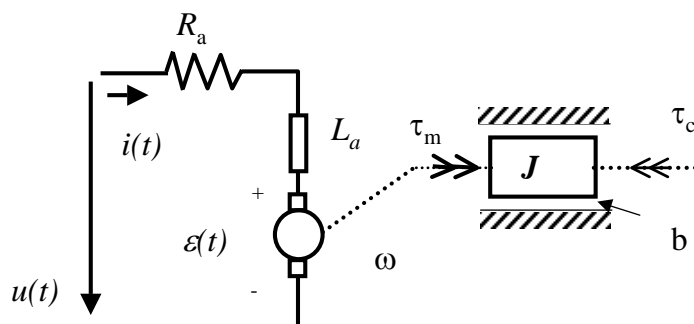


Identificación de SISistemas

Identificación de un modelo ARX con Estima de Mínimos Cuadrados

Identificación de un modelo ARX usando Estima de Mínimos cuadrados

- Proceso: **Motor de Corriente Continua con excitación independiente constante**



Conversión Electromecánica

$$\begin{cases} \mathcal{E} = k\omega & \text{f.c.e.m.} \\ \tau_m = ki & \text{torque} \end{cases}$$

□ Estructura de Modelo

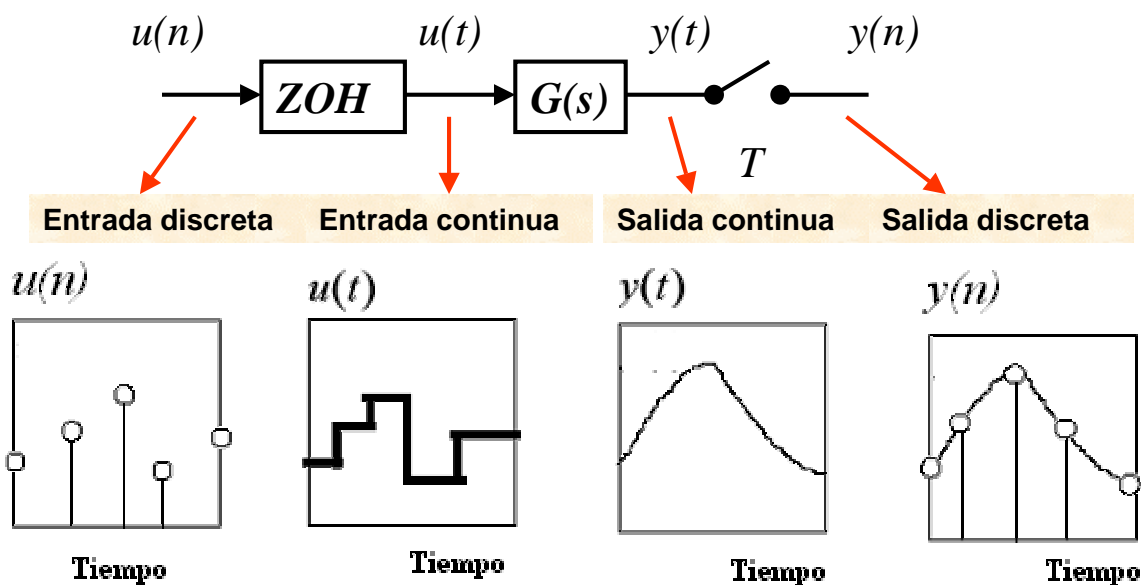
Basándose en principios físicos (2da. Ley de Newton, Leyes de Kirchhoff y Faraday), es fácil ver que la FT entre la velocidad y la tensión de armadura del MCC es de la forma

$$G(s) = \frac{\omega(s)}{U(s)} = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

donde

$$2\xi\omega_n = \frac{b}{J} + \frac{R_a}{L_a} \quad \omega_n^2 = \frac{R_a b + k^2}{L_a J} \quad K = \frac{k}{R_a b + k^2}$$

Considerando entonces que tiene un equivalente discreto (equivalente ZOH: Zero Order Hold) de la forma



Equivalente Discreto ZOH

$$G(z) = \text{ZOH}\{G(s)\} = \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}$$

es natural tratar de identificar los parámetros del modelo ARX que se deriva de esta transferencia discreta, *i.e.*

$$\omega(n) = -a_1 \omega(n-1) - a_2 \omega(n-2) + b_1 u(n-1) + b_2 u(n-2) \quad (1)$$

Definiendo el vector de parámetros

$$\theta = [a_1 \quad a_2 \quad b_1 \quad b_2]^T$$

y el vector de regresión

$$\varphi(n) = [-\omega(n-1) \quad -\omega(n-2) \quad u(n-1) \quad u(n-2)]^T$$

la ecuación en diferencias (1) puede escribirse en la forma de un **regresor lineal**

$$y(n) = \varphi^T(n) \theta \quad \text{Estructura de Modelo}$$

donde $y(n) = \omega(n)$

□ Estimación de parámetros

Basándose en la Estructura de Modelo, puede definirse un **predictor** de la salida en función de los datos pasados hasta el instante $n-1$ y el vector de parámetros θ , como

$$\hat{y}(n | n-1, \theta) = \varphi^T(n) \theta$$

La estima de parámetros puede entonces computarse minimizando un criterio cuadrático en los **errores de predicción**

$$\varepsilon(n, \theta) = y(n) - \hat{y}(n | n-1, \theta)$$

Es decir, considerando que se dispone de N pares de datos de entrada-salida $\{u(n), y(n)\}_{n=1}^N$

$$\hat{\theta}_N = \underset{\theta}{\operatorname{argmin}} \{V_N(\theta)\}$$

$$V_N(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \operatorname{Tr} \left\{ [y(k) - \varphi^T(k)\theta] [y(k) - \varphi^T(k)\theta]^T \right\} \quad \text{Criterio Cuadrático}$$

i.e.

$$\hat{\theta}_N = \left[\sum_{k=1}^N \varphi(k)\varphi^T(k) \right]^{-1} \left[\sum_{k=1}^N \varphi(k)y(k) \right] \quad \text{Estima de Mínimos Cuadrados}$$

□ El sistema “real”

$$\begin{aligned} L_a &= 2.5 \text{ mHy} & R_a &= 0.062 \Omega & k &= 6.6 \text{ Nm/A} \\ b &= 1.275 \text{ Nms} & J &= 30 \text{ Nms}^2 \end{aligned}$$

$$G(s) = \frac{87.99}{s^2 + 1.3370s + 580.821}$$

Sistema Real (FT)



Equivalente ZOH ($T_s = 10^{-4}$ seg)

$$G(z) = \operatorname{ZOH}\{G(s)\} = \frac{0.4399 \times 10^{-6} (z + 1)}{z^2 - 1.9999z + 0.9999}$$

□ Script Matlab

```
% Motor de Corriente Continua con Excitacion
% independiente constante
%      G(s)=num(s)/den(s)
%
num=87.9912;
den=[1 1.3370 580.821];
%
%   Computo de G(z)=ZOH{G(s)}
%
Ts=1e-4;
[numd,dend]=c2dm(num,den,Ts,'zoh');
%
%   Generacion de datos de entrada/salida a partir del
%   sistema en tiempo continuo
%
t=[0:1e-4:10]';
u=sin(1*pi*t)+0.5*sin(3*pi*t);
y=lsim(num,den,u,t) + 0.001*randn(size(u));
%
%   Computo del regresor
%
%
yy=-y;
ry=[yy(2) yy(1)];
cy=yy(2:length(yy)-1,:);
phiy=toeplitz(cy,ry);
ru=[u(2) u(1)];
cu=u(2:length(u)-1,:);
phiu=toeplitz(cu,ru);
phit=[phiy phiu];
```

ISIS

J. C. Gómez

9

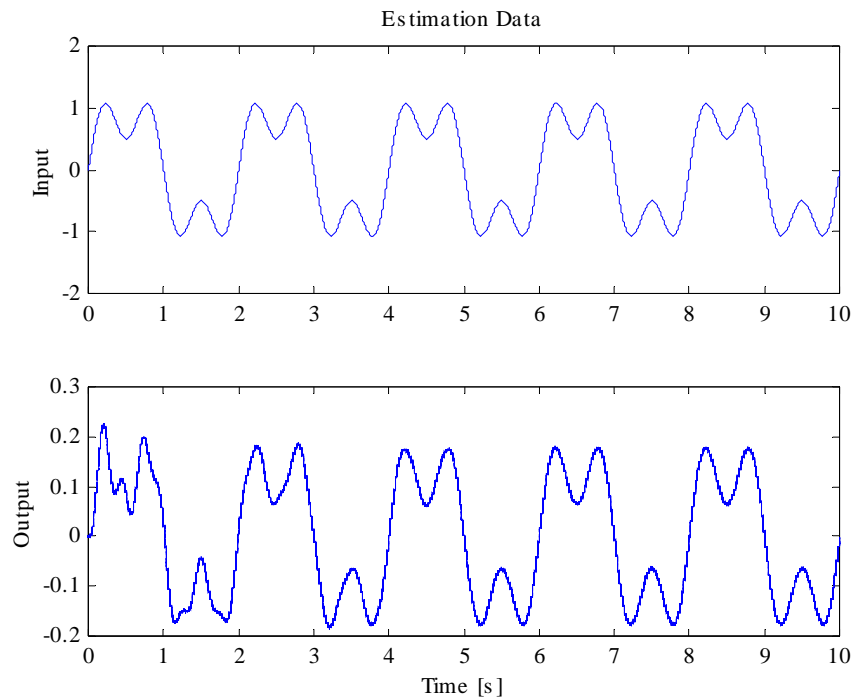
```
%   Computo de la estima
%
thetahat=phit\y(3:length(y),:);
%
%   Computo de la salida estimada
%
[yhat,x]=dlsim([thetahat(3) thetahat(4)],...
[1 thetahat(1) thetahat(2)],u);
%
%   Ploteo de la salida y la salida estimada
%
subplot(211)
plot(t(3:length(t)),:),y(3:length(y)),:),'g',...
t(3:length(t)),:),yhat(3:length(y)),'r')
title('Salida(trazos) y Salida Estimada (llena)-...
Indistinguibles');
axis([0 10 -0.25 0.25])
subplot(212)
plot(t(3:length(t)),:),y(3:length(y))-
yhat(3:length(y)))
xlabel('Tiempo [s]'),title('Error de Estima')
```

ISIS

J. C. Gómez

10

Resultados de Identificación

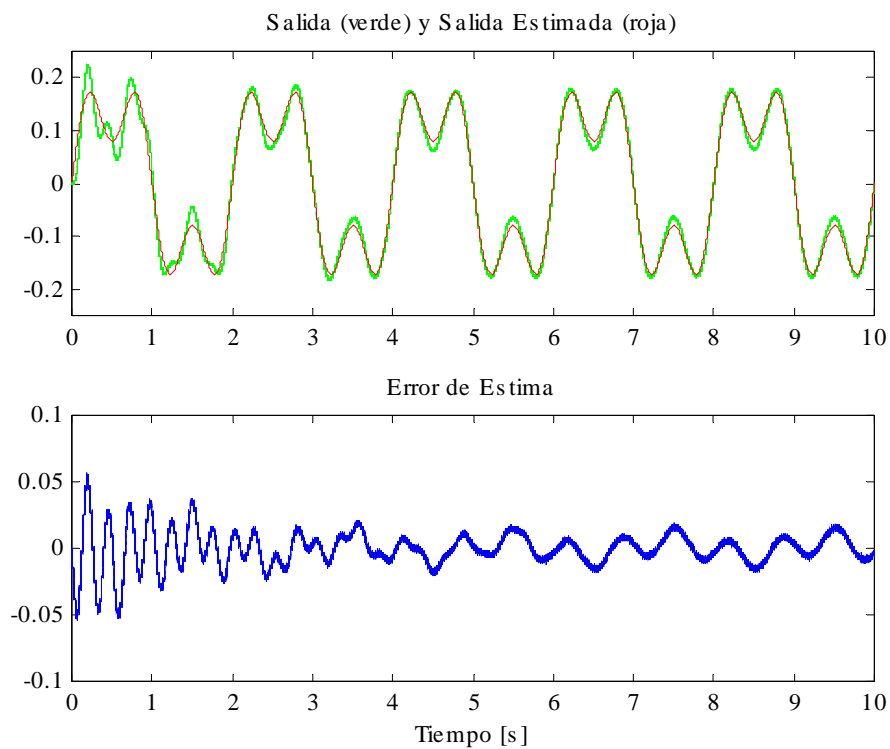


Datos de Entrada-Salida de Estimación

ISIS

J. C. Gómez

11



Datos de Validación

ISIS

J. C. Gómez

12

□ El modelo Identificado

La FT (en tiempo continuo) estimada puede calcularse con el siguiente script **Matlab**

```
numd=[thetahat(3) thetahat(4)];  
dend=[1 thetahat(1) thetahat(2)];  
sysd=tf(numd,dend,Ts);  
sysc=d2c(sysd,'zoh');  
tf(sysc)
```

y resulta

$$\hat{G}(s) = \frac{87.99}{s^2 + 1.337s + 580.8}$$

Modelo Identificado