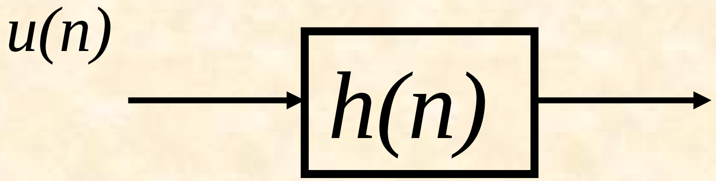
# Identificación de SIStemas

Identificación mediante

Análisis Correlación y Análisis Espectral

# Análisis de Correlación




$$y(n) = \sum_{k=0}^{\infty} h(k)\, u(n-k)$$ **convolución**

$\downarrow$

Autocorrelación de la entrada

Correlación cruzada Entrada-Salida $\rightarrow$ $$R_{yu}(\ell) = \sum_{n=0}^{\infty} h(n)\, R_u(\ell - n)$$

$\downarrow$ **Modelo FIR**

Sistema de Ecuaciones Lineales en $\{h(n)\}_{n=0}^{N-1}$

$$\boxed{R_{yu}(\ell) = \sum_{n=0}^{N-1} h(n)\, R_u(\ell - n)} \qquad \ell = 0, 1, \cdots, N-1$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones se obtiene un número finito de términos de la respuesta al impulso del sistema, que resultan en un modelo **FIR: Finite Impulse Response** (respuesta al impulso finita), de la forma:

$$H(q) = \sum_{n=0}^{N-1} h(n) q^{-n}$$

Modelo FIR

La Función Transferencia *Z* resulta:

$$H(z) = \sum_{n=0}^{N-1} h(n) z^{-n} = \frac{\sum_{n=0}^{N-1} h(n) z^{N-n-1}}{z^{N-1}}$$

Notar que los polos están en el origen del plano Z (**estables**).

- Si la entrada es ruido es blanco con varianza $\sigma^2$, entonces

$$R_u(\tau)\begin{cases}\sigma^2 & \text{si} \quad \tau = 0 \\ 0 & \text{c.o.c.}\end{cases}$$

y resulta

$$R_{yu}(n) = h(n)\sigma^2$$

por lo que una estima de *h(n)* puede calcularse como:

$$\hat{h}(n) = \frac{1}{\sigma^2 N}\sum_{k=1}^{N} y(k+n)u(k)$$

MATLAB → **cra**

IR = cra(Z)

Z: Datos de entrada-salida como un objeto iddata o como una matriz Z = [y u].

IR: Respuesta al impulso estimada (IR(1) corresponde a h(0))

[IR,R,CL] = cra(Z,M,NA,PLOT)

M: Número de términos de la respuesta al impulso (Def. 20)

NA: Orden del filtro blanqueador.(Def. 10). Para NA=0, no se realiza prefiltrado. Se computan entonces las funciones covarianzas de los datos originales.

PLOT: PLOT=0 no genera plots. PLOT=1 (Def.) genera un plot de IR junto con intervalos de confianza al 99 % . PLOT=2 genera un plot de todas las R.

# Análisis Espectral

$u(n)$ $\longrightarrow$ $\boxed{h(n)}$ $\longrightarrow$ $y(n)=\sum_{k=0}^{\infty} h(k)u(n-k)$

$\Phi_u(\omega)$

$$\Phi_y(\omega)=\left|H(\omega)\right|^2 \Phi_u(\omega)$$

$$\boxed{\Phi_{yu}(\omega)=H(\omega)\Phi_u(\omega)}$$

$$\downarrow$$

$$\boxed{\hat{H}(\omega)=\hat{\Phi}_{yu}(\omega)\hat{\Phi}_u^{-1}(\omega)}$$

$$\uparrow$$

**Estima de la Respuesta en Frecuencia**

$\hat{\Phi}_u(\omega),\ \hat{\Phi}_{yu}(\omega)$

Estimas de los espectros de entrada y entrada-salida

Las estimas de los espectros de entrada y entrada-salida a partir de un número finito de datos (observaciones) entrada-salida $\{u(n), y(n)\}_{n=1}^{N}$ pueden obtenerse como

$$\hat{\Phi}_u(\omega) = \frac{1}{\mathrm{N}} U_N(\omega) U_N^*(\omega)$$

$$\hat{\Phi}_{yu}(\omega) = \frac{1}{\mathrm{N}} Y_N(\omega) U_N^*(\omega)$$

donde

$$U_N(\omega) = \sum_{n=1}^{N} u(n) e^{-j\omega n}$$

$$Y_N(\omega) = \sum_{n=1}^{N} y(n) e^{-j\omega n}$$

$$\xrightarrow{\boxed{\omega_k = \frac{2\pi k}{N}}}$$

$$k = 1, 2, \cdots, N$$

$$\boxed{\begin{aligned} U_N(k) &= \sum_{n=1}^{N} u(n) e^{-j\frac{2\pi kn}{N}} \\ Y_N(k) &= \sum_{n=1}^{N} y(n) e^{-j\frac{2\pi kn}{N}} \end{aligned}}$$

**DFTs con N-puntos**

Una estima de la Respuesta en Frecuencia puede obtenerse como

$$\boxed{\hat{H}(\omega_k) = \frac{Y_N(k)}{U_N(k)}} \qquad \omega_k = \frac{2\pi k}{N} \qquad k = 1, 2, \cdots, N$$

**Empirical Transfer Function Estimate (ETFE)**

MATLAB → **spa**

G = spa(DATA, M, w)

DATA: Datos de entrada-salida como un objeto **iddata**.

G: Respuesta en frecuencia e incertidumbre como un objeto **idfrd**.

G contiene también el espectro del ruido aditivo v en el modelo

y = G u + v.

M: longitud de la ventana de Hamming usada para el cómputo (opcional).

w: vector fila con las frecuencias en que se desea calcular el espectro (opcional) (por defecto, 128 frecuencias equi-espaciadas entre 0 y $\pi$).