac{1}{3}k^5$$

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

$$k = \frac{C_s}{6}$$



UTN - FRC

Distribución de Weibull

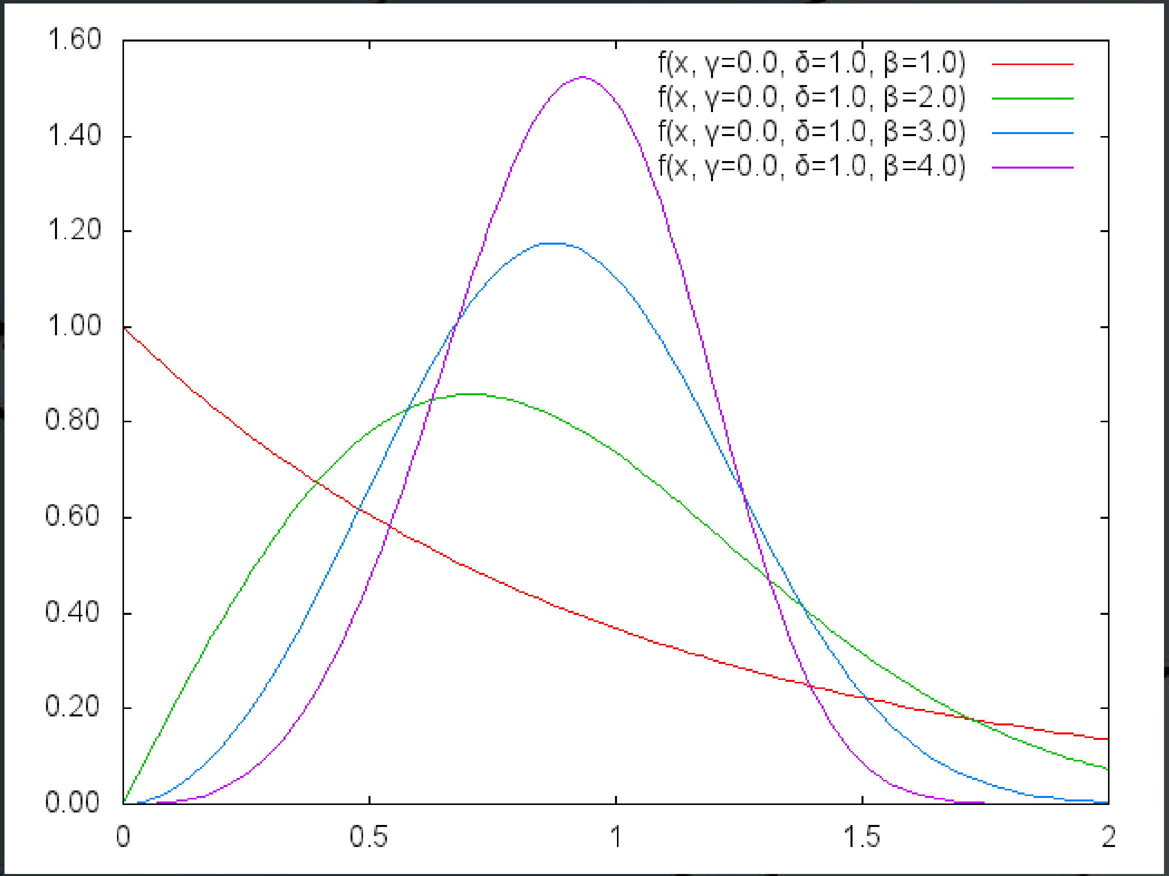
- Función de densidad

$$f(x)=\frac{\beta}{\delta}\left(\frac{x-\gamma}{\delta}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{x-\gamma}{\delta}\right)^{\beta}} \quad , \quad x \geq \gamma$$

- Parámetros
  - γ : de localización
  - β : de forma
  - δ : de escala

Distribución de Weibull

- Función de densidad



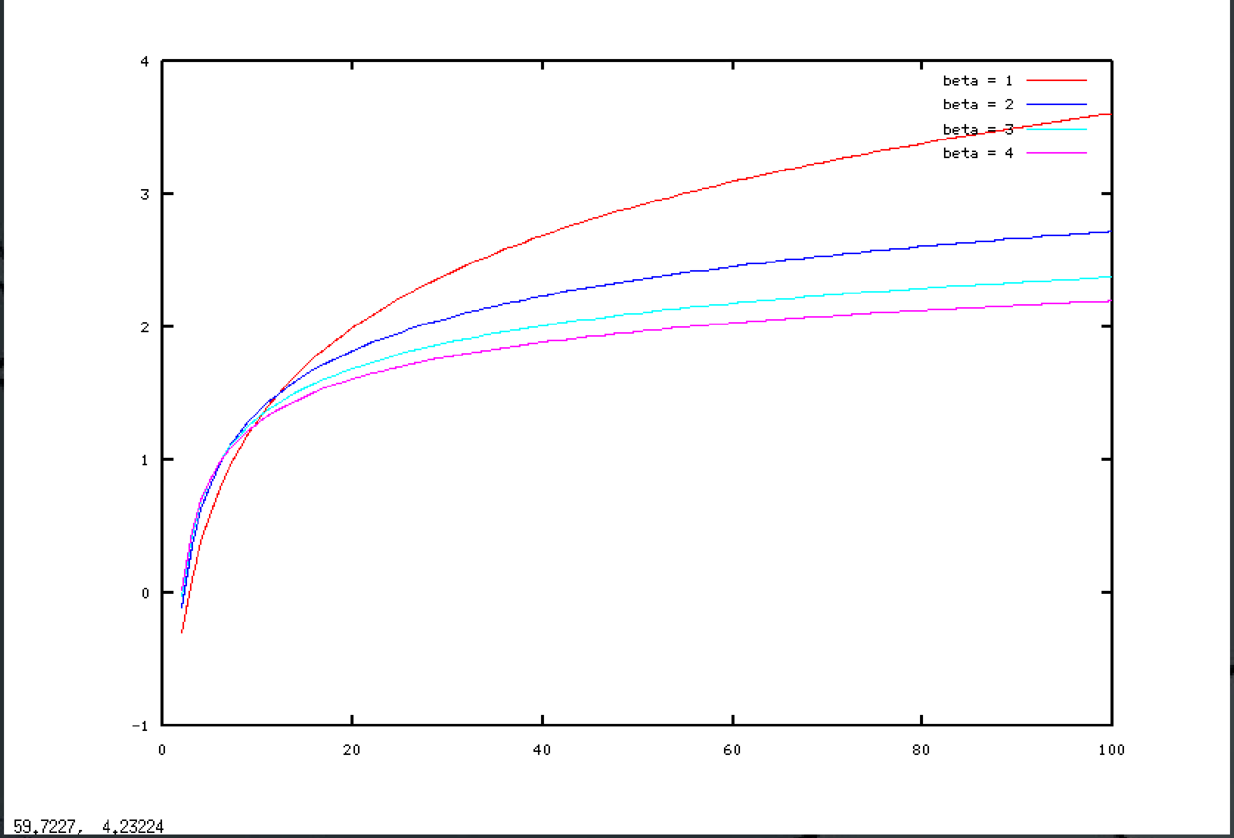
Distribución de Weibull

- Factor de frecuencia Φ

$$\Phi(T)=\frac{(\ln T)^{\frac{1}{\beta}}-\Gamma\left(\frac{1}{\beta}+1\right)}{\sqrt{\Gamma\left(\frac{2}{\beta}+1\right)-\Gamma^2\left(\frac{1}{\beta}+1\right)}}$$

Distribución de Weibull

- Factor de frecuencia Φ



Juan F. Weber

UTN - FRC

Distribución gamma

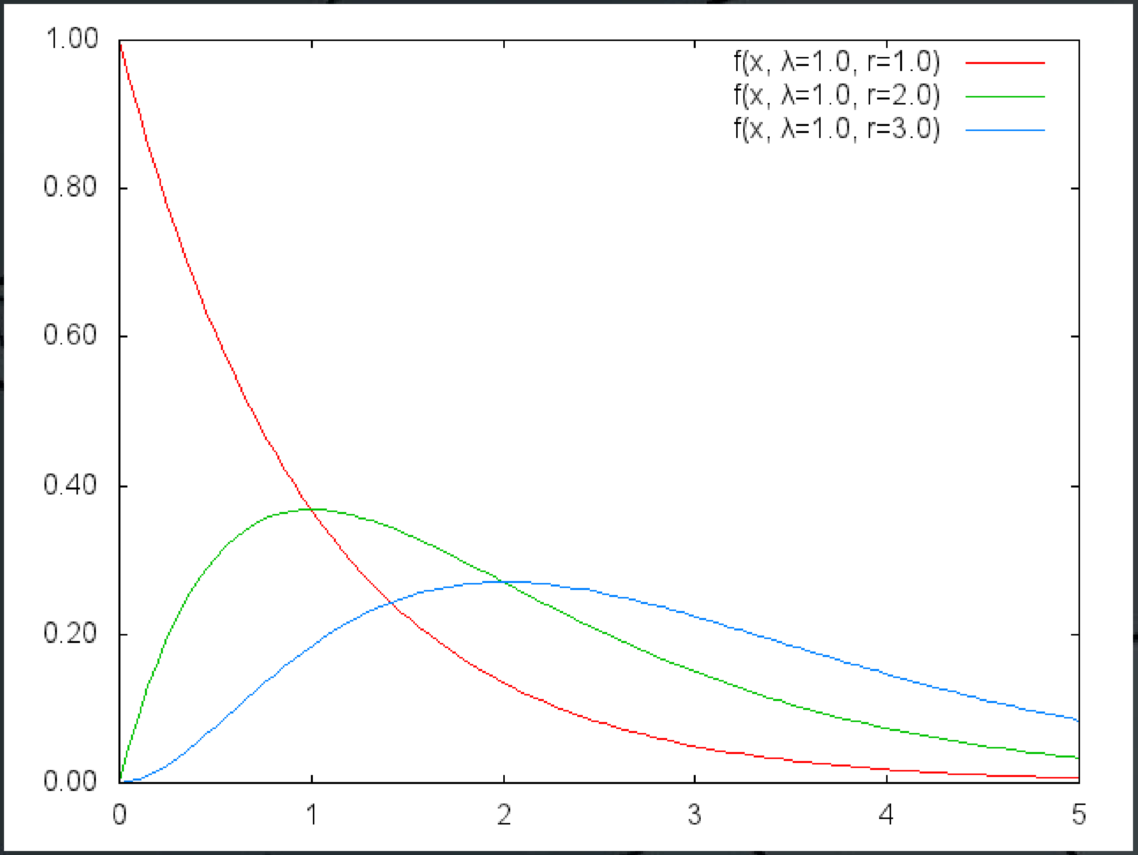
- Función de densidad

$$f(x)=\frac{\lambda}{\Gamma(r)}(\lambda x)^{r-1}e^{-\lambda x} \quad , \quad x\geq 0$$

- Propiedades
  - r = 1 ---> distribución exponencial
  - Si X es la suma de r V.A. Exponenialmente distribuidas --> X sigue la distribución gamma(r,λ)

Distribución gamma

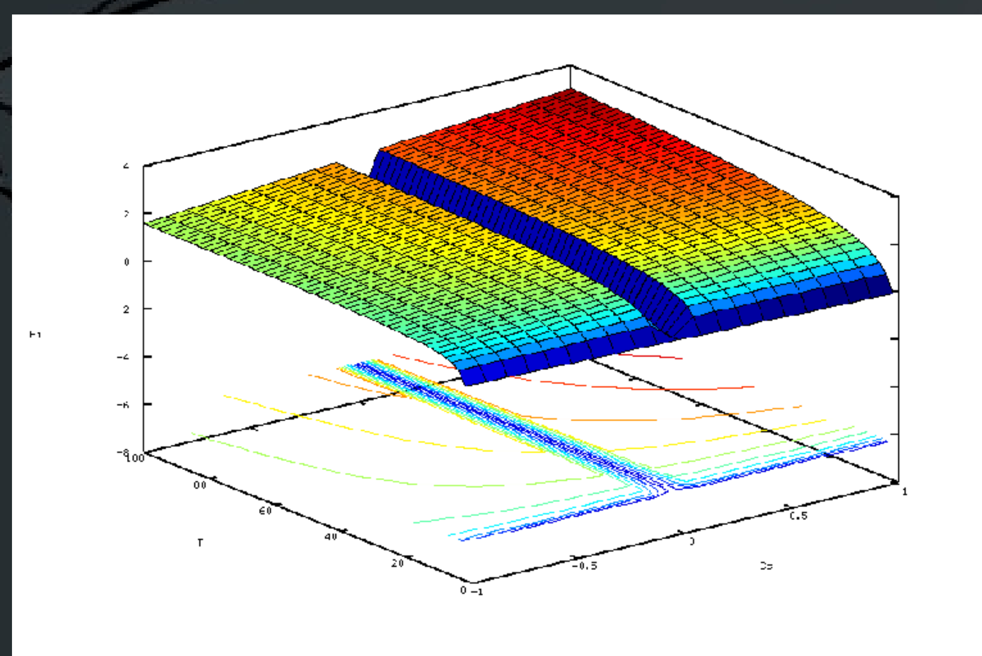
- Media y varianza $E(x)=\dfrac{r}{\lambda}\ ,\quad V(x)=\dfrac{r}{\lambda^2}$



Distribución gamma

- Factor de frecuencia (transformación de Wilson-Hilferty)

$$\Phi(T)=\frac{2}{C_s}\left\{\left[\frac{C_s}{6}\left(u-\frac{C_s}{6}\right)+1\right]^3-1\right\}$$



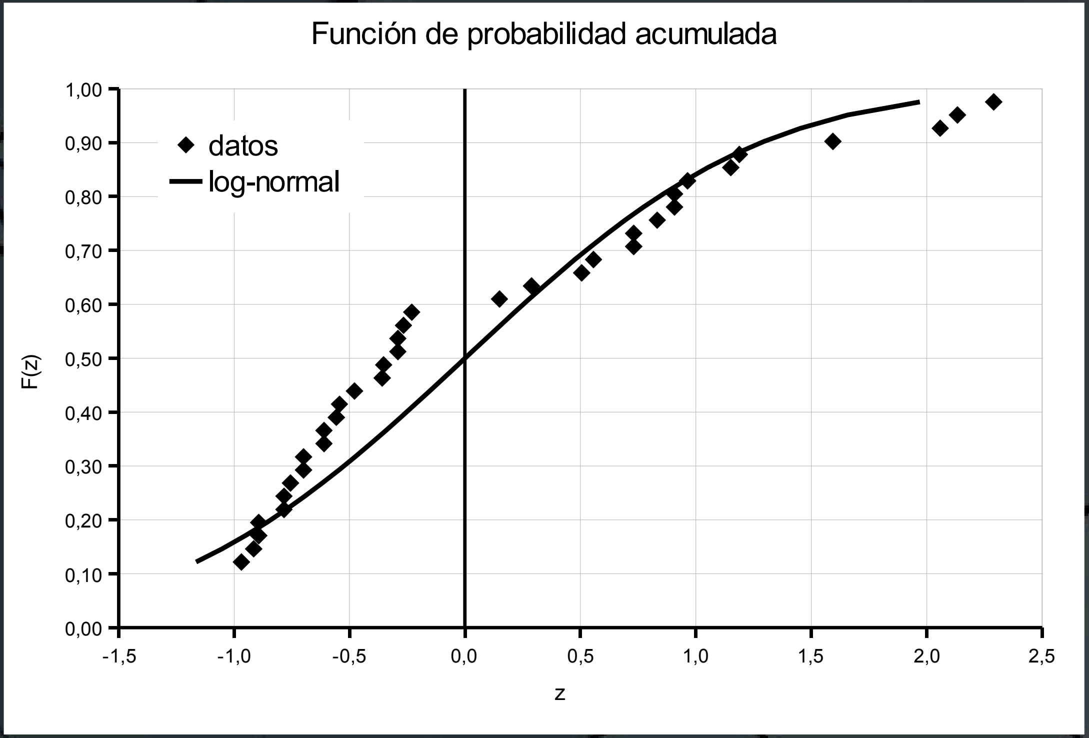
Antecedentes

- Weber(2008, 2009) analizó tres modelos de idT:
  - Sherman
  - Bogomazov y Petrov
  - DIT
- Mejor ajuste: DIT (r^2 = 0,9716)
- A = 0,414 B = 0,398
- C = 4,972 q = 1,141

UTN - FRC

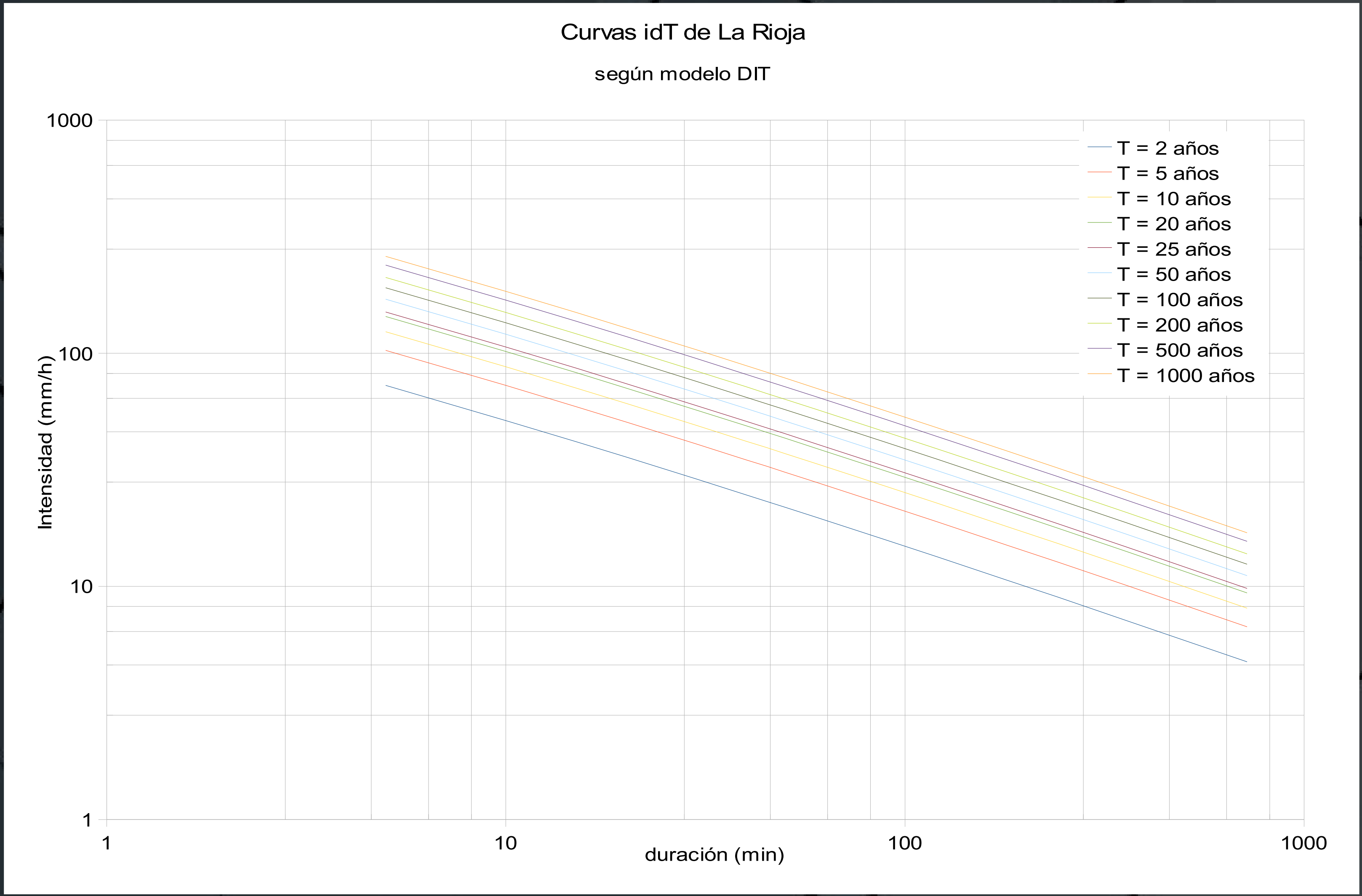
Antecedentes

- Para DIT se impuso distribución lognormal
  - Serie pluviométrica de máximos anuales

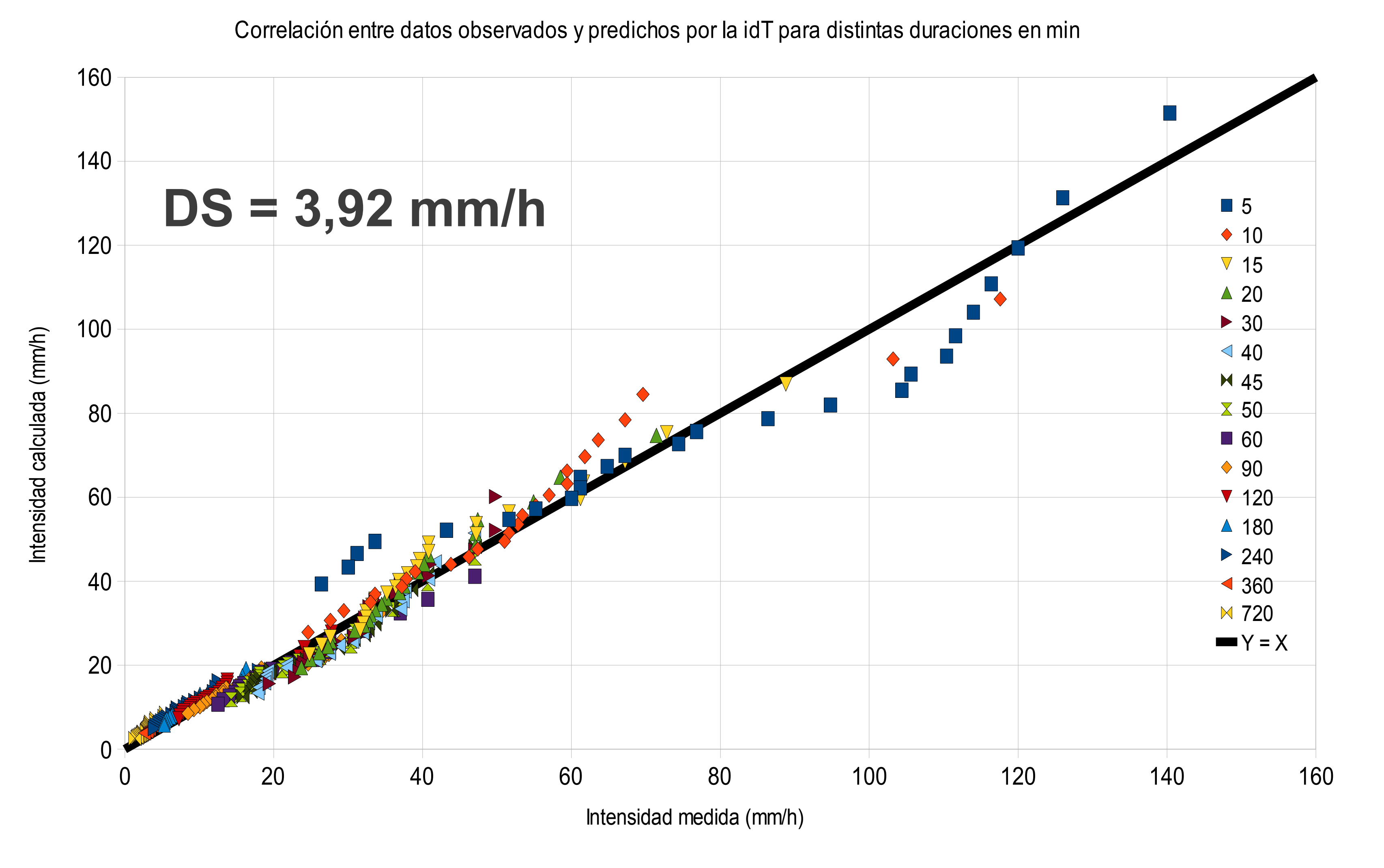


Juan F. Weber

Antecedentes



Antecedentes



Juan F. Weber

UTN - FRC

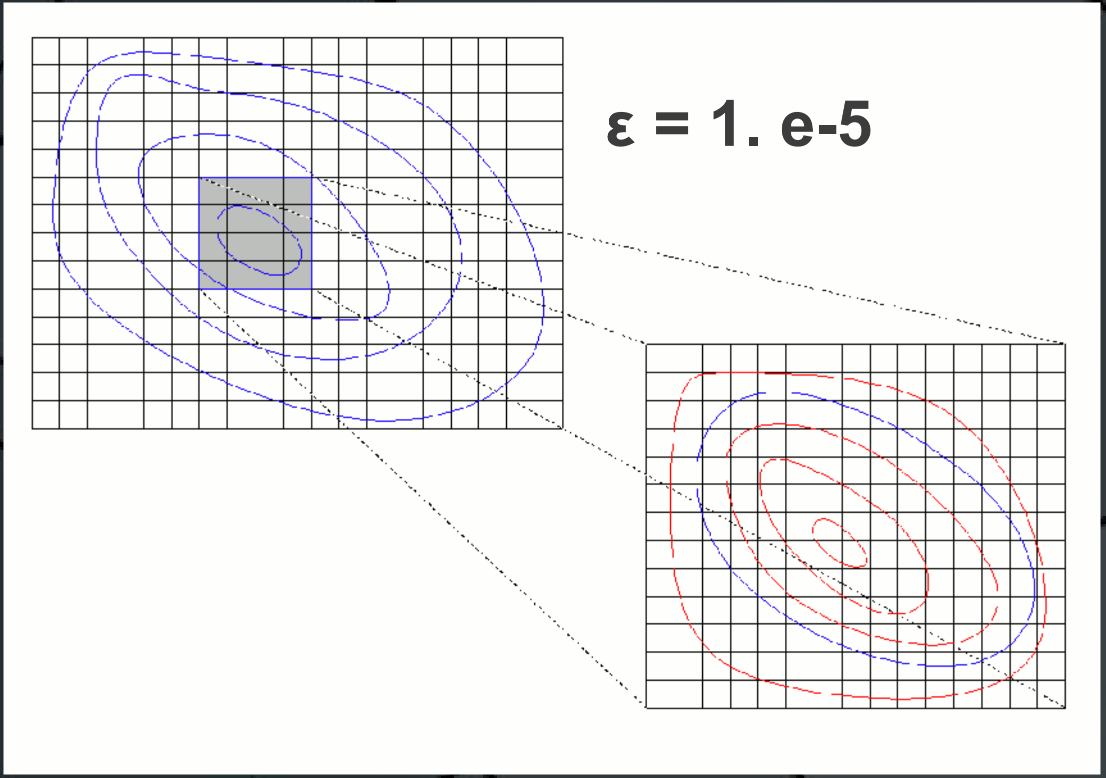
Ajuste de parámetros

- Espacio de búsqueda: tetradimensional
  - Parámetros A, B, C y q
- Función objetivo a minimizar

$$DS = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{N} \left(i_j^c - i_j \right)^2}{N}}$$

Ajuste de parámetros

- Método de fuerza bruta con refinamiento sucesivo de malla
- Código ad-hoc en C++
- 3 hs de CPU Pentium DualCore de 2,8 GHz con 2 Gb de RAM



UTN - FRC

Resultados

Distribución	A	B	C	q	F.O.
lognormal	0.4139	0.4164	4.9986	1.1183	5763.9
Gumbel	0.3625	0.3865	4.9883	1.1543	7819.2
LogPearson III	-0.2889	0.3344	5.0799	1.2230	60736.2
Weibull	0.3379	0.3804	5.0089	1.1624	8088.1
gamma	0.1089	0.4944	5.0975	1.0251	59493.7

UTN - FRC

Ajuste de parámetros

- Mejor desempeño: lognormal
- Gumbel y Weibull de similar precisión
- Log-Pearson III y gamma más alejadas
- El parámetro C varía como máximo en un 2 %
- El parámetro A presenta la mayor dispersión
- Se justifica la elección hecha previamente


Muchas Gracias!