Identificación de SIStemas

Identificación en Lazo Cerrado

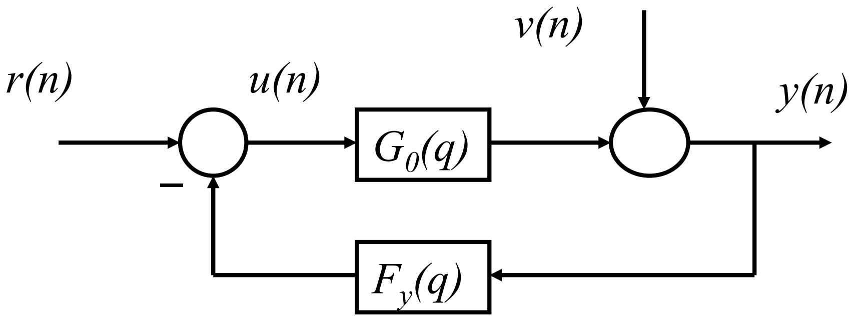
Identificación en Lazo Cerrado

- A veces es necesario realizar los experimentos de identificación en lazo cerrado (con **retroalimentación**). Las razones pueden ser que la planta es inestable en lazo abierto, o que debe ser controlada por razones de producción, de seguridad, o económicas.
- Para el análisis consideraremos que el sistema real está dado por

$$y(n) = G_0(q)u(n) + v(n) = G_0(q)u(n) + H_0(q)e(n)$$

donde $e(n)$ es ruido blanco con varianza σ^2.

- La configuración del sistema en lazo cerrado es la siguiente



- La entrada a la planta resulta

$$u(n) = r(n) - F_y(q)y(n)$$

donde $r(n)$ es la señal de referencia que se asume independiente del ruido $e(n)$.

- La estructura de modelo es

$$y(n) = G(q,\theta)u(n) + H(q,\theta)e(n)$$

- Se asume que el lazo cerrado está bien definido en el sentido que:
  - $F_y(q)$ ó $G(q,\theta)$ y $G_0(q)$ contienen un retardo (no hay un lazo algebraico).
  - El sistema en lazo cerrado es **estable**.
- Las ecuaciones en lazo cerrado resultan

$$\begin{aligned} y(n) &= G_0(q)u(n) + v(n) \\ &= G_0(q)\left[r(n) - F_y(q)y(n)\right] + v(n) \end{aligned}$$

de donde

$$y(n) = \frac{G_0(q)}{1+G_0(q)F_y(q)}r(n) + \underbrace{\frac{1}{1+G_0(q)F_y(q)}}_{S_0(q)\text{: Función de sensitividad}}v(n)$$

$$y(n) = G_0(q)S_0(q)r(n) + S_0(q)v(n)$$

Por otra parte, la entrada a la planta resulta:

$$u(n) = \frac{1}{1+F_y(q)G_0(q)} r(n) - \frac{F_y(q)}{1+F_y(q)G_0(q)} v(n)$$
$$= S_0(q)r(n) - F_y(q)S_0(q)v(n)$$

El espectro de la entrada resulta entonces

$$\Phi_u(\omega) = |S_0(\omega)|^2 \Phi_r(\omega) + |F_y(\omega)|^2 |S_0(\omega)|^2 \Phi_v(\omega)$$

espectro de la referencia espectro del ruido

❑ **Buenas Nuevas:** Los Métodos de Error de Predicción (PEM) proveerán una estima **consistente** si:

- Los datos son **informativos**.
- La estructura de modelo contiene al sistema real.

independientemente de si los datos *{y(n), u(n)}* han sido recolectados en lazo abierto o en lazo cerrado.

Definición: Un conjunto de datos *{y(n), u(n)}* se dice que es **informativo** con respecto a una estructura de modelo si permite discriminar entre dos modelos cualesquiera pertenecientes a esa estructura. Puede probarse que un conjunto de datos *{y(n), u(n)}* es informativo si el espectro de $z(n) = [y(n) \;\; u(n)]^T$ es estrictamente definido positivo para casi todo ω. Es decir:

$$\Phi_z(\omega) = \begin{bmatrix} \Phi_y(\omega) & \Phi_{yu}(\omega) \\ \Phi_{uy}(\omega) & \Phi_u(\omega) \end{bmatrix} > 0 \quad \textbf{para casi todo } \omega$$

Algunas malas nuevas:

- El experimento en lazo cerrado puede no ser suficientemente informativo aunque la entrada *u(n)* sea **persistente**.
- El Análisis Espectral dará en general resultados erróneos. Puede probarse que la estima de G converge a

$$G_*\left(e^{j\omega}\right) = \frac{G_0\left(e^{j\omega}\right)\Phi_r(\omega) - F_y\left(e^{-j\omega}\right)\Phi_v(\omega)}{\Phi_r(\omega) + \left|F_y\left(e^{j\omega}\right)\right|^2 \Phi_v(\omega)}$$

en lugar de converger a G_0 .

- El Análisis de Correlación dará estimas desviadas de la respuesta al impulso del sistema, ya que la entrada *u(n)* está correlacionada con el ruido *v(n)*.
- Los Métodos de Subespacio darán en general estimas desviadas.

- **Ejemplo:** Retroalimentación Proporcional

Sea el sistema de primer orden

$$y(n) + ay(n-1) = bu(n-1) + e(n)$$

sujeto a la siguiente retroalimentación proporcional

$$u(n) = -fy(n)$$

El sistema en lazo cerrado resulta:

$$y(n) + (a + bf)y(n-1) = e(n)$$

Puede verse que todos los modelos $(\hat{a}, \hat{b})$ tal que

$$\hat{a} = a + \gamma f$$

$$\hat{b} = b - \gamma$$

donde γ es un escalar arbitrario, proveen la misma descripción entrada-salida, y por lo tanto no hay forma de distinguir entre estos dos modelos. Sin embargo la entrada es persistente ya que es ruido blanco filtrado. Vemos entonces que persistencia de excitación de las entradas no es una condición suficiente para un experimento en lazo cerrado.

En general, puede probarse el siguiente resultado:

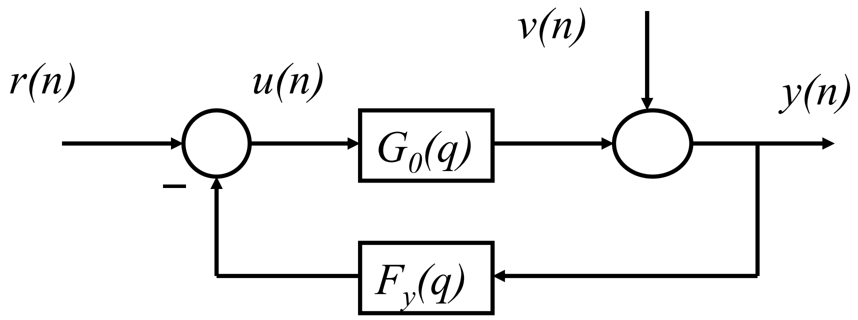
Teorema: El experimento en lazo cerrado es informativo si y sólo si *r(n)* es una **excitación persistente**.

❑ Enfoques de Identificación en Lazo Cerrado

• **Enfoque Directo:** Se aplica el Método de Error de Predicción usando las señales *u(n)* e *y(n)* como si el sistema estuviera en lazo abierto, y sin considerar la señal de referencia *r(n)*.

Es el enfoque natural ya que funciona independientemente de la complejidad del controlador, no se requieren algoritmos especiales, se puede asegurar la consistencia si la estructura de modelo incluye al sistema real, puede manejar sistemas inestables siempre que el lazo cerrado y el predictor sean estables.

• **Enfoque Indirecto:** Identificar el sistema en lazo cerrado a partir de la referencia *r(n)* y la salida *y(n)*, y haciendo uso del conocimiento del controlador estimar la transferencia de la planta.



$$y(n) = \frac{G_0(q)}{1+G_0(q)F_y(q)}\, r(n) + \underbrace{\frac{1}{1+G_0(q)F_y(q)}}_{S_0(q)\text{: Función de sensitividad}}\, v(n)$$

$G_{CL}(q)$ **Transferencia en lazo cerrado**

Se asume $F_y(q)$ conocido y se calcula una estima de la transferencia en lazo abierto a partir de una estima de la transferencia en lazo cerrado, es decir

$$\hat{G}_{CL} = \frac{\hat{G}}{1+\hat{G}F_y} \Rightarrow \hat{G} = \frac{\hat{G}_{CL}}{1-F_y\hat{G}_{Cl}}$$

La ventaja de este enfoque es que puede aplicarse cualquier método de identificación ya que es un problema en lazo abierto. El mayor problema es que cualquier error en el conocimiento del controlador F_y se refleja directamente en la estima de la transferencia de la planta.

• **Enfoque combinado entrada salida:** Considerar las señales $y(n)$ y $u(n)$ como las salidas de un sistema comandado por la referencia $r(n)$ y el ruido. A partir de aquí estimar la planta y el controlador.

$$\begin{bmatrix} y(n) \\ u(n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{ry}(q) & \cancel{G_{vy}(q)} \\ G_{ru}(q) & \cancel{G_{vu}(q)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r(n) \\ v(n) \end{bmatrix}$$

no medible

$$\left.\begin{aligned} G_{ry}(q) &= \frac{G_0(q)}{1+G_0(q)F_y(q)} \\ G_{ru}(q) &= \frac{1}{1+G_0(q)F_y(q)} \end{aligned}\right\} \Rightarrow G_0(q) \quad , \quad F_y(q)$$