Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura
Universidad Nacional de Rosario

Identificación de Sistemas

Título: Análisis de Correlación
Autor: Dr. Juan Carlos Gómez
Fecha: Abril de 2002

Introducción

Por análisis de correlación se entiende a la determinación de la respuesta al impulso del sistema basándose en la correlación cruzada entrada-salida y en la autocorrelación de la entrada, que se aproximan a partir de los datos de entrada-salida. Es considerado como un método de estimación **no paramétrico,** ya que el sistema es descripto por su respuesta al impulso que en general es de longitud infinita. De todos modos, es claro que sólo puede estimarse un número finito de parámetros (un número finito de términos de la respuesta al impulso del sistema).

Definiciones Básicas

Secuencias de Autocorrelación y Correlación Cruzada

Dadas dos señales *x(n)* e *y(n)*, de energía finita, la secuencia de **correlación cruzada** $r_{xy}(\ell)$ se define:

$$r_{xy}(\ell) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) y(n-\ell) \qquad \ell = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots$$

o equivalentemente:

$$r_{xy}(\ell) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n+\ell) y(n) \qquad \ell = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots$$

La correlación entre dos señales puede escribirse en función de la convolución como

$$r_{xy}(\ell) = x(\ell) * y(-\ell)$$

Del mismo modo se define la **autocorrelación** de una señal *x(n)* de energía finita:

$$r_{xx}(\ell) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) x(n-\ell) \qquad \ell = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots$$

o equivalentemente:

$$r_{xx}(\ell) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n+\ell) x(n) \qquad \ell = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots$$

Identificación usando análisis de correlación

Consideremos el sistema lineal estacionario caracterizado por su respuesta al impulso representado en la figura 1.

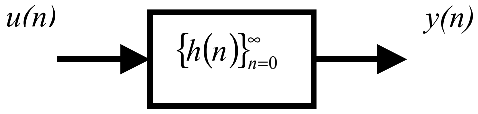

Figura 1: SLE caracterizado por su respuesta al impulso

Asumiremos que el sistema es **causal** (*h(n)=0* , para *n<0*) y que es **BIBO estable**, es decir, se verifica

$$\sum_{n=0}^{\infty} |h(n)| < \infty$$

La respuesta del sistema a una entrada arbitraria *u(n)* puede calcularse como

$$y(n) = \sum_{k=0}^{\infty} h(k)u(n-k) = h(n) * u(n),$$

por lo que la correlación cruzada entrada-salida resulta:

$$r_{yu}(\ell) = y(\ell) * u(-\ell) = h(\ell) * u(\ell) * u(-\ell) = h(\ell) * r_{uu}(\ell)$$

Es decir

$$r_{yu}(\ell) = \sum_{k=0}^{\infty} h(k) r_{uu}(\ell - k) \qquad \ell = 0,1,2,\cdots \qquad (1)$$

La ecuación anterior puede interpretarse con el diagrama de bloques de figura 2, que es la versión pasada al dominio de la correlación del diagrama de figura 1.

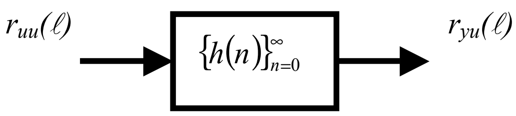

Figura 2: Diagrama de bloques en el dominio de la correlación.

Es claro que no pueden estimarse los infinitos parámetros *h(n)*, pero la ecuación (1) puede utilizarse para estimar un número finito N de coeficientes. Es decir, podemos aproximar

$$r_{yu}(\ell) \approx \sum_{k=0}^{N-1} h(k) r_{uu}(\ell - k) \qquad \ell = 0,1,2,\cdots,N-1$$

que constituye un sistema lineal de N ecuaciones en las N incógnitas $\{h(n)\}_{n=0}^{N-1}$. En esta ecuación la correlación cruzada y la autocorrelación se aproximan por sus versiones correspondientes para número finito de datos. De esta forma puede estimarse un número finito de términos de la respuesta al impulso del sistema basándose en un conjunto (finito) de datos de entrada-salida.

Referencias

[1] Ljung, L. *System Identification: Theory for the User*, second edition, Prentice Hall, N.J., 1999.

[2] Söderström, T. and Stoica, P.. *System Identification* , Prentice Hall, N.J., 1989.